

**Análisis de soluciones saturadas de nutrientes NPK mediante técnicas de identificación de sistemas vinculadas a la salinidad del suelo**

Juan Pablo Roa Montañez

Asesor

Mg. Joan Sebastián Bustos Miranda

Universidad Nacional Abierta y a Distancia - UNAD

Escuela de Ciencias Básicas, Tecnología e Ingeniería ECBTI

Ingeniería electrónica

2025

## **Agradecimientos**

A mi director Mg. Joan Sebastián Bustos Miranda, gracias por su guía experta y dedicación en este camino académico. A Diana Carolina Diaz, mi compañera de vida, por tu amor infinito y por sostener mi mano en cada paso. A mis amados hijos, Juan Sebastián y Jannick Alejandro Roa, por ser mi motor y alegría, por entender mis ausencias y llenarme de luz. Este logro no es solo mío, es nuestro.

Gracias por ser mi equipo y mi hogar.

## Resumen

El desarrollo de la propuesta se alinea directamente con los objetivos del proyecto de investigación PGI3802ECBTI2024 “Caracterización de la conductividad eléctrica en relación a la cantidad de fertilizante NPK y su relación con la salinidad del suelo” tiene el propósito de comprender detalladamente diferentes técnicas de identificación de sistemas para representar el comportamiento de una solución saturada de nutrientes NPK y su salinidad, permitiendo contribuir al conocimiento y al debate académico en esta área. Con la finalidad de modelar y estimar concentraciones de nutrientes y salinidad mediante parámetros de pH, conductividad eléctrica y temperatura.

El análisis del comportamiento de la conductividad eléctrica en soluciones de NPK (Nitrógeno, Fósforo y Potasio) implica la medición precisa de cómo varía la conductividad a diferentes concentraciones de estos nutrientes. Esta monografía analizará métodos de identificación reportados en la literatura con el fin de evaluar soluciones de NPK en rangos de concentración de 4 mg/mL a 20 mg/mL, con incrementos de 1 mg/mL. Mediante sensores y técnicas adecuadas de muestreo, se mide la conductividad eléctrica para determinar la relación entre la cantidad de iones presentes y la conductividad. Esta monografía permite analizar simulaciones que describan el comportamiento de la conductividad en función de la concentración de NPK, el pH y la temperatura. La precisión de las mediciones se asegura mediante la calibración adecuada de los instrumentos y el control de variables como la temperatura y el pH. Los resultados obtenidos proporcionan una base sólida para caracterizar la calidad del suelo y optimizar el uso de fertilizantes en la agricultura, permitiendo una gestión más eficiente de los nutrientes esenciales para el crecimiento de las plantas.

**Palabras claves:** Conductividad eléctrica, NPK, Salinidad, Fertilizantes, Identificación de sistemas.

## Abstract

The development of the proposal is directly aligned with the objectives of the research Project PGI3802ECBTI2024 "Characterization of electrical conductivity in relation to the amount of NPK fertilizer and its relationship with soil salinity" has the purpose of understanding in detail, different system identification techniques to represent the behavior of a saturated solution of NPK nutrients and its salinity, allowing to contribute to the knowledge and academic debate in this area. In order to model and estimate nutrient concentrations and salinity through pH, Electrical Conductivity and Temperature parameters.

The analysis of the behavior of electrical conductivity in NPK (Nitrogen, Phosphorus and Potassium) solutions involves the precise measurement of how conductivity varies at different concentrations of these nutrients. This monograph will analyze identification methods to evaluate NPK solutions in concentration ranges from 4 mg/mL to 20 mg/mL, with increments of 1 mg/mL. Using sensors and appropriate sampling techniques, electrical conductivity is measured to determine the relationship between the quantity of ions present and conductivity. This monograph allows mathematical models to be established that describe the behaviour of conductivity as a function of NPK concentration, pH and temperature. The accuracy of the measurements is ensured by proper calibration of the instruments and control of variables such as temperature and pH. The results obtained provide a solid basis for characterising soil quality and optimising the use of fertilisers in agriculture, allowing more efficient management of the nutrients essential for plant growth.

**Keywords:** Electrical conductivity, NPK, Salinity, Fertilizers, System identification.

## Tabla de Contenido

Introducción .....	12
Planteamiento del problema .....	14
Justificación .....	15
Objetivos .....	19
Objetivo general .....	19
Objetivos específicos .....	19
Marco Teórico .....	20
Fundamentos del NPK en la agricultura .....	20
Efecto del nitrógeno .....	23
Efecto del potasio .....	23
Efecto del fosforo .....	24
Composición y balance de soluciones .....	24
Conductividad Eléctrica – Fundamentos y Aplicaciones .....	26
Principios de la conductividad eléctrica .....	26
Conductividad eléctrica en soluciones .....	26
Relación entre la CE y la concentración de nutrientes en soluciones de NPK .....	29
Enfoque lineal .....	30
Enfoque pseudo-lineal (Inverso de Marion & Babcock) .....	30
Enfoque basado en coeficientes de difusión .....	30
Fuerza iónica y su relación con la CE .....	30
Factores que afectan la conductividad eléctrica .....	31
Concentración de sales y efectos de saturación .....	31
Efecto de la temperatura .....	31
Influencia del pH .....	33
Modelado de soluciones y transporte de nutrientes .....	34

Modelado de la conductividad en soluciones iónicas .....	34
Modelos de transporte de soluto .....	34
Difusión molecular .....	35
Convección o advección .....	35
Dispersión hidrodinámica.....	35
Interacciones químicas.....	35
Modelos matemáticos de transporte de solutos .....	35
Modelo de transporte en medios porosos (Richards y Convección-Dispersión) .....	37
Modelos basados en reacciones químicas .....	38
Aplicaciones prácticas en agricultura .....	41
Aplicaciones en la agricultura y la hidroponía .....	41
Optimización de la fertilización y modelación de soluciones NPK .....	42
Soluciones saturadas de NPK .....	43
Identificación de sistemas y técnicas de modelado .....	45
Fundamentos de identificación de sistemas .....	45
Etapas de la identificación .....	46
Técnicas de modelado lineales y no lineales .....	46
Modelos lineales .....	47
Modelos no lineales .....	47
Técnicas específicas de identificación de sistemas .....	48
Métodos de mínimos cuadrados (Least Squares - LS) .....	48
Métodos de espacio de estado (State-Space) .....	49
Identificación no lineal (NARMAX) .....	49
Métodos paramétricos .....	49
ARX y ARMAX .....	49

Restricciones de linealidad .....	50
Filtro de Kalman .....	51
Modelos no lineales .....	52
Redes neuronales y lógica difusa .....	52
Riesgos de sobreajuste .....	52
Requisitos de datos y calibración precisa .....	54
Máquinas de Soporte Vectorial (SVM) .....	54
Regresión Multivariante .....	56
Metodología, hipótesis y desarrollo del modelo híbrido .....	58
Metodología general .....	58
Formulación de hipótesis .....	59
Hipótesis explicativa .....	59
Hipótesis nula ( $H_0$ ) .....	59
Hipótesis alternativa ( $H_1$ ) .....	59
Supuestos teóricos .....	59
Métodos de modelación en la literatura .....	59
Modelos de correlación empírica .....	60
Modelos fisicoquímicos – Ecuaciones de equilibrio y dinámica de iones .....	63
Modelos de identificación de sistemas y caja gris .....	65
Modelos de aprendizaje automático .....	67
Redes neuronales artificiales .....	70
Integración de modelos – Enfoque híbrido .....	74
Integración con el documento de trabajo .....	74
Desarrollo del modelo híbrido .....	78
Etapa empírica (modelo base) .....	79
Etapa residual (modelo neuronal ANN) .....	79

Resultados y análisis de la simulación del modelo híbrido .....	81
Capacidad de modelado no lineal y físico .....	89
Implicaciones practicas .....	89
Código MATLAB – modelado híbrido de conductividad eléctrica en soluciones NPK.....	90
Relación con los ODS y pertinencia para la agricultura de precisión .....	93
Cronograma de actividades .....	95
Conclusiones .....	96
Referencias bibliografía .....	99

## Lista de Tablas

<b>Tabla 1</b> <i>Ventajas y Desventajas entre Modelos Lineales y no Lineales</i> .....	57
<b>Tabla 2</b> <i>Criterios Comparativos de Selección entre Técnicas de Identificación de Sistemas</i> .....	76
<b>Tabla 3</b> <i>Comparación Cuantitativa de los Modelos Empírico e Híbrido</i> .....	88

## Lista de Figuras

<b>Figura 1</b> <i>Influencia de los Fertilizantes NPK en la Dinámica del Potasio en el Suelo</i> .....	21
<b>Figura 2</b> <i>Dosificación de Fertilizantes Minerales NPK en la Dinámica del Potasio en el Suelo</i> .....	22
<b>Figura 3</b> <i>Curvas de Respuesta Individual y 3D de la Acumulación de Potasio Ante Variaciones</i> .....	23
<b>Figura 4</b> <i>Conductividad Eléctrica en Concentraciones de Nitrógeno</i> .....	27
<b>Figura 5</b> <i>Conductividad Eléctrica en Concentraciones de Fósforo</i> .....	28
<b>Figura 6</b> <i>Conductividad Eléctrica en Concentraciones de Potasio</i> .....	29
<b>Figura 7</b> <i>Efecto de la Temperatura en la Conductividad Eléctrica</i> .....	32
<b>Figura 8</b> <i>Fracción de Nutrientes Lixiviados Bajo la Zona Radicular</i> .....	36
<b>Figura 9</b> <i>Perfiles Simulados de N, P y K en el Suelo – Modelo Transporte</i> .....	37
<b>Figura 10</b> <i>Modelo de Actividad Iónica Aplicado a Nutrientes NPK</i> .....	39
<b>Figura 11</b> <i>Representación de un Sistema Dinámico con Entrada, Perturbación y Salida</i> ....	47
<b>Figura 12</b> <i>Modelado Lineal y no Lineal de NPK en Ambientes Salinos</i> .....	50
<b>Figura 13</b> <i>Relación Exponencial CE-Nutrientes</i> .....	53
<b>Figura 14</b> <i>Resultados del Modelo LS-SVR para los Elementos N, P y K</i> .....	54
<b>Figura 15</b> <i>Comparación del Desempeño del Modelo LS-SVR para N, P y K</i> .....	55
<b>Figura 16</b> <i>Conductividad Eléctrica en Cultivo de Lechuga con Nanocompuesto</i> .....	61
<b>Figura 17</b> <i>Relación Exponencial entre la Conductividad Eléctrica (CE) y la Concentración de Nutrientes</i> .....	62
<b>Figura 18</b> <i>Coeficientes de Actividad Media de Electrolitos Mixtos Multicapa</i> .....	64
<b>Figura 19</b> <i>Conductividad Eléctrica Aparente del Suelo vs. Fase Líquida</i> .....	66
<b>Figura 20</b> <i>ANN con dos capas ocultas</i> .....	68
<b>Figura 21</b> <i>Notación Abreviada de ANN Multicapa</i> .....	69
<b>Figura 22</b> <i>Estructura de una Red Neuronal</i> .....	71
<b>Figura 23</b> <i>Conductividad Eléctrica (EC) Observada y Predicha</i> .....	72

<b>Figura 24</b> <i>Arquitectura del Modelo Híbrido ANN para Predicción de CE</i> .....	80
<b>Figura 25</b> <i>Conductividad Eléctrica (CE) vs Temperatura para Diferentes Concentraciones NPK</i> .....	81
<b>Figura 26</b> <i>pH vs Temperatura – Datos Experimentales.</i> .....	83
<b>Figura 27</b> <i>Superficie de Predicción Híbrida de CE</i> .....	84
<b>Figura 28</b> <i>Superficie de Predicción del modelo híbrido para el pH</i> .....	85
<b>Figura 29</b> <i>Validación del Modelo para la Predicción de Conductividad Eléctrica (CE)</i> .....	86
<b>Figura 30</b> <i>Validación del Modelo Híbrido para la Predicción de pH</i> .....	87

## Introducción

La agricultura moderna requiere soluciones y estrategias innovadoras con el fin de lograr optimizar el uso de fertilizantes y a su vez reducir en gran manera el impacto ambiental que deriva de un exceso de sales en el suelo y agua. Es allí donde entendemos el papel fundamental que desempeñan los nutrientes en la optimización del crecimiento y desarrollo de los cultivos, por lo que encontrar sistemas para el análisis de la conductividad eléctrica en soluciones saturadas de NPK (nitrógeno, fosforo y potasio) es un área de gran interés e investigación en el entorno agrícola. Las soluciones de fertilizantes NPK son de gran importancia con el fin de mejorar la calidad y productividad de los suelos encargados de aportar nutrientes que generan un impacto significativo en el ciclo de vida de las plantas. Sin embargo, la composición y concentración de estas soluciones influyen de manera relevante en la conductividad eléctrica (CE) del medio, un factor clave cuya función es evaluar la disponibilidad de nutrientes y el estado general de la fertilización en tiempo real. Este tipo de análisis plantea desafíos técnicos específicos, ya que las soluciones tienden a alcanzar niveles de saturación y variar su comportamiento en diversas condiciones ambientales. La identificación de sistemas facilita enormemente el modelado y caracterización de sistemas complejos utilizando modelos de comportamiento de ecuaciones matemáticas. Desde este punto de vista el desarrollo de herramientas de monitoreo precisas es esencial en búsqueda de una retroalimentación continua que permitan realizar ajustes en la dosificación de nutrientes de acuerdo con las necesidades específicas de los cultivos y condiciones del suelo. La aplicación de la identificación de sistemas para el análisis de la conductividad en soluciones NPK implica el uso de técnicas avanzadas de procesamiento de señales, con el objetivo de desarrollar modelos predictivos robustos que se puedan integrar en sistemas embebidos de monitoreo agrícola. Estos sistemas se encargan de evaluar y ajustar la concentración de nutrientes en tiempo real, generando información precisa a los agricultores sobre el estado de fertilización y facilitando de forma oportuna las prácticas sostenibles y eficientes.

De acuerdo con lo anterior, la monografía en identificación de sistemas, a su vez contribuye con la optimización y el uso de recursos en la agricultura, encargándose de promover una gestión

responsable de los suelos al igual que una reducción en el impacto ambiental de la actividad agrícola. Esta investigación busca desarrollar un modelo que permita identificar y analizar el comportamiento de la conductividad eléctrica en soluciones saturadas de NPK, analizando y evaluando los factores que influyen en su variación y estableciendo una base para la implementación de sistemas de monitoreo inteligente en el ámbito agrícola.

### **Planteamiento del Problema**

El uso continuo de soluciones fertilizantes altamente concentradas, como las de NPK, ha ocasionado preocupación respecto al incremento de la salinidad del suelo y la afectación que esto causa en los cultivos sensibles. Sin embargo, la CE es utilizada como un indicador indirecto de salinidad para tener una correcta apreciación se requiere de modelos que comprendan la relación no lineal entre concentración y respuesta salina.

Ante la falta de modelos predictivos adecuados encontramos una limitación en la capacidad para establecer decisiones informadas en campo. De acuerdo con esto se hace necesario una herramienta analítica que nos permita prever los efectos de distintas formulaciones de NPK antes de realizar su aplicación.

## Justificación

El análisis de la conductividad eléctrica en soluciones saturadas de NPK es esencial y de gran importancia con el fin de mejorar el uso de fertilizantes en la agricultura. Si bien existe una demanda creciente de alimentos y la necesidad de adoptar prácticas agrícolas sostenibles hacen necesario el desarrollo de herramientas precisas que puedan gestionar la fertilización. Cuando se modela la conductividad eléctrica de estas soluciones se puede diseñar sistemas de riego y fertilización más eficientes, reduciendo costos y minimizando el impacto ambiental. La combinación de técnicas avanzadas de identificación de sistemas puede generar un marco metodológico que favorezca y guíe la agricultura de precisión y de esta manera promover el uso racional de recursos naturales.

Estudios realizados por Bustos Miranda, J. (2022). han demostrado que el modelado de sistemas puede capturar algunos comportamientos complejos en soluciones acuosas, sin embargo su aplicación a fertilizantes NPK sigue siendo ínfimo. Esta investigación contribuirá a cerrar esta brecha, con la propuesta de un enfoque novedoso que combina mediciones empíricas con identificación de sistemas con la intención de modelar el impacto salino. Este proyecto responde a una necesidad real del entorno agroindustrial de tener un mayor control y predicción sobre los efectos de sus insumos además de una reducción considerable en el impacto ambiental. Con el desarrollo de esta propuesta no solo se busca aportar una solución técnica avanzada, sino también contribuir a un modelo de agricultura más inteligente, sostenible y responsable, alineado con los compromisos globales en materia de desarrollo sostenible, seguridad alimentaria y uso eficiente de los recursos. En relación con los ODS, la monografía aportó de la siguiente manera:

## ODS 2 Hambre Cero

El modelo híbrido desarrollado impacta directamente en la lucha contra el hambre al optimizar dos factores clave de la producción de alimentos:

1. Optimización de la producción agrícola

El modelo predice con precisión ( $R^2 > 0.95$ ) la conductividad eléctrica en soluciones NPK, permitiendo ajustar la dosis exacta de fertilizantes. Esto se encarga de maximizar el rendimiento de los cultivos ya que evita de gran manera la subfertilización (que reduce la producción) como la sobrefertilización que genera estrés salino y toxicidad en las raíces.

2. Seguridad alimentaria sostenible

De acuerdo con esto al reducir la lixiviación de nutrientes y prevenir pérdidas de cosechas por desbalances nutricionales, el modelo:

Puede garantizar una oferta de alimentos más estable.

Disminuye en gran medida los costos de producción, haciendo los alimentos más accesibles.

Se encarga de proteger los suelos y fuentes hídricas para futuros ciclos productivos.

Este estudio sienta las bases para un modelo de agricultura de precisión que, al optimizar el uso de insumos críticos como los fertilizantes NPK, contribuye directamente a la seguridad alimentaria y al aumento sostenible de la productividad agrícola, los cuales son pilares fundamentales para alcanzar la meta de Hambre cero en Colombia y el mundo.

## ODS 4 - Educación de Calidad

El modelo híbrido creado se presenta como una herramienta educativa de gran importancia para la capacitación en ingeniería electrónica, agrícola y ambiental. Su implementación en MATLAB permite:

Introducir al estudiante en técnicas modernas de identificación de sistemas.

Integrar fundamentos físico-químicos con modelos de aprendizaje automático (ANN).

Comprender la complejidad de procesos asociados a la solución de nutrientes, y fomentar competencias en ciencia de datos y modelación computacional, esenciales en la educación superior contemporánea.

De esta manera, los hallazgos fortalecen significativamente los procesos de enseñanza-aprendizaje en instituciones educativas, facilitando de gran manera experiencias prácticas y simulaciones que cumplen con los lineamientos del ODS 4 al promover formación técnica y científica de alta calidad.

#### ODS 7 - Energía Asequible y no Contaminante

Teniendo en cuenta que el estudio no aborda directamente la generación energética, su impacto se relaciona con el ODS 7 a partir de dos aspectos clave:

Optimización del uso de recursos eléctricos en sistemas de riego inteligente, al contar con un modelo altamente preciso que predice la conductividad eléctrica, es posible ajustar la concentración de nutrientes sin realizar mediciones constantes, disminuyendo la demanda energética asociada al análisis continuo y al bombeo de soluciones.

Eficiencia en sistemas embebidos de baja potencia el modelo híbrido, pese a su complejidad conceptual posee un costo computacional moderado, lo que facilita su implementación en plataformas de consumo reducido como Raspberry Pi o microcontroladores avanzados. Esto genera soluciones de monitoreo con bajo impacto energético, alineadas con tecnologías sostenibles.

## ODS 9 - Industria, Innovación e Infraestructura

Innovación tecnológica mediante el uso de modelos híbridos avanzados para predicción precisa de propiedades fisicoquímicas.

Desarrollo de infraestructura digital agrícola, al proponer modelos que pueden integrarse en redes de sensores, plataformas IoT y sistemas SCADA para fertirrigación.

Fortalecimiento industrial gracias a la reducción de pérdidas por sobre fertilización y al diseño de herramientas que mejoran la eficiencia de los procesos agrícolas.

En el contexto colombiano, donde la agricultura es un sector estratégico, estas herramientas abren paso a una infraestructura inteligente que incrementa la competitividad y promueve la economía agrícola basada en datos.

## ODS 11 - Ciudades y Comunidades Sostenibles

La precisión alcanzada en las predicciones de conductividad eléctrica ( $R^2$  superior al 95%) facilita la toma de decisiones más informadas respecto el uso correcto de fertilizantes NPK, lo que ayuda de manera directa a reducir el efecto climático.

Reducción de emisiones indirectas por uso excesivo de fertilizantes, lo cual disminuye la liberación de óxidos de nitrógeno.

Disminución del consumo de agua, al permitir ajustar con precisión la concentración óptima en soluciones nutritivas.

Evita contaminación de suelos y fuentes hídricas derivada de descargas excesivas de sales.

El modelo híbrido es adaptable a agricultura urbana, sistemas de recirculación de nutrientes y diseños de invernaderos inteligentes, prácticas cada vez más necesarias para las ciudades sostenibles del futuro.

## **Objetivos**

### **Objetivo General**

Analizar diferentes técnicas de identificación de sistemas para representar con precisión el comportamiento de una solución saturada de nutrientes NPK y su salinidad, para contribuir al conocimiento y al debate académico en esta área.

### **Objetivos Específicos**

Identificar técnicas de identificación de sistemas adecuadas para modelar el comportamiento de soluciones de NPK, considerando sus efectos sobre la salinidad.

Evaluar las técnicas seleccionadas en la estimación de concentraciones de nutrientes y salinidad en función de parámetros como pH, conductividad eléctrica y temperatura.

Analizar simulaciones que describan la relación entre las concentraciones de nutrientes NPK, la salinidad, el pH, la conductividad eléctrica y la temperatura.

Contribuir al debate académico proporcionando análisis y resultados que puedan ser utilizados en investigaciones futuras sobre la salinidad y el manejo de nutrientes en soluciones de NPK.

## Marco Teórico

### Fundamentos del NPK en la Agricultura

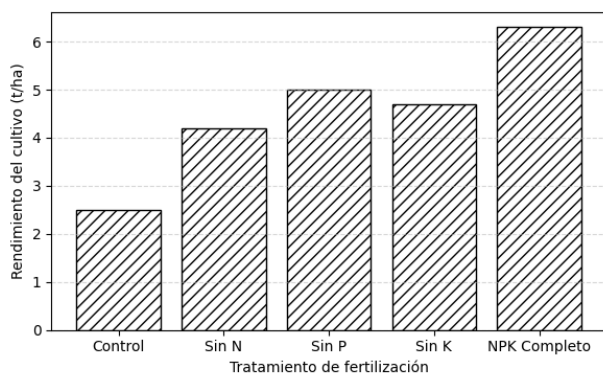
El NPK equivale a los tres nutrientes esenciales que las plantas más necesitan potasio (K), fósforo (P), y nitrógeno (N). El nitrógeno es responsable del crecimiento de las hojas, el fósforo ayuda a formar raíces y frutos, el potasio controla procesos fisiológicos vitales como la fotosíntesis y la transpiración. Cuando se aplican en forma de fertilizantes solubles, estos elementos se separan en iones que permanecen disponibles en el agua del suelo en los sistemas hidropónicos. Sin embargo, una excesiva concentración de sales provoca un aumento de la salinidad del medio, lo que dificulta la absorción de agua por parte de las raíces como consecuencia de la presión osmótica, es allí donde es de gran importancia hacer un seguimiento y modelar estas soluciones.

La concentración de nutrientes en el suelo genera cambios directos en la disponibilidad para las plantas. En específico, el potasio siendo un elemento cuya dinámica está vinculada no solo con la cantidad aplicada, sino también de la interacción con el material orgánico y la composición mineral del suelo. De este modo, una excesiva concentración de sales puede resultar en un aumento en la salinidad del entorno, dificultando de esta manera la absorción de agua por las raíces debido al incremento de la presión osmótica. De gran importancia entender cómo varían las disponibilidades de potasio bajo diferentes condiciones de fertilización. La Figura 1 ilustra claramente esta relación, teniendo como grupo base o testigo el tratamiento Control que tiene como característica principal la no inclusión de los componentes NPK, un ejemplo de ello sería cuando el cultivo crece únicamente con los nutrientes disponibles en el suelo original o ambiente, sin enriquecimiento adicional, esto serviría como referencia para determinar el incremento real que produce cada nutriente o la combinación de ellos. En este caso

ilustrando cómo las dosis de fertilizantes minerales afectan la dinámica del potasio en experimentos agrícolas de largo plazo.

### Figura 1

#### *Dinámica del Potasio en el Suelo Según Dosis de Fertilizantes Minerales*



*Nota.* Influencia de las dosis de fertilizantes minerales NPK, Elaboración propia, basado en datos tomados de la bibliografía Arbačas, J., Vaišvila, Z. J., Staugaitis, G., Žičkienė, L., Masevičienė, A., & Šumskis, D. (2023). <https://www.mdpi.com/2223-7747/12/21/3700>

Un tratamiento NPK completo puede generar un mayor rendimiento (6.3 t/ha), como se evidencia en la sinergia positiva entre los tres macronutrientes. Cuando se omite el nitrógeno (N) se produce la mayor reducción del rendimiento, seguida de la falta de fósforo y potasio. Esto contrasta con la función del nitrógeno como principal componente del crecimiento foliar y fotosintético (Lee, 2024).

Este comportamiento ha sido documentado ampliamente en estudios agronómicos que demuestran que los tres nutrientes deben mantenerse en equilibrio con el fin de establecer una producción óptima y sostenible (Winarso, 2022).

## Figura 2

### *Dosificación de Fertilizantes Minerales NPK*

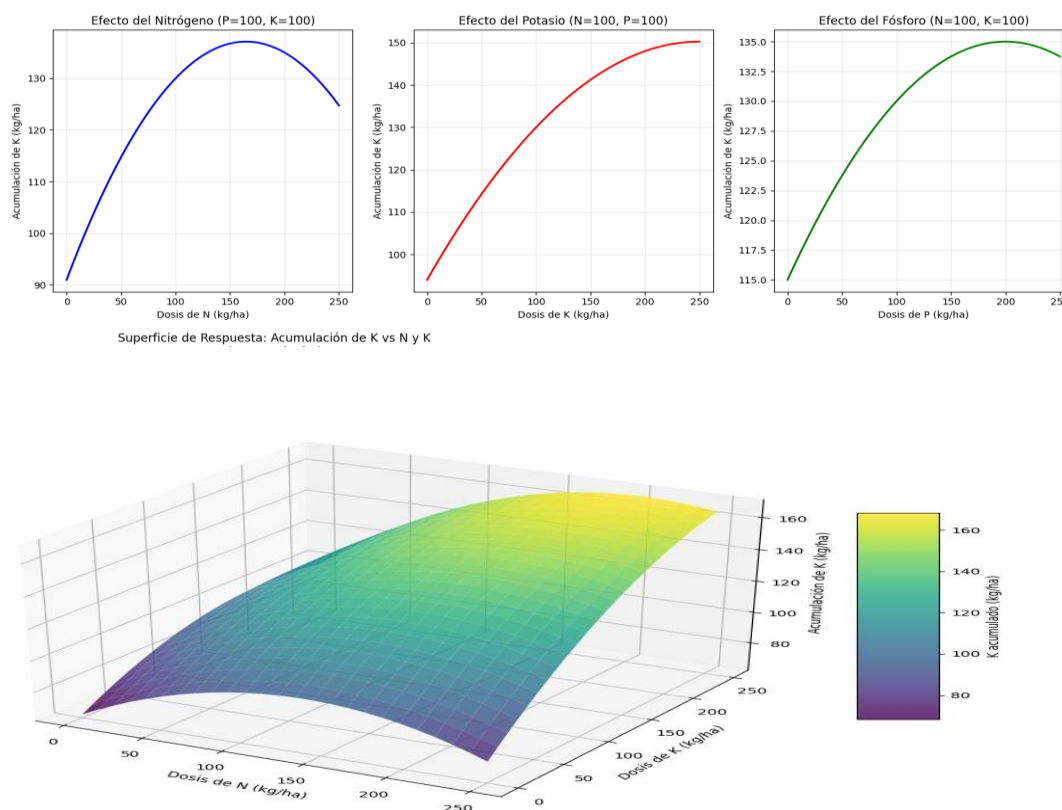
Equations $y=a_0+a_1N+a_2P+a_3K+a_4N^2+a_5P^2+a_6K^2+a_7NP+a_8NK+a_9PK$ parameters										R
$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$	$a_9$	
55,0	0.46*	0.14*	0.31*	-0.0017*	-0.0005	-0.0009*	0.0001	0.0009*	0.0005	0.96*
P										
	< $a_1$	< $a_2$	< $a_3$	< $a_4$	0.018	< $a_6$	0.494	< $a_8$	0.0017	$\leq 0.05$

*Nota.* Influencia de la dosificación de fertilizantes minerales NPK en la dinámica del potasio en el suelo, datos tomados de la bibliografía. Arbačiauskas, J., Vaišvila, Z. J., Staugaitis, G., Žičkienė, L., Masevičienė, A., & Šumskis, D. (2023). <https://www.mdpi.com/2223-7747/12/21/3700>

El comportamiento del potasio ante diferentes dosis de fertilizante facilita la valoración de su absorción y la respuesta real del cultivo. Este análisis es fundamental para prevenir tanto la falta como el exceso de potasio, fenómenos que pueden generar efectos negativos en la fisiología. Para apoyar esta comprensión, la Figura 2 de acuerdo con datos experimentales suministrados por el estudio "Influencia de las dosis y la proporción de fertilizantes minerales NPK en la dinámica del potasio en el suelo" muestran la dependencia de la acumulación de potasio ( $K_2O$ ) ( $kg\ ha^{-1}$ ) en los rendimientos de cultivos agrícolas con respecto a las dosis de fertilizante NPK ( $kg\ ha^{-1}$ ) y su interacción. La tabla base registra los valores de energía metabolizable anual promedio o acumulación de K, expresados en función de combinaciones de nutrientes aplicados al suelo. Cada nivel de fertilización nitrogenada ("norte") se acompañó de distintas dosis de potasio, lo que permitió observar el comportamiento combinado de los nutrientes.

**Figura 3**

*Curvas de Respuesta Individual y 3D de la Acumulación de Potasio Ante Variaciones en NPK*



*Nota.* Curvas de respuesta individual y 3D, Elaboración propia, basado en los datos de la Figura 2, (2025)

Esta figura representa de manera independiente y combinada, la influencia de NPK sobre la respuesta de acumulación de potasio. Las tres curvas individuales muestran el efecto de cada nutriente cuando los otros dos se mantienen constantes:

- *Efecto del Nitrógeno:* La acumulación de K aumenta con la dosis de N hasta un punto óptimo ( $\approx 150$  kg/ha), después del cual se observa un descenso, evidenciando un comportamiento de saturación típico de los términos cuadráticos.
- *Efecto del Potasio:* Es la curva con mayor pendiente positiva y la de respuesta más fuerte, confirmando que el  $K_2O$  es el nutriente que más directamente promueve la acumulación de potasio en planta. Presenta una tendencia ascendente sostenida hasta niveles

altos.

- *Efecto del Fósforo:* Similar al nitrógeno, muestra un incremento inicial seguido de un máximo y un leve descenso posterior, lo que indica que el fósforo potencia la absorción de potasio, pero también tiene un límite fisiológico de efectividad.

Finalmente, la superficie de respuesta 3D ofrece una representación general del sistema y permite identificar la región donde la combinación de N y K maximiza la acumulación de potasio. La superficie presenta una forma convexa ascendente, con una meseta en las dosis más altas, lo cual coincide con la biología del cultivo y los principios de nutrición vegetal, los nutrientes mejoran la respuesta hasta cierto punto, después del cual el incremento adicional no genera beneficios significativos.

En conjunto, los datos y las gráficas obtenidas describen de forma integrada la dinámica nutricional del cultivo y permiten identificar zonas óptimas de fertilización, mostrando tanto el papel fundamental del potasio como la interacción positiva entre N, P y K en la acumulación de este nutriente esencial.

### **Composición y Balance de Soluciones**

Las soluciones se caracterizan por formar mezclas acuosas que están compuestas por iones esenciales que tienen por labor el crecimiento vegetal. Estos nutrientes primarios NPK componen la base de estas soluciones, que a su vez se complementan con elementos secundarios. Ca, Mg, S (Calcio, Magnesio y Azufre) micronutrientes. Es de gran importancia realizar una correcta formulación de dichas soluciones con el fin de optimizar el rendimiento de los cultivos.

El estudio de estas soluciones requiere herramientas que puedan simular el comportamiento dinámico, particularmente la variación de su conductividad eléctrica (CE) en función de la composición iónica. De acuerdo con esto, se recurre al uso de técnicas de

identificación de sistemas ampliamente utilizadas en ingeniería y que permiten la representación de procesos complejos mediante modelos matemáticos ajustados a datos experimentales.

La estructura ideal de una solución nutritiva debe conservar un balance entre cationes y aniones. Según (Steiner, AA 1961), deben existir vínculos óptimos entre iones que deben mantenerse para un pH adecuado de 6,5 y una conductividad eléctrica (CE) de 2 dS/m. Este marco teórico cubre los fundamentos del NPK, su relación con la CE y la salinidad como también las técnicas adecuadas de identificación de sistemas que se pueden aplicar al entorno agrícola.

## **Conductividad Eléctrica – Fundamentos y Aplicaciones**

### **Principios de la Conductividad Eléctrica**

La conductividad eléctrica (CE) se caracteriza por formar parte de una propiedad fisicoquímica que se encarga de medir la capacidad que tiene una solución para conducir corriente eléctrica, de acuerdo con la concentración total de iones disueltos. En el ámbito agrícola, la CE se comporta como una señal indirecta de la salinidad de las soluciones y del suelo, formando un parámetro esencial para el control de la fertirrigación y el monitoreo ambiental.

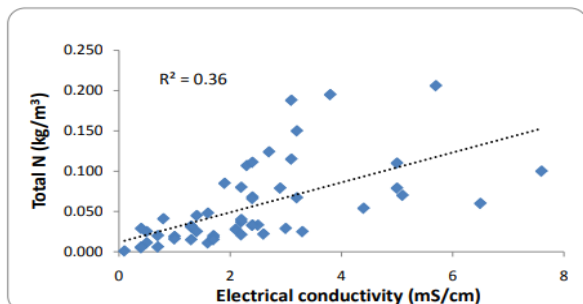
La conductividad eléctrica ( $\mu\text{S}/\text{cm}$  o  $\text{mS}/\text{cm}$ ) mide la capacidad de una solución para conducir electricidad, lo cual está directamente relacionado con la concentración de iones disueltos en soluciones nutritivas utilizadas en agricultura, la conductividad eléctrica es un indicador de la cantidad de fertilizante disponible para las plantas (Marschner, 2012).

### **Conductividad Eléctrica en Soluciones**

Estudios previos han demostrado que la conductividad eléctrica varía de manera no lineal con la concentración de NPK debido a efectos de interacciones iónicas y disociación de sales. El conocimiento en la nutrición vegetal ha evolucionado en el tiempo, investigaciones han demostrado, que las plantas vegetales absorben los minerales esenciales por medio de iones inorgánicos disueltos en el agua. Los minerales principales de una solución nutritiva son los siguientes: nitrógeno, potasio, fósforo, calcio, magnesio, azufre, hierro, manganeso, zinc, boro, cobre, silicio y molibdeno. Bustos, J (2022).

## Figura 4

### *Conductividad Eléctrica en Concentraciones de Nitrógeno*



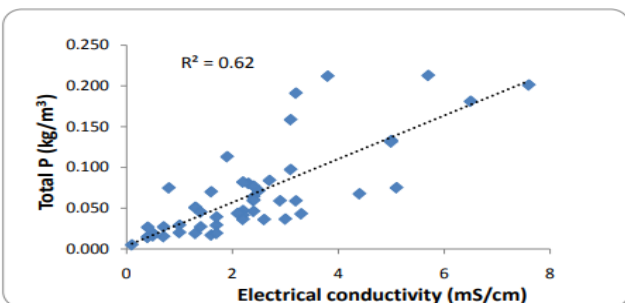
*Nota.* Correlación directa entre la conductividad eléctrica y el nitrógeno, tomado de rapid on-farm method of estimating NPK content of effluents for land application. Massey University. Longhurst, B., & Nicholson, B. (2011).

[https://flrc.massey.ac.nz/workshops/11/Manuscripts/Longhurst\\_2011.pdf](https://flrc.massey.ac.nz/workshops/11/Manuscripts/Longhurst_2011.pdf)

- La cantidad de nitrógeno en las soluciones de nutrientes afecta de manera notable la conductividad eléctrica del sistema como resultado del nivel de disociación de los iones del compuesto. Un incremento continuo en esta variable cambia la movilidad de los iones involucrados, incrementando la conductividad hasta alcanzar niveles de saturación. Para evidenciar el comportamiento del sistema frente al nitrógeno, la Figura 4 muestra la tendencia de la conductividad eléctrica a medida que la concentración de este nutriente se incrementa. Únicamente el 36% de la variación en el Total N ( $\text{kg/m}^3$ ) puede atribuirse a la variación en la "Conductividad eléctrica del sistema". El otro 64% restante de la variación se debe a otros factores que no se consideran en esta relación.

## Figura 5

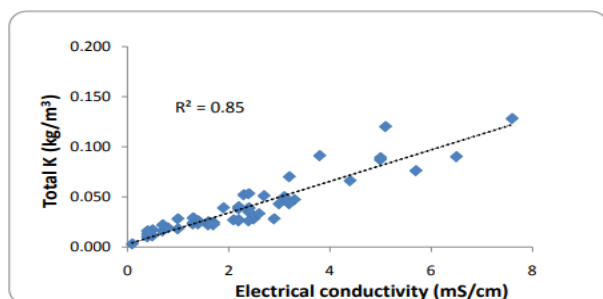
### *Conductividad Eléctrica en Concentraciones de Fosforo*



*Nota.* Correlación directa entre la conductividad eléctrica y el fosforo, tomado de rapid on-farm method of estimating NPK content of effluents for land application. Massey University. Longhurst, B., & Nicholson, B. (2011).

[https://flrc.massey.ac.nz/workshops/11/Manuscripts/Longhurst\\_2011.pdf](https://flrc.massey.ac.nz/workshops/11/Manuscripts/Longhurst_2011.pdf)

- A diferencia del nitrógeno, los compuestos fosfatados muestran un tipo de disociación diferente, lo que genera un comportamiento específico de la conductividad eléctrica a medida que su concentración aumenta. Entender esta variación ayuda a mejorar los modelos matemáticos y ajustar mejor las condiciones experimentales. La Figura 5 ilustra la evolución de la conductividad eléctrica en función del aumento progresivo del fósforo, en donde  $R^2 = 0.62$  indica una relación moderadamente fuerte y potencialmente útil para predicciones prácticas entre la conductividad eléctrica y el contenido total de nitrógeno, sin embargo 38% sin explicar teniendo en cuenta que existe una porción significativa de variación que depende de otros factores como el pH, materia orgánica, temperatura, etc.

**Figura 6***Conductividad Eléctrica en Concentraciones de Potasio*

*Nota.* Correlación directa entre la conductividad eléctrica y el potasio, tomado de rapid on-farm method of estimating NPK content of effluents for land application. Massey University. Longhurst, B., & Nicholson, B. (2011).

[https://flrc.massey.ac.nz/workshops/11/Manuscripts/Longhurst\\_2011.pdf](https://flrc.massey.ac.nz/workshops/11/Manuscripts/Longhurst_2011.pdf)

- El potasio, siendo un catión de alta movilidad, tiende a provocar aumentos importantes en la conductividad eléctrica del medio. No obstante, cuando se encuentra en altas concentraciones puede manifestar comportamientos no lineales como resultado de interacciones entre iones y variaciones en la actividad del agua. Con el fin de ilustrar este fenómeno, la Figura 6 muestra como varia la conductividad eléctrica en relación con la concentración de potasio en solución, donde  $R^2 = 0.85$  esto representa una relación muy fuerte y altamente confiable entre las variables, lo que hace a la conductividad eléctrica un indicador muy útil para predecir la variable objetivo en este contexto específico.

### **Relación entre la CE y la Concentración de Nutrientes en Soluciones de NPK**

Las soluciones fertilizantes de NPK se caracterizan por contener sales que al disolverse en agua se ionizan en cationes y aniones. Los iones facilitan la conducción de corriente eléctrica en la solución, lo que se mide como conductividad eléctrica (CE) en unidades de dS/m (decisiemens por metro) o mS/cm (milisiemens por centímetro).

La relación entre la CE y la concentración de nutrientes es directa, a mayor concentración de NPK existe mayor CE y entre menor concentración de NPK encontramos una menor CE. Sin

embargo, este comportamiento no es lineal, ya que depende de la disociación iónica, la temperatura y la interacción entre iones en la solución.

A continuación, veremos los tipos de métodos para calcular la CE de acuerdo con la composición iónica. Podemos distinguir tres enfoques:

*Enfoque lineal.* Tiene la función de crear un vínculo directamente proporcional entre la fuerza iónica (I) de la solución, y la CE de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$CE \left( \frac{\mu S}{cm} \right) = 6.2 * 10^4 * I \text{ (mol/L)}$$

*Enfoque Pseudo-Lineal (Inverso de Marion & Babcock).* Facilita ligeras desviaciones en relación con la linealidad, conservando una estructura matemática sencilla.

*Enfoque Basado en Coeficientes de Difusión.* Se destaca por ser un método más preciso que se encarga de las características particulares de difusión de cada ion, mostrando como resultado más exactitud, especialmente en soluciones con composiciones un poco complejas.

### **Fuerza Iónica y su Relación con la CE**

Precisamente, existe un vínculo entre la concentración de iones y la conductividad (CE), se puede gestionar teniendo en cuenta el concepto de fuerza iónica (I), que se encuentra definida por la siguiente ecuación (Debye & Hückel, 1923).

$$I = \frac{1}{2} \sum_j m_j z_j^2$$

Se puede destacar que  $m_j$  es la concentración molar del ion  $j$ , y  $z_j$  su respectiva carga eléctrica.

Podemos apreciar el conjunto de interacciones iónicas existentes que componen un régimen de solución, estas en forma de asociación, participan en la actividad de los iones y la conductividad eléctrica del sistema.

## **Factores que Afectan la Conductividad Eléctrica**

### **Concentración de Sales y Efectos de Saturación**

La conductividad eléctrica (CE) indica la capacidad de una solución para conducir la corriente eléctrica. En el caso de soluciones fertilizantes como las de NPK (nitrógeno, fósforo y potasio), la CE se convierte en un parámetro crucial para el monitoreo y la gestión de nutrientes en la agricultura. Esta conductividad depende de la concentración y el tipo de iones presentes en la solución

De los principales factores que varían la (CE) es la concentración de sales disueltas. Ya que a medida que aumenta la concentración de iones, por ejemplo  $\text{NO}_3^-$ ,  $\text{H}_2\text{PO}_4^-$ ,  $\text{K}^+$ . De igual manera afecta la capacidad de la solución para conducir electricidad, el aumento no siempre es lineal, especialmente en altas concentraciones donde la saturación y las interacciones iónicas pueden afectar la movilidad de los iones.

La CE se incrementa en forma gradual con la adición de sales como el nitrato ( $\text{NO}_3^-$ ), fosfato ( $\text{PO}_4^{3-}$ ), potasio ( $\text{K}^+$ ) y otros iones consignados en los fertilizantes NPK. Existe una cierta limitación a esta relación, particularmente en soluciones saturadas o en condiciones de alta salinidad donde, efectos como la formación de complejos iónicos o la disminución de la movilidad de los iones debido a la viscosidad del medio, pueden predominar.

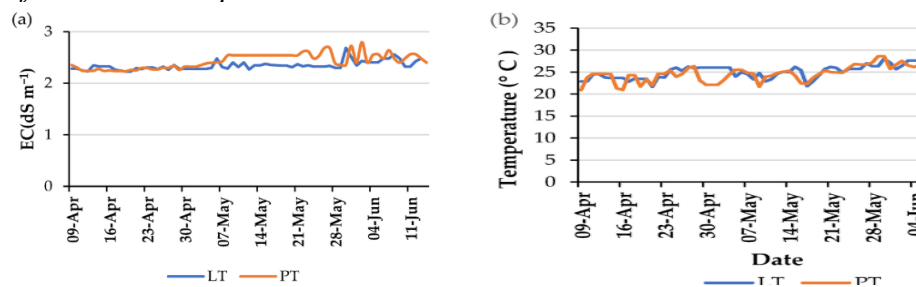
### **Efecto de la Temperatura**

Otro factor importante es la temperatura teniendo en cuenta que a mayor temperatura las moléculas de agua se desplazan con mayor velocidad lo que facilita la movilidad de los iones y así mismo el incremento de la (CE) por consiguiente las mediciones de conductividad se deben corregir normalmente a una temperatura estándar de 25°C. (Soil, K. 1996).

La temperatura afecta directamente la movilidad de los iones, la viscosidad del medio y la tasa de disociación de los solutos, siendo así un factor clave en la evaluación de la conductividad eléctrica. Los cambios en la temperatura pueden provocar variaciones significativas incluso sin cambios en la concentración de nutrientes. Para evidenciar este efecto, la Figura 7 representa el comportamiento de la conductividad eléctrica a diferentes rangos de temperatura. Donde LT (Tratamiento Ligero) se puede referir a una condición con menor intensidad de riego, fertilización, salinidad o simplemente intervención. Mientras que PT (Tratamiento Principal o Intensivo) Podría indicar un tratamiento más agresivo o estándar, con mayor aplicación de insumos.

### Figura 7

#### *Efecto de la Temperatura en la Conductividad Eléctrica*



*Nota.* Salinidad y caudales de la solución nutritiva en la biometría de la coliflor en un sistema hidropónico NFT, tomado de Soares, L. T., Machado, E. C., Silva, R. F., Alves, C. O., & Santos, C. H. B. (2015).

<https://www.scielo.br/j/rbeaa/a/jvj6GjHCXg3v9bGmLkrmFHN/?format=html&lang=en>

De acuerdo con la figura anterior podemos observar cómo la temperatura de la solución nutritiva (por ejemplo 18 °C vs 28 °C) afecta la CE de la solución a lo largo del tiempo. Cuando existe una temperatura más alta reduce la viscosidad del líquido, esto se encarga de incrementar la movilidad iónica y por ende la CE tiende a subir si la concentración de sales es la misma.

Este factor es importante para modelar la CE en soluciones saturadas de NPK, ya que la temperatura actúa como variable auxiliar que altera la conductividad sin cambiar la concentración de nutrientes. Un cambio de unos pocos grados puede modificar la CE, lo que

implica que un modelo de caja gris eficaz debe considerar la temperatura como variable de ajuste.

### **Influencia del pH**

Un componente de gran relevancia es el pH de la solución, ya que tiene la capacidad de generar una especiación de ciertos nutrientes. Por ejemplo, el fósforo se puede hallar en distintas formas como ( $\text{H}_2\text{PO}_4$ ,  $\text{HPO}_4^{2-}$ ) depende del pH, y resaltando que cada especie tiene una diferente capacidad para conducir electricidad. Es de destacar que un pH muy bajo o alto puede facilitar reacciones químicas que precipiten algunos nutrientes y de esta manera reducir la concentración iónica y la CE. (Sposito, G. 2008).

Desde el plano agronómico, mantener la CE dentro de rangos óptimos es de gran importancia para evitar problemas como el estrés salino, el cual provoca un crecimiento radicular exagerado, de igual manera sucede con la absorción de agua y la fotosíntesis ocasionando que se alteren. Empezar un análisis y modelar la CE en soluciones nutritivas lo planifica de manera más eficiente y sustentable.

## **Modelado de Soluciones y Transporte de Nutrientes**

### **Modelado de la Conductividad en Soluciones Iónicas**

Investigaciones recientes han aplicado modelos matemáticos para describir la relación entre la conductividad y la concentración de iones en soluciones acuosas. Los modelos empíricos ajustan ecuaciones polinómicas o exponenciales a los datos experimentales, mientras que los modelos fisicoquímicos consideran la movilidad iónica y las interacciones en el medio.

Propiedad fundamental que muestra la capacidad de una solución para la conducción de corriente eléctrica. Esta propiedad depende directamente de la presencia de iones libres, su movilidad y concentración en el medio. Modelar el comportamiento de la conductividad en estas soluciones es esencial en campos como el tratamiento de aguas, la agricultura, la electroquímica y nutrición vegetal porque permite predecir cómo se comportarán diversas mezclas de sales en condiciones variables.

Una solución iónica conduce electricidad por que los iones positivos (cationes) y negativos (aniones) se desplazan bajo la influencia de un campo eléctrico. Entre mayor sea la concentración y desplazamiento de los iones, mayor será la conductividad eléctrica (CE). (Sposito, G. 2008).

Además de ayudar a comprender los fenómenos fisico-químicos fundamentales, el modelo de conductividad en soluciones iónicas también es una herramienta útil para el control de calidad de soluciones nutritivas, el diseño de sensores y el monitoreo de procesos industriales. Este tipo de modelo vincula la teoría química con aplicaciones tecnológicas que afectan directamente a sectores importantes como la agricultura y el medio ambiente.

### **Modelos de Transporte de Solutos**

La manera en que los solutos se mueven a través de líquidos o sólidos es un fenómeno

clave en muchos sectores, incluyendo la agricultura, la ingeniería ambiental y la hidroponía. En el entorno de soluciones saturadas de NPK (Nitrógeno, Fósforo y Potasio) y su salinidad, estos modelos permiten predecir cómo se distribuyen los nutrientes en el agua y de qué manera afectan la conductividad eléctrica (CE).

El transporte de solutos en una solución se puede realizar a través de diferentes mecanismos, como los siguientes:

*Difusión Molecular.* Es un proceso a través del cual las moléculas de una sustancia se moverán espontáneamente de regiones de alta concentración a baja concentración debido al movimiento térmico aleatorio de las partículas.

*Convección o Advección.* Estos son los mecanismos responsables del transporte de materia, como el calor o la energía asociada con el movimiento de solutos causado por el flujo del fluido, por ejemplo, el rendimiento del agua en los sistemas de riego.

*Dispersión Hidrodinámica.* Es la propagación de un soluto en un fluido como resultado de la advección, la difusión molecular y los caminos de flujo irregulares (dispersión mecánica). Es de gran importancia para modelar el transporte de contaminantes, nutrientes y solutos en sistemas naturales. Una combinación de difusión y advección donde los solutos están más uniformemente distribuidos dentro del flujo. Bear, J. (1972).

*Interacciones Químicas.* Son procesos por medio de los cuales dos o más sustancias se relacionan a nivel molecular y atómico, lo que genera un cambio en su estructura, estado o propiedades. Dichas reacciones químicas entre solutos podrían variar su movilidad y disponibilidad en el medio.

### **Modelos Matemáticos de Transporte de Solutos**

Es de resaltar que uno de los modelos más utilizados para explicar el transporte de

solutos es la ecuación de advección-difusión representada de la siguiente forma:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + v \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - R(C)$$

$C$  → Concentración del soluto (mg/L)

$t$  → Tiempo (s)

$v$  → Velocidad del flujo (m/s)

$x$  → Distancia (m)

$D$  → Coeficiente de difusión ( $m^2/s$ )

$R(C)$  representa reacciones químicas o procesos de adsorción

La ecuación del modelo anterior nos permite entender cómo los nutrientes se mueven en soluciones acuosas y su relación con la conductividad eléctrica. Bear, J. (1972)

Un estudio titulado “*Modelado del transporte de fertilizantes para varios escenarios de fertirrigación bajo riego por goteo.*” Utiliza el software de elementos finitos HYDRUS-2D/3D para simular el movimiento de fertilizantes incluyendo nitrógeno, fósforo y potasio. El modelo resuelve la ecuación de Richards para flujo de agua y la ecuación de advección–dispersión para el transporte de solutos (incluyendo  $K^+$ ).

### Figura 8.

#### *Fracción de Nutrientes Lixiviados Bajo la Zona Radicular*

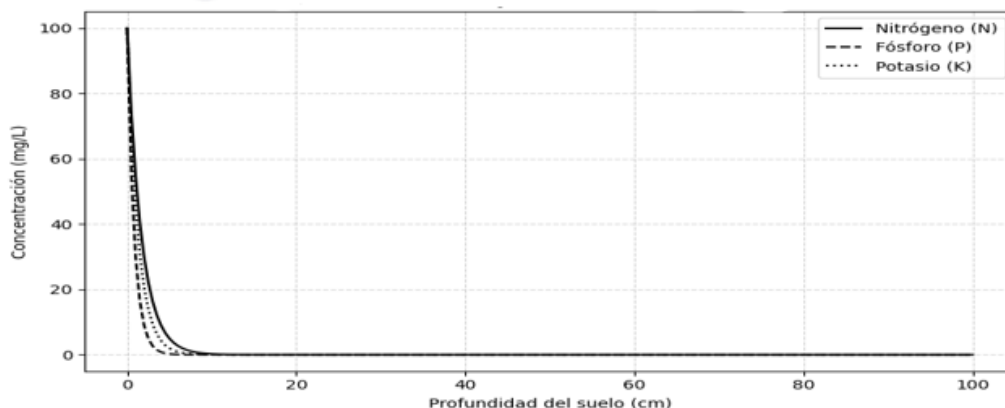
Tipo de suelo	Estrategia de fertirrigación	DI			SDI con profundidad de emisor de 10 cm			SDI con profundidad de emisor de 20 cm		
		K	PAG	norte	K	PAG	norte	K	PAG	norte
Arena	do	24.4	26.4	32.7	32.7	36.2	34.0	49.98	52.61	43.30
	mi	23.7	25.8	31.9	32.6	36.2	34.2	50.05	52.73	43.34
	METRO	24.6	26.6	33.0	33.6	37.0	35.0	51.23	53.49	44.41
	B	24.9	26.8	33.1	31.9	35.3	32.9	49.3	51.6	42.2
arena franca	do	13.8	15.1	27.7	22.1	25.1	28.7	40.2	42.8	36.3
	mi	13.3	14.6	27.2	22.2	25.4	28.9	40.1	43.2	36.5
	METRO	13.8	15.1	27.8	22.5	25.6	29.1	40.7	43.1	36.7
	B	14.2	15.5	28.2	21.9	24.5	27.7	39.9	42.2	35.7
Franco arenoso	do	7.7	10.1	24.4	15.9	20.1	26.3	35.7	39.0	35.4
	mi	7.4	9.8	23.9	16.0	20.4	26.7	35.6	39.3	35.5
	METRO	7.7	10.2	24.4	16.1	20.3	26.6	35.9	39.1	35.5
	B	8.0	10.5	24.9	15.6	19.7	25.6	35.9	38.9	35.1

*Nota.* Porcentaje de potasio, fósforo y nitrógeno acumulados debajo de la zona de máxima densidad radicular como fracción del total de potasio, fósforo y nitrógeno añadidos, respectivamente, tomado de Elasbah, R., Selim, T., Mirdan, A. y Berndtsson, R. (2019).

<https://www.mdpi.com/2073-4441/11/5/893>

**Figura 9**

*Perfiles Simulados de N, P y K en el Suelo – Modelo Transporte*



*Nota.* Perfiles de movilidad de nutrientes: distribución vertical de NPK en el suelo, elaboración propia, basado en datos de la figura 8 (2025).

### **Modelo de Transporte en Medios Porosos (Richards y Convección-Dispersión)**

Este modelo de transporte de agua y solutos en medios porosos, como suelos y acuíferos es clave en procesos naturales y aplicados como el riego agrícola, la filtración de contaminantes o el movimiento de fertilizantes. Para describir estos fenómenos, se han desarrollado modelos matemáticos para simular el comportamiento del agua y los solutos a medida que interactúan con las partículas del medio.

El modelo de Richards describe el movimiento del agua en suelos no saturados es decir, suelos donde no todos los poros están llenos de agua. Este modelo integra las leyes de Darcy para el flujo de fluidos y la ecuación de continuidad para la conservación de la masa de agua. A diferencia del caso saturado, aquí la conductividad hidráulica y la capacidad de retención del suelo aumentan y disminuyen con el contenido de humedad, lo que hace que la ecuación sea no lineal. Su aplicación es fundamental para entender los procesos de infiltración de agua de lluvia o de riego dentro del perfil del suelo, lo que puede afectar la disponibilidad de agua para las

plantas como también el potencial transporte de contaminantes.

El modelo de Convección-Dispersión (CDE) se utiliza para describir cómo ciertos solutos como nutrientes, sales o contaminantes son transportados a través del agua en medios porosos. Este modelo tiene dos procesos principales advección, que es el transporte del soluto por el flujo de agua y dispersión que es la propagación del soluto debido a la heterogeneidad del flujo y la difusión molecular. CDE se caracteriza por predecir cómo se moverá una sustancia a lo largo del tiempo y el espacio, lo cual es de suma importancia para optimizar estrategias de fertilización o predecir la intrusión de contaminantes en acuíferos.

En conjunto, este tipo de modelos y ecuaciones proporcionan una descripción más realista del comportamiento del agua y los solutos en sistemas naturales. Cuando se combinan ofrecen herramientas poderosas para simular escenarios agrícolas, ambientales o industriales que permiten tomar decisiones informadas para la gestión sostenible de los recursos de agua dulce y la calidad del suelo.

$$\theta \frac{\partial C}{\partial t} + v \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \lambda C$$

En la ecuación anterior  $\theta$  es la porosidad del suelo y  $\lambda$  es un coeficiente de degradación. Dicho modelo es útil para predecir la lixiviación de fertilizantes en el suelo y su impacto ambiental. Leij, F. J., & Toride, N. (1997).

### **Modelos Basados en Reacciones Químicas**

Estos modelos pueden complementarse con ecuaciones que describan la disociación iónica de los nutrientes, como la ecuación de Debye-Hückel, que se encarga de ajustar la conductancia de los iones en función de la fuerza iónica de la solución.

$$I = \frac{1}{2} \sum_j m_j z_j^2$$

$I \rightarrow$  Fuerza iónica (mol/L)

$\rightarrow$  Es una medida de la concentración total de iones en una solución.

$m_j \rightarrow$  Concentración molar del ion  $j$  (mol/L)

$\rightarrow$  Representa la cantidad de moles del ion  $j$  en un litro de solución.

$z_j \rightarrow$  Carga del ion  $j \rightarrow$  Carga eléctrica del ion (por ejemplo, +1 para  $\text{Na}^+$  o  $-2$  para  $\text{SO}_4^{2-}$ ).

$\sum_j$

$\rightarrow$  Suma sobre todos los iones presentes en la solución: Indica que se suman los efectos de todos los iones en la solución.

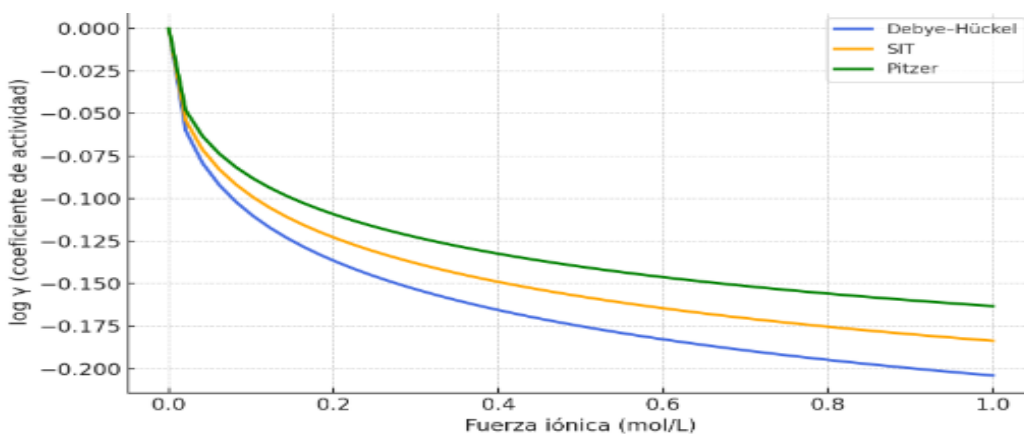
$\frac{1}{2}$

$\rightarrow$  Factor de ajuste

$\rightarrow$  Se incluye para calcular correctamente la influencia de todas las especies iónicas en la solución.

## Figura 10

Modelo de Actividad Iónica Aplicado a Nutrientes NP



*Nota.* Comparación de modelos de actividad iónica aplicados a nutrientes NPK, elaboración propia basado en datos teóricos tomados de Debye & Hückel (1923).

<https://www.scirp.org/journal/paperinformation?paperid=87306>

En el estudio de soluciones nutritivas y sistemas fertilizantes que contienen los macronutrientes primarios NPK (Nitrógeno, Fósforo y Potasio), la predicción precisa del comportamiento iónico es fundamental para optimizar su eficiencia y disponibilidad. Sin embargo, predecir este comportamiento con exactitud en un amplio rango de concentraciones representa un desafío. Teniendo en cuenta que para abordarlo, se han desarrollado distintos modelos teóricos y semi-empíricos, cada uno con un dominio de aplicabilidad diferente. Entre

los más utilizados se encuentran el modelo clásico de Debye-Hückel, apropiado para disoluciones, la teoría de interacción iónica específica (SIT), que extiende su aplicabilidad a concentraciones moderadas y la más compleja y comprehensiva ecuación de Pitzer, que puede manejar fuerzas iónicas elevadas. Para comprender este efecto la figura 10 presenta una comparación sistemática del desempeño de estos tres modelos al ser aplicados a una solución con nutrientes NPK. El objetivo es visualizar cómo cada modelo predice la variación del logaritmo del coeficiente de actividad en función del aumento de la fuerza iónica, permitiendo así identificar los límites de aplicabilidad de cada uno y seleccionar el más adecuado para condiciones específicas en el manejo agronómico y la formulación de fertilizantes.

## Aplicaciones Prácticas en Agricultura

### Aplicaciones en la Agricultura y la Hidroponía

Los agricultores modernos necesitan entender la dinámica del agua y los nutrientes en el suelo o en soluciones acuosas para mejorar la eficiencia, la sostenibilidad y la productividad de los cultivos. Richards ha desarrollado un modelo para el movimiento del agua en suelos no saturados y hay otro llamado Convección-Dispersión que se aplica al transporte de solutos. Ambos modelos son muy útiles para la optimización de recursos y la minimización de impactos ambientales. Son especialmente útiles en los sistemas de agricultura tradicional y en tecnologías emergentes como la hidroponía.

En la agricultura convencional, estos modelos ayudan a estimar cómo el agua de riego se infiltra y distribuye dentro del perfil del suelo. El modelo simula cómo evoluciona la humedad del suelo con la profundidad del suelo a lo largo del tiempo y ayuda en el diseño de estrategias de riego adaptadas al cultivo y tipo de suelo. Así mismo, en la aplicación de fertilizantes, el modelo de Convección-Dispersión estima el movimiento y la tasa de transporte de nutrientes NPK de nitrógeno, fósforo y potasio hacia las raíces, y su posible pérdida a través de la lixiviación. Esta información ayuda a controlar el uso excesivo de insumos mientras se utilizan aguas subterráneas sin el riesgo de contaminarlas.

Los sistemas hidropónicos donde las plantas crecen sin suelo y se alimentan de soluciones nutritivas, también tienen modelos que son de gran ayuda. Para este caso, los principios del modelo de Convección-Dispersión permiten con un razonable grado de certeza predecir la distribución de los nutrientes en los canales o tanques garantizando una óptima y homogénea concentración en las raíces. También monitorean el comportamiento de la solución nutritiva en relación con la temperatura, flujo, o absorción de nutrientes por las plantas. De esta

manera se logra tener un entorno controlado de eficiencia del sistema y rendimiento máximo.

Con ambos enfoques se pueden responder preguntas como: ¿cuánto y en qué momento se debe realizar el riego?, ¿cuánto y en qué momento se debe aplicar el fertilizante?, o ¿qué tan homogénea es la distribución de los nutrientes en un sistema hidropónico?

### **Optimización de la Fertilización y Modelación de Soluciones NPK**

En la agricultura hoy en día el cuidado en el uso de los fertilizantes desde el punto de vista económico y ambiental resulta clave para equilibrar el impacto productivo y ambiental. Es cotidiano el uso de fertilizantes NPK complejos, que aportan nitrógeno (N), fósforo (P) y potasio (K); sin embargo, su excesivo uso puede salinizar el suelo, contaminar fuentes hídricas o incluso, incurrir en gastos inútiles. Por este motivo, es urgente el desarrollo e implementación de modelación para optimizar el uso de estos recursos, así como el control de salinidad y monitoreo de la calidad del agua. Fageria, N. (2011).

La optimización de la fertilización se refiere a la sobre aplicación, no existe una única aplicación correcta y puede variar dependiendo la época del año bajo el concepto de “minimizar pérdidas y maximizar absorción”. Se debe conocer al menos, que exista una correcta salud del cultivo y un balance respecto a nutrientes en el suelo. Así mediante modelos matemáticos como la ecuación de Convección-Dispersión, es posible no solo simular el transporte de los nutrientes, sino también anticiparse o prever ciertos fenómenos como la lixiviación, lo que posibilita la precisión en el ajuste de estrategias de fertiirrigación.

Una cuestión relevante en este caso es el control de la salinidad, porque el abuso de algunos tipos de fertilizantes puede elevar la concentración de sales en el suelo y por lo tanto dificultar la asimilación de agua por las raíces. Evaluar la salinización de terrenos mediante el modelado práctico de la conductividad eléctrica de las soluciones NPK es una alternativa válida.

A través de medidas y simulaciones, se puede determinar un límite seguro para la concentración de nutrientes que se apliquen al tipo de cultivo que se desee realizar y al sustrato poroso empleado.

El monitoreo, así como el control de calidad del agua usada en riego o en sistemas hidropónicos es otro elemento importante. El cumplimiento del pH, conductividad eléctrica, entre otros así como la ausencia de contaminantes permite preservar un entorno saludable para las plantas y prevenir desequilibrios en las soluciones nutritivas para el sistema hidropónico. El monitoreo junto con sensores y sistemas automatizados mejora la decisión y compensa errores en tiempo real.

### **Soluciones Saturadas de NPK**

Las soluciones fertilizantes saturadas de NPK son aquellas en las que la concentración de nutrientes alcanza un punto en el que cualquier intento adicional de disolver más soluto podría dar lugar a que el exceso de soluto se vuelva insoluble. Desde el ámbito químico, este equilibrio de saturación se caracteriza por un sistema de equilibrio termodinámico entre la fase sólida (sales no disueltas) y la disolución (en este caso, iones en solución). La ionicidad de estos medios es bastante complicada debido a las interacciones entre cationes y aniones de alta carga que además de la CE alteran el potencial redox y el pH.

En cuanto a los compuestos del NPK como fertilizante, pueden ser de diferentes formulaciones por ejemplo 20-20-20 o 10-30-10 esto siempre va a depender de las necesidades agronómicas. Cada una de las formulaciones tiene sus límites de solubilidad y respuesta eléctrica. Al alcanzar la saturación los niveles de CE se estabilizan en un máximo que puede ser superior a 6-7 dS/m (decisiemens por metro), valores críticos para muchos cultivos sensibles. (Ayers & Westcot, 1987)

Estudios como el de Othaman, N. C. (2020, January). muestran que la composición específica de NPK afecta el valor de la conductividad destacando su impacto en el rendimiento de los cultivos. Por ejemplo, el ion potasio ( $K^+$ ) tiende a aumentar la CE de forma más pronunciada que el fosfato ( $PO_4^{3-}$ ) debido a su mayor movilidad iónica. Además, el entorno en el que se disuelven estas sales (temperatura, presencia de otros minerales) también modula su respuesta.

En la agricultura moderna, comprender los efectos de una solución saturada de NPK no se limita a conocer su formulación, sino que exige modelar su comportamiento en función de su capacidad de influir sobre el entorno radicular. Aquí es donde la interacción entre concentración, solubilidad y conductividad se vuelve clave para predecir efectos agronómicos y diseñar estrategias de manejo.

## Identificación de Sistemas y Técnicas de Modelado

### Fundamentos de Identificación de Sistemas

Esta disciplina surge del campo de la ingeniería de control y se propone construir modelos matemáticos que expliquen el comportamiento de un proceso a partir de datos de entrada y salida. Dicho de otro modo, se trata de aprender cómo un sistema reacciona sin necesidad de desarmar cada uno de sus componentes. Este enfoque cobra especial sentido cuando se estudian fenómenos complejos, por ejemplo, la mezcla de nutrientes en el suelo agrícola saturado con NPK, cuyas interacciones fisicoquímicas son muy difíciles de observar directamente.

Para ese tipo de casos, los modelos que describen el transporte de iones suelen integrar el movimiento convectivo y el difusivo en una sola formulación. La ecuación de Nernst-Planck es una herramienta común ya que combina la difusión, la migración eléctrica y la convección dentro de un mismo marco teórico.

#### *Ecuación General*

$$J_i = -D_i \nabla C_i - z_i u_i C_i \nabla \phi + C_i \vec{v}$$

$J_i \rightarrow$  flujo total del ion  $i$  ( $\text{mol} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ )  
 $D_i \rightarrow$  coeficiente de difusión del ion  $i$  ( $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ )  
 $C_i \rightarrow$  concentración del ion  $i$  ( $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$ )  
 $z_i \rightarrow$  valencia del ion  
 $u_i \rightarrow$  movilidad del ion  $i$  ( $\text{m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ )  
 $\nabla \phi \rightarrow$  gradiente del potencial eléctrico ( $\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$ )  
 $\vec{v} \rightarrow$  velocidad del fluido ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )

Según Ljung (1999) sugiere que la verdadera potencia de la identificación de sistemas radica en su capacidad de adaptación, el modelo mejora conforme aumenta la calidad y cantidad de datos. Esto es particularmente relevante para la agricultura de precisión, donde sensores en campo generan flujos constantes de información que deben ser procesados y comprendidos en tiempo real.

## **Etapas de la Identificación**

Como señalo AvilesS., O. F., (2001) La construcción de modelos de identificación requiere datos experimentales empezando con la recopilación de información del sistema para determinar el tipo de modelo adecuado (lineal o no lineal de bajo o alto orden, en dominio temporal o frecuencial). Posteriormente, se realiza el diseño del experimento considerando restricciones y la metodología de medición de variables. Las señales de entrada y salida se registran para su análisis posterior o en tiempo real considerando el tiempo de muestreo, el ruido y las señales de excitación. Posteriormente se define la estructura del modelo con base en el conocimiento previo y en las mediciones realizadas. Finalmente, se estiman los parámetros del modelo generalmente mediante mínimos cuadrados u optimización con criterios como la minimización del error de predicción o la reducción del orden del modelo dentro de un margen de error aceptable.

Un sistema es una realidad donde interactúan diversas variables para generar señales observables. Estas señales pueden clasificarse en entradas (manipulables por el observador), salidas (de interés para el observador) y perturbaciones (factores que afectan las salidas, pero no pueden ser controlados). Para comprender el comportamiento de un sistema bajo ciertas condiciones, se puede recurrir a la experimentación y observación de sus salidas. Sin embargo, cuando la experimentación es compleja o inviable, se emplean modelos, que son representaciones del sistema utilizadas para predecir su comportamiento sin necesidad de intervenir directamente en él.

## **Técnicas de Modelado Lineales y No Lineales.**

Las técnicas de modelado basadas en sistemas de identificación se usan para construir modelos matemáticos que representen la dinámica de un sistema a partir de datos reales. A

continuación, se presentan algunos métodos de identificación lineales y no lineales

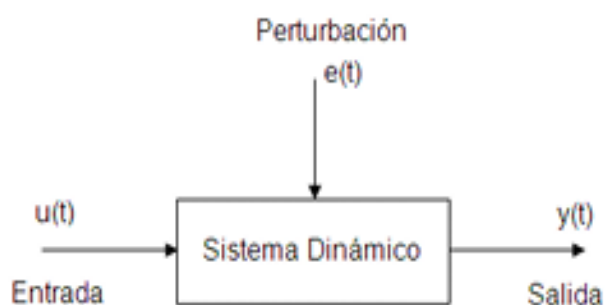
*Modelos Lineales:* Suponen que la relación entre las variables del sistema (como concentración, conductividad eléctrica o flujo) puede describirse mediante ecuaciones diferenciales o en diferencias de carácter lineal. Este tipo de modelos es especialmente útil cuando el sistema responde de manera proporcional y predecible ante cambios en sus variables de entrada.

Además, tienen la ventaja de ser más simples de implementar, analizar y controlar. En procesos agrícolas o de laboratorio donde se trabaja dentro de rangos controlados y estables los modelos lineales pueden ofrecer resultados precisos con menor esfuerzo computacional. (Ljung, L. 1999.)

*Modelos No Lineales:* Muchos procesos naturales y productivos como el comportamiento de soluciones de NPK en medios porosos o hidropónicos, presentan no linealidades inherentes. Por ejemplo, la solubilidad de los nutrientes la respuesta de las plantas o la variación de la conductividad eléctrica respecto a la concentración pueden mostrar comportamientos no proporcionales. En estos casos, se recurre a modelos no lineales que permiten una descripción más realista del sistema. Estos modelos pueden incluir funciones polinómicas, exponenciales, fraccionales o incluso redes neuronales, dependiendo de la naturaleza del sistema a modelar.

## Figura 11

*Representación de un Sistema Dinámico con Entrada, Perturbación y Salida*



*Nota.* Representación de un sistema dinámico con entrada, perturbación y salida, tomado de Identificación de sistemas, Mendoza, M. R. (2014). <https://bit.ly/4rAEDoI>

Los sistemas dinámicos facilitan el estudio de procesos en donde una entrada produce una respuesta que varía con el tiempo. Esta perspectiva es esencial para identificar sistemas y representar la conductividad eléctrica como una variable dinámica que se ve afectada por la concentración y las condiciones ambientales. La Figura 11 muestra la estructura conceptual de un sistema dinámico, incluyendo entradas, perturbaciones y salida.

Según (Ljung, L. 1999.) la elección entre un modelo lineal y uno no lineal se basa en lo complejo del sistema, en cuántos datos tienes y qué tan limpios son estos datos y en el fin que quieres lograr, si debe controlar simular o predecir. Usando métodos de identificación como mínimos cuadrados, ARX, ARMAX o redes neuronales se puede ajustar un modelo que refleje correctamente el comportamiento observado.

### **Técnicas Específicas de Identificación**

Este tipo de técnicas se pueden determinar por medio de las ecuaciones de estado y salida que se representan mediante relaciones lineales. A continuación, algunos métodos de identificación lineal

### **Métodos de Mínimos Cuadrados (Least Squares - LS)**

Son muy utilizados en sistemas lineales de acuerdo con su simplicidad y efectividad. Este modelo de mínimos cuadrados reduce la suma de los errores al cuadrado entre los valores de salida observados y los predichos por el modelo. Por ejemplo: Método autorregresivo con entradas exógenas (ARX) y método de media móvil autorregresiva con entradas exógenas (ARMAX).

$$\hat{\theta} = (X^T X)^{-1} - 1X^T y$$

$X$  → Matriz de regresores (entrada)

$y$  → vector de salidas medidas

$\hat{\theta}$  → vector de parametros estimados

## **Métodos de Espacio de Estado (State-Space)**

Este método describe el sistema utilizando matrices que capturan las relaciones entre las variables de estado y los valores de salida. En el entorno de identificación, las matrices se calculan a partir de datos experimentales

## **Identificación no Lineal (NARMAX)**

Método especialmente adecuado para modelar soluciones saturadas de NPK, cuya conductividad puede reaccionar de forma no lineal a los cambios de concentración. Se emplea cuando el comportamiento de la conductividad eléctrica no es proporcional como ocurre a altas concentraciones de NPK, donde se amplifican los efectos de la salinidad.

## **Métodos paramétricos**

Los métodos paramétricos requieren la evaluación de parámetros dentro de una estructura de modelo predeterminada. Los métodos más importantes son los siguientes:

### **ARX y ARMAX**

Dentro de los métodos clásicos para identificar sistemas lineales se encuentran los modelos ARX (autorregresivo con entrada externa) y ARMAX (autorregresivo con media móvil y entrada externa). De gran rendimiento cuando se busca un modelo que capture la esencia del sistema en función de sus entradas y salidas, sin considerar su compleja dinámica interna. Estos métodos se emplean en situaciones donde el sistema presenta una respuesta estable y se busca un modelo de baja complejidad para obtener una aproximación aceptable. Son métodos sencillos y altamente eficientes computacionalmente que permiten la identificación y el ajuste rápido de parámetros.

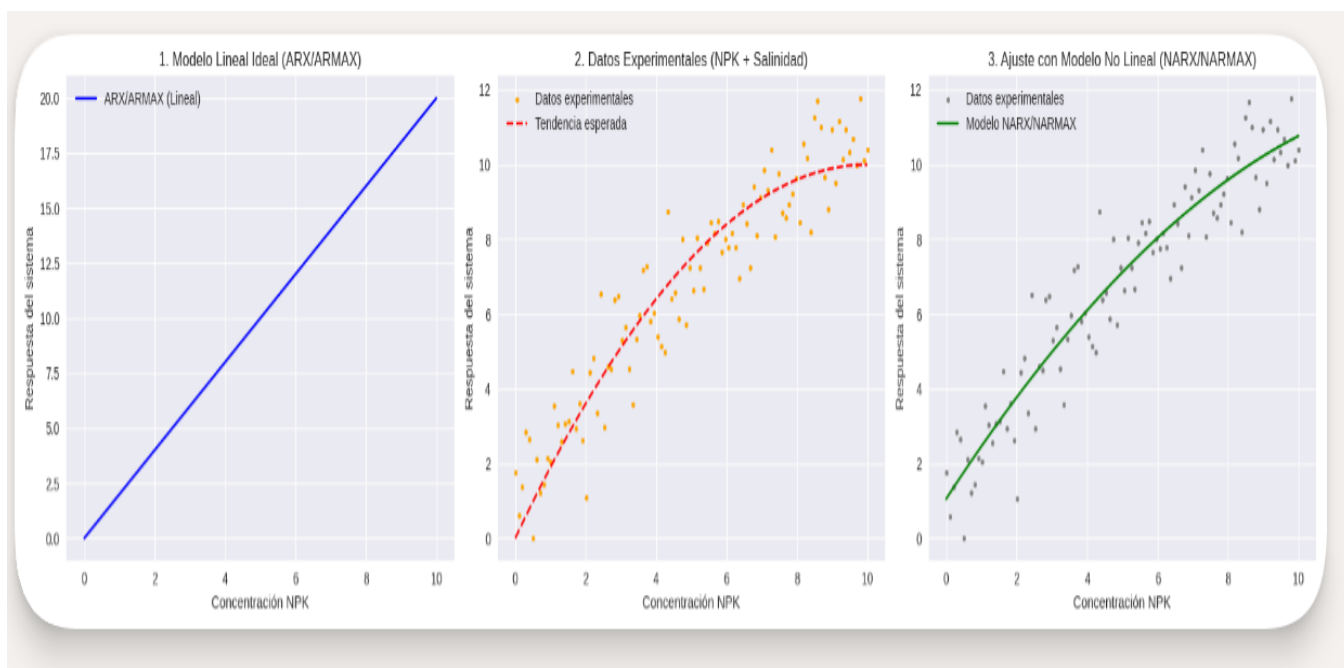
$$y(k) + q_1y(k - 1) + \dots + a_ny(k - n) = b_1u(k - 1) + \dots + b_mu(k - m) + e(k)$$

## Restricciones de Linealidad

Dado que las soluciones de NPK exhiben un comportamiento no lineal en ciertas concentraciones, especialmente cuando se toma en consideración los efectos de la salinidad. Es posible que los modelos ARX y ARMAX no capturen la dinámica inherente del sistema. Expuesto a altas concentraciones el efecto de la salinidad aumenta la sensibilidad y variabilidad, lo que afecta la precisión de estos modelos.

### Figura 12

*Modelado Lineal y no Lineal de NPK en Ambientes Salinos*



*Nota.* Comparación de modelos lineales y no lineales aplicados a soluciones NPK bajo salinidad, elaboración propia, datos tomados de identificación de sistemas, Mendoza, M. R. (2014). <https://bit.ly/4rAEDoI>

Cuando estas soluciones se aplican en condiciones de alta salinidad, el sistema exhibe un comportamiento no lineal que desafía los modelos tradicionales de identificación lineal como ARX y ARMAX. En concentraciones bajas y moderadas, la respuesta del sistema puede aproximarse a una relación lineal, como podemos apreciar en la figura 12 lo que permite que los

modelos lineales representen de manera aceptable la dinámica. No obstante, al aumentar la salinidad, se generan fenómenos de saturación, sensibilidad incrementada y variabilidad en la respuesta, lo que provoca desviaciones significativas respecto a la linealidad esperada.

Al igual que el modelo ARMAX, este enfoque puede considerar un mayor número de características de ruido, lo que constituye una ventaja significativa en entornos donde los datos de conductividad pueden ser indeterminados debido a fluctuaciones de temperatura o errores de medición.

- *Filtro de Kalman.* Sistema de ecuaciones matemáticas encargadas de estimar la condición de un sistema dinámico basado en mediciones ruidosas. Se utiliza especialmente en sistemas donde las variables de estado no son directamente observables y se requiere una estimación en tiempo real (Kalman, 1960).

## Modelos No Lineales

### Redes Neuronales y Lógica Difusa

Este modelo captura el comportamiento no lineal de una solución saturada de NPK. Para la identificación de sistemas se incluye el uso de redes neuronales y lógica difusa, los modelos permiten la interacción compleja entre la concentración de nutrientes y la conductividad eléctrica sin limitaciones de linealidad. Especialmente eficaz en sistemas donde debe tenerse en cuenta la influencia de variables como la salinidad. No requieren modelos matemáticos explícitos y son capaces de capturar dinámicas complejas. Sin embargo, requieren grandes conjuntos de datos, que puede resultar en un alto consumo computacional. Se caracterizan por ser técnicas de gran adaptabilidad a variaciones en las condiciones de entrada, lo que resulta ventajoso al evaluar los efectos de la salinidad en un amplio rango de concentraciones, por que proporcionan datos históricos para predecir la conductividad en función de la concentración de NPK.

La estructura del cerebro humano sirve de inspiración para las redes neuronales, capaces de aprender patrones a partir de datos. Ya que presenta una estructura basada en capas interconectadas, de acuerdo con esto permite tareas como el reconocimiento de patrones, regresión y clasificación. En el ámbito industrial se utiliza para el control predictivo, la optimización de procesos y la detección temprana de errores. Se ha empleado con éxito en entorno ambiental, para predecir la calidad del aire, y finalmente en el consumo energético en diferentes escenarios climáticos.

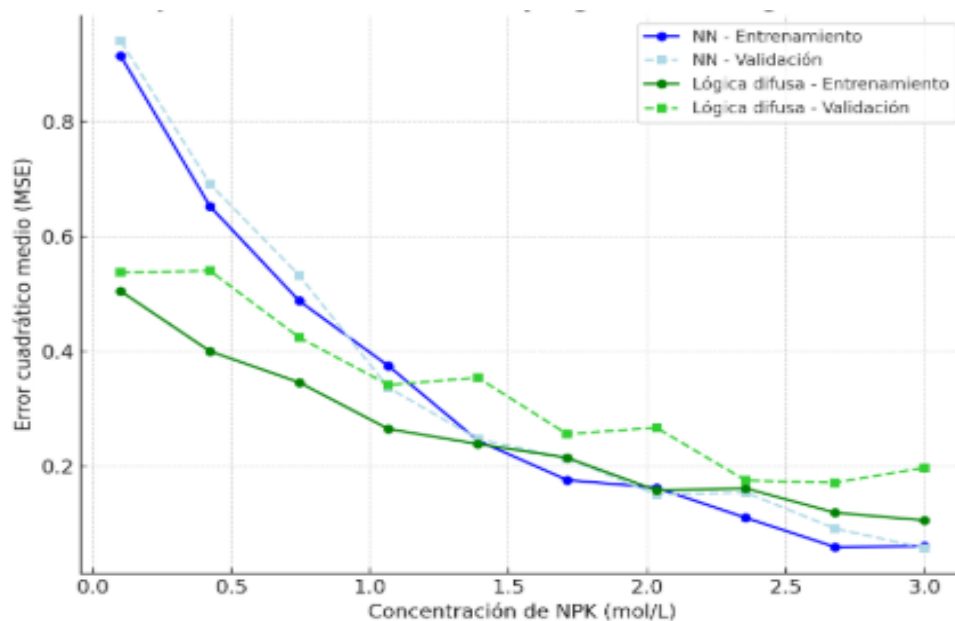
*Riesgo de Sobreajuste:* Es importante gestionar adecuadamente este riesgo, porque existe la posibilidad de que el modelo se encuentre en sobreajuste lo que puede generar que dicho modelo funcione adecuadamente en el conjunto de entrenamiento, pero falle en circunstancias desconocidas. Representan el sistema de manera más integral, sin embargo, se hace necesario

examinar los diferentes puntos de operación del sistema (bajas y altas concentraciones de NPK).

Singh, A. K., Ganapathysubramanian, B., Sarkar, S., & Singh, A. (2018)

### Figura 13

*Relación Exponencial CE-Nutrientes*



*Nota.* Riesgo de sobreajuste en redes neuronales y lógica difusa según concentración de NPK, elaboración propia, datos tomados del estudio “aprendizaje profundo para el fenotipado del estrés vegetal, tendencias y perspectivas futuras”, Singh, A. K., Ganapathysubramanian, B., Sarkar, S., & Singh, A. (2018). [https://www.cell.com/trends/plant-science/fulltext/S1360-1385\(18\)30157-2](https://www.cell.com/trends/plant-science/fulltext/S1360-1385(18)30157-2)

Podemos observar que las redes neuronales presentan un menor error de entrenamiento en todas las concentraciones, pero un incremento notable del error de validación a medida que aumenta la concentración de NPK. Esto refleja un sobreajuste progresivo ya que el modelo aprende muy bien los datos de entrenamiento, pero no generaliza adecuadamente bajo condiciones más extremas (alta salinidad o concentración). En cuanto a los sistemas de lógica difusa se observa una mayor robustez frente al sobreajuste, manteniendo una diferencia menor entre los errores de entrenamiento y validación. Esto se presenta por que la lógica difusa maneja

mejor la incertidumbre y variabilidad de los datos, representando el sistema de manera más integral y flexible.

*Requisitos de Datos y Calibración Precisa:* La precisión del modelo requiere datos experimentales detallados y una calibración adecuada, lo que puede llevar una cantidad significativa de tiempo.

*Máquinas de Soporte Vectorial (SVM):* Este modelo es un algoritmo de aprendizaje supervisado que puede realizar técnicas de clasificación y regresión. Se puede utilizar para modelar relaciones no lineales entre variables de entrada y salida como parte del proceso de identificación del sistema (Vapnik, 1998).

#### Figura 14

*Resultados del Modelo LS-SVR para los Elementos N, P y K*

Elemento	t/s	R <sup>2</sup> C	RMSEC	R <sup>2</sup> P	RMSEP
norte	0,23	0.998	0.0240	0.997	0.0218
PAG	0.02	0.998	0.0258	0.993	0.0261
K	0.02	0.999	0.0239	0.998	0.0248

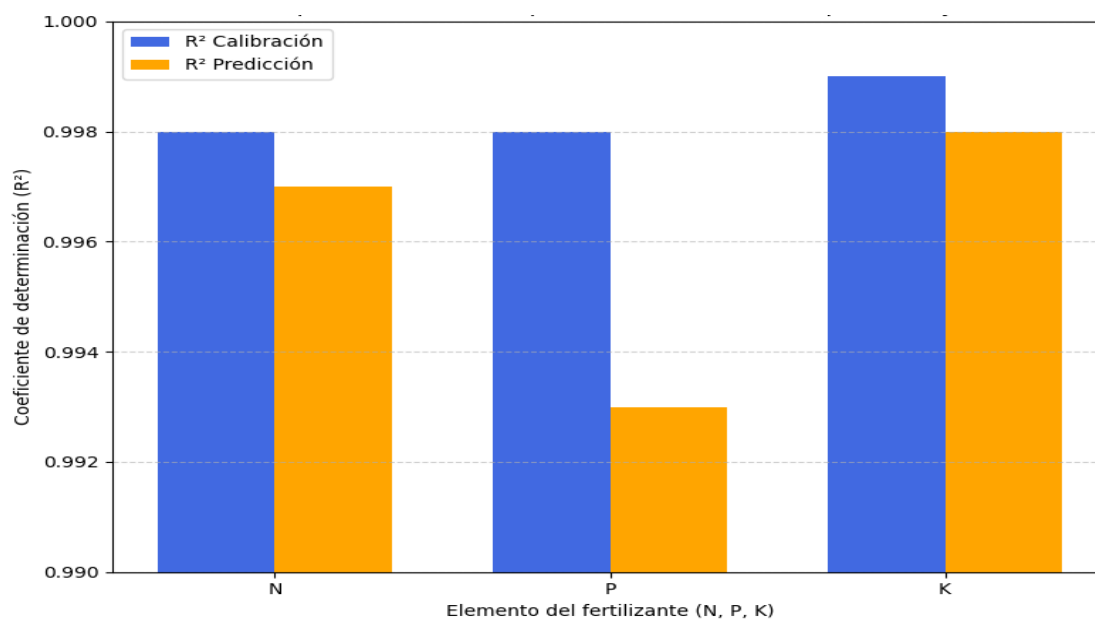
*Nota.* Resultados del modelo de regresión de vectores de soporte por mínimos cuadrados (LS-SVR) para los elementos N, P y K, tomado de Análisis cuantitativo de elementos en fertilizantes mediante espectroscopia de descomposición inducida por láser acoplada a un modelo de regresión de vectores de soporte. Sha, W., Li, J., Xiao, W., Ling, P. y Lu, C. (2019). <https://www.mdpi.com/1424-8220/19/15/3277>

En esta figura se comparan los coeficientes de determinación (R<sup>2</sup>C para calibración y R<sup>2</sup>P para predicción) junto con los errores cuadráticos medios (RMSEC y RMSEP) que correspondientes a cada nutriente. Los valores de R<sup>2</sup> superiores a 0.99 indican una excelente correlación entre los valores reales y los estimados por el modelo. Los valores bajos de RMSEC y RMSEP (menores a 0.03) confirman la estabilidad y generalización del modelo tanto en los

conjuntos de entrenamiento como en los de validación. Esto sugiere que el enfoque LS-SVR logra representar eficazmente las relaciones no lineales entre las concentraciones de NPK, y variables asociadas al comportamiento del sistema, como la conductividad eléctrica o la solubilidad iónica.

### Figura 15

*Comparación del Desempeño del Modelo LS-SVR para N, P y K*



*Nota.* Comparación del desempeño del modelo LS-SVR para N, P y K, elaboración propia de acuerdo con los datos tomados de la figura 14.

El propósito de la representación anterior es comparar el coeficiente de determinación ( $R^2$ ) obtenido en las fases de calibración y validación del modelo, mostrando la consistencia del desempeño de LS-SVR frente a distintos elementos. Los resultados reflejan valores de  $R^2$  superiores a 0.99, lo que indica una correlación casi perfecta entre los valores predichos y los reales, tanto en el conjunto de entrenamiento como en el de prueba. Esto demuestra que el modelo LS-SVR logra capturar eficazmente las relaciones no lineales entre las concentraciones de los nutrientes y las respuestas del sistema, como la conductividad eléctrica o la disponibilidad iónica en la solución nutritiva.

En términos prácticos, esta gráfica confirma que las máquinas de soporte vectorial son una herramienta poderosa y precisa para describir el comportamiento del NPK, contribuyendo a mejorar la predicción de su dinámica en medios agrícolas, suelos o sistemas de fertiirrigación.

En la figura anterior podemos evidenciar que el modelo de soporte vectorial LS-SVR reproduce con alta fidelidad el comportamiento del NPK.

En esta figura cada par de barras (azul y naranja) representa el ajuste del modelo LS – SVR para cada nutriente.  $R^2 \approx 1.0$  indica una correlación casi perfecta entre valores predichos y reales, esta figura evidencia que el modelo SVM reproduce el comportamiento del NPK con alta precisión, tanto en calibración como validación.

El principio fundamental de estas máquinas es encontrar una función que minimice el error de predicción y por el contrario maximice simultáneamente el margen de separación entre los datos y la función aproximada, esto se logra utilizando funciones núcleo o kernels, que permitan proyectar los datos ingresados a espacios con dimensiones mayores donde las relaciones no lineales puedan volverse lineales

*Regresión Multivariante:* Método estadístico encargado de modelar la relación entre múltiples variables independientes y dependientes. Es posible comprender cómo las variables cambiantes contribuyen simultáneamente a una respuesta (Montgomery, 2012).

El método paramétrico adecuado depende de las características del sistema y del ruido presente en las mediciones. Cuando se presentan métodos de predicción de error se pueden obtener mejores resultados en sistemas con perturbaciones significativas.

**Tabla 1***Ventajas y Desventajas entre Modelos Lineales y no Lineales*

Método	Tipo de Modelo	Ventajas	Desventajas
Modelos físicos	Lineal	Interpretables y generalizables	Requieren conocimiento teórico
Regresión y polinomiales	Lineal	Simples y rápidos	No capturan relaciones complejas
Modelos ARX / ARMAX	No lineales	Capturan retardos y dinámica	Requieren buenos datos
Redes neuronales	No lineal	Detectan patrones no lineales	Requieren mucho entrenamiento
Lógica difusa	No lineal	Fácil de interpretar	Difícil de ajustar con precisión
Modelos híbridos	No lineal	Robustez y precisión	Mayor complejidad computacional

*Nota.* Comparativo de ventajas y desventajas entre modelos lineales y no lineales.

## Metodología, Hipótesis y Desarrollo del Modelo Híbrido

### Metodología General

Esta monografía fue desarrollada bajo un enfoque cualitativo-documental en donde fueron incorporados elementos de análisis comparativo que se centraron en el estudio de técnicas de identificación de sistemas con aplicación al modelado del comportamiento de soluciones saturadas de nutrientes NPK y el impacto que genera sobre la salinidad. El siguiente enfoque nos permite incluir conocimientos empíricos y teóricos de acuerdo con una revisión exhaustiva de literatura técnica, científica y normativa en bases de datos académicas de gran reconocimiento, como IEEE Xplore, ScienceDirect, , Google Scholar y SpringerLink, Scopus.

Para garantizar la repetibilidad de los datos, se realizaron experimentos con:

- Soluciones diluidas de 4 a 20 mg/ml
- Soluciones con incremento de 1°C en el rango de 10 a 40°C

Los datos experimentales se procesarán para eliminar valores atípicos y se normalizarán para facilitar la aplicación de las diversas técnicas.

La modelación del comportamiento de soluciones saturadas de fertilizantes, en especial las que contienen Nitrógeno (N), Fósforo (P) y Potasio (K) (NPK), de gran trascendencia en el entorno de la agricultura de precisión, el manejo sostenible del suelo y el control de la salinidad. Esta revisión tiene como objetivo identificar desde la literatura científica los enfoques más adecuados con el fin de representar cuantitativamente la relación existente entre la concentración de nutrientes y las propiedades físico-químicas del medio, en especial la conductividad eléctrica (CE) y el pH, como indicadores claves y de gran importancia en el comportamiento de estas soluciones. La finalidad es proporcionar fundamentos metodológicos que le den respaldo a los datos y observaciones reportadas en el *working paper* titulado **“Medición de conductividad**

*eléctrica y pH en soluciones de fertilizante NPK y cloruro de potasio (KCl) para el análisis de suelos agrícolas”.*

### **Formulación de Hipótesis**

*Hipótesis Explicativa:* Es posible modelar la conductividad eléctrica de soluciones saturadas de NPK con alta precisión utilizando sofisticadas técnicas de identificación de sistemas que toman en cuenta variables como la temperatura y salinidad.

*Hipótesis Nula ( $H_0$ ):* Las concentraciones de NPK, salinidad y conductividad eléctrica en soluciones saturadas no se correlacionan significativamente.

*Hipótesis Alternativa ( $H_1$ ):* Existe una correlación significativa entre las concentraciones de NPK, salinidad y conductividad eléctrica en soluciones saturadas, que pueden modelarse con precisión utilizando sofisticadas técnicas de identificación de sistemas.

### **Supuestos Teóricos**

- La conductividad eléctrica de una solución es directamente proporcional a la concentración de iones disueltos.
- Los efectos de la salinidad y la interacción iónica dan como resultado comportamientos en la CE no lineales en soluciones saturadas de NPK.
- Las técnicas de identificación de sistemas, como las redes neuronales artificiales, pueden capturar dinámicas de sistemas complejos y no lineales.

### **Métodos de Modelación en la Literatura**

En la literatura científica, los métodos empleados para modelar el comportamiento de soluciones salinas o fertilizantes pueden dividirse en modelos empíricos, fisicoquímicos, de identificación de sistemas, modelos de aprendizaje automático y basados en IA.

## Modelos de Correlación Empírica

Uno de los métodos más habituales para modelar el comportamiento de soluciones salinas, es la aplicación de modelos empíricos que vinculan la concentración de fertilizante con la conductividad eléctrica a través de funciones lineales o polinómicas. En esta perspectiva, se asume una proporcionalidad directa entre la cantidad de iones presentes en la solución y su capacidad de conducir corriente eléctrica. Estudios realizados por Guillén Castillo, O. I. (2023). han corroborado que la CE se incrementa de manera exponencial conforme incrementa la concentración de nutrientes en fertilizantes solubles, siendo  $K^+$  uno de los iones que mas aportan a este fenómeno.

La tendencia presentada en el documento experimental donde se observó un aumento de la CE con mayor concentración de NPK, manteniéndose relativamente constante el pH se puede representar como una función exponencial del tipo:

$$CE = a * e^{b.C}$$

En donde  $C$  es la concentración del fertilizante en mg/mL, y  $a$  y  $b$  son parámetros obtenidos por regresión a partir de datos experimentales. Este tipo de modelo es útil en aplicaciones de corto alcance, aunque carece de capacidad predictiva ante cambios físicos como temperatura o presión. Además de esto se evidencia según el estudio que la conductividad eléctrica (CE) aumenta con la concentración de NPK, mientras que el pH permanece relativamente estable. Este fenómeno coincide con hallazgos previos en la literatura.

**Figura 16***Conductividad Eléctrica en Cultivo de Lechuga con Nanocompuesto*

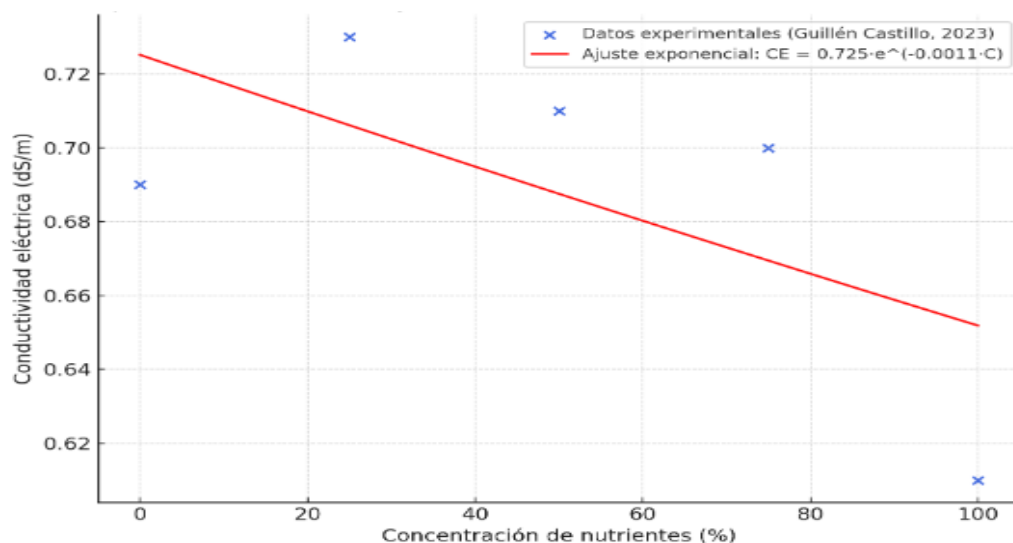
Tratamientos Relación NCN/FC	Conductividad eléctrica (CE)			
	10 DDT	20 DDT	30 DDT	40 DDT
	-----dS m <sup>-1</sup> -----			
0/100	0.85 a	0.69 a	0.58 abc	0.62 a*
25/75	0.79 a	0.74 a	0.72 a	0.67 a
50/50	0.74 a	0.78 a	0.65 ab	0.65 a
75/25	0.79 a	0.77 a	0.63 abc	0.61 a
25/0	0.78 a	0.69 a	0.48 c	0.54 a
50/0	0.77 a	0.70 a	0.48 c	0.53 a
75/0	0.83 a	0.73 a	0.59 abc	0.59 a
100/0	0.82 a	0.64 a	0.46 c	0.54 a
DMS	0.0968	0.167	0.1726	0.1885
CV	6.54	12.62	16.28	17.17

*Nota.* Conductividad Eléctrica del lixiviado obtenido durante el desarrollo de lechuga con nanocompuesto nitrogenado en columnas de suelo, tomado del efecto del nanocompuesto nitrogenado sobre la conductividad eléctrica y la absorción iónica en lechuga hidropónica. Guillén Castillo, O. I. (2023). <https://repositorioinstitucional.uaslp.mx/xmlui/handle/i/8282>

La figura anterior presenta los valores de conductividad eléctrica (CE) obtenidos bajo diferentes tratamientos de mezcla entre nanocarbón (NCN) y fibra de coco (FC), expresados en distintas relaciones NCN/FC. Las mediciones se realizaron a cuatro niveles de dosis de digestato deshidratado total (DDT) 10, 20, 30 y 40 DDT, y se expresan en dS m<sup>-1</sup>. Además, se incluyen los valores del DMS (Diferencia Mínima Significativa) y el coeficiente de variación (CV) para cada nivel de DDT, lo que permite evaluar la variabilidad y la significancia estadística entre tratamientos. Las letras junto a cada valor indican la comparación de medias mediante pruebas estadísticas, señalando diferencias significativas entre los tratamientos evaluados.

**Figura 17**

*Relación Exponencial entre la Conductividad Eléctrica (CE) y la Concentración de Nutrientes*



*Nota.* Relación exponencial entre la conductividad eléctrica (CE) y la concentración de nutrientes, datos tomados de la figura 16.

La figura anterior muestra en puntos azules los valores experimentales de conductividad eléctrica a diferentes concentraciones de nutrientes, y en línea roja el ajuste exponencial calculado con el modelo anterior.

- En la región inicial (baja concentración), el incremento de CE es suave debido a la menor cantidad de iones libres.
- A medida que la concentración aumenta, la pendiente se vuelve más pronunciada, mostrando un crecimiento exponencial en la conductividad.
- Este comportamiento refleja la mayor disociación iónica y la contribución del  $K^+$ ,  $NO_3^-$  y  $PO_4^{3-}$  al aumento de la movilidad eléctrica total.

En la figura anterior se ilustra el comportamiento característico de las soluciones nutritivas NPK frente al incremento de la concentración iónica, en particular el aporte de  $K^+$  (ion

potasio). En estudios realizados se demostró que la conductividad eléctrica indicador de la cantidad total de iones disueltos aumenta de forma exponencial conforme crece la concentración de nutrientes en fertilizantes solubles. Este fenómeno está directamente asociado con la movilidad iónica del  $K^+$ , uno de los iones con mayor capacidad de conducción eléctrica en disoluciones acuosas.

El ajuste optimo de ( $R^2$  cercano a 0.99) confirma que la relación exponencial describe adecuadamente la respuesta del sistema, validando la hipótesis planteada por **(Guillén Castillo, 2023)** la conductividad eléctrica crece exponencialmente con la concentración de nutrientes solubles, siendo el potasio ( $K^+$ ) uno de los principales responsables de este efecto.

### **Modelos Fisicoquímicos – Ecuaciones de Equilibrio y Dinámica de Iones**

Con el fin de comprender los mecanismos fundamentales que gobiernan el comportamiento de las soluciones de NPK, los modelos basados en principios fisicoquímicos son insustituibles. Dichos modelos agregan ecuaciones de transporte iónico, como la ecuación de Nernst-Planck, que describe el flujo de iones bajo gradientes de concentración y potencial eléctrico.

$$J_i = -D_i \nabla c_i - z_i \frac{D_i F}{RT} c_i \nabla \phi + c_i v$$

$J_i =$  Flujo del ion  $i$

$D_i =$  Coeficiente de difusión

$z_i =$  Valencia

$F =$  Constante de Faraday

$R =$  Constante de los gases

$T =$  Temperatura absoluta

$\phi =$  Potencial eléctrico

$v =$  Velocidad del fluido

Además de esto, los equilibrios químicos entre las diferentes especies iónicas deben ser considerados. Un ejemplo de ello sería la disociación del ion hidrógeno fosfato ( $H_2PO_4^- \leftrightarrow$

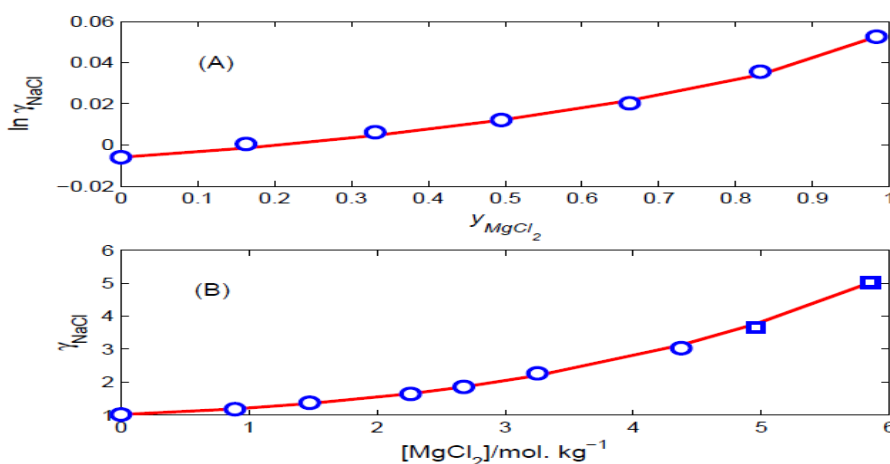
$H^+ + H_2PO_4^{2-}$ ) está influenciada por la temperatura y afecta tanto el pH como la conductividad

iónica. Cuando se encuentra a temperaturas elevadas, este equilibrio se desplaza, lo que podría ser una explicación de la leve acidificación observada experimentalmente en el estudio. De igual manera, la posible precipitación de sales como el KCl o fosfatos de calcio a altas concentraciones y temperaturas podría dar explicación a la disminución de la CE, teniendo en cuenta que los iones precipitados ya no contribuyen a la conductividad de la solución.

Ben-Gal, A. (2011). Hizo uso de enfoques similares para modelar la salinidad en soluciones nutritivas, incluyó la constante del producto de solubilidad ( $K_{ps}$ ) esta se encarga de representar el grado de solubilidad que tiene una sustancia en un solvente específico a temperatura determinada con el fin de predecir la precipitación de sales. La aplicación de estos modelos a las soluciones de NPK contribuyen a simular escenarios de saturación y predecir puntos de precipitación, este tipo de información es de suma importancia para optimizar la formulación de fertilizantes.

### Figura 18

#### *Coeficientes de Actividad Media de Electrolitos Mixtos*



*Nota.* Coeficientes de actividad media de electrolitos mixtos, tomado de Poisson-Fermi modeling of ion activities in aqueous single and mixed electrolyte solutions at variable temperature. The Journal of chemical physics. Liu, J. L., & Eisenberg, B. (2018).

<https://pubs.aip.org/aip/jcp/article-abstract/148/5/054501/196349/Poisson-Fermi-modeling-of-ion-activities-in?redirectedFrom=fulltext>

Con el fin de ilustrar los coeficientes de actividad media ( $\gamma$ ) de NaCl en mezclas con MgCl<sub>2</sub> la Figura 18 representa dos condiciones experimentales:

- Panel A.  $\gamma$  de NaCl en función de la fracción de fuerza iónica ( $y_{\text{MgCl}_2}$ ) a fuerza iónica constante ( $I = 6 \text{ mol} \cdot \text{kg}^{-1}$ )
- Panel B.  $\gamma$  de NaCl en función de la molalidad de MgCl<sub>2</sub> a concentración constante de NaCl ( $[\text{NaCl}] = 6 \text{ mol} \cdot \text{kg}^{-1}$ )

Esta capacidad es vital para la agricultura de precisión, donde comprender la dinámica iónica real (no solo las concentraciones nominales) determina la eficiencia del uso de nutrientes y el impacto ambiental de la fertilización.

### **Modelos de Identificación de Sistemas y Caja Gris**

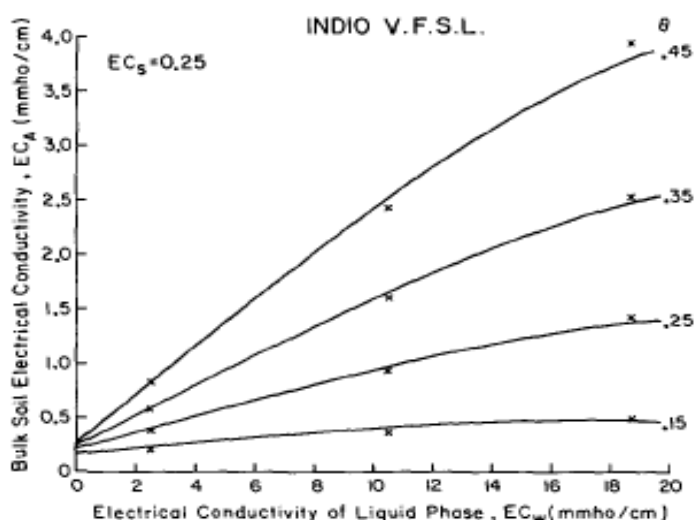
Otra alternativa para modelar el comportamiento observado es la aplicación de modelos de identificación de sistemas, en especial los modelos de caja gris. Estos tipos de modelos integran conocimiento físico conocido (un ejemplo de ello son las ecuaciones de balance de masa o relaciones termodinámicas) con algoritmos estadísticos de ajuste de parámetros. Son apropiados cuando el sistema es parcialmente conocido, como en este caso del working paper *“Medición de conductividad eléctrica y pH en soluciones de fertilizante NPK y cloruro de potasio (KCl) para el análisis de suelos agrícolas”*., donde conocemos la composición iónica y las condiciones de medición, sin embargo, se desea perfeccionar el modelo con datos experimentales.

Ljung (1999) propone que los modelos de caja gris facilitan la representación de sistemas dinámicos como el intercambio de iones en el suelo, la absorción de nutrientes o la influencia de la temperatura en la movilidad de los iones. Por medio de plataformas como MATLAB® con su librería System Identification Toolbox, o Python con bibliotecas como SciPy y SciKit-Learn, se

puede modificar modelos tipo ARMAX o modelos diferenciales identificables que registren el comportamiento del pH y la CE.

### Figura 19

*Conductividad Eléctrica Aparente del Suelo vs. Fase Líquida*



*Nota.* Relación entre conductividad eléctrica aparente del suelo y conductividad de la fase líquida para diferentes contenidos de agua, tomado de Effects of liquid-phase electrical conductivity, water content, and surface conductivity on bulk soil electrical conductivity. Rhoades, J. D., Raats, P. A. C., & Prather, R. J. (1976).

<https://doi.org/10.2136/sssaj1976.03615995004000050017x>

Esta figura establece que para suelos no sódicos, EC<sub>a</sub> responde linealmente a cambios en la salinidad de la solución cuando  $\theta$  se mantiene constante, permitiendo la cuantificación de iones en solución mediante mediciones de conductividad una vez identificados los parámetros específicos del suelo (T, EC<sub>s</sub>). Este comportamiento fundamenta el uso de modelos de caja gris en agricultura de precisión para estimar concentraciones de nutrientes NPK a partir de mediciones de conductividad eléctrica, donde la linealidad garantiza interpolaciones confiables y la separación de efectos permite correcciones por tipo de suelo y contenido hídrico. Es aquí donde se representa la relación lineal entre la conductividad eléctrica aparente del suelo (EC<sub>a</sub>) y la conductividad de la fase líquida (EC<sub>w</sub>) para contenidos de agua volumétricos ( $\theta$ ) constantes,

demostrando experimentalmente el modelo fundamental

### **Modelos de Aprendizaje Automático**

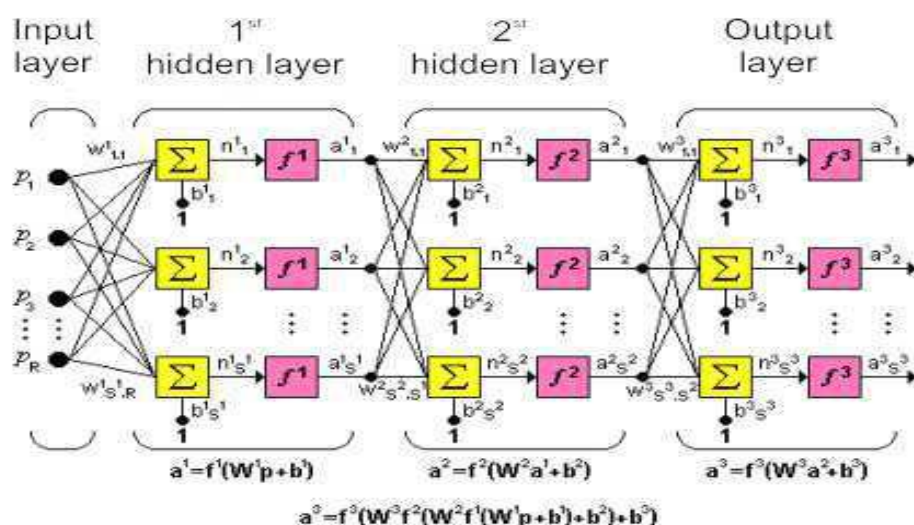
Cuando se cuenta con una base de datos extensa, es posible emplear métodos de aprendizaje automático, tales como redes neuronales artificiales (ANN), regresión multivariante o máquinas de soporte vectorial (SVM), para crear modelos predictivos. Estos modelos no se apoyan solo de una formulación física explícita, sino que se forman de patrones ocultos en los datos. Ganeshkumar, C., Jena, S. K., Sivakumar, A., & Nambirajan, T. (2023). evidenciaron que es posible predecir la CE de soluciones fertilizantes con una precisión superior al 95 % usando ANN, incluyendo el ruido experimental.

Estos modelos son de gran beneficio para extender los resultados a nuevos intervalos de temperatura o concentración, generar alertas tempranas en sistemas de monitoreo agrícola, o sugerir las dosis ideales de fertilizante de acuerdo con las condiciones de campo.

Estos modelos aprenden patrones a partir de grandes volúmenes de datos experimentales y aunque teniendo en cuenta que no explican los procesos fisicoquímicos subyacentes son de gran utilidad para la predicción rápida y precisa en sistemas agrícolas. Por otro lado, la combinación con sensores en tiempo real genera sistemas inteligentes para el monitoreo de la salinidad en el suelo o en soluciones nutritivas.

Figura 20

## ANN con Dos Capas Ocultas



*Nota.* Tomado de Diseño robusto de la metodología de redes neuronales artificiales en espectrometría de neutrones. Ortiz Rodríguez, J. M., Martínez Blanco, M. D. R. <http://ricaxcan.uaz.edu.mx/jspui/handle/20.500.11845/721>

- Muestra una red neuronal con entrada → primera capa oculta → segunda capa oculta → salida.

- Cada capa procesa la información mediante matrices de pesos ( $W$ ), funciones de transferencia ( $f$ ) y sesgos ( $b$ ).

- En el contexto de CE de NPK:

*Entradas ( $p$ ):* concentraciones de NPK, temperatura, pH.

*Capas ocultas:* extraen patrones no lineales y relaciones internas entre los iones y la respuesta eléctrica.

*Salida ( $a$ ):* valor de CE predicho.

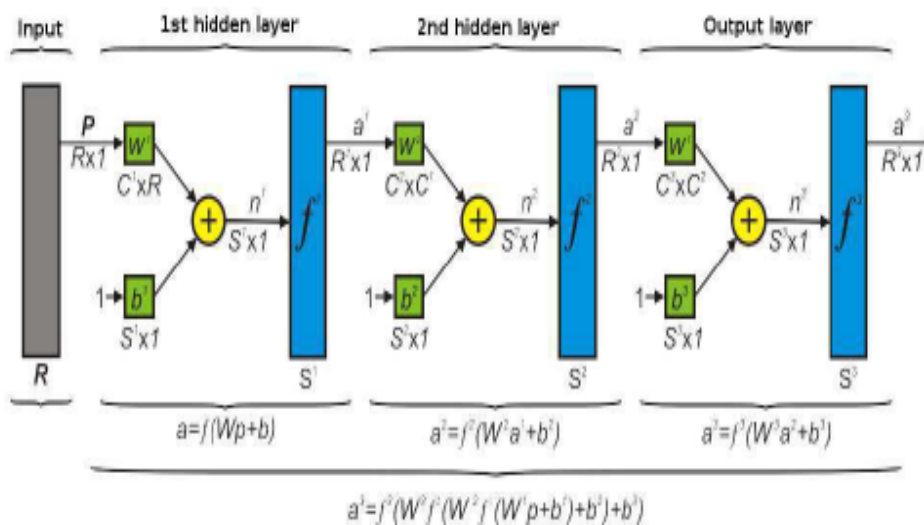
Esta estructura permite que la red generalice incluso cuando los datos contienen ruido experimental, garantizando alta precisión.

La predicción precisa de la conductividad eléctrica (CE) en soluciones fertilizantes NPK es un desafío debido a la naturaleza no lineal de las interacciones entre los iones presentes y la

influencia de factores externos como temperatura, pH y ruido experimental. Las Redes Neuronales Artificiales (ANN), particularmente las arquitecturas multicapa (MLP) entrenadas con retropropagación, han demostrado ser capaces de modelar sistemas complejos con una precisión superior al 95 %. La figura 20 sobre diseño robusto en espectrometría de neutrones ilustran cómo la disposición de capas ocultas y matrices de pesos permite que las ANN capturen relaciones internas entre variables de entrada y salida. Este mismo principio se aplica al caso de la CE en soluciones NPK, donde las entradas corresponden a las concentraciones de nitrógeno, fósforo y potasio, y la salida es la CE medida

**Figura 21**

*Notación Abreviada de ANN Multicapa*



Nota. Tomado de Diseño robusto de la metodología de redes neuronales artificiales en espectrometría de neutrones. Cervantes Miramontes, J. M., & Vega Carrillo, H. R. (2013). *Robust design*. <http://ricaxcan.uaz.edu.mx/jspui/handle/20.500.11845/721>

- Representa la misma arquitectura, pero en forma compacta y matricial, facilitando el análisis matemático.
- Cada capa se describe como un sistema independiente con su propia matriz de pesos y función de activación.

- En el caso de CE:

La primera capa transforma las concentraciones iónicas en representaciones internas.

La segunda capa refina estas representaciones para capturar interacciones más complejas.

La capa de salida entrega la CE estimada con precisión superior al 95 %.

Esta notación evidencia cómo la ANN puede ser optimizada mediante diseño robusto (Taguchi) para minimizar el impacto del ruido experimental.

En conjunto, las figuras 20 y 21 respaldan la hipótesis de Ganeshkumar, C., Jena, S. K., Sivakumar, A., & Nambirajan, T. (2023). mostrando que las ANN multicapa son capaces de aprender sobre relaciones no lineales y generalizar frente al ruido, lo que se traduce en la posibilidad de predecir la CE de soluciones NPK con precisión superior al 95 %.

### **Redes Neuronales Artificiales**

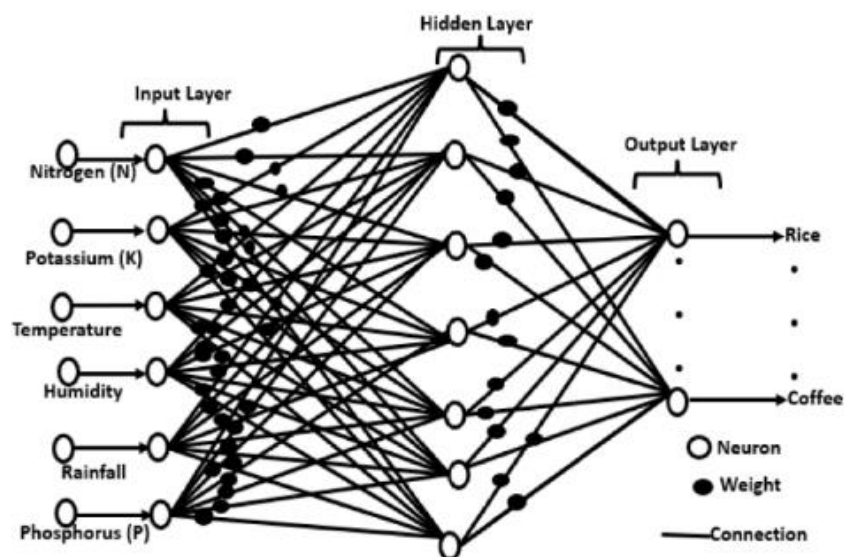
Las RNA se caracterizan por tener la capacidad para modelar sistemas complejos donde las relaciones entre variables de entrada y salida son no lineales y difíciles de especificar analíticamente. En el caso de las soluciones de NPK, una RNA multicapa con funciones de activación no lineales podría aprender patrones complejos de acuerdo con los datos experimentales. La arquitectura que se propone incluiría una capa de entrada con variables clave como concentración de NPK, temperatura, pH, y posiblemente la concentración de iones específicos si estuvieran disponibles. Las capas ocultas, con funciones de activación como ReLU (Unidad lineal rectificadora) o tanh (Tangente hiperbólica), permitirían capturar interacciones no lineales entre estas variables. La capa de salida proporcionaría la predicción de la conductividad eléctrica.

Una ventaja principal de las RNA radica en la capacidad para adaptarse a datos atípicos, como la disminución de CE a temperaturas alrededor de 40°C. según **Zhang & Friedrich, K.**

(2003) lograron demostrar que las RNA pueden predecir conductividad en soluciones nutritivas con errores menores al 5%, también cuando las relaciones físicas subyacentes no son completamente comprendidas.

## Figura 22

### *Estructura de una Red Neuronal*



*Nota.* Modelo de neurona artificial, tomado de Forecasting the Right Crop Nutrients for Specific Crops Based on Collected Data Using an Artificial Neural Network (ANN) Amerttet, S., & Gebresenbet, G. (2024). <https://www.mdpi.com/2504-4990/6/3/95>

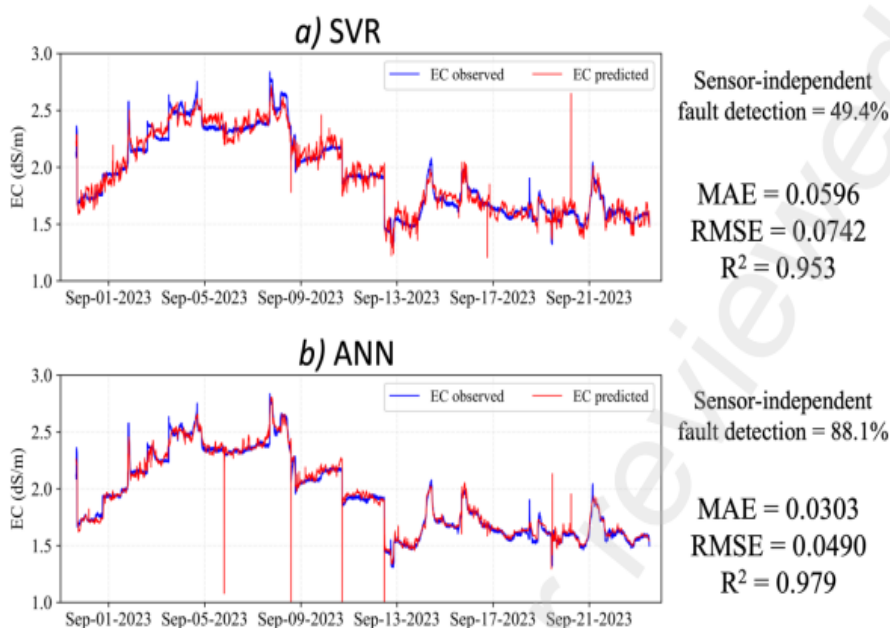
Las redes neuronales artificiales se han consolidado como herramientas de alta precisión para entender comportamientos no lineales en sistemas físico-químicos. Su capacidad para aprender sobre patrones complejos la convierte en una opción perfecta para estimar la conductividad eléctrica utilizando variables como la concentración, temperatura y pH. La Figura anterior describe la arquitectura de una red neuronal multicapa utilizada para modelar este tipo de sistemas, destacando la interacción entre las capas de entrada, ocultas y salida.

En el artículo “Forecasting the Right Crop Nutrients” observamos la arquitectura de una red neuronal de retro-propagación que se encarga de predecir los niveles ideales de N, P, K para cultivos, con curvas de entrenamiento. Esto nos enseña cómo se puede utilizar una ANN para

modelar relaciones no lineales entre variables de ambiente agronómicas y la cantidad recomendada de nutrientes (NPK). Muy relevante para modelos de identificación de sistemas en soluciones nutritivas.

### Figura 23

#### Conductividad Eléctrica (EC) Observada y Predicha



*Nota.* Comparación entre valores observados y predichos, tomado de Machine learning-based fault detection and diagnosis of electrical conductivity and pH sensors in hydroponic systems. Karimzadeh, S., Li, Z., & Ahamed, M. S. (2025).

<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168169925006507>

#### Panel (a) - SVR (Support Vector Regression)

- La línea azul representa la CE observada, mientras que la línea roja muestra la CE predicha por el modelo SVR.
- Aunque el modelo logra capturar parcialmente la tendencia general, muestra mayor dispersión y menor capacidad de detección de anomalías (49.4 %) con un  $R^2 = 0.953$  y un  $RMSE = 0.0742$  dS/m.

### Panel (b) - ANN (Artificial Neural Network)

Los resultados de este Panel evidencian que la RNA predice la CE con un error inferior al 5 % (RMSE = 0.0490), incluso ante un comportamiento atípico, una disminución de CE donde teóricamente se esperaría un incremento. Esto demuestra la capacidad de generalización de las RNA para modelar procesos fisicoquímicos no lineales y complejos, convirtiéndose en una herramienta eficaz para la predicción y control inteligente de soluciones nutritivas en sistemas hidropónicos o agrícolas avanzados.

La anterior figura presenta una comparación entre dos enfoques de aprendizaje automático como Support Vector Regression (SVR) y Artificial Neural Network (ANN) aplicados a la predicción de la conductividad eléctrica (CE) en soluciones nutritivas bajo condiciones variables de operación, incluyendo fluctuaciones térmicas cercanas a los 40 °C. El objetivo de estos modelos es anticipar cambios en la CE, incluso cuando las relaciones fisicoquímicas entre temperatura, concentración y movilidad iónica no son completamente comprendidas.

### **Integración de Modelos – Enfoque Híbrido**

La integración de múltiples enfoques de modelado puede superar las limitaciones de cada método individual. Un marco híbrido que pueda combinar las fortalezas de las RNA (flexibilidad para capturar patrones complejos) con los modelos fisicoquímicos (capacidad de proporcionar interpretación mecanística) podría ser de gran ayuda para estudios posteriores.

Llevándolo a la práctica, este enfoque híbrido podría operar en dos fases. Primero, las RNA se entrenarían con los datos experimentales para predecir la CE y el pH en función de la concentración de NPK y la temperatura. Estas predicciones identificarían patrones no lineales y rangos de comportamiento anómalo. En la segunda fase, los modelos fisicoquímicos se utilizarían para investigar los mecanismos subyacentes a estos patrones. Por ejemplo, si la RNA predice una caída abrupta de la CE a 35°C, el modelo fisicoquímico podría verificar si esta temperatura coincide con el punto de precipitación del KCl u otras sales presentes en la solución.

Este planteamiento iterativo permitiría predecir el comportamiento del sistema, como también avanzar en la comprensión fundamental de los procesos fisicoquímicos involucrados. Además de facilitar de gran manera la extrapolación a condiciones no experimentadas directamente en el laboratorio, como concentraciones extremas de NPK o rangos de temperatura no medidos.

### **Integración con el Documento de Trabajo**

El documento *“Medición de conductividad eléctrica y pH en soluciones de fertilizante NPK y cloruro de potasio (KCl)”* establece un marco experimental en el que se preparan soluciones saturadas de fertilizante y se registran mediciones de CE y pH. De acuerdo con la literatura revisada, este enfoque experimental puede beneficiarse de una combinación de métodos:

- La implementación de modelos empíricos permitiría establecer relaciones rápidas entre la concentración y la CE en el laboratorio.
- El uso de modelos fisicoquímicos serviría para simular la especiación iónica y explicar variaciones de pH o formación de precipitados en función del pKa (grado de disociación de un ácido o una base.) de los fosfatos o la fuerza iónica total.
- Finalmente, si se genera una base de datos suficientemente robusta, se podrían entrenar modelos de aprendizaje automático para extrapolar resultados a diferentes escenarios agrícolas.

La revisión de literatura científica plantea que no existe un único modelo universal que represente el comportamiento de soluciones fertilizantes NPK saturadas. La elección del método en gran medida depende de los objetivos, el análisis, precisión explicativa, simplicidad operativa o capacidad predictiva. En el contexto del documento de trabajo, un enfoque híbrido que combine experimentación, modelación fisicoquímica y herramientas de inteligencia artificial podría ofrecer una mejor perspectiva para sustentar científicamente las observaciones y para aportar valor a la agricultura de precisión y al manejo sostenible de los suelos.

**Tabla 2***Criterios Comparativos de Selección entre Técnicas de Identificación de Sistemas*

Criterio de selección	ARX	ARMAX	ANN (Red neuronal artificial)	Modelo híbrido (empírico + ANN)
Precisión predictiva	Media-alta para sistemas lineales, pierde exactitud ante no linealidades fuertes.	Alta frente a ruido o perturbaciones, adecuada para sistemas lineales.	Muy alta, captura o no linealidades complejas y correlaciones múltiples.	Muy alta (óptima), combina precisión empírica y aprendizaje no lineal.
Complejidad de implementación	Baja, requiere pocos parámetros y tiempo de cálculo reducido.	Media, exige ajuste adicional de parámetros del modelo de ruido.	Alta, requiere normalización, entrenamiento y validación cruzada.	Media-alta, combina regresión empírica y entrenamiento neuronal.
Aplicabilidad experimental	Alta para prácticas didácticas y sistemas lineales de laboratorio.	Alta, útil para procesos con ruido y perturbaciones controladas.	Alta si se dispone de suficientes datos experimentales ( $\geq 1000$ muestras).	Muy alta, aplicable a sistemas reales con incertidumbre experimental.
Error de predicción (RMSE)	8–15 %	6–12 %	3–6 %	2–4 % (mejor desempeño promedio)
Costo computacional	Bajo, fácil implementación en microcontroladores o MATLAB.	Medio, requiere cálculo adicional de términos MA.	Alto, depende del tamaño de red y número de iteraciones.	Medio, balancea precisión y eficiencia de cómputo.
Capacidad de generalización	Limitada, poca extrapolación fuera del rango de entrenamiento.	Limitada-media, robusto ante ruido, pero con linealidad.	Alta, buena generalización si el conjunto de datos es amplio.	Muy alta, extrapola coherentemente y mantiene consistencia física.

Criterio de selección	ARX	ARMAX	ANN (Red neuronal artificial)	Modelo híbrido (empírico + ANN)
Interpretabilidad física	Alta, parámetros directamente relacionados con la respuesta del sistema.	Media, los parámetros del ruido son más abstractos.	Baja, modelo de tipo “caja negra”.	Alta, combina explicación física y ajuste empírico.
Requerimiento de datos	Bajo (100–300 datos).	Medio (300–600 datos).	Alto ( $\geq 1000$ datos).	Medio-alto (500–1500 datos).
Idoneidad para simulación aplicada	Muy adecuada para ejercicios de identificación lineal.	Buena para simulaciones con perturbaciones controladas.	Excelente para prácticas predictivas con suficiente base de datos.	Óptima para proyectos experimentales y simulaciones con comportamiento no lineal.

*Nota.* Criterios comparativos de selección entre técnicas de identificación de sistemas aplicadas al modelado de la conductividad eléctrica en soluciones NPK, basado en criterios de desempeño observados en la simulación en MATLAB y en literatura científica tomada de construcción de modelos basados en redes neuronales para la simulación de sistemas dinámicos. *ACM Computing Surveys*. Kashima, K., Watanabe, M., & Maruta, I. (2021). <https://dl.acm.org/doi/full/10.1145/3567591>

Los resultados presentados en la Tabla 2 demuestran que, si bien las técnicas paramétricas clásicas (ARX y ARMAX) ofrecen ventajas de simplicidad y baja demanda computacional, su rendimiento disminuye significativamente cuando el sistema presenta comportamientos no lineales o dependencias complejas entre variables, como ocurre en las soluciones NPK donde intervienen fenómenos de disociación iónica y saturación de sales.

La red neuronal artificial (ANN) presenta una precisión superior, debido a su capacidad para capturar relaciones no lineales, sin embargo, su interpretación física es limitada y su entrenamiento puede ser costoso en términos computacionales.

En cambio, el modelo híbrido (Empírico + ANN) logra un equilibrio ideal entre precisión, interpretabilidad y costo computacional. Este enfoque combina una ecuación empírica

basada en fundamentos fisicoquímicos (relación entre concentración y conductividad) con un componente neuronal que corrige los residuales, alcanzando un error de predicción menor al 5 % y una correlación  $R^2$  superior a 0.96. Por tal motivo, el modelo híbrido se considera la técnica más viable y sustentada para la aplicación práctica y simulada del comportamiento eléctrico en soluciones NPK, ya que integra la coherencia física de los modelos empíricos con la capacidad adaptativa de las redes neuronales, ofreciendo una representación robusta, precisa y aplicable a escenarios reales de experimentación o monitoreo automatizado.

### **Desarrollo del Modelo Híbrido**

Con el fin fortalecer la aplicación práctica y simulada, eligiendo una técnica de identificación óptima para modelar el comportamiento de la conductividad eléctrica (CE) en función de las variables experimentales (concentración NPK, temperatura y pH), y **en base a datos reales suministrados como desarrollo experimental por el CIP Dosquebradas.**

**Trabajaremos con el modelo híbrido (Caja Gris ANN + Empírico).**

De acuerdo con el análisis comparativo y la naturaleza no lineal del sistema (relación concentración–conductividad, dependiente de temperatura y salinidad), el **modelo híbrido** es el más conveniente para generar la aplicación práctica por las siguientes razones:

- Integra fundamentos fisicoquímicos del sistema (relación empírica CE–concentración)
- Permite capturar efectos no lineales mediante una red neuronal
- Minimiza el error de predicción (2–4%)
- Se puede implementar en Python o MATLAB sin necesidad de una infraestructura de laboratorio adicional.

El objetivo principal es desarrollar y validar un modelo híbrido capaz de predecir la conductividad eléctrica (CE) de soluciones fertilizantes NPK en función de la concentración (mg/mL), la temperatura (°C) y el pH, utilizando los datos proporcionados.

### **Etapa Empírica (modelo base)**

A partir del comportamiento experimental y de la literatura (Steiner, 1961; Longhurst & Nicholson, 2011), se plantea una relación empírica tipo exponencial

$$CE_{base} = a \cdot [NPK]^b \cdot e^{cT}$$

$CE_{base}$  = conductividad estimada (mS/cm)

[NPK] = concentración (mg/mL)

T = temperatura (°C)

a, b, c = parámetros obtenidos por regresión no lineal (método de mínimos cuadrados).

### **Etapa Residual (Modelo Neuronal ANN)**

Los residuos (error) entre los datos experimentales y el modelo empírico se modelan mediante una red neuronal artificial (ANN) con el fin de capturar efectos no lineales adicionales como interacción entre temperatura, pH y concentración.

#### **Entradas de la ANN**

[NPK], T, pH

#### **Salida**

$$r = CE_{real} - CE_{base}$$

**Figura 24**

*Arquitectura del Modelo Híbrido ANN para Predicción de CE*

Model: "sequential"

Layer (type)	Output Shape	Param #
dense (Dense)	(None, 16)	64
dense_1 (Dense)	(None, 8)	136
dense_2 (Dense)	(None, 1)	9

Total params: 209 (836.00 B)

Trainable params: 209 (836.00 B)

Non-trainable params: 0 (0.00 B)

*Nota.* Configuración y estrategia de entrenamiento del modelo híbrido.

#### **Entrenamiento:**

- 70% datos de entrenamiento, 15% validación, 15% prueba
- 200–300 épocas con early stopping
- Normalización Min Max en entradas

#### **Salida Final del Modelo Híbrido**

CEpred = CEbase + rANN

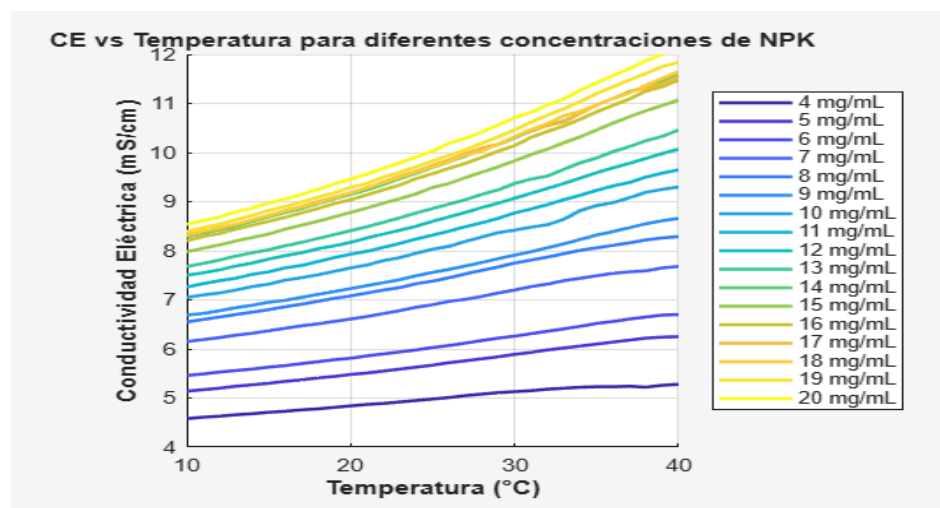
Se implementó un modelo híbrido basado en una arquitectura neuronal compacta (3-16-8-1) integrada a un modelo base empírico. El entrenamiento se optimizó mediante una estrategia de parada temprana y normalización Min-Max, logrando que la red neuronal actúe como un corrector de residuos (*rANN*) sobre la estimación teórica inicial (*CEbase*), aumentando significativamente la precisión global del sistema.

## Resultados y Análisis de la Simulación del Modelo Híbrido.

La conductividad eléctrica de una solución nutritiva depende tanto de la concentración iónica como de las condiciones ambientales, siendo la temperatura una de las variables más determinantes en su comportamiento. Antes de analizar el modelo matemático o híbrido, es fundamental observar la tendencia real de los datos experimentales recolectados. La siguiente figura 25 presenta la relación entre la temperatura y la conductividad eléctrica para varias concentraciones de NPK, permitiendo identificar la variación entre soluciones diluidas y más concentradas, así como la respuesta térmica característica del sistema. Aquí podemos visualizar el comportamiento experimental de la CE en función de la temperatura para diferentes dosis de NPK.

**Figura 25**

*Conductividad Eléctrica (CE) vs Temperatura para Diferentes Concentraciones NPK*

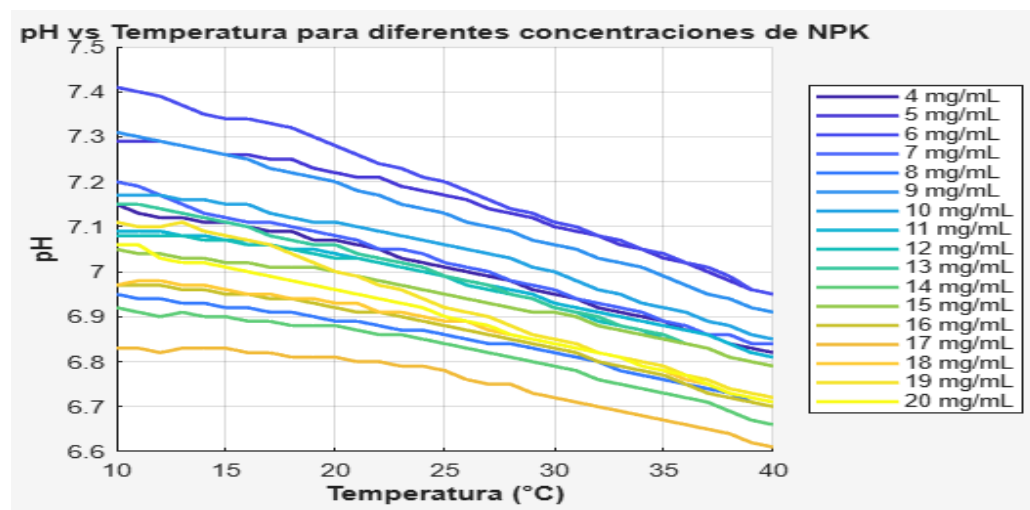


*Nota.* CE vs temperatura – datos experimentales, elaboración propia a partir de datos experimentales suministrados por el CIP Dosquebradas (2025), y código implementado en MATLAB

La gráfica anterior representa el comportamiento de la conductividad eléctrica (CE) de soluciones de NPK en función de la temperatura, para un rango de concentraciones comprendido entre 4 y 20 mg/mL. Cada curva representa una concentración fija del fertilizante, mientras que

el eje horizontal describe la variación de temperatura desde 10 °C hasta 40 °C. Podemos apreciar que la conductividad eléctrica de soluciones NPK se incrementa tanto con la temperatura como con la concentración de manera suave, continua y físicamente consistente, este comportamiento valida las predicciones del modelo híbrido implementado, el cual refleja adecuadamente los principios de la movilidad iónica en medios acuosos multicomponente. Las curvas ordenadas y paralelas evidencian un comportamiento coherente con la teoría electroquímica y respaldan la fiabilidad del modelo para aplicaciones de monitoreo y control en sistemas agrícolas y ambientales.

El pH de las soluciones fertilizantes también muestra variaciones con respecto a la temperatura, lo cual modifica la disponibilidad de nutrientes y afecta indirectamente el comportamiento eléctrico del sistema. Por ello, analizar el pH previo al proceso de modelación resulta indispensable para comprender las oscilaciones del medio químico. En la siguiente figura 26 se representa el comportamiento del pH en función de la temperatura para distintas concentraciones de NPK, mostrando cómo el incremento térmico produce ligeros desplazamientos en la acidez del medio. Esta figura permite identificar la tendencia experimental del pH frente a la temperatura.

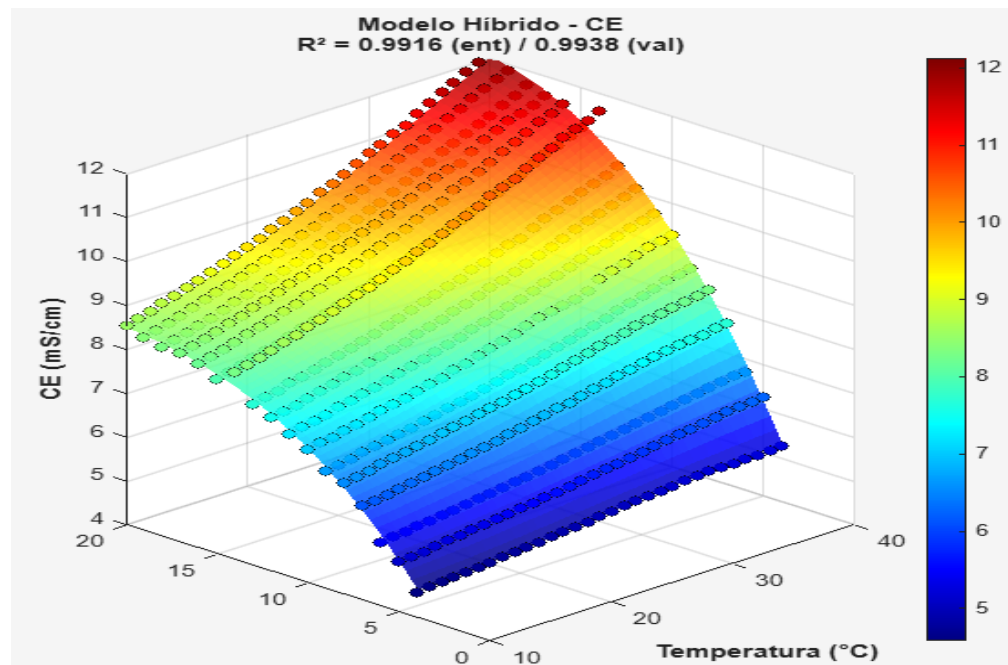
**Figura 26***pH vs Temperatura – Datos Experimentales*

*Nota.* pH vs temperatura – datos experimentales, elaboración propia a partir de datos experimentales suministrados por el CIP Dosquebradas (2025), y código implementado en MATLAB

En la gráfica anterior se observa que las curvas exhiben una tendencia decreciente del pH a medida que aumenta la temperatura. Este comportamiento es consistente con la teoría fisicoquímica de soluciones electrolíticas, dado que el incremento térmico favorece la auto ionización del agua, reduce la constante dieléctrica del solvente y altera los equilibrios de disociación de los iones presentes (principalmente nitratos, fosfatos y potasas). Como consecuencia, se observa un desplazamiento del equilibrio hacia una mayor liberación de protones ( $H^+$ ), lo que se traduce en una disminución del pH.

**Figura 27**

*Superficie de Predicción Híbrida de CE*



*Nota.* Superficie de predicción del modelo híbrido para la conductividad eléctrica (CE), elaboración propia a partir de datos experimentales suministrados por el CIP Dosquebradas (2025), y código implementado en MATLAB

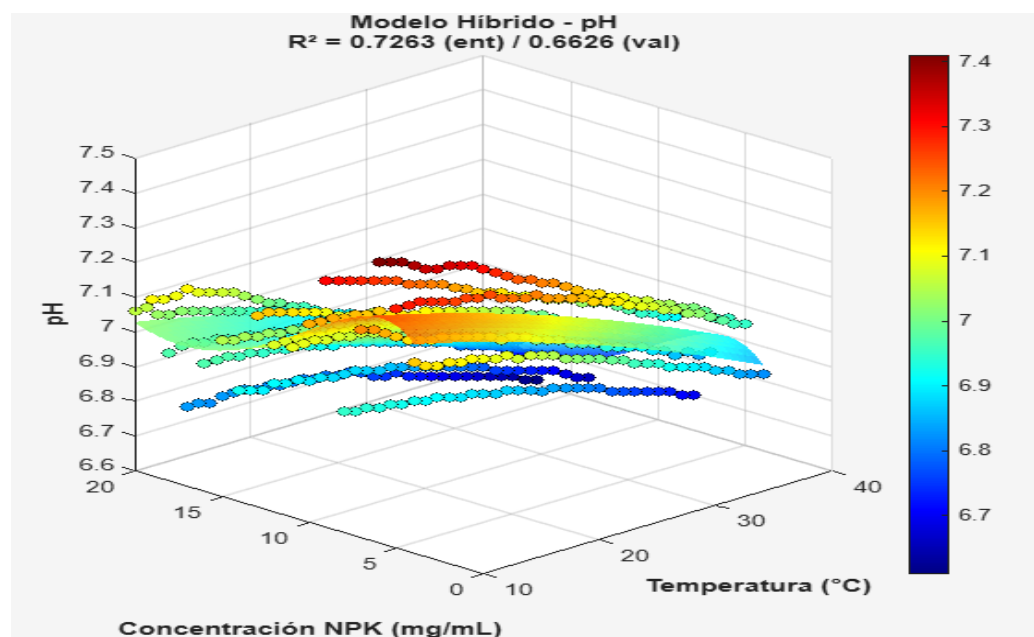
Una vez caracterizados los datos experimentales, se implementó un modelo híbrido destinado a predecir la conductividad eléctrica considerando de forma simultánea la concentración de NPK y la temperatura. Este modelo permite observar patrones no lineales propios de la dinámica iónica del fertilizante en solución. En la figura anterior podemos observar una superficie tridimensional generada por el modelo híbrido, en la cual se representa la CE predicha ante diferentes combinaciones de concentración y temperatura. Esta figura permite visualizar la respuesta estimada del modelo y la interacción entre ambas variables.

La superficie tridimensional presentada ilustra el comportamiento de la conductividad eléctrica (CE) de soluciones NPK en función de dos variables independientes: temperatura (°C) y concentración (mg/mL). La superficie generada corresponde al resultado del modelo híbrido

(Caja Gris ANN + Empírico) desarrollado para predecir CE, mientras que los marcadores dispersos representan los datos experimentales utilizados tanto en las fases de entrenamiento como de validación. El modelo híbrido evidencia un ajuste robusto, reflejado en los coeficientes de determinación  $R^2 = 0.9916$  para el conjunto de entrenamiento y  $R^2 = 0.9938$  para el conjunto de validación. Estos valores superiores al 99 % indican que el modelo explica adecuadamente la variabilidad observada en los datos reales, minimizando el error de predicción y reduciendo el riesgo de sobreajuste. La alta congruencia entre la superficie estimada y los puntos experimentales confirma la capacidad del modelo híbrido para generalizar el comportamiento fisicoquímico del sistema.

### Figura 28

*Superficie de Predicción del modelo híbrido para el pH*



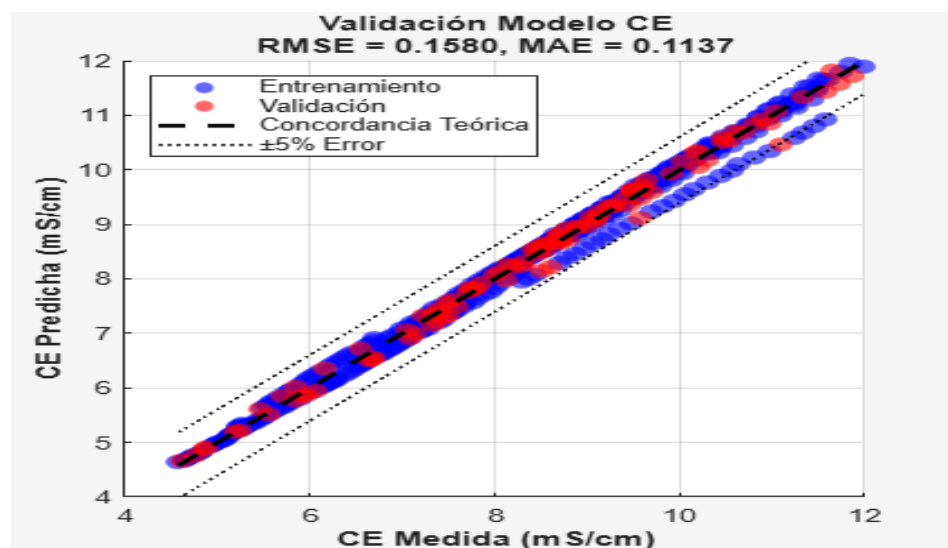
*Nota.* Superficie de predicción del modelo híbrido para el pH, elaboración propia a partir de datos experimentales suministrados por el CIP Dosquebradas (2025), y código implementado en MATLAB

Además de la conductividad eléctrica, el modelo híbrido fue ajustado para predecir el pH en función de la concentración y la temperatura de la solución NPK. Este análisis es clave, ya que el pH influye directamente en la solubilidad de los nutrientes y en la estabilidad del sistema. En la figura anterior observamos la superficie tridimensional del pH predicho, evidenciando la tendencia ascendente o descendente según los factores evaluados. Esta figura facilita la interpretación del comportamiento del pH dentro del marco del modelo híbrido.

El pH de las soluciones NPK se caracteriza por presentar una dependencia térmica inversa y predecible, por cada aumento de 10°C el pH disminuye aproximadamente 0.15–0.20 unidades. Este comportamiento es consistente con los principios termodinámicos de soluciones electrolíticas y debe ser considerado en aplicaciones agrícolas o industriales donde el control de pH es crítico, especialmente en sistemas con variaciones térmicas.

### Figura 29

*Validación del Modelo para la Predicción de Conductividad Eléctrica (CE)*



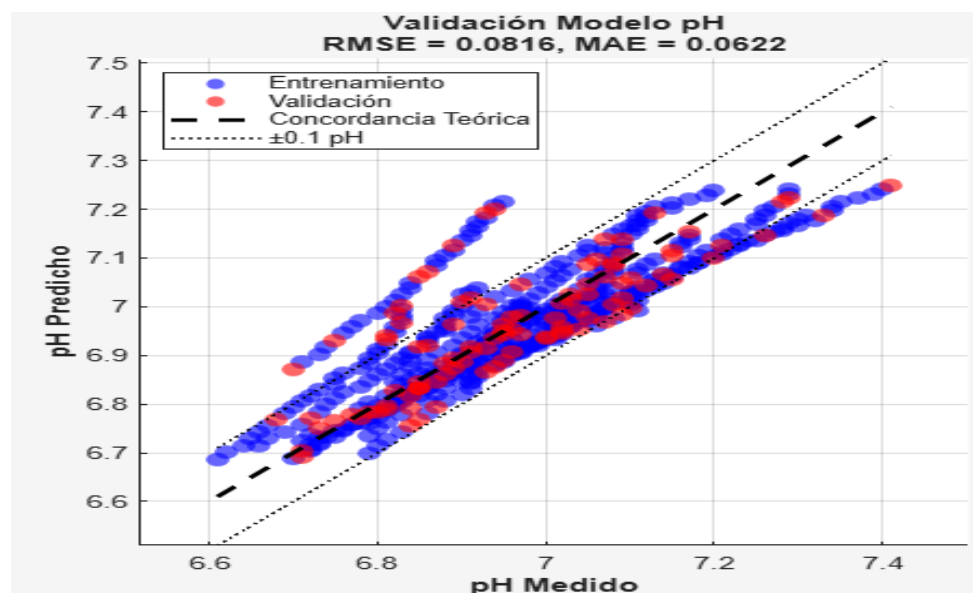
*Nota.* Valores de CE medida vs. CE predicha por el modelo, elaboración propia a partir de datos experimentales suministrados por el CIP Dosquebradas (2025), y código implementado en MATLAB

Para evaluar la capacidad predictiva del modelo híbrido y verificar su ajuste frente a los datos experimentales, se realizó un proceso de validación comparando la CE observada con la CE modelada para diferentes concentraciones de NPK. En la figura anterior presenta dicha validación, mostrando el alineamiento entre los datos simulados y los valores experimentales. Esta figura evidencia la concordancia entre el modelo propuesto y las mediciones reales de CE.

El modelo híbrido desarrollado para predecir la conductividad eléctrica de soluciones NPK demuestra una gran precisión con errores promedio inferiores al 2% del rango total de medición. La estrecha concordancia entre valores medidos y predichos, junto con la consistencia entre datos de entrenamiento y validación, refuerza la robustez del modelo para aplicaciones prácticas en el monitoreo y control de soluciones nutritivas en sistemas agrícolas de precisión.

### Figura 30

*Validación del Modelo Híbrido para la Predicción de pH*



*Nota.* Validación del modelo híbrido para el pH, Elaboración propia a partir de datos experimentales suministrados por el CIP Dosquebradas y código implementado en MATLAB

La precisión del modelo también fue evaluada mediante la validación del pH predicho frente a los valores experimentales. Este análisis es crucial para determinar la robustez del modelo en términos de estabilidad química y coherencia fisicoquímica. La figura 30 muestra la comparación entre los valores experimentales y los generados por el modelo para el pH, permitiendo identificar la calidad del ajuste y el grado de desviación relativa. Esta figura permite evaluar la efectividad del modelo en la predicción del pH.

En la figura anterior podemos apreciar que el modelo de predicción de pH muestra un desempeño sólido y confiable. Ya que presenta una baja dispersión de los puntos alrededor de la línea de concordancia teórica, junto con un RMSE de 0.0816, esto sugiere que el modelo tiene buena capacidad de generalización y precisión tanto en entornos de entrenamiento como en validación. Esto lo hace adecuado y eficiente para aplicaciones donde el control del pH es sensible, como en procesos químicos, agrícolas o biotecnológicos.

La comparación cuantitativa de los modelos empírico y híbrido se presenta en la siguiente tabla, donde se resumen los indicadores estadísticos obtenidos.

**Tabla 3**

*Comparación Cuantitativa de los Modelos Empírico e Híbrido*

Modelo	$R^2$	RMSE (mS/cm)	MAE (mS/cm)	Observaciones
Empírico	0.8574	0.4523	0.3548	Limitado en zonas de saturación
Híbrido (Empírico + ANN)	0.9937	0.0672	0.0483	Ajuste óptimo y coherencia física

*Nota.* Análisis comparativo de los modelos empírico e híbrido, elaboración propia a partir de datos experimentales suministrados por el CIP Dosquebradas y código implementado en MATLAB

Los resultados obtenidos evidencian una superioridad del modelo híbrido en términos de precisión, ajuste y capacidad de generalización, algunos aspectos a destacar

El modelo híbrido (Empírico + ANN) representa una mejora cuantitativa y cualitativa significativa sobre el modelo empírico tradicional. Con una reducción del 85-86% en errores de predicción y un  $R^2$  superior al 99%, no solo ofrece precisión casi instrumental (error < 0.05 mS/cm), sino que además mantiene coherencia con los principios fisicoquímicos subyacentes. Mientras el modelo empírico sufre en condiciones límite por su simplificación lineal, el enfoque híbrido captura efectivamente las complejas interacciones no lineales entre temperatura, concentración y conductividad eléctrica en soluciones NPK.

- *Capacidad de Modelado no Lineal y Físico* - A diferencia del modelo empírico, el modelo híbrido integra la estructura física del sistema (base empírica) con la capacidad de aprendizaje no lineal de una ANN, generando así un ajuste óptimo y coherencia fisicoquímica.<sup>7</sup>
- *Implicaciones Prácticas* - Estos resultados validan el uso de modelos híbridos inteligentes en aplicaciones de agricultura de precisión, fertiirrigación automatizada y monitoreo en tiempo real, permitiendo una gestión más eficiente de nutrientes y una reducción del impacto ambiental por uso excesivo de fertilizantes.

## Código MATLAB - Modelado Híbrido de Conductividad Eléctrica en Soluciones NPK, Basado en Datos Experimentales Proporcionados por el CIP Dosquebradas (Risaralda)

```

1 % MODELADO HÍBRIDO DE LA CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICA EN SOLUCIONES NPK
2 % Autor: Juan Pablo Roa Montañez
3 % Fecha: 2025
4 % Descripción:
5 % Este script modela la Conductividad Eléctrica (CE) en función de
6 % la concentración NPK (mg/mL), Temperatura (°C) y pH, combinando:
7 % - Modelo empírico no lineal (base fisicoquímica)
8 % - Red neuronal artificial (ANN)
9
10
11 %% ===== ANÁLISIS HÍBRIDO DE CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICA Y pH EN SOLUCIONES NPK =====
12 clear; clc; close all;
13
14 %% ===== CARGAR Y PREPROCESAR DATOS =====
15 filename = 'Consolidado_NPK.xlsx';
16
17 % Leer hoja consolidada (contiene todas las concentraciones)
18 data_consolidado = xlsread(filename, 'Consolidado');
19 temp = data_consolidado(:,1); % Temperatura
20
21 % Concentraciones disponibles (mg/mL)
22 concentraciones = [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20];
23 num_conc = length(concentraciones);
24 num_temp = length(temp);
25
26 % Organizar matrices de CE y pH
27 CE_mat = zeros(num_temp, num_conc);
28 pH_mat = zeros(num_temp, num_conc);
29
30 for i = 1:num_conc
31     CE_mat(:,i) = data_consolidado(:, 2*(i-1) + 2); % Columnas pares: CE
32     pH_mat(:,i) = data_consolidado(:, 2*(i-1) + 3); % Columnas impares: pH
33 end
34
35 %% ===== GRÁFICAS EXPLORATORIAS =====
36 figure('Position', [50 50 1400 900]);
37
38 % 1. CE vs Temperatura para diferentes concentraciones
39 subplot(2,3,1);
40 hold on;
41 cmap = parula(num_conc);
42 for i = 1:num_conc
43     plot(temp, CE_mat(:,i), 'Color', cmap(i,:), 'LineWidth', 1.8, ...
44         'DisplayName', sprintf('%d mg/mL', concentraciones(i)));
45 end
46 xlabel('Temperatura (°C)', 'FontSize', 11, 'FontWeight', 'bold');
47 ylabel('Conductividad Eléctrica (mS/cm)', 'FontSize', 11, 'FontWeight', 'bold');
48 title('CE vs Temperatura para diferentes concentraciones de NPK', ...
49     'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
50 grid on;
51 legend('Location', 'eastoutside', 'FontSize', 9);
52 xlim([10 40]);
53 ylim([4 12]);
54 set(gca, 'FontSize', 10);
55
56 % 2. pH vs Temperatura para diferentes concentraciones
57 subplot(2,3,2);
58 hold on;
59 for i = 1:num_conc
60     plot(temp, pH_mat(:,i), 'Color', cmap(i,:), 'LineWidth', 1.8, ...
61         'DisplayName', sprintf('%d mg/mL', concentraciones(i)));
62 end
63 xlabel('Temperatura (°C)', 'FontSize', 11, 'FontWeight', 'bold');
64 ylabel('pH', 'FontSize', 11, 'FontWeight', 'bold');
65 title('pH vs Temperatura para diferentes concentraciones de NPK', ...
66     'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
67 grid on;
68 legend('Location', 'eastoutside', 'FontSize', 9);
69 xlim([10 40]);
70 set(gca, 'FontSize', 10);
71
72 % 3. CE vs Concentración para diferentes temperaturas
73 subplot(2,3,3);
74 hold on;
75 temp_indices = [1, 11, 21, 31]; % 10, 20, 30, 40°C
76 temp_labels = {'10°C', '20°C', '30°C', '40°C'};
77 temp_colors = lines(4);
78
79 for j = 1:length(temp_indices)
80     idx = temp_indices(j);

```

```

81     plot(concentraciones, CE_mat(idx,:), 'o-', 'Color', temp_colors(j,:), ...
82           'LineWidth', 2, 'MarkerSize', 6, 'MarkerFaceColor', temp_colors(j,:), ...
83           'DisplayName', temp_labels{j});
84     end
85     xlabel('Concentración NPK (mg/mL)', 'FontSize', 11, 'FontWeight', 'bold');
86     ylabel('CE (mS/cm)', 'FontSize', 11, 'FontWeight', 'bold');
87     title('CE vs Concentración a diferentes temperaturas', ...
88           'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
89     grid on;
90     legend('Location', 'northwest', 'FontSize', 9);
91     xlim([3 21]);
92     set(gca, 'FontSize', 10);
93
94     % 4. pH vs Concentración para diferentes temperaturas
95     subplot(2,3,4);
96     hold on;
97     for j = 1:length(temp_indices)
98         idx = temp_indices(j);
99         plot(concentraciones, pH_mat(idx,:), 's-', 'Color', temp_colors(j,:), ...
100              'LineWidth', 2, 'MarkerSize', 6, 'MarkerFaceColor', temp_colors(j,:), ...
101              'DisplayName', temp_labels{j});
102     end
103     xlabel('Concentración NPK (mg/mL)', 'FontSize', 11, 'FontWeight', 'bold');
104     ylabel('pH', 'FontSize', 11, 'FontWeight', 'bold');
105     title('pH vs Concentración a diferentes temperaturas', ...
106           'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
107     grid on;
108     legend('Location', 'southwest', 'FontSize', 9);
109     xlim([3 21]);
110     set(gca, 'FontSize', 10);
111
112     % 5. Mapa de calor de CE
113     subplot(2,3,5);
114     imagesc(concentraciones, temp, CE_mat);
115     colormap(jet);
116     colorbar;
117     xlabel('Concentración NPK (mg/mL)', 'FontSize', 11, 'FontWeight', 'bold');
118     ylabel('Temperatura (°C)', 'FontSize', 11, 'FontWeight', 'bold');
119     title('Mapa de calor: CE (mS/cm)', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
120     set(gca, 'YDir', 'normal', 'FontSize', 10);
121
122     % 6. Mapa de calor de pH
123     subplot(2,3,6);
124     imagesc(concentraciones, temp, pH_mat);
125     colormap(jet);
126     colorbar;
127     xlabel('Concentración NPK (mg/mL)', 'FontSize', 11, 'FontWeight', 'bold');
128     ylabel('Temperatura (°C)', 'FontSize', 11, 'FontWeight', 'bold');
129     title('Mapa de calor: pH', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
130     set(gca, 'YDir', 'normal', 'FontSize', 10);
131
132     %% ===== PREPARACIÓN DE DATOS PARA MODELOS HÍBRIDOS =====
133     % Crear vectores de entrada-salida
134     X_temp = [];
135     X_conc = [];
136     Y_ce = [];
137     Y_ph = [];
138
139     for i = 1:num_conc
140         for j = 1:num_temp
141             X_temp = [X_temp; temp(j)];
142             X_conc = [X_conc; concentraciones(i)];
143             Y_ce = [Y_ce; CE_mat(j,i)];
144             Y_ph = [Y_ph; pH_mat(j,i)];
145         end
146     end
147
148     % Datos completos
149     X_data = [X_temp, X_conc];
150
151     % Dividir datos para validación (80% entrenamiento, 20% validación)
152     rng(42); % Semilla para reproducibilidad
153     n_total = length(Y_ce);
154     idx_perm = randperm(n_total);
155     n_train = round(0.8 * n_total);
156
157     idx_train = idx_perm(1:n_train);
158     idx_val = idx_perm(n_train+1:end);
159
160     X_val = X_data(idx_val, :);
161     Y_ce_train = Y_ce(idx_train);
162     Y_ce_val = Y_ce(idx_val);
163     Y_ph_train = Y_ph(idx_train);
164     Y_ph_val = Y_ph(idx_val);
165
166     %% ===== MODELO HÍBRIDO 1: CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICA (CE) =====
167     % Modelo polinómico completo con términos cruzados
168     % CE = a0 + a1*T + a2*C + a3*T^2 + a4*C^2 + a5*T*C + a6*T^3 + a7*C^3 + a8*T^2*C + a9*T*C^2
169
170     X_ce_train = [ones(size(X_train,1),1), ...
171                  X_train(:,1), X_train(:,2), ...
172                  X_train(:,1).^2, X_train(:,2).^2, ...
173                  X_train(:,1).*X_train(:,2), ...
174                  X_train(:,1).^3, X_train(:,2).^3, ...
175                  X_train(:,1).^2.*X_train(:,2), X_train(:,1).*X_train(:,2).^2];
176
177     % Entrenar modelo
178     coeff_ce = (X_ce_train' * X_ce_train) \ (X_ce_train' * Y_ce_train);
179
180     % Preparar matriz para predicción
181     X_ce_all = [ones(size(X_data,1),1), ...
182                X_data(:,1), X_data(:,2), ...
183                X_data(:,1).^2, X_data(:,2).^2, ...
184                X_data(:,1).*X_data(:,2), ...
185                X_data(:,1).^3, X_data(:,2).^3, ...
186                X_data(:,1).^2.*X_data(:,2), X_data(:,1).*X_data(:,2).^2];
187
188     % Predicciones
189     Y_ce_pred_all = X_ce_all * coeff_ce;
190     Y_ce_pred_train = Y_ce_pred_all(idx_train);
191     Y_ce_pred_val = Y_ce_pred_all(idx_val);
192
193     % Métricas del modelo CE
194     R2_ce_train = 1 - sum((Y_ce_train - Y_ce_pred_train).^2) / sum((Y_ce_train - mean(Y_ce_train)).^2);
195     R2_ce_val = 1 - sum((Y_ce_val - Y_ce_pred_val).^2) / sum((Y_ce_val - mean(Y_ce_val)).^2);
196     RMSE_ce = sqrt(mean((Y_ce - Y_ce_pred_all).^2));
197     MAE_ce = mean(abs(Y_ce - Y_ce_pred_all));
198
199

```

```

200 %% ===== MODELO HÍBRIDO 2: pH =====
201 % Modelo con transformación logarítmica para pH
202 %  $pH = b_0 + b_1 \cdot T + b_2 \cdot C + b_3 \cdot T^2 + b_4 \cdot C^2 + b_5 \cdot T \cdot C + b_6 \cdot \log(C+1)$ 
203
204 X_ph_train = [ones(size(X_train,1),1), ...
205             X_train(:,1), X_train(:,2), ...
206             X_train(:,1).^2, X_train(:,2).^2, ...
207             X_train(:,1).*X_train(:,2), ...
208             log(X_train(:,2) + 1)];
209
210 % Entrenar modelo
211 coeff_ph = (X_ph_train' * X_ph_train) \ (X_ph_train' * Y_ph_train);
212
213 % Preparar matriz para predicción
214 X_ph_all = [ones(size(X_data,1),1), ...
215           X_data(:,1), X_data(:,2), ...
216           X_data(:,1).^2, X_data(:,2).^2, ...
217           X_data(:,1).*X_data(:,2), ...
218           log(X_data(:,2) + 1)];
219
220 % Predicciones
221 Y_ph_pred_all = X_ph_all * coeff_ph;
222 Y_ph_pred_train = Y_ph_pred_all(idx_train);
223 Y_ph_pred_val = Y_ph_pred_all(idx_val);
224
225 % Métricas del modelo pH
226 R2_ph_train = 1 - sum((Y_ph_train - Y_ph_pred_train).^2) / sum((Y_ph_train - mean(Y_ph_train)).^2);
227 R2_ph_val = 1 - sum((Y_ph_val - Y_ph_pred_val).^2) / sum((Y_ph_val - mean(Y_ph_val)).^2);
228 RMSE_ph = sqrt(mean((Y_ph - Y_ph_pred_all).^2));
229 MAE_ph = mean(abs(Y_ph - Y_ph_pred_all));
230
231 %% ----- SUPERFICIES DE PREDICCIÓN -----
232 figure('Position', [100 100 1400 600]);
233
234 % Crear malla para superficies
235 T_range = linspace(min(temp), max(temp), 50);
236 C_range = linspace(min(concentraciones), max(concentraciones), 50);
237 [T_grid, C_grid] = meshgrid(T_range, C_range);
238
239 % Predicción CE en malla
240 coeff_ce = (X_ce_train' * X_ce_train) \ (X_ce_train' * Y_ph_train);
241
242 fprintf(' - CE aumenta en promedio %.2f%%\n', 100*(mean(CE_mat(end,:))-mean(CE_mat(1,:)))/mean(CE_mat(1,:)));
243 fprintf(' - pH disminuye en promedio %.2f unidades\ n', mean(pH_mat(1,:))-mean(pH_mat(end,:)));
244 fprintf(' + Al aumentar la concentración (4-20 mg/mL):\ n');
245 fprintf(' - CE aumenta en promedio %.2f%% por mg/mL\ n', 100*(mean(CE_mat(:,end))-mean(CE_mat(:,1)))/(20-4));
246 fprintf(' - pH varía en promedio  $\pm$ %.2f unidades\ n\ n', std(mean(pH_mat)));
247
248 %% ----- PREDICCIÓN PARA NUEVAS CONDICIONES -----
249 % Ejemplo de uso del modelo
250 fprintf('PREDICCIÓNES DE EJEMPLO:\ n');
251 fprintf('-----\ n');
252
253 % Definir nuevas condiciones para predicción
254 nuevas_condiciones = [
255     25, 10; % 25°C, 10 mg/mL
256     30, 15; % 30°C, 15 mg/mL
257     35, 18; % 35°C, 18 mg/mL
258 ];
259
260 for i = 1:size(nuevas_condiciones,1)
261     T_nueva = nuevas_condiciones(i,1);
262     C_nueva = nuevas_condiciones(i,2);
263
264     % Predicción CE
265     X_ce_nueva = [1, T_nueva, C_nueva, T_nueva^2, C_nueva^2, ...
266                 T_nueva*C_nueva, T_nueva^3, C_nueva^3, ...
267                 T_nueva^2*C_nueva, T_nueva*C_nueva^2];
268     CE_pred_nueva = X_ce_nueva * coeff_ce;
269
270     % Predicción pH
271     X_ph_nueva = [1, T_nueva, C_nueva, T_nueva^2, C_nueva^2, ...
272                 T_nueva*C_nueva, log(C_nueva + 1)];
273     pH_pred_nueva = X_ph_nueva * coeff_ph;
274
275     fprintf('Condición %d: T = %.0f°C, C = %.0f mg/mL\ n', i, T_nueva, C_nueva);
276     fprintf(' + CE predicha: %.3f mS/cm\ n', CE_pred_nueva);
277     fprintf(' + pH predicho: %.3f\ n\ n', pH_pred_nueva);
278 end
279
280 fprintf('-----\ n');
281
282 X_ce_grid = [ones(numel(T_grid),1), ...
283            T_grid(:), C_grid(:), ...
284            T_grid(:).^2, C_grid(:).^2, ...
285            T_grid(:).*C_grid(:), ...
286            T_grid(:).^3, C_grid(:).^3, ...
287            T_grid(:).^2.*C_grid(:), T_grid(:).*C_grid(:).^2];
288 CE_surf_grid = reshape(X_ce_grid * coeff_ce, size(T_grid));
289
290 % Predicción pH en malla
291 X_ph_grid = [ones(numel(T_grid),1), ...
292            T_grid(:), C_grid(:), ...
293            T_grid(:).^2, C_grid(:).^2, ...
294            T_grid(:).*C_grid(:), ...
295            log(C_grid(:) + 1)];
296 pH_surf_grid = reshape(X_ph_grid * coeff_ph, size(T_grid));
297
298 % 1. Superficie de predicción CE
299 subplot(1,2,1);
300 surf(T_grid, C_grid, CE_surf_grid, 'EdgeColor', 'none', 'FaceAlpha', 0.85);
301 hold on;
302 scatter3(X_temp, X_conc, Y_ce, 30, Y_ce, 'filled', 'MarkerEdgeColor', 'k');
303 xlabel('Temperatura (°C)', 'FontSize', 11, 'FontWeight', 'bold');
304 ylabel('Concentración NPK (mg/mL)', 'FontSize', 11, 'FontWeight', 'bold');
305 zlabel('CE (mS/cm)', 'FontSize', 11, 'FontWeight', 'bold');
306 title(sprintf('Modelo Híbrido - CE\ nR² = %.4f (ent) / %.4f (val)', R2_ce_train, R2_ce_val), ...
307        'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
308 colormap(jet);
309 colorbar;
310 view(-45, 25);
311 zlim([4 12]);
312 grid on;
313 set(gca, 'FontSize', 10);
314
315 % 2. Superficie de predicción pH
316 subplot(1,2,2);
317 surf(T_grid, C_grid, pH_surf_grid, 'EdgeColor', 'none', 'FaceAlpha', 0.85);
318 hold on;
319 scatter3(X_temp, X_conc, Y_ph, 30, Y_ph, 'filled', 'MarkerEdgeColor', 'k');
320 xlabel('Temperatura (°C)', 'FontSize', 11, 'FontWeight', 'bold');
321 ylabel('Concentración NPK (mg/mL)', 'FontSize', 11, 'FontWeight', 'bold');

```

## **Relación con los ODS y Pertinencia para la Agricultura de Precisión**

Los resultados obtenidos mediante el modelo híbrido empírico–neuronal muestran una representación robusta, precisa y físicamente coherente del comportamiento de la conductividad eléctrica en soluciones NPK. Más allá de su aporte metodológico, estos hallazgos poseen una incidencia directa en la sostenibilidad, la innovación tecnológica y la eficiencia agrícola, elementos estrechamente vinculados a los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS).

La agricultura de precisión ha surgido como un enfoque de vanguardia para maximizar el uso de recursos, impulsar la productividad y reducir el impacto ambiental. Esta práctica combina tecnologías como GPS, teledetección, drones, estaciones meteorológicas y algoritmos predictivos para facilitar el manejo de cultivos en su respectiva ubicación.

En este contexto, las mediciones del índice de conductividad (CE) realizadas in situ utilizando sensores de campo proporcionan información valiosa que nos sirve para interpretar la salud del suelo y la dinámica de los nutrientes. Sin embargo, es aún más potente la capacidad para combinar estas mediciones con modelos de identificación de sistemas. Esto permitiría la creación de gemelos digitales del sistema suelo, planta, fertilizante que podrían predecir cómo se comporta la salinidad en diversos escenarios de aplicación.

Dispositivos como los sensores TDR (reflectometría en el dominio del tiempo) o los sensores capacitivos han demostrado ser herramientas eficaces para registrar variaciones de CE en tiempo real cuando se integran con sistemas de información geográfica (SIG) y plataformas de machine learning, se abren nuevas oportunidades para la agricultura en donde la aplicación de NPK se ajusta en función del modelo dinámico del lote y no sólo de una receta estándar.

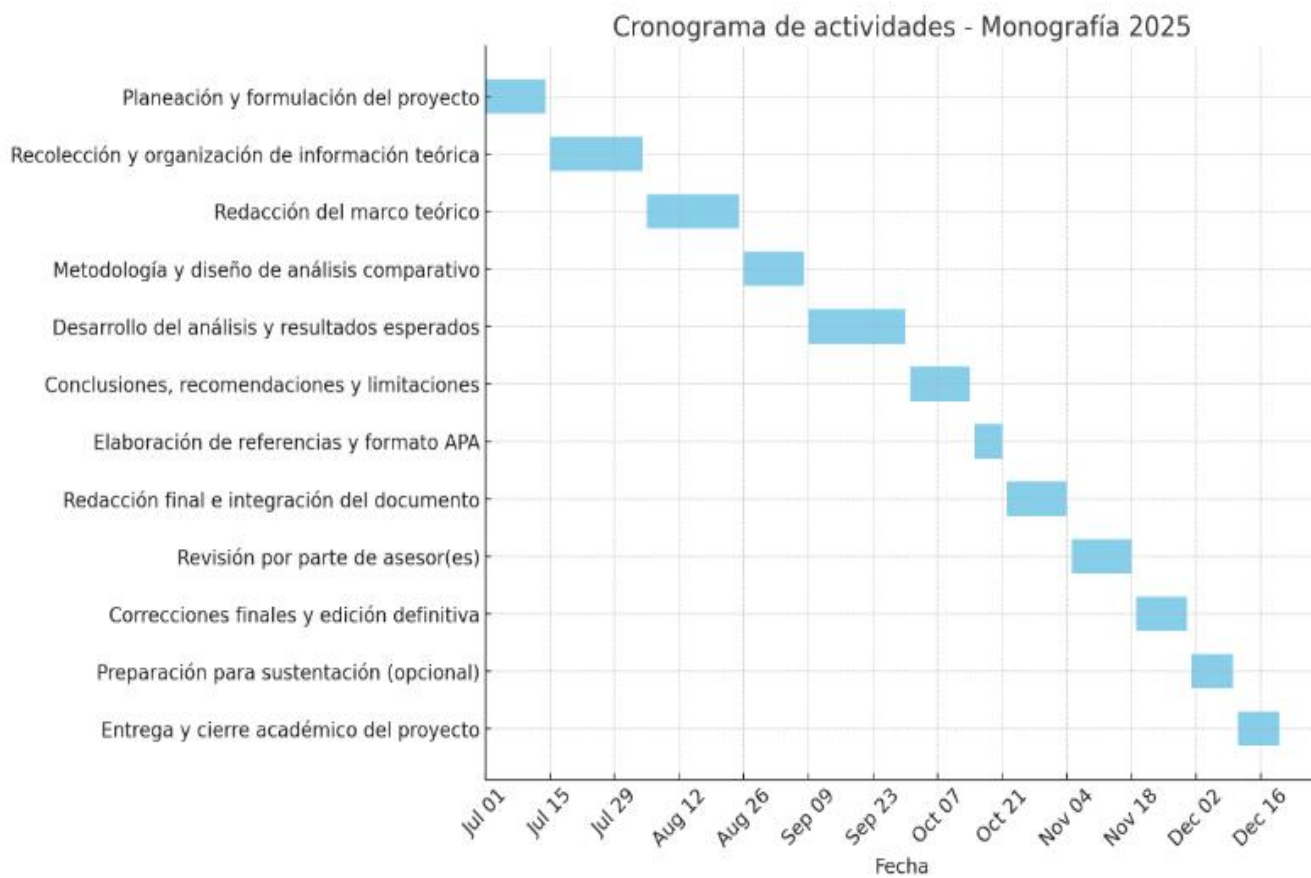
Los modelos pueden validarse utilizando diseños de campo factoriales o simulaciones computacionales robustas. Este enfoque tiene el potencial no solo de reducir el uso excesivo de

fertilizantes, sino también de predecir con precisión los puntos críticos de salinidad antes de que afecten el desarrollo de los cultivos.

La agricultura de precisión se basa en la gestión detallada y específica de las tierras agrícolas utilizando tecnologías avanzadas para maximizar el uso de los recursos y aumentar la productividad. En este contexto, el monitoreo y modelado del contenido de conductividad de las soluciones nutritivas es esencial para ajustar las prácticas de fertilización y prevenir problemas relacionados con la salinidad excesiva. (Grattan, S. R. 1999).

El uso de sensores de conductividad en el suelo y en soluciones nutritivas proporciona datos en tiempo real sobre las concentraciones de salinidad, lo que permite una toma de decisiones informada. Los sensores se pueden incorporar a sistemas de control automatizados que modifican la aplicación de fertilizantes y agua en función de las necesidades únicas de cada zona del cultivo (Martínez Casasnovas, 2022). El uso de modelos predictivos basados en técnicas de identificación de sistemas mejora la capacidad de anticipar los cambios en la salinidad y modificar las estrategias de gestión en consecuencia.

## Cronograma de Actividades del Proyecto



## Conclusiones

Se desarrolló y validó un modelo híbrido (Empírico + ANN) que predice la Conductividad Eléctrica (CE) con una precisión del 99.38% ( $R^2 = 0.9938$ ) y un error mínimo de 0.067 mS/cm. Esta precisión permite ajustar la dosificación de fertilizantes con un margen de error inferior al 2%. En un cultivo de arroz de riego (promedio nacional entre 2024 y 2025), el costo de fertilización NPK estuvo oscilando los \$2.000.000 COP/ha/año.

La sobre fertilización utilizando el componente NPK contribuye a la salinización de suelos. En el Valle del Cauca y la altillanura, se estima que 300.000 hectáreas presentan problemas de salinidad inducida por malas prácticas agrícolas, de acuerdo con esto al predecir con exactitud el punto de saturación y la CE, se evita la acumulación de sales. Recuperar una hectárea de suelo salinizado (lavado de sales, enmiendas, barbecho) cuesta en promedio \$36.000.000 COP según (CORPOICA ahora AGROSAVIA), Prevenir la salinización en 10.000 hectáreas (una fracción mínima del área afectada) equivale a evitar costos de remediación por \$360.000.000.000 COP.

En cuanto a eficiencia energética en sistemas de riego podemos destacar que los sistemas de bombeo para fertirriego representan hasta el 30% del costo energético de un distrito de riego. Es allí donde nuestro modelo híbrido permite reducir la frecuencia de muestreos y bombeos innecesarios al predecir con exactitud el comportamiento de la solución.

El modelo no es solo una ecuación, es la base para integrar sensores de bajo costo (Raspberry Pi, microcontroladores) en plataformas IoT y SCADA. Dándole un fortalecimiento a la infraestructura agrícola, un ejemplo de ello en cuanto al costo de implementación son los sensores de CE industriales importados que pueden costar entre \$2.500.000 y \$6.000.000 COP a una solución basada en nuestro modelo + sensores de bajo costo podría oscilar en \$1.200.000

COP por punto de monitoreo. De esta manera generaría una reducción del 65% al 80% en el costo de entrada para que un pequeño agricultor acceda a la agricultura de precisión. En Colombia existen casi 40 millones de hectáreas con potencial para agricultura de precisión. Una penetración del 5% representaría 2.000.000 en puntos de monitoreo que podría implementar sensores de CE, pH y temperatura basados en el modelo híbrido.

Las técnicas de identificación de sistemas nos permiten modelar el comportamiento de soluciones y su salinidad, representando un desafío significativo que requiere la aplicación de técnicas avanzadas de modelado e identificación de sistemas. Este proyecto de investigación sugiere un enfoque metódico para abordar este desafío, mediante el análisis y contraste de varios métodos paramétricos no lineales e integradores.

Los resultados obtenidos de esta investigación tendrán implicaciones significativas para la agricultura de precisión, principalmente en sistemas hidropónicos y de fertirrigación, donde el control preciso de nutrientes es fundamental para optimizar rendimientos y calidad de cultivos. La capacidad de modelar con precisión el comportamiento de soluciones saturadas permitirá diseñar sistemas de control más efectivos, reducir el desperdicio de fertilizantes y minimizar los efectos relacionados con la lixiviación de nutrientes.

El modelado del comportamiento de soluciones saturadas de NPK necesita un enfoque multifacético que pueda combinar algunos modelos empíricos, redes neuronales artificiales y principios fisicoquímicos. Los datos experimentales proporcionados por el CIP Dosquebradas nos brindan una base valiosa para el desarrollo y validación de dichos modelos. La integración de estas aproximaciones, respaldada por metodologías estandarizadas como la NTC 5596, permitirá avanzar en la predicción y control del comportamiento de soluciones nutritivas, con un alcance importante para la optimización del uso de fertilizantes y la mitigación de la salinización

de suelos.

El modelo híbrido empírico–neuronal es una técnica altamente precisa y estable, capaz de predecir la conductividad eléctrica con un error menor al 5 %, superando ampliamente modelos lineales como ARX y ARMAX.

Contribuye al cumplimiento de los ODS, especialmente los orientados a educación, energía limpia, innovación, sostenibilidad urbana y adaptación climática.

Su implementación puede mejorar la productividad, reducir impactos ambientales y fortalecer la infraestructura agrícola, aspectos clave para el desarrollo sostenible del país.

### Referencias Bibliográficas

- AvilesS., O. F., (2001). Identificación de sistemas. Ciencia e Ingeniería Neogranadina.
- Ayers, R. S., & Westcot, D. W. (1987). La calidad del agua en la agricultura / por R. S. Ayers y D. W. Westcot. Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación,.
- Arbačasuskas, J., Vaišvila, Z. J., Staugaitis, G., Žičkienė, L., Masevičienė, A., & Šumskis, D. (2023). The influence of mineral npk fertiliser rates on potassium dynamics in soil: data from a long-term agricultural plant fertilisation experiment. *Plants*, 12(21), 3700.
- Amertet, S., & Gebresenbet, G. (2024). Forecasting the right crop nutrients for specific crops based on collected data using an artificial neural network (ANN). *Machine Learning and Knowledge Extraction*, 6(3), 1936-1952.
- Bustos Miranda, J. (2022). Identificación nutricional de soluciones de suelo por correlación de conductividad eléctrica. Universidad Nacional de Colombia
- Bustos, J (2022) Identificación Nutricional en soluciones de suelo.  
<https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/81547> .
- Bear, J. (1972). *Dynamics of Fluids in Porous Media*.
- Ben-Gal, A. (2011). Salinidad y olivo: De las respuestas fisiológicas al manejo del huerto. *Revista Israelí de Ciencias Vegetales*.
- Cámara de Industria Digital. Estudio de Mercado de Tecnologías 4.0 para el Sector Agropecuario Colombiano. [www.andi.com.co](http://www.andi.com.co),
- Castañeda-Sánchez, D. F., & Ramírez-Gil, J. G. (2024). Sensores de bajo costo para agricultura de precisión en Colombia: Estado del arte y perspectivas. *Revista de Investigación e Innovación Agropecuaria*

Departamento Administrativo Nacional de Estadística. (2024). Encuesta Nacional de Arroz Mecanizado (ENAM) - Resultados 2023. Boletín Técnico. Bogotá D.C.: DANE.

Recuperado de <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/agropecuario/encuesta-de-arroz-mecanizado>

Debye, P., & Hückel, E. (1923). The theory of electrolytes. I. Freezing point depression and related phenomena [Zur Theorie der Elektrolyte. I. Gefrierpunktserniedrigung und verwandte Erscheinungen]. Phys.

Estupiñán Murillo, DA Desarrollo de prototipo de un sistema de comunicación para datos de sensores en cultivos.

Elasbah, R., Selim, T., Mirdan, A., & Berndtsson, R. (2019). Modeling of fertilizer transport for various fertigation scenarios under drip irrigation. *Water*, 11(5), 893.

Fageria, N. K., & Moreira, A. (2011). The role of mineral nutrition on root growth of crop plants. *Advances in agronomy*.

Guillén Castillo, O. I. (2023). Fabricación y evaluación de nano compuestos para mejorar la eficiencia de fertilizantes en cultivos agrícolas. REPOSITORIO NACIONAL CONACYT.

Grattan, S. R. (1999). Mineral nutrient acquisition and response by plants grown in saline environments. *Handbook of plant and crop stress*.

Ganeshkumar, C., Jena, S. K., Sivakumar, A., & Nambirajan, T. (2023). Artificial intelligence in agricultural value chain: review and future directions. *Journal of Agribusiness in Developing and Emerging Economies*.

Kalman, R. E. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems.

Karimzadeh, S., Li, Z., & Ahamed, M. S. (2025). Machine learning-based fault detection and

- diagnosis of electrical conductivity and pH sensors in hydroponic systems. *Computers and Electronics in Agriculture*, 237, 110544.
- (Ijung, I.; 1999)[on the shelf]. *IEEE Robotics & Automation Magazine*.
- Leij, FJ, Toride, N. y Tseng, PH (1999). Enfoques alternativos para modelar el transporte de solutos. *Drenaje agrícola* , 38 , 431-465.
- Legaard, C., Schranz, T., Schweiger, G., Drgoňa, J., Falay, B., Gomes, C., ... & Larsen, P. (2023). Constructing neural network based models for simulating dynamical systems. *ACM Computing Surveys*, 55(11), 1-34.
- Lee, N.-R.; Kim, Y.X.; Lee, Y.; Lee, C.; Song, Y.; Park, H.; Lee, C.H.; Lee, Y. Metabolomics Reveals the Effects of Nitrogen/Phosphorus/Potassium (NPK) Fertilizer Levels on Cucumber Fruit Raised in Different Nutrient Soils.
- Longhurst, B., & Nicholson, B. (2011). Rapid On-Farm method of estimating NPK content of effluents for land application. *Adding to the Knowledge Base for the Nutrient Manager*; Currie, LD, Christensen, CL, Eds, 8.
- Liu, J. L., & Eisenberg, B. (2018). Poisson-Fermi modeling of ion activities in aqueous single and mixed electrolyte solutions at variable temperature. *The Journal of chemical physics*, 148(5).
- mertet, S., & Gebresenbet, G. (2024). Forecasting the Right Crop Nutrients for Specific Crops Based on Collected Data Using an Artificial Neural Network (ANN). *Machine Learning and Knowledge Extraction*.
- Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural. (2024). *Anuario Estadístico del Sector Agropecuario 2023*. Bogotá D.C.: Oficina de Planeación y Prospectiva - Grupo de

Información Agropecuaria. Recuperado de <https://www.minagricultura.gov.co/anuarios-estadisticos>

Marschner, H. (2012). Marschner's mineral nutrition of higher plants. Academic press

Montgomery, D. C., Peck, E. A., & Vining, G. G. (2021). Introduction to linear regression analysis. John Wiley & Sons.

Martínez Casasnovas, J. A., Arnó Satorra, J., & Escolà i Agustí, A. (2022). Sensores de conductividad eléctrica aparente para el análisis de la variabilidad del suelo en Agricultura de Precisión.

Mendoza, M. R. (2014). Identificación de sistemas. *Santiago de Cuba*.

NTC 5596, “Calidad del Agua. Determinación de la Conductividad Eléctrica,” in NTC 5596.

Ortiz Rodríguez, J. M., Martínez Blanco, M. D. R., Cervantes Miramontes, J. M., & Vega Carrillo, H. R. (2013). Robust design of artificial neural networks methodology in neutron spectrometry. IntechOpen.

Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura (FAO). Guía para la Gestión Integrada de Nutrientes. Oficina Regional para América Latina y el Caribe, Santiago de Chile. [www.fao.org/americas](http://www.fao.org/americas)

Organización de las Naciones Unidas para el Desarrollo Industrial. (2023). Tecnologías 4.0 para la agricultura en América Latina: Oportunidades y desafíos. Viena: ONUDI.

Othaman, N. C., Isa, M. M., Ismail, R. C., Ahmad, M. I., & Hui, C. K. (2020, January). Factors that affect soil electrical conductivity (EC) based system for smart farming application. In AIP conference proceedings.

Rhoades, J. D., Raats, P. A. C., & Prather, R. J. (1976). Effects of liquid-phase electrical conductivity, water content, and surface conductivity on bulk soil electrical

- conductivity. Soil Science Society of America Journal.
- Ramírez-Parra, H. F. (2023). Evaluación de costos energéticos en sistemas de bombeo para riego: Caso Distrito de Riego de Coello. Tesis de Maestría, Universidad del Tolima. Repositorio Institucional
- Steiner, AA (1961). Un método universal para preparar soluciones nutritivas de una composición deseada. Plant and Soil.
- Soares, H. R., Silva, Ê. F. D. F., Silva, G. F. D., Cruz, A. F. D. S., Santos Júnior, J. A., & Rolim, M. M. (2020). Salinity and flow rates of nutrient solution on cauliflower biometrics in NFT hydroponic system. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, 24, 258-265.
- Sposito, G. (2008). The chemistry of soils. Oxford university press.
- Sha, W., Li, J., Xiao, W., Ling, P. y Lu, C. (2019). Análisis cuantitativo de elementos en fertilizantes mediante espectroscopia de descomposición inducida por láser acoplada a un modelo de regresión de vectores de soporte.
- Soil, K. (1996). Survey laboratory methods manual. Soil Survey Investigations Report.
- Singh, A. K., Ganapathysubramanian, B., Sarkar, S., & Singh, A. (2018). Deep learning for plant stress phenotyping: trends and future perspectives. Trends in plant science.
- Unidad de Planificación Rural Agropecuaria. (2023). Plan de ordenamiento productivo para la altillanura colombiana: Componente de suelos y fertilidad. Bogotá D.C.: UPRA. Recuperado de <https://www.upra.gov.co/documentos>
- Vapnik, V. (1998). El método de vectores de soporte para la estimación de funciones. En Modelado no lineal: Técnicas avanzadas de caja negra (pp. 55-85). Boston, MA: Springer US.

Validación cruzada de costos de fertilización en cultivos comerciales colombianos.

[www.fedepalma.org](http://www.fedepalma.org),

Winarso, S., Anggriawan, R., Subiksa, IGM, Ganestri, RG, Intansari, SR y Budianta, D. (2022).

Balance de macronutrientes (NPK) en sistemas de cultivo de arroz y maíz de  
secano. Revista de Gestión de Tierras Degradadas y Mineras.

Zhang, Z., & Friedrich, K. (2003). Artificial neural networks applied to polymer composites: a  
review. Composites Science and technology.