

Desarrollo de competencias trigonométricas a través de problemas de medición

Proyecto de investigación

Elaborado por:

Javier Leonardo Guzmán Bernal

Código

79.169.686

Asesor

Pablo Alexander Munévar García

Especialización en Pedagogía para el desarrollo del aprendizaje autónomo

UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA Y A DISTANCIA - UNAD

ESCUELA CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN - ECEDU

Ubaté, octubre 2.018

Resumen Analítico Especializado (RAE)	
Título	Desarrollo de competencias trigonométricas a través de problemas de medición.
Modalidad de trabajo de grado	Proyecto de investigación.
Línea de investigación	Pedagogías mediadas
Autor	Javier Leonardo Guzmán Bernal. Código 79.169.686
Institución	Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD)
Fecha	13 de mayo de 2.018
Palabras claves	Competencia matemática, razones trigonométricas, medición, docente, estudiante, enfoque basado en problemas.
Descripción	En el presente escrito se encuentran los resultados del trabajo de grado bajo la modalidad de Proyecto de Investigación, desarrollado bajo la línea de investigación Pedagogías Mediadas de la ECEDU y que se aborda desde un enfoque metodológico cualitativo y en un marco de IAP. El trabajo busca indagar acerca de estrategias experimentales que posibiliten el desarrollo de competencias desde la trigonometría y se abordó con estudiantes del grado 10° del Colegio de la Presentación Ubaté.
Fuentes	Los autores que tomados como referencia para la argumentación y ejecución del presente trabajo son:

J.R., Rodríguez. El autor hace una amplia crítica frente a las formas tradicionales de enseñanza, así como de los roles asumidos por docente y estudiante, estableciendo la necesidad de una nueva dinámica para el avance de este proceso.

Rodríguez, J. R. (2013). Una mirada a la pedagogía tradicional y humanista. *Presencia universitaria*, 36-45.

M. Kline. El autor brinda una mirada a la enseñanza de la matemática y la manera como los métodos memorísticos y poco reflexivos impactan de manera significativa los resultados educativos.

Kline, M. (1976). *El fracaso de la matemática moderna*. Madrid: Siglo Veintiuno de España Editores.

A.P. Jiménez. El autor resalta la importancia de la matemática en la formación efectiva de competencias; señala la necesidad de la cercanía del área con el contexto, la experiencia y el quehacer de la persona.

Jiménez, A. P. (1992). *Matemáticas experimentales. II Encuentro Extremeño de Educación Matemática* (págs. 27-41). Cáceres: Suma.

G. Brousseau. Este autor las características propias de una situación didáctica, así como los procesos cognitivos y

	<p>actitudinales que el estudiante pone en juego al enfrentarse a situaciones didácticas favorables.</p> <p>Brousseau, G. (1991). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (segunda parte). SUMA.</p> <p>A. Schoenfeld. El autor aborda la importancia de la resolución de problemas en matemáticas como forma de desarrollar habilidades de pensamiento.</p> <p>Schoenfeld, A. (1985). <i>Mathematical Problem Solving</i>. New York: Academic Press.</p> <p>G. Polya, quien plantea las etapas adecuadas que estructuran la resolución de problemas y en la que se fundamenta la estrategia metodológica propuesta.</p> <p>Polya, G. (1965): <i>How to solve it</i>. Princenton University Press (Traducción: Cómo plantear y resolver problemas, de Julián Zagazagoitia, Ed. Trillas. México)</p>
Contenidos	<p>El documento incluye:</p> <p>Portada</p> <p>RAE</p> <p>Índice general</p> <p>Índice de tablas y figuras</p>

	<p>Introducción</p> <p>Justificación</p> <p>Definición del problema</p> <p>Objetivos</p> <p>Marco teórico y conceptual</p> <p>Aspectos metodológicos</p> <p>Resultados</p> <p>Discusión</p> <p>Conclusiones y recomendaciones</p> <p>Referencias</p> <p>Anexos</p>
Metodología	<p>Debido a la naturaleza del objeto de estudio y al interés por describir en profundidad las interacciones dadas en el proceso de enseñanza-aprendizaje se empleó un enfoque cualitativo. Puesto que para el logro de los objetivos que se proponen, el investigador estará inmerso como mediador u orientador de los procesos didácticos se plantea como estrategia metodológica la IAP, que permite que el observador sea también partícipe del proceso. Como elementos de recolección de información se aplicaron diarios de campo y registros fílmicos y foto Gráficos.</p> <p>La aplicación del proyecto incluyó las siguientes actividades:</p> <p>Aplicación de enfoque basado en problemas.</p> <p>Retroalimentación de la actividad evaluativa.</p>

	<p>Problema de medición en contexto real que implica construcción de instrumento (goniómetro).</p> <p>Ejercitación a partir del uso del instrumento, aplicación en contexto real, ejecución del algoritmo.</p> <p>Socialización del proceso para evidenciar posibles falencias</p> <p>Ejercitación posterior realizando ajustes a partir de los hallazgos de la primera.</p> <p>Coevaluación del proceso.</p>
<p>Conclusiones</p>	<p>A partir de la aplicación del proyecto, es posible concluir que la implementación de estrategias pedagógicas centradas en la resolución de problemas en un ambiente que genere desequilibrio y que exija del estudiante el planteo de estrategias de solución, potencia habilidades interpretativas, analíticas y deductivas, a la vez que fortalece su autonomía y la capacidad de involucrarse en su proceso de aprendizaje como actor central en un proceso con alto grado de meta-cognición.</p> <p>En este contexto, el concepto de las razones trigonométricas, que presenta un nivel de abstracción y un el manejo de habilidades diversas, tornándolo de difícil comprensión para los estudiantes, se convirtió en un aspecto secundario que sirvió al objetivo superior de desarrollar habilidades de pensamiento y comprensión del contexto de aplicación del concepto, que permitió el desarrollo de aprendizaje por competencias, lo cual implica la transmisión de conceptos a</p>

	<p>situaciones reales, fin planteado por el MEN para la educación del país y necesidad fundamental en el contexto del competitivo mundo globalizado.</p> <p>Por otro lado, las estrategias experimentales conllevan un fortalecimiento de la vinculación afectiva del estudiante con respecto al área y a los contenidos, lo cual apunta al fortalecimiento de los pre-requisitos para el proceso de aprendizaje: la motivación.</p> <p>En cuanto a la práctica pedagógica, se pudo concluir que estrategias basadas en la repetición, la mecanización y la memorización, impiden la comprensión reflexiva de los conceptos, y suelen hacerlo poco perdurable en el tiempo, aquellos enfoques que ponen en el centro del proceso al estudiante, cuyo rol protagónico lo lleva a elaborar el conocimiento que el docente orienta, hace que este aprendizaje se haga significativo, perdurable y útil como forma de comprender e impactar positivamente su entorno.</p>
--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Contenido

Tabla de Gráficos.....	9
Índice de Anexos	10
INTRODUCCIÓN.....	11
JUSTIFICACIÓN	14
DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.....	17
OBJETIVOS.....	19
Objetivo General	19
Objetivos Específicos.....	19
LÍNEA DE INVESTIGACIÓN	20
MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL	21
La educación matemática en el sistema educativo colombiano	21
La educación matemática desde los actores	23
Aprendizaje basado en problemas	29
Matemática: un panorama desde la didáctica	29
METODOLOGÍA	41
Enfoque metodológico	41
Tipo de Investigación.....	41
Técnica de investigación.....	42
Instrumentos de recolección de información.....	44
Población.....	45
Muestra poblacional	46
RESULTADOS Y ANÁLISIS	48
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	56
Discusión	56
Conclusiones y recomendaciones	56
REFERENCIAS.....	58
Anexo 1. Estadística Pisa 2.015	62
Anexo 2. Formato de Registro – Diario de Campo.....	63
Anexo 3. Consentimiento informado para registros audiovisuales	65
Anexo 4. Registro de evidencias audiovisuales	66

Tabla de Gráficos

Gráfico 1. Educación Tradicional.....	24
Gráfico 2. Construcción y uso del goniómetro	50
Gráfico 3. Tarea experimental orientada	50
Gráfico 4. Retroalimentación de la tarea experimental.....	53
Gráfico 5. Socialización de experimentación autónoma.....	53

Índice de Anexos

Anexo 1. Estadística Pisa 2015	62
Anexo 2. Formato de Registro – Diario de Campo.....	63
Anexo 3. Consentimiento informado para registros audiovisuales	65
Anexo 4. Registro de evidencias audiovisuales	66

INTRODUCCIÓN

Alicia estaba sentada en un banco del parque que había al lado de su casa, con un libro y un cuaderno en el regazo y un bolígrafo en la mano. Lucía un sol espléndido y los pájaros alegraban la mañana con sus trinos, pero la niña estaba de mal humor. Tenía que hacer los deberes. — ¡Malditas matemáticas! ¿Por qué tengo que perder el tiempo con estas ridículas cuentas en vez de jugar o leer un buen libro de aventuras? — se quejó en voz alta—. ¡Las matemáticas no sirven para nada!
(Frabetti, 2.000)

En la enseñanza de las matemáticas, una constante preocupación se centra en la forma en que a través de la didáctica, sea posible hacerla agradable y familiar al estudiante debido a que comúnmente es asociada con la dificultad que implica su aprendizaje, debido a su lenguaje abstracto tan lejano al lenguaje común así como a la estructura mental que requieren sus procesos, pero también porque la manera en que se enseña está poco asociada a su aplicación práctica, por lo que puede parecer que es poco útil en la vida real. Frente a esta realidad, que ha apartado de las matemáticas a cientos de personas por el simple temor a conocerlas, son varios los factores que han incidido y que en la actualidad buscan ser refutados para transformar una visión errada y llevar a la población escolar a apropiarse la matemática con sentido y significado.

Se genera en consecuencia el siguiente interrogante: ¿es la matemática compleja de aprender o ha sido mal enseñada? Tradicionalmente, la matemática se ha enseñado de manera mecanicista, reduciéndose a la memorización de algoritmos, fórmulas y combinación de procedimientos alejados de la realidad; sin embargo, la tarea de la didáctica de la matemática se ha venido transformando haciendo que este campo sea

cada vez más cercano a quien lo aprende. Debido a esto, se ha visto la necesidad de que haya un resurgimiento de la enseñanza de la matemática orientada a reconocer e integrar la realidad de la persona, a implicar elementos de contexto, a brindar significado a lo que se aprende y a poner en manifiesto la utilidad que tiene dentro de las dinámicas sociales; con este objetivo en el horizonte hoy se habla de la necesidad de dejar atrás la enseñanza de conceptos para dar paso al desarrollo de competencias.

La exigencia, desde los lineamientos gubernamentales, pero también desde la praxis, supone un necesario cambio de paradigma con respecto a los procesos de enseñanza (no exclusivo de las matemáticas), requiere crear un nuevo engranaje en el cual la sincronía de las piezas, entendidas como los actores y métodos involucrados, garantice la armonía y efectividad del proceso. Se debe entonces repensar las dinámicas de aula, asumir un ejercicio pedagógico reflexivo, crítico y acorde a las necesidades de cada contexto; de concienciar al estudiante acerca de la responsabilidad de su formación, de brindarle un rol protagónico y de propiciar la autogestión del conocimiento y su aplicabilidad en el entorno.

Hablar de competencias incluye una serie de factores que van desde el diseño de políticas educativas y transformaciones curriculares, hasta el cambio de estrategias propias del quehacer de cada docente. Buscando favorecer la generación de dichas competencias, surge la idea de emplear métodos experimentales y trabajos basados en problemas como herramientas que propicien el desarrollo de habilidades cognitivas superiores en el estudiante y que den de esta manera respuesta a la necesidad de transferir los conocimientos de la matemática a situaciones tangibles, reales y susceptibles de significado.

Como valor agregado al desarrollo de competencias matemáticas a partir de la resolución de problemas, es posible mencionar un mayor nivel de vinculación afectiva con el área. El hecho de reconocer la matemática como un elemento cercano, útil y práctico, favorece la percepción que los estudiantes tienen acerca de su apropiación y estimula factores motivacionales prerequisite para su aprendizaje y vivencia.

El presente proyecto es el resultado de una reflexión profunda acerca de los retos antes mencionados y de la decisión de asumirlos de manera efectiva en la práctica en el aula de clase. Luego de una caracterización que permite reconocer la obsolencia de los métodos empleados en las clases de matemáticas en el Colegio de La Presentación Ubaté, se realizó una propuesta pedagógica que pretende desarrollar competencias matemáticas a partir de la resolución de problemas. Tomando como modelo un concepto abstracto como el de las razones trigonométricas, se plantea una estrategia didáctica a partir de la cual se logra, por un lado, poner en el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje al estudiante quién es el protagonista que a partir de análisis, deducciones y creatividad, construye el concepto por sí mismo, siendo el docente un mediador del proceso, y por otro lado, debido a que el estudiante elabora el concepto a partir de un ámbito en que éste puede ser aplicado, se posibilita el desarrollo de competencias por lo que por encima de la memorización y reproducción del concepto, la resolución de problemas hace que el estudiante desarrolle habilidades de pensamiento que le permiten aplicar las razones trigonométricas para describir y solucionar problemas de su entorno, con lo cual, el aprendizaje se hace significativo y el desarrollo del pensamiento lógico termina siendo aplicable en diversos ámbitos de su vida.

JUSTIFICACIÓN

El sistema educativo en la actualidad propone una serie de requisitos en cuanto a lo que, desde la enseñanza de las disciplinas fundamentales, debe abordarse con el objetivo que los estudiantes sean competentes en el desarrollo de habilidades específicas y estas puedan ser evidenciadas en contextos más amplios que el escolar. La preocupación del estado por elevar los niveles educativos e incluso generar expectativas comparando los resultados de nuestros estudiantes a futuro con los países de primer mundo, es sin duda una meta ambiciosa aunque no imposible de llegar a cumplir; sin embargo esto implica realizar una transformación profunda al sistema educativo no sólo plasmado a través de las políticas que quedan escritas en papel pero que pocos cambios reales conllevan, sino que la transformación debe darse desde el quehacer cotidiano del docente y requiere evidenciarse en la manera como los estudiantes apropian y emplean los conocimientos para generar cambios significativos en sus propias realidades. Al respecto se ha expresado que si bien el MEN ha propuesto el desarrollo de competencias a través de la reestructuración de lineamientos y estándares, es necesario cuestionar la manera como las instituciones educativas a partir de sus proyectos educativos institucionales las conceptualizan y llevan a la práctica diaria. (García Quiroga, 2011)

Cuando se plantean las preguntas fundamentales como ¿para qué enseñar?, ¿qué enseñar?, ¿por qué se enseña lo que se enseña?, ¿cómo enseñar?, preguntas que desvelan a teóricos de múltiples disciplinas, lo primero que se viene a la mente es que tanto los contenidos como las formas en que son transmitidos, deben corresponder a objetivos sociales, que además en la actualidad están ligados al desarrollo de la ciencia

y la tecnología, por lo cual, aparte del desarrollo del pensamiento lógico que supone la enseñanza de las matemáticas, cuyas implicaciones son profundas y diversas, es fundamental que aquello que la sociedad considere que debe enseñarse, cumpla con el objetivo de ponerse en práctica, ya sea para mantener los diferentes sistemas que componen la estructura social, para solucionar problemáticas o para emprender transformaciones deseables; es por eso que debe superarse la mera apropiación de conceptos y la interiorización de algoritmos matemáticos, para dar paso al desarrollo de habilidades que permitan al estudiantes la capacidad de utilizar de manera creativa los conceptos matemáticos en estrategias que le lleven a dar soluciones a problemas diversos, es decir, adquirir competencias matemáticas. Además, con el tiempo se ha reconocido la importancia de las matemáticas en contextos que trascienden su ámbito disciplinar y su impacto en el ámbito social al identificar tres factores de vital importancia que se relacionan con su enseñanza: la necesidad de una educación básica de calidad para todos los ciudadanos, el valor social ampliado de la formación matemática y el papel de las matemáticas en la consolidación de los valores democráticos. MEN (2006)

Con el propósito de contribuir a una nueva mirada en la aplicación de las matemáticas y de aportar a la verdadera generación de competencias desde esta disciplina, surge la necesidad de implementar en el grado décimo del Colegio de la Presentación de Ubaté una alternativa metodológica que permita al estudiante descubrir de manera vivencial la utilidad de un concepto abstracto como las funciones trigonométricas a partir del desarrollo de habilidades para la construcción de conceptos a partir de la resolución de problemas.

Lo anteriormente expuesto lleva a establecer el presente proyecto de investigación enmarcado en la línea Pedagogías Mediadas de la Escuela de Ciencias de la Educación (ECEDU) y que de acuerdo a la Especialización en Pedagogía para el Desarrollo del Aprendizaje Autónomo, pretende generar desde el entorno escolar herramientas empíricas que apoyen de manera consistente la formación de competencias básicas en matemáticas que puedan ser observables al analizar al estudiante en contexto.

DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Los actuales modelos teóricos que abordan la dinámica educativa han estudiado de manera insistente el rol del educador y el educando desde una perspectiva mucho más elaborada y fluida en comparación con los sistemas educativos tradicionales (aún vigentes). Dicha preocupación surge de la necesidad y la responsabilidad que tiene la educación de atender de manera eficiente las cambiantes demandas sociales a las cuales el estudiante se enfrenta una vez termina su ciclo básico de formación y que incluso hoy le representan una dificultad al exponerse a situaciones reales propias de su contexto.

Pese a la existencia de nuevas miradas en materia de educación y de la incesante generación de políticas educativas de vanguardia (no siempre acordes a nuestra realidad), es vital rescatar que la experiencia pedagógica de aula propiamente dicha, no se encuentra necesariamente alineada a estas visiones. No obstante, instituciones como el Colegio de la Presentación de Ubaté, han hecho pequeños esfuerzos para motivar entre sus docentes la aplicación de estrategias, métodos y demás elementos didácticos que apunten al desarrollo de competencias, lo cual para los maestros constituye un reto cuya práctica no siempre responde a las expectativas planteadas.

El Colegio de la Presentación de Ubaté, se ha caracterizado por mantener resultados de óptimo nivel en las Pruebas de Estado en el área de Matemáticas, aun cuando los métodos de enseñanza-aprendizaje corresponden principalmente a formas tradicionales de transmisión de conocimientos. En este sentido, el estudiante se ha caracterizado por ser un agente pasivo dentro del proceso y por tanto las dinámicas de reflexión que lo

lleven a desarrollar competencias para la resolución de situaciones prácticas, se han visto opacadas por métodos mecánicos, memorísticos y que impiden la experiencia de un aprendizaje que pueda ser transferido a su contexto. En busca de dar un verdadero sentido al rol del estudiante dentro de su formación, se plantea el interrogante:

¿Qué estrategias didácticas permiten potenciar la habilidad de resolución de problemas a partir de las funciones trigonométricas en estudiantes de grado 10° del Colegio de la Presentación de Ubaté?

OBJETIVOS

Objetivo General

Fortalecer la habilidad de resolución de problemas trigonométricos a partir de la implementación de estrategias didácticas en estudiantes de grado decimo del colegio la presentación de Ubaté.

Objetivos Específicos

- Evidenciar la utilidad de las funciones trigonométricas como forma de obtener longitudes que difícilmente pueden obtenerse a través de la medición directa.
- Promover el desarrollo de habilidades en el estudiante que le permitan la precisión en la medición de ángulos mediante herramientas construidas por ellos mismos.
- Generar estrategias metacognitivas que le permitan al estudiante evidenciar la aplicación de temáticas abstractas como las funciones trigonométricas.
- Proponer estrategias pedagógicas que rompan con esquemas tradicionalistas de enseñanza que impiden lograr un aprendizaje significativo.
- Generar autonomía en el estudiante, haciéndolo partícipe de la construcción analítica y deductiva de los conocimientos.

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN

El desarrollo de competencias implica un rol específico por parte del docente entendido desde el punto de vista de la mediación y la posibilidad de propiciar espacios y contextos para la expresión efectiva de los conocimientos. Teniendo en cuenta la relevancia de la mediación, las herramientas y mecanismos para llevar a cabo este proceso, es que se considera pertinente vincular el presente trabajo en la línea de investigación Pedagogías Mediadas de la ECEDU.

MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL

La educación matemática en el sistema educativo colombiano

Abordar cualquier aspecto relacionado con la educación implica partir del reconocimiento de sus fines. ¿Qué pretende?, ¿Qué impacto busca tener a nivel social? ¿Qué aportes brinda a la vida del individuo y cómo estimula su desarrollo? Estos cuestionamientos y otros que surgen al paso de las demandas de nuestra sociedad requieren ser reflexionados y contrastados con lo que a nivel de políticas educativas existe, y con la práctica educativa propiamente dicha. Al pensar en el impacto social que tiene la educación en nuestro país, es necesario remitirnos a uno de sus fines, establecido hace ya más de veinte años, y analizar en qué medida está siendo reflejado en el contexto escolar:

“El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de la vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país.” (Ley General de Educación, 1994)

Partiendo de lo establecido en el anterior numeral, se podría afirmar que los objetivos que ha buscado el sistema educativo en cuanto al desarrollo de capacidades que promuevan el progreso del país se han quedado cortos, ya que como lo informó el Banco Mundial hace una década, “Colombia ha mostrado avances en políticas de acceso a la educación, así como mejoras con relación a la calidad interna, pese a que

hace falta mucho trabajo con respecto a tasas de finalización de la educación secundaria”. (Banco Mundial, 2009).

Al establecer comparaciones con países con altos índices de desarrollo social y económico, es posible asociarlas con altos índices de rendimiento educativo según pruebas internacionales, así como con fuertes inversiones en los campos de la ciencia y la investigación; esta correlación implica que los bajos índices de desarrollo que tiene Colombia pueden ser producto de índices bajos y pobre competitividad en el campo educativo, puestas de manifiesto, por ejemplo, en los bajos resultados de las pruebas PISA, cuya pretensión está en medir en términos de competitividad, precisamente uno de los fines de la educación de nuestro país, foco de este análisis:

A diferencia de otros exámenes que se han utilizado en el pasado, PISA está diseñado para conocer las competencias, o, dicho en otros términos, las habilidades, la pericia y las aptitudes de los estudiantes para analizar y resolver problemas, para manejar información y para enfrentar situaciones que se les presentarán en la vida adulta y que requerirán de tales habilidades.

(OCDE, 2018)

El sistema educativo enfrenta además un reto que consiste principalmente en salir de un plano local, en el cual ha permanecido durante mucho tiempo, para ampliarse a un plano global. El contexto escolar requiere ser visto como un punto de proyección del estudiante hacia el mundo, sin desconocer su realidad inmediata. Al respecto, la UNESCO plantea algunos de los aspectos primordiales a tenerse en cuenta pensando un sistema educativo con miras a la globalización:

Esta dualidad entre lo local y lo global no es lo único a lo que la escuela está sujeta. Intervienen otras dualidades: entre la flexibilidad y la constancia, entre la pluralidad y la unidad de la identidad, entre lo virtual y lo material, entre el "aquí y ahora" y formar parte de una historia... El movimiento de la educación inclusiva / comprehensiva da cuenta especialmente de la obligación de garantizar la coherencia entre la educación y la sociedad actual. (Oficina Internacional de Educación de la UNESCO, 2018)

Buscando que la educación asuma los retos que plantea un mundo globalizado y responda a necesidades que trascienden el ámbito local, es necesario plantear inquietudes respecto a si los perfiles propuestos desde los contextos escolares, que marcan las expectativas de desempeño social de los egresados corresponden, por lo menos parcialmente, con los requerimientos de su entorno. Es vital incluir dentro de esos perfiles que proyectan el producto del quehacer educativo, aspectos de índole económico, social y fortalecido a partir de valores sólidos que den como resultado el verdadero despliegue de una competencia que aporte al fortalecimiento de su contexto y reconozca su impacto en contextos más amplios. Estamos ante un reto que exige evaluar las expectativas que plantea el sistema educativo respecto de sus egresados, y la real participación social de los mismos. Es necesario plantear el interrogante: ¿El perfil de un egresado que propone una institución educativa se limita a un ideal?

La educación matemática desde los actores

Hablar de tradición dentro del ámbito de la educación, constituye una vasta contradicción, pues está claro que lo tradicional excluye el avance, la

innovación y la generación de cambios lo que de hecho persigue la educación. Uno de los obstáculos que enfrenta el sistema educativo respecto a ser gestor de estudiantes con altos niveles de competitividad, está enmarcado en el rol que los implicados en el proceso de enseñanza-aprendizaje han desempeñado a lo largo de generaciones. Se habla de pedagogía tradicional desde el siglo XVIII y se consolida en el siglo XIX cuando la pedagogía es reconocida como ciencia, desde allí los conocimientos y valores acumulados por la humanidad constituyen los contenidos de enseñanza que son transmitidos por el maestro como verdad absoluta y sin nexo con el contexto social e histórico del alumno, que asume un rol pasivo. El método de enseñanza es expositivo y la evaluación se reduce a la reproducción. La relación entre maestro y alumno es autoritaria; el alumno es pasivo, es simplemente un receptor. (Rodríguez, 2013)

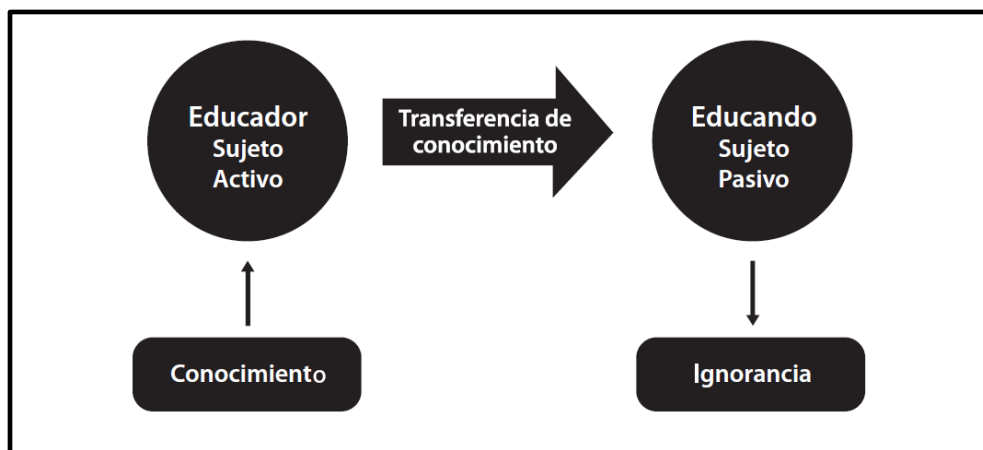


Figura 1 Educación Tradicional, tomado de Una mirada a la pedagogía tradicional y humanista (Rodríguez, 2013, pág 38)

Garantizar estudiantes competitivos implica sin lugar a dudas una visión totalmente opuesta a la planteada a partir de la pedagogía tradicional. Es necesario que todas las acciones del ámbito educativo se proyecten hacia el desarrollo y la gestión de los

saberes por parte del estudiante, pero que además se propicien espacios para la reflexión, el aprendizaje a partir de problemas, la transferencia a otros contextos y la metacognición. Surge entonces la idea de una educación en la cual los roles anteriormente rígidos, estáticos y descontextualizados, pasan a ser dinámicos, abiertos y aterrizados a las necesidades sociales y culturales del estudiante.

Con base en esta nueva visión, se ha postulado la labor del docente como una contribución para que la cultura amplíe las capacidades del individuo realizando una transferencia de los elementos que están fuera de él, por lo cual entrarían a tenerse en cuenta las características personales y culturales de los estudiantes y la acción educativa estaría dirigida al diálogo, al debate y la búsqueda de soluciones grupales. (Bruner, 1988). Encontramos desde esta perspectiva a un maestro mediador, que apoya los cuestionamientos de sus estudiantes, que plantea situaciones en contexto para que sean resueltas por éstos y que propicia espacios para que sean los propios estudiantes quienes generen el conocimiento a partir de una orientación enfocada en el desarrollo de habilidades amplias y que puedan desplegarse efectivamente en la realidad.

Ascorra & Crespo (2004) en un estudio exploratorio adelantado en Chile con respecto al impacto de un docente mediador en el desarrollo de habilidades de metacomprensión lectora concluyeron que las estrategias empleadas por los docentes al asumir un rol enteramente mediador, favorecían el desarrollo de la capacidad metacomprensiva lectora de los estudiantes. Al respecto explican que

“...Esto se puede explicar porque un rol mediador implica la presencia de un docente flexible, que más que sostener su postura como único transmisor del conocimiento válido que sus alumnos deben absorber

pasivamente, se plantea como un instrumento entre el estudiante y el desarrollo del conocimiento, permitiendo en los educandos espacios de reflexión y de confianza en su propia capacidad de aprender, lo que redundaría en una mayor capacidad de desarrollar conocimiento sobre su propio hacer cognitivo, especialmente referido a la lectura.”

(Ascorra & Crespo, 2004, pág 28)

Es entonces fundamental analizar el rol del docente dentro del ámbito escolar ya que de este depende en gran parte el éxito o fracaso de la implementación de políticas educativas que respondan a necesidades reales, a la garantía del desarrollo de competencias y a la formación de ciudadanos capaces de responder a las exigencias de la sociedad en la que se encuentran inmersos. Queda una tarea imprescindible con respecto a orientar la formación de los profesionales de educación con base en estas expectativas. La docencia requiere una evolución desde sus bases más esenciales lo cual lleva a cuestionarnos acerca de la manera como se adelanta la formación de los maestros, especialmente en nuestro país, cuál es su perfil, que alcances y limitaciones tienen y si su capacitación profesional se encuentra alineada con las exigencias actuales de una educación dinamizadora, gestora y acompañante del desarrollo de saberes por parte de los estudiantes.

Al respecto se ha analizado como existe una amplia diferencia entre docentes de matemáticas de diferentes secciones, siendo los docentes de primaria más hábiles en cuanto elementos pedagógicos, pero con deficiencias en la formación específica y su didáctica; por su parte, respecto a los docentes de secundaria presentan mejor

adiestramiento matemático, aunque poco adecuado para la enseñanza. (Martínez Ruiz & Gallardo, 2015). Constituye entonces una necesidad inminente la evaluación de la manera como la formación docente incide en la transformación educativa, no es posible pensar en una educación para niños y jóvenes basada en competencias, innovación e investigación, cuando los guías de estos procesos se encuentran mínimamente vinculados a los mismos. En este punto la discusión se traslada a escenarios de mayor jerarquía en los cuales las políticas nacionales en cuanto a educación tienen cabida y desde donde es necesario se dispongan criterios básicos que apunten al fortalecimiento real de las competencias de los docentes y de esta manera puedan responder de manera efectiva a las demandas que las mismas políticas educativas generan. La exigencia de la transformación educativa es utópica en la medida que los docentes no cuentan con las herramientas necesarias para emprender esta travesía.

Otro factor importante a tener en cuenta dentro del rol a desempeñar por parte del docente corresponde a la evaluación, ya que la transformación de los procesos iniciales de enseñanza-aprendizaje sugiere por defecto una transformación también de los procesos evaluativos. La evaluación tradicionalmente ha sido diseñada para fabricar jerarquías de excelencia, estableciendo comparaciones y clasificaciones a partir de una norma abstracta y que se basa en baremos establecidos previa o posteriormente.

(Perrenoud, 2008). Hablando de una educación que apunte a la contextualización de los saberes, a la competitividad por parte de los educandos y a la aplicación de los conocimientos en situaciones reales, es necesario establecer mecanismos de evaluación que den respuesta a la verificación de las propuestas educativas vigentes y de los retos

planteados al pensar en un sistema educativo orientado a la competencia. Otra tarea que si bien implica un número importante de actores, se materializa y cumple su misión desde la práctica del docente.

Generalmente, la dinámica educativa se ha atribuido a los roles directamente implicados en el proceso enseñanza-aprendizaje, sin embargo hace algún tiempo se ha buscado dar un mayor reconocimiento al papel que la familia juega dentro de la tarea formativa. En la misma dirección transformadora de los lugares que ocupan el docente y el estudiante dentro de la tarea educativa, la familia también ha tenido un cambio significativo:

“En este nuevo contexto, los padres que antes eran llamados para informarles sobre el estado académico de los hijos o para que colaboraran económicamente con la escuela, ahora deben ser parte activa de la vida institucional, lo mismo que los estudiantes. La participación de los padres está normada en el artículo 23 y 24 del decreto 1860, y en el decreto 1286/05, el cual establece las normas sobre la participación de los padres de familia en el mejoramiento de los procesos educativos.” (Ministerio de Educación Nacional, 2018)

La acción de los padres de familia se torna necesaria para el cumplimiento de los objetivos de la labor educativa. Es responsabilidad de la familia el informarse (y de las instituciones informar) acerca de las reestructuraciones y propuestas pedagógicas implementadas para acompañar la formación de los estudiantes y la manera como deben vincularse para el logro de las competencias matemáticas, comunicativas, científicas, ciudadanas y laborales, con el

fin de dar garantía a la formación integral de sus hijos. (Ministerio de Educación Nacional, 2018)

Aprendizaje basado en problemas

Como ya se ha mencionado, la transformación hacia una educación de calidad se gesta desde las aulas. Han sido varias las propuestas que han surgido como respuesta a la necesidad de pensar en una educación con impacto social. El aprendizaje basado en problemas (ABP), se originó precisamente como una forma de integrar el trabajo individual y el cooperativo, mediante el análisis de situaciones o problemas cercanos a la vida real. El procedimiento del ABP parte de proponer unos objetivos de aprendizaje a los estudiantes, dentro de los cuales se incluyen conocimientos, habilidades y competencias que se espera adquieran durante el desarrollo de las sesiones. Posteriormente se presenta un problema, se reconocen las necesidades de aprendizaje y se busca la información necesaria. En este orden de ideas la evaluación se realiza teniendo en cuenta el alcance de los objetivos planteados inicialmente. (Guitart, 2.011)

Matemática: un panorama desde la didáctica

La didáctica, quizá la rama más importante de la pedagogía se ocupa de manera básica de las actividades que se desarrollan dentro de un proceso de enseñanza y aprendizaje. Involucra los métodos que permiten llevar a la práctica las ideas que se han planteado desde las teorías pedagógicas. Es entonces el componente que evidencia la funcionalidad del modelo en el aula.

Así como la educación en sentido general ha presentado una serie de cambios, críticas y posibilidades de reforma; en el campo de la matemática propiamente dicho, se han generado también transformaciones buscando que su enseñanza sea cada vez más significativa y principalmente que impacte de manera contundente en el ámbito social, investigativo, tecnológico y científico. Sin embargo, para llegar a ello hubo que desaprender, reaprender e implementar nuevas formas de pensar y vivir la matemática desde el aula. Es necesario dar una mirada a lo que ha sido la evolución en cuanto a la forma de enseñar matemáticas:

El proceso de enseñanza más utilizado era el de la clase magistral del profesor, seguido de una sobredosis de ejercitación. Una de las críticas más frecuentes a los planes de enseñanza tradicional es el que los alumnos aprendían a hacer las matemáticas en forma maquinal, es decir, memorizando y repitiendo procedimientos y demostraciones. Resultado: un fracaso. (Kline, 1976)

Buscando cambiar el resultado expuesto anteriormente, fueron varias las fases que atravesó la didáctica de las matemáticas y que como presenta Contreras, se resumen en una etapa pre-científica, una clásica y una fundamental. (Contreras, 2012):

- a. Didáctica Pre-científica: Corresponde a una etapa de simple difusión de la matemática con respecto a los logros alcanzados por otros buscando darles una mejor aplicación o involucrando algunos materiales y objetos didácticos. Es una tarea principalmente de modelado y no existen por tanto unos principios

establecidos que regulen la relación entre el docente y el estudiante. El proceso está limitado a las capacidades del profesor.

- b. Didáctica clásica: Durante esta fase aparece el concepto de “aprendizaje significativo” en el cual se hace énfasis en el pensamiento del estudiante. Busca comprenderse el conocimiento matemático del estudiante y su evolución.

Además se da una mirada a la formación del docente, a su pensamiento y a la manera como pueden influir los preconceptos y sus errores de conocimiento en el aprendizaje de los estudiantes. La didáctica en esta fase constituye un saber técnico, aunque empieza a estar apoyada y alimentada por áreas como psicología educativa, la historia de la matemática, la epistemología de la matemática, la pedagogía y la sociología.

- c. Didáctica fundamental: Esta fase de la didáctica, consolida como tal un estudio de la didáctica de las matemáticas y surge a partir de los años 70 con aportes encaminados a la formulación de la Teoría de Situaciones. El objetivo de la didáctica de la matemática es entonces matemático mediante una situación.

Estas etapas aunque establecidas de manera progresiva, supondrían una escalada en el avance de la didáctica de las matemáticas y en realidad lo es para el trabajo teórico.

Sin embargo aún existen contextos educativos en los cuales se privilegia la didáctica pre-científica, en los cuales el entorno y las necesidades del estudiante no son tenidos en cuenta, donde no hay una proyección de los saberes hacia el medio y los saberes se

evalúan a través de la memorización de procedimientos que difícilmente son luego transferidos a situaciones reales.

El salto de la didáctica pre-científica a la fundamental supone una mirada amplia de la epistemología de las matemáticas al no reducirla a la estructura del pensamiento matemático, sino que pone como centro de su estudio el ámbito experimental de la matemática y la manera como se da su aprendizaje. Respecto al sujeto del proceso didáctico ha habido también una evolución: del sujeto-aprendiz de la didáctica pre científica se ha progresado al sujeto-cognitivo de la didáctica clásica y de éste al sujeto-epistémico de la didáctica fundamental. (Contreras, 2012)

Como se ha visto, el papel de los métodos que se emplean para el aprendizaje es fundamental en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes. El rol docente al respecto conlleva un alto nivel de responsabilidad al ser este gestor de estrategias que generen capacidad de análisis de situaciones en contexto y la resolución de las mismas por parte de los estudiantes a través de herramientas básicas y la orientación que este les brinda. Aún así, sigue siendo común que las aulas sean un espacio donde el aprendizaje mecánico de algoritmos, la repetición de fórmulas y procedimientos por demás estáticos impiden de manera alarmante el desarrollo del sujeto con respecto a estos saberes y en conclusión obstaculiza de manera desmedida un aprendizaje competitivo, reflexivo y dinámico. Es más que necesario que las prácticas pedagógicas de la enseñanza de las matemáticas (y de las demás áreas del conocimiento) sean evaluadas de manera constante y considerable en relación a lo que el medio globalizado exige: competencias.

En busca de apoyar el fortalecimiento de las matemáticas encontrando el balance ideal entre la formación teórica y la puesta en práctica del área, se han realizado estudios que buscan a partir de la experiencia real docente, vincular a los profesionales del área a compartir experiencias y participar en conjunto de interacciones experimentales que puedan tener impacto favorable en la manera como son entendidas y vivenciadas las matemáticas desde el aula. (Montiel Espinosa, 2010)

En análisis que se han realizado tratando de establecer pautas sobre el futuro de la enseñanza de la matemática, son varios los caminos que se proponen: de un lado se cuestiona la efectividad de la existencia de un currículo nacional que mida de manera general y deje de lado potenciales individuales, así como las expectativas y realidad de cada estudiante, pensando en si sería necesaria la creación de un currículo flexible. De otra parte se establece que la enseñanza de la matemática debe ser sensible a los avances de la tecnología y la ciencia con el fin de ajustar de manera permanente los modelos de formación y promoción de la educación de los estudiantes. (Martínez Ruiz & Gallardo, 2015)

Hacia una matemática basada en competencias

El término de competencias ha sido durante la última década en nuestro país bastante empleado en el contexto educativo, aun cuando en la actualidad es común encontrar docentes que si bien usan el término, desconocen por completo su alcance e implicaciones. El Ministerio de Educación ha liderado el desarrollo de publicaciones, instructivos, documentos en los cuales plantea la importancia de una visión amplia de la educación y de la manera como las competencias pueden pasar de ser una política

pública a una realidad que genere altos niveles de calidad en la educación de colombiana.

Hablar de competencia en el sentido extenso incluye abordar aspectos cognitivos, socio-culturales, motivacionales, afectivos, prácticos y de contexto. Las competencias han sido centro de estudio en contextos académicos y laborales principalmente, han sido muchos los autores y las organizaciones que se han preocupado por definirla la recopilación de ideas, conceptos y experiencias ha llevado a definir las de manera concreta en:

Un sistema complejo de conocimientos, capacidades, destrezas, valores, actitudes y motivación que cada persona pone en funcionamiento en un contexto determinado para hacer frente a las exigencias que demanda cada situación. (Tacca, 2.011)

Centrándonos en el campo de las matemáticas a nivel de Colombia, una de las herramientas de diagnóstico para evaluar el nivel de competencias, ha sido la Programme for International Student Assessment, más conocida como la prueba PISA, un proyecto perteneciente a la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) y que evalúa periódicamente el desempeño en lectura, ciencias y matemáticas de estudiantes alrededor del mundo. Para nuestro país, los desempeños han permitido evidenciar grandes falencias en las tres áreas aunque cabe mencionar que el nivel en matemáticas siempre ha estado por debajo. Es importante identificar qué tipo de competencias trabaja PISA a nivel de matemáticas y contrastar esto con lo que en materia de competencias en matemáticas busca nuestro sistema educativo. Para PISA:

La competencia matemática implica la capacidad de un individuo de identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, para hacer juicios bien fundamentados y poder usar e involucrarse con las matemáticas.

El concepto general de competencia matemática se refiere a la capacidad del alumno para razonar, analizar y comunicar operaciones matemáticas. Es, por lo tanto, un concepto que excede al mero conocimiento de la terminología y las operaciones matemáticas, e implica la capacidad de utilizar el razonamiento matemático en la solución de problemas de la vida cotidiana. (OCDE, 2018)

PISA presenta para matemáticas 6 niveles de competencia de acuerdo al desempeño de los estudiantes, sin embargo nuestros estudiantes alcanzan apenas el segundo nivel e incluso algunos de ellos no llegan al mínimo de desempeño. Si bien durante los últimos años Colombia ha mostrado una leve mejoría en sus resultados, es preocupante que siga apareciendo entre los últimos promedios apenas por encima de un número reducido de países. (Ministerio de Educación Nacional, 2008)

Estos desempeños han llevado a la generación de estrategias por parte de las autoridades en materia de educación en nuestro país. En el foro Ciudadanos matemáticamente competentes, llevado a cabo en 2014, ya se exponía la preocupación de implementar mecanismos que permitan a los estudiantes colombianos mostrar mayores desempeños, no solamente como respuesta a una herramienta de medición, sino para la generación de impacto social a partir del desarrollo de competencias, en este caso específico desde las matemáticas.

A partir de los aportes que el Ministerio de Educación recopiló para este foro, presentó varios aspectos de fundamental relevancia:

- d. Resalta que pese a la importancia que tiene la matemática para desarrollo social, sigue siendo aceptada como la asignatura que genera mayor segregación y desigualdad.
- e. Define tres prioridades:
 - ✓ La necesidad de una educación matemática básica de calidad para todos.
 - ✓ La importancia de considerar la formación matemática como un valor social.
 - ✓ El papel de la formación matemática en la consolidación de los valores democráticos.
- Establece que para que un estudiante sea matemáticamente competente, a partir de los lineamientos curriculares, este debe poder:
 - ✓ Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, del mundo de las ciencias y del mundo de las matemáticas mismas.
 - ✓ Dominar el lenguaje matemático y su relación con el lenguaje cotidiano; así como usar diferentes representaciones.
 - ✓ Razonar y usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración.
 - ✓ Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz. (MEN, 2014)

La estructuración de un sistema educativo que base el aprendizaje y la enseñanza en términos de competencias requiere que todos involucrados se encuentren alineados con esta

finalidad. No es posible hablar de competencia desde una perspectiva individual y no planificada. Hasta ahora podemos evidenciar que el sistema colombiano apoya el proceso educativo basado en competencias, que a nivel internacional la calidad de la educación se mide bajo estos mismos parámetros y que la concepción que se tiene de competencia es congruente en los dos ámbitos. Entonces, ¿dónde radica la brecha entre los propósitos de nuestro sistema educativo y los resultados del mismo? Este interrogante nos remite nuevamente a examinar las prácticas de aula, las metodologías, la capacidad de contextualizar saberes, la formación de los docentes y el acompañamiento del estado para garantizar que las competencias que se busca generar en los estudiantes, estén siendo correctamente encaminadas por parte de las instituciones educativas y sus profesionales.

El sistema educativo requiere de una sincronía adecuada, de una articulación permanente y una retroalimentación constante de su ejercicio. Podría pensarse que la falta de articulación seria de las instituciones educativas al desarrollo de competencias es una dificultad que deja en evidencia los pobres desempeños de los estudiantes. Es necesario dirigirnos a la raíz misma de la situación y evaluar si nuestros formadores o agentes educativos se encuentran realmente capacitados para la formación por competencias. Al respecto de la formación de los docentes de matemáticas, el ministerio plantea:

Para el caso de la formación de docentes de matemáticas hay consenso en que la formación matemática necesaria para enseñar no se puede reducir a un conocimiento de matemáticas formales, más bien se ha definido que el conocimiento matemático este altamente relacionado con lo que el profesor va a enseñar. De otro lado, se considera que la formación debe incluir aspectos específicos de la práctica de enseñar y, aspectos relativos a los procesos de

enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Por último, se destaca la necesidad de que se aprenda en y desde la práctica de enseñar matemáticas, toda vez que los docentes requieren aprender en contextos cercanos a los que se espera desarrollen sus prácticas. (MEN, 2014)

La enseñanza de la matemática desde una concepción basada en la resolución de problemas.

Enseñar a partir de la resolución de problemas, tal como lo plantea Polya (citado en Vilanova et al), se vuelve difícil para los docentes por tres razones diferentes:

1. Matemáticamente, porque los docentes deben poder percibir las implicaciones de las diferentes aproximaciones que realizan los alumnos, darse cuenta si pueden ser fructíferos o no y qué podrían hacer en lugar de eso.
2. Pedagógicamente, porque el docente debe decidir cuándo intervenir, qué sugerencias ayudarán a los estudiantes, sin impedir que la resolución siga quedando en sus manos, y realizar esto para cada alumno o grupo de alumnos de la clase.
3. Personalmente, porque el docente estará a menudo en la posición (inusual e incómoda para muchos profesores) de no saber trabajar bien sin saber todas las respuestas, requiere experiencia, confianza y autoestima.

Por otra parte, distintos autores (Pólya, 1965, Shoenfeld, 1985 y Brousseau, 1986) señalan que existe una urgente necesidad de proveer a los docentes con mayor información acerca de “cómo enseñar a través de la resolución de problemas”, destacándose tres aspectos principales a profundizar:

1. El rol del docente.
2. Lo que realmente ocurre en las clases centradas en la resolución de problemas
3. La investigación debe centrarse en los grupos y las clases como un todo y no en los individuos aislados.

Etapas de la resolución de problemas

Polya (1984) establece que un problema puede resolverse si se practican los siguientes pasos:

- Comprender el problema. Se refiere al momento donde lo primero que el estudiante debe hacer es comprender el problema, es decir, entender lo que se pide, por cuanto que no se puede contestar una pregunta que no se comprende, ni es posible trabajar para un fin que no se conoce. En este sentido, el docente debe cerciorarse si el estudiante comprende el enunciado verbal del problema, para ello, es conveniente formularle preguntas acerca del problema. De esta manera, el estudiante podrá diferenciar cuál es la incógnita que debe resolver, cuáles son los datos y cuál es la condición. Asimismo, si en el problema se suministran datos sobre figuras, se recomienda que el alumno dibuje o represente y destaque en ella la incógnita y los datos.
- Concepción de un plan. Según Polya “tenemos un plan cuando sabemos, al menos a `grosso modo`, qué cálculos, qué razonamientos o construcciones habremos de efectuar para determinar la incógnita”. (op. cit., p. 30). De acuerdo con este autor, una vez que el estudiante ha comprendido el problema debe pasar a la segunda fase, es decir, debe concebir un plan de resolución, sin embargo entre estas dos fases el camino puede ser largo

y difícil, pues ello depende de los conocimientos previos y de la experiencia que posea el individuo. Por ello, cuando el docente trabaja esta estrategia con sus estudiantes debe ayudarlos a concebir un plan a través de preguntas y sugerencias para que el alumno se vaya formando alguna idea que poco a poco puede ir tomando forma hasta lograr completar el plan que le llevará a la solución del mismo. Así mismo, se sugiere que el individuo puede ayudarse recordando algún problema que le sea familiar y que tenga una incógnita similar.

- Ejecución del plan. Se refiere al proceso donde el estudiante deberá aplicar el plan que ha concebido, para ello hace falta que emplee los conocimientos ya adquiridos, haga uso de habilidades del pensamiento y de la concentración sobre el problema a resolver (Polya, 1984, p. 33). El estudiante debe tener claridad en cuanto a que el plan constituye un lineamiento general, por tanto al llevarlo a cabo debe ser muy cuidadoso y revisar cada detalle. En este sentido, el maestro debe insistir para que el alumno verifique cada paso que realice, se cerciore de la exactitud de cada uno e inclusive, demuestre que llevó a cabo cada detalle con tal precisión.

- Examinar la solución obtenida (visión retrospectiva). Se refiere al momento donde el estudiante reexamina el plan que concibió, así como la solución y su resultado. Esta práctica retrospectiva le permitirá consolidar sus conocimientos e inclusive mejorar su comprensión de la solución a la cual llegó. El docente debe aprovechar este paso para que el estudiante constate la relación de la situación resuelta con otras que pudieran requerir un razonamiento más o menos similar, con el fin de facilitarle la transferencia a otras situaciones que se le presenten e inclusive en la solución de problemas de la vida misma.

METODOLOGÍA

Enfoque metodológico

A nivel metodológico, pensando en un análisis que permita una mirada global al problema de investigación, se plantea el desarrollo de la recolección de información y análisis de la misma a partir de un enfoque cualitativo que permita la descripción y comprensión de actividades experimentales basadas en problemas a través de las cuales busca generarse el desarrollo de competencias matemáticas en torno a las razones trigonométricas. Este enfoque resulta apropiado a los intereses que se plantean, debido a que se recurre a descripciones en profundidad reduciendo el análisis a ámbitos de experiencia, a través de la inmersión en los contextos en los que ocurre (Ruiz, 2012). Es así como desde un acompañamiento a los sujetos de la experiencia y el análisis sus ejecuciones, se pretende establecer las condiciones bajo las cuales los cambios a nivel metodológico impactan el desempeño de los estudiantes manteniendo un contexto natural de enseñanza—aprendizaje, aunque estableciendo una rigurosidad en el análisis de las situaciones.

Tipo de Investigación

Al interior de un enfoque cualitativo son varias las posibilidades que existen para llevar a cabo la aplicación del proyecto, sin embargo se propone trabajar bajo el marco de la Investigación Acción (IA), ya que atiende a las necesidades de análisis tanto de los sujetos del estudio como de las propias prácticas del investigador; en términos de Latorre (2007) es posible entenderla como:

“...Las metas de la investigación-acción son: mejorar y/o transformar la práctica social y/o educativa, a la vez que procura una mejor comprensión de dicha práctica, articular de manera permanente la investigación, la acción y la formación; acercarse a la realidad vinculando el cambio y el conocimiento, además de hacer protagonistas de la investigación al profesorado. Asimismo, los actores sociales se convierten en investigadores activos, participando en la identificación de las necesidades o los potenciales problemas por investigar, en la recolección de información, en la toma de decisiones, en los procesos de reflexión y acción. En cuanto a los procedimientos, se comparten discusiones focalizadas, observaciones participantes, foros, talleres, mesas de discusión, entre otros”. (Latorre, 2007, pág 43)

La importancia de la IA como guía del presente proyecto, radica en la intención de propiciar entre los estudiantes una postura crítica acerca de la forma como son orientadas las enseñanzas y como se llevan a cabo sus aprendizajes. Constituye un aspecto de gran valor el hecho que la evaluación permanente de las acciones educativas no recaigan de manera unilateral en el docente, sino que a partir de la reflexión crítica del estudiante, este pueda asumir un rol activo, pero que además le permita cuestionar, analizar y promover estrategias que apoyen su proceso formativo en miras al desarrollo y fortalecimiento de competencias.

Técnica de investigación

Al encontrarnos en un ámbito educativo, son varias las técnicas que propician un acercamiento a la realidad del contexto, que permiten su análisis y además la inmersión o no del investigador. Con el fin de evidenciar que al involucrar actividades experimentales se pueden generar impactos en el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes, se establece como técnica de investigación la observación, teniendo entre otros criterios el ser la forma más directa e inmediata de acceder a la realidad además de constituir un paso base en la generación de la ciencia. Al hablar de observación se hace referencia a un proceso netamente reflexivo, consciente, orientado a un objetivo y establecido con finalidades claras que generen no sólo una lectura de una situación, sino además el planteamiento de ideas constructivas a partir de la misma.

La observación sin embargo no es una técnica rígida, estática, sino que por el contrario maneja una serie de matices que permiten al observador adaptarse a la situación teniendo en cuenta su cercanía con la población, su grado de permeabilidad dentro de la misma y su nivel de interacción. Atendiendo a estas variables, es posible determinar que la técnica a emplear en esta caso constituye un tipo de observación directa, participante y además en la cual el observador es natural. Para entender con mayor precisión lo anterior:

La observación directa se refiere al método que describe la situación en la que el observador es físicamente presentado y personalmente éste maneja lo que sucede.

La observación participante, muy utilizada por los sociólogos y los antropólogos en las investigaciones sociales, se refiere a una modalidad donde

el fenómeno se conoce desde dentro. Es natural cuando el observador pertenece a la comunidad donde se observa, y artificial cuando el investigador se integra a la comunidad con el objeto de hacer parte de ella y facilitar el trabajo de recolección de datos. (Cerda, 1.991)

Instrumentos de recolección de información

El registro de la información recolectada a partir del ejercicio de observación se desarrollará a través de la implementación de diarios de campo (Anexo1) en los cuales se pueda realizar una descripción detallada de los alcances obtenidos a partir de involucrar estrategias de aula al aplicar el enfoque basado en problemas para la enseñanza de las razones trigonométricas. Los diarios de campo tienen como finalidad realizar el análisis de cada una de las etapas de la implementación de las estrategias experimentales e ir evaluando la respuesta de la población frente a dicha implementación. (Anexo 2)

Una breve descripción de la estrategia experimental a implementar:

- Aplicación de enfoque basado en problemas.
- Retroalimentación de la actividad evaluativa
- Problema de medición en contexto real que implica construcción de instrumento (goniómetro)
- Ejercitación a partir del uso del instrumento, aplicación en contexto real, ejecución del algoritmo.
- Socialización del proceso para evidenciar posibles falencias

- Ejercitación posterior realizando ajustes a partir de los hallazgos de la primera.
- Coevaluación del proceso.

Otro instrumento a emplear para evidenciar el proceso, es el uso de registros fílmicos y/o foto Gráficos. Para su implementación se tendrán fichas de registro que compilen la información más relevante y puedan ser empleados de forma pertinente con los fines del presente trabajo. (Anexos 3 y 4)

Población

La aplicación del proyecto se plantea en el Colegio de la Presentación ubicado en el municipio de Ubaté, Cundinamarca, Colombia. Es una institución educativa de carácter privado, confesional católica, con una trayectoria de 115 años en la región. Cuenta con una comunidad educativa conformada por 995 estudiantes distribuidos en las secciones de preescolar, básica primaria, básica secundaria y media académica; el cuerpo docente y directivo está conformado por 44 profesionales además de 8 personas en el área administrativa y 12 como personal operativo.

Los estudiantes son principalmente provenientes de familias ubicadas en los estratos socio-económicos 3 y 4 tanto de la cabecera municipal, como de municipios aledaños, dedicados a diversas actividades económicas, aunque predominan actividades mineras, de transporte y profesionales de diferentes sectores.

El Colegio de la Presentación se ha caracterizado por obtener resultados favorables a nivel de desempeño en la pruebas nacionales, siendo líder en la región respecto de instituciones oficiales y privadas. Cuenta con manejo de procesos controlados para

garantizar calidad en la prestación de sus servicios y proyecta sus actividades a fortalecer la innovación y la generación de investigación.

Muestra poblacional

El grupo a trabajar está constituido por veintinueve (29) estudiantes de grado décimo, de entre 15 y 16 años de edad, quienes dentro de su plan de estudios tiene como asignatura básica trigonometría y se encuentran vinculados al Colegio de la Presentación de Ubaté, Cundinamarca, Colombia.

Diseño:

La estrategia se llevó a cabo en dos ciclos:

CICLO I. Caracterización de las prácticas pedagógicas e identificación de las principales dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas: Se realizó una caracterización de las prácticas que el profesor aplicaba en el aula, a partir de la observación consignada en diarios de campo, Para evidenciar las dificultades que presentaban los estudiantes en la resolución de problemas se tuvo en cuenta las categorías sintácticas, semánticas y de comprensión textual que presentan los estudiantes.

CICLO II: Diseño e implementación de la estrategia didáctica: Las reflexiones que se generaron teniendo en cuenta el primer ciclo sobre el quehacer pedagógico en el aula del profesor investigador, permitieron identificar elementos puntuales y sencillos para mejorar los procesos de planeación y puesta en marcha de metodologías que

contribuyeran al fortalecimiento de las habilidades de resolución de problemas matemáticos. Se diseñó la estrategia didáctica a la luz del modelo de los cuatro pasos propuesto por Polya (1965)

CICLO III: Sistematización y reflexión final: A partir de los resultados obtenidos mediante la observación y la participación directa en el ejercicio, lo cual se evidencia en videos y fotografías en la implementación de la estrategia se generó el documento final y se emitieron conclusiones a partir de lo obtenido.

RESULTADOS Y ANÁLISIS

CICLO I. Caracterización de las prácticas pedagógicas e identificación de las principales dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas:

En el Colegio de La Presentación y más específicamente en las clases matemáticas, las prácticas pedagógicas adolecen de caracterizarse por modelos tradicionalistas en los que, el rol del docente es el de una figura de autoridad que transmite conocimientos que los estudiantes reciben y aceptan, constituyéndose así, una relación jerárquica entre los participantes del proceso formativo; esto implica poca participación del estudiante en la elaboración de los conceptos, por lo que es poco reflexivo y su capacidad crítica es desestimulada. Así mismo, es común que a pesar de las exigencias gubernamentales, reflejo de los retos educativos en el contexto de la globalización, en cuanto a la necesidad de la enseñanza por competencias, aún presente una dificultad desligarse de la mera transmisión y memorización de conceptos y de algoritmos, que si bien es cierto son ineludibles, alejan a los estudiantes del desarrollo de habilidades interpretativas, analíticas y críticas, necesarias para que la matemática se constituya como herramienta que le permita al estudiante conocer, describir y transformar su entorno

Para caracterizar las dificultades presentadas por los estudiantes en la resolución de problemas se tuvieron en cuenta las categorías sintáctica y semántica. Se han tomado las dificultades sintácticas debido a que los estudiantes al leer un problema verbal se les dificultan encontrar las diferentes relaciones que tienen las palabras en el texto, de

igual manera su significado. Puil & Cerdán (1995) refieren que los estudiantes no logran resolver el problema por las diferentes variables que puede presentar y también la forma como está escrito, puede ser por la cantidad de información, la relación de los datos y la ubicación de la pregunta.

Se investiga sobre la semántica debido a que los estudiantes tienen dificultades al resolver un problema verbal, la comprensión de algunos signos lingüísticos y sus combinaciones lo cual no permite su comprensión. Como lo expone Mayer (1986 citado en Camayo, 2016) el estudiante al momento de leer un problema verbal debe comprenderlo con el fin de encontrar las herramientas necesarias para su solución, dichas pautas es utilizar los mecanismos aprendidos, contextualizados y proceder a dar la solución.

Una de las dificultades que se presenta en los estudiantes es el proceso que puede entender con facilidad los diferentes datos que tiene el problema, pero no encuentra que caminos seguir para poder resolverlo y llevarlo a aplicar al contexto. Sánchez (2003) al respecto expone:

“La memoria que hace avanzar la construcción del conocimiento de las situaciones problemáticas no es la memoria mecánica sino la lógica, que presupone preliminarmente el trabajo del pensamiento, recordando el sentido de la actividad que se aprende y no la actividad; desglosándola, dividiéndola, analizándola, distinguiendo sus partes más importantes, la esencialidad de las relaciones que se dan y la extensión de su dinamismo”. (p. 170)

CICLO II Implementación de la unidad didáctica

Inicialmente se realizó un acercamiento a la ejecución de problemas de medición a partir del uso de funciones trigonométricas, espacio en el cual se evidenciaron algunas falencias para la comprensión, interpretación y análisis de la información presentada. Dado que la formulación de los problemas implicaba el uso de elementos de medición, se propuso a los estudiantes la construcción de un goniómetro, elemento empleado para realizar mediciones de ángulos y que fue elaborado por los estudiantes a partir de elementos sencillos a través de los cuales pudieron evidenciar de manera más cercana los problemas de medición.



Imagen 1. Construcción y uso del goniómetro con estudiantes grado décimo. Tomado por el autor.



Imagen 2. Tarea experimental orientada con estudiantes grado décimo Tomado por el autor.

Enseguida se procedió a la formulación de los problemas relacionados con la medición de edificios ubicados en la zona urbana del municipio de Ubaté. De acuerdo con lo planteado por Polya (1984) se orientó al estudiante hacia la concepción de un plan dirigido a la solución del problema, para ello el docente recurrió a la formulación de preguntas que le permitían verificar si el estudiante comprendía el enunciado y reconocía la incógnita que

debía resolver. Del mismo modo generó sugerencias situando al estudiante en el planteamiento de una estrategia frente a la solución del problema, además les solicito a los estudiantes dibujar o representar la incógnita y los datos suministrados en el problema. Esta situación permitió al docente identificar que en el proceso de enseñanza –aprendizaje de las matemáticas resulta relevante referirse a la importancia de los registros de representación semiótica y la forma en que se establece el proceso de comunicación dentro del aula, en definitiva como lo afirma Sánchez (2014):

“Una característica propia y específica de las estructuras y conceptos matemáticos es la necesidad de emplear diversas representaciones para asimilarlos y aprehenderlos en toda su complejidad, lo que implica, desde una perspectiva cognitiva, que para la total comprensión de las nociones matemáticas es preciso emplear y coordinar más de un sistema de representación, como han puesto de manifiesto distintos investigadores” (D’Amore, 2003, 2004, 2006; Duval, 1993, 1995, 1996; Godino, 2002, 2003; Janvier, 1987a; Kaput, 1987a, 1987b, 1998; Radford, 1998, 2004, 2006 citados en Sánchez 2014 pág 32)

Así mismo, fue posible evidenciar lo que afirma Sánchez (2014), cuando asume *que lo verdaderamente importante en la enseñanza de las matemáticas no es la elección del mejor sistema de representación, pues nunca nos permitirá apreciar todas las propiedades del objeto. Lo importante es lograr que los estudiantes sean capaces de relacionar muchas maneras de representar los contenidos matemáticos, y de que empleen aquellas que les permitan entender mejor los conocimientos puestos en juego, evitando así, el establecimiento y creación de muchos de los obstáculos en el progreso de la comprensión y el aprendizaje del alumno.*

Para el segundo paso propuesto por Polya (1984) referido a la ejecución del plan, los estudiantes por grupos debían aplicar el plan que habían concebido, para ello el docente hizo énfasis en la importancia de que cada estudiante empleará los conocimientos ya adquiridos, el uso de habilidades del pensamiento y de la concentración sobre el problema a resolver. El profesor solicitó a los estudiantes que realizaran el plan en las edificaciones asignadas, y debían presentar un video sobre el procedimiento aplicado, con el fin de evidenciar con detalle cada uno de los pasos seguidos.

El video debía ser presentado en clase para continuar con el tercer paso en la resolución de problemas propuesto por Polya (1984) correspondiente a examinar la solución obtenida (visión retrospectiva). En esta fase (Gráfico 5 y video 2) los estudiantes a partir de un análisis muy detallado reexaminaron el plan que habían concebido, así como la solución y su resultado. Esta práctica retrospectiva permitió a los estudiantes consolidar sus conocimientos e inclusive mejorar sus comprensiones de la solución a la cual llegaron. El docente aprovechó este paso (Gráfico 5 y video 1) para brindar un razonamiento más amplio de las falencias y aciertos presentados, de tal manera que los estudiantes llegaran a comprensiones más amplias del objeto matemático estudiado.

Del mismo modo la actividad permitió que el docente reconociera la comunicación en la enseñanza de las matemáticas como un proceso que permite analizar la comprensión de los significados, el mecanismo de resolución de problemas y los propios medios expresivos y argumentativos que posee el estudiante para la interpretación de los objetos matemáticos.

Para que los estudiantes puedan comunicarse matemáticamente como lo refiere Ramírez (2009) *necesitamos establecer un ambiente en nuestras clases en el que la comunicación*

sea una práctica natural, que ocurre regularmente, y en el cual la discusión de ideas sea valorada por todos. Este ambiente debe permitir que todos los estudiantes:

- *Adquieran seguridad para hacer conjeturas, para preguntar por qué, para explicar su razonamiento, para argumentar y para resolver problemas. • Se motiven a hacer preguntas y a expresar aquellas que no se atreven a exteriorizar.*
- *Lean, interpreten y conduzcan investigaciones matemáticas en clase; discutan, escuchen y negocien frecuentemente sus ideas matemáticas con otros estudiantes en forma individual, en pequeños grupos y con la clase completa.*
- *Escriban sobre las matemáticas y sobre sus impresiones y creencias tanto en informes de grupo, diarios personales, tareas en casa y actividades de evaluación.*
- *Hagan informes orales en clase en los cuales comunican a través de Gráficos, palabras, ecuaciones, tablas y representaciones físicas.*
- *Frecuentemente estén pasando del lenguaje de la vida diaria al lenguaje de la matemática.*

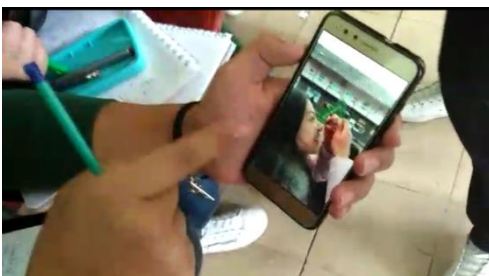


Imagen 4. Socialización de experimentación autónoma



Imagen 5. Retroalimentación de la tarea experimental

Luego de realizada la socialización pertinente, en la cual se reforzaron los elementos conceptuales que daban sustento al proceso que permite obtener la longitud de una

estructura vertical a partir de la medida del ángulo de elevación y la distancia a la que éste fue medido; se procedió a realizar una nueva ejecución, en la que los estudiantes recibían orientaciones generales surgidas del análisis previo para luego poner en práctica el procedimiento, reduciendo el margen de error en la medición, pero sobretodo, habiendo comprendido el proceso y su sentido. (videos 3 y 4)

Finalizada esta segunda ejecución, fue posible entablar un diálogo abierto en el que estudiantes y docente hicieron una reflexión acerca de lo que había sucedido a lo largo del proceso; los estudiantes se notaron más participativos y conscientes del objetivo del ejercicio, discutieron acerca de la dificultad de minimizar los errores de medición dada la impresión propia del goniómetro, manifestaron que lo que en principio parecía difícil y aburrido, con la actividad se tornaba agradable y sencillo, mediante ejemplos fueron capaces de deducir qué razón trigonométrica era adecuada en otros contextos dependiendo de la información que éste ofrecía, pero tal vez lo más importante, fue que reconocieron el valor de la actividad, en cuanto a la motivación y expectativas generadas en ellos, la importancia de involucrarse más activamente en el proceso académico y manifestaron haberse disfrutado como pocas veces en una clase de matemáticas.



Ilustración 3 Proceso de Coevaluación



Ilustración 2 Proceso de Coevaluación

Durante el desarrollo de las actividades que conformaron la aplicación del proyecto, se realizó registro de la experiencia a través del diario de campo descrito en el apartado referente a la recolección de la información, además se realizaron registros audiovisuales como evidencia del desarrollo del proceso.

1. Retroalimentación de la ejecución: sustento teórico de la práctica y posibles fuentes de error: <https://www.youtube.com/watch?v=H1zcXc0r0qA&t=9s>
2. Retroalimentación de la ejecución, por grupos: Socialización de la experiencia y errores surgidos en ella: <https://www.youtube.com/watch?v=CR-IOJc3ZjE>
3. Ejecución con las correcciones surgidas de la retroalimentación: orientaciones: <https://www.youtube.com/watch?v=aJLcldWrCAY>
4. Ejecución luego de las correcciones surgidas de la retroalimentación: práctica: <https://www.youtube.com/watch?v=H593by3jo2Y>

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Discusión

Los conceptos matemáticos no deben ser el centro del proceso educativo, estos deben ser útiles a un fin superior que es el desarrollo de habilidades de pensamiento que le permitan al estudiante comprender los conceptos en términos de su aplicación para la solución de problemáticas reales, sean éstas prácticas o abstractas. Un enfoque basado en problemas como enfoque pedagógico, potencia el aprendizaje en términos de competencias, hace del estudiante un individuo creativo, reflexivo, analítico y crítico, lo cual deja de lado el desarrollo de habilidades netamente mecanicistas, así como un estudiante que en lugar de recibir de forma pasiva el conocimiento, es un agente autónomo que participa y está capacitado para comprender y transformar su entorno. Con este objetivo en el horizonte de las prácticas pedagógicas, el docente también interioriza esta nueva dinámica asumiendo un nuevo rol, el de alguien que propone problemática, brinda herramientas conceptuales y orienta al estudiante para que encuentre por sí mismo su solución.

Conclusiones y recomendaciones

A través de la aplicación de un proyecto de investigación es posible extraer información valiosa que permita mejorar las prácticas educativas y apoyar de manera significativa la transformación de los procesos escolares con miras a beneficiar a la población de niños, niñas y adolescentes que forman parte de este contexto. Con respecto a la puesta en práctica del actual trabajo, es posible concluir y/o recomendar:

- En matemáticas, un enfoque basado en problemas favorece el desarrollo de habilidades del pensamiento, de manera que más allá de apropiación pasiva de conceptos, se alcance la movilización de competencias.
- Los métodos mecanicistas y eminentemente memorísticos de enseñanza, cohiben la posibilidad de razonamiento y crítica del estudiante lo que lo hace poco reflexivo, por lo que reproduce conceptos sin llegar a comprenderlos realmente.
- Actualmente es una necesidad que las prácticas pedagógicas propongan nuevas relaciones entre estudiantes y docente, de manera que el estudiante asuma un rol protagónico en el que es constructor del conocimiento bajo la orientación de un docente hábil en el planteo de preguntas significativas.
- La resolución de problemas, supone el planteamiento de una estrategia, lo que conlleva al desarrollo de la creatividad y la autonomía en el estudiante, así como una vinculación afectiva que favorece el ambiente del aula.
- Se recomienda que dado el éxito de la actividad, se implemente el Enfoque Basado en Problemas en cada temática propuesta desde el área de matemáticas, así como sugerir su estudio y aplicación en otras disciplinas.

REFERENCIAS

- Ascorra, P., & Crespo, N. (2004). La incidencia del rol docente en el desarrollo del conocimiento metacomprendido. *Psicoperspectivas*, 23.32.
- Banco Mundial. (2009). *La calidad de la educación en Colombia: un análisis y algunas opciones para un programa de política*. Bogotá DC: Banco Mundial.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de situaciones didácticas*. Argentina: Libros del Zorzal.
- Bruner, J. (1988). *Desarrollo cognitivo y educación*. Madrid: Morata.
- Camayo, E. (2016). Dificultades en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa en niños de tercer grado. Trabajo de maestría. Universidad Autónoma De Manizales. Disponible en:
<http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/1042/1/Tesis%20Edilson%20Jesus%20Camayo%20Espa%C3%B1a.pdf>
- Cerda, H. (1991). *Los elementos de la investigación*. Bogotá: El Búho.
- Contreras, F. (2012). La evolución de la didáctica de la matemática. *Horizonte de la ciencia*, 20-25.
- Frabetti, C. (2000). *Malditas matemáticas*. Madrid: Alfaguara.

- García Quiroga, B. A. (2011). "Formación y desarrollo de competencias matemáticas: una perspectiva teórica en la didáctica de las matemáticas" . *Revista Educación y Pedagogía*, 159-176.
- Guitart, M. E. (2011). Del "Aprendizaje Basado En Problemas" (ABP) al "Aprendizaje Basado en la Acción" (ABA) Claves para su complementariedad e implementación. *Revista de Docencia Universitaria*, 91-107.
- Jiménez, A. P. (1992). Matemáticas experimentales. *II Encuentro Extremeño de Educación Matemática* (págs. 27-41). Cáceres: Suma.
- Kline, M. (1976). *El fracaso de la matemática moderna*. Madrid: Siglo Veintiuno de España Editores.
- Latorre, A. (2007). *La investigación-acción. conocer y cambiar la práctica educativa*. Barcelona: Grao.
- Martínez Ruiz, X., & Gallardo, P. (2015). *La educación matemática en el siglo XXI*. México DF: Instituto Politécnico Nacional.
- Mineducación. (1994). Ley General de Educación. Art 5°, num.9.
- Mineducación. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Obtenido de www.mineduacion.gov.co:
https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2014). *Ciudadanos matemáticamente competentes*. Bogotá: Mineducación.

Ministerio de Educación Nacional. (20 de 04 de 2018). *Ministerio de Educación Nacional* .

Obtenido de <https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-120646.html>

Montiel Espinosa, G. (2010). Hacia el rediseño del discurso: Formación docente en línea centrada en la resignificación de la Matemática Escolar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* . , 69-84.

OCDE. (10 de Febrero de 2018). *El programa PISA de la OCDE, qué es y para qué sirve*.

Obtenido de www.oecd.org : <https://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf>

Oficina Internacional de Educación de la UNESCO. (20 de 04 de 2018). *Marco conceptual para la evaluación de competencias*. Obtenido de www.ibe.unesco.org:

http://www.ibe.unesco.org/sites/default/files/resources/ipr4-roegiers-competenciesassessment_spa.pdf

Perrenoud, P. (2008). *La evaluación de los alumnos. De la producción de la excelencia a la regulación de los aprendizajes. Entre dos lógicas*. Buenos Aires : Colihue.

Polya, G. (1965): *How to solve it*. Princenton University Press (Traducción: *Cómo plantear y resolver problemas*, de Julián Zagazagoitia, Ed. Trillas. México)

Rodríguez, J. (2013). Una mirada a la pedagogía tradicional y humanista. *Presencia universitaria*, 36-45.

Ruiz, J. (2012). *Teoría y práctica de la investigación cualitativa*. Bilbao: Publicaciones de la Universidad de Deusto.

Sánchez, M. (2014). Los registros semióticos en matemáticas como elemento de personalización en el aprendizaje. *Revista de Investigación Educativa Conect@2*. Año V. Número 9.

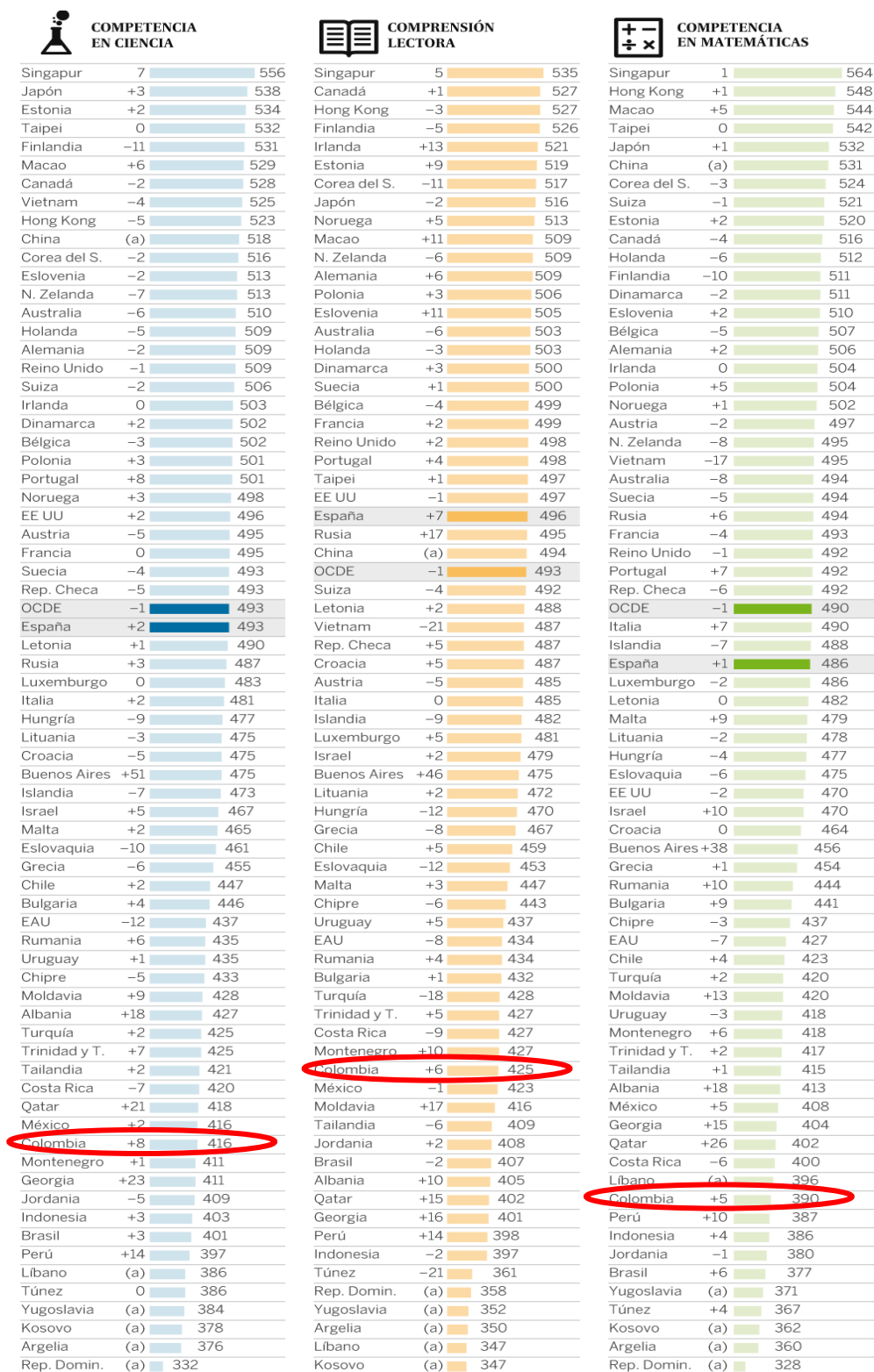
Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.

Tacca, D. (2011). El "nuevo" enfoque pedagógico: las competencias. *Investigación Educativa*, 163-185.

Vilanova, S; Rocerau, M; Valdez, G; Oliver, M; Vecino, S; Medina, P; Astiz, M; Alvarez, E. (s.f). *Revista Iberoamericana de Educación*. Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina.

ANEXOS

Anexo 1. Estadística Pisa 2.015



Anexo 2. Formato de Registro – Diario de Campo

DIARIO DE CAMPO No. 1			
Fecha:	Hora de inicio:	Hora de cierre:	Duración del registro:
Institución educativa:		Tema:	
Nombre del docente:			
No. De estudiantes o participantes:		Curso:	
Objetivo de la clase:			
CONTEXTO DE IMPLEMENTACIÓN			
DESCRIPCIÓN:			
Momento inicial:			
Desarrollo de la sesión:			
Conclusión:			
INTERPRETACIÓN:			

<p>Identificación de cualidades, habilidades, actitudes, competencias, paradigmas, modelos mentales, juicios, emociones, creencias y emociones que se dan en la sesión</p>	
ARGUMENTACIÓN:	
<p>Analizar como los procesos influyen en las relaciones académicas, personales y profesionales que se dan en el ámbito educativo</p>	
AUTOEVALUACIÓN:	
<p>Aspectos en los que el observador considera que debe trabajar para su mejoramiento</p>	

Anexo 3. Consentimiento informado para registros audiovisuales

Colegio de la Presentación Ubaté, _____

Yo _____,
identificado(a) con C.C. N° _____, padre/madre/acudiente
del estudiante _____ de grado 10°
____, doy mi autorización para que su imagen pueda ser empleada como evidencia a
través de registros audiovisuales (fotos y/o videos) de la implementación de proyecto
de investigación en el área de matemáticas, con fines interinstitucionales.

Firma acudiente

Firma Estudiante

Anexo 4. Registro de evidencias audiovisuales

1. Retroalimentación de la ejecución: sustento teórico de la práctica y posibles fuentes de error: <https://www.youtube.com/watch?v=H1zcXc0r0qA&t=9s>
2. Retroalimentación de la ejecución, por grupos: Socialización de la experiencia y errores surgidos en ella: <https://www.youtube.com/watch?v=CR-IOJc3ZjE>
3. Ejecución con las correcciones surgidas de la retroalimentación: orientaciones: <https://www.youtube.com/watch?v=aJLcldWrCAY>
4. Ejecución luego de las correcciones surgidas de la retroalimentación: práctica: <https://www.youtube.com/watch?v=H593by3jo2Y>

REGISTRO DE FOTOS Y/O VIDEOS			
Fecha: Abril 13 2.018	Hora de inicio del registro: 8:45 am	Hora de cierre del registro: 10:15 am	Duración del registro: 4:15 Cantidad del registro: (fotos)
Institución educativa: Colegio de la Presentación Ubaté		Tema: Experimento de medición guiado	
Nombre del docente: Javier Leonardo Guzmán Bernal			
No. De estudiantes o participantes: 29		Curso: 10º	
Objetivo del registro: Realizar retroalimentación de uso de elemento de medición (goniómetro) y del proceso para mediciones en contexto real.			
Título del registro: Retroalimentación de medición en contexto			
CONTEXTO DE CAPTURA DEL REGISTRO			
Las imágenes se realizaron en las instalaciones del Colegio de la Presentación Ubaté en el área de ingreso. Se desarrollaron durante la clase de trigonometría del grado 10º.			
DESCRIPCIÓN:			
SITUACIÓN DEL REGISTRO	Se dirigió el curso a la entrada del Colegio con el fin de realizar un proceso de medición en un espacio real, retomando las mediciones previas realizadas por los estudiantes, pero esta vez teniendo en cuenta las orientaciones del docente para su ejecución.		
ANÁLISIS	El ejercicio de retroalimentación fue bastante favorable ya que se partió de las apreciaciones que los estudiantes tenían respecto a las mediciones previas. Socializaron la manera como habían desarrollado la medición de la iglesia y replicaron el proceso en este escenario. A medida que informaban su actividad, se fue realizando una retroalimentación individual corrigiendo las posibles falencias que se presentaran con el uso del instrumento o las mediciones. Se generó un resultado favorable en la medida que el ejercicio permitió la argumentación de la medición a partir de términos trigonométricos trabajados con antelación.		
CONCLUSIÓN:	Los ejercicios experimentales de a partir de problemas en este caso de medición, permiten una apropiación plena de los conceptos al ser abordados en contexto y adquirir significado para los estudiantes.		

REGISTRO DE FOTOS Y/O VIDEOS			
Fecha: Abril 20 2.018	Hora de inicio del registro: 8:45 am	Hora de cierre del registro: 10:15 am	Duración del registro: 9:50 Cantidad del registro: (fotos)
Institución educativa: Colegio de la Presentación Ubaté		Tema: Coevaluación de los ejercicios de medición	
Nombre del docente: Javier Leonardo Guzmán Bernal			
No. De estudiantes o participantes: 29		Curso: 10º	
Objetivo del registro: Evidenciar proceso evaluativo de los ejercicios a partir de problemas de medición trabajados por los estudiantes.			
Título del registro: Retroalimentación de medición en contexto			
CONTEXTO DE CAPTURA DEL REGISTRO			
Las imágenes se realizaron en las instalaciones del Colegio de la Presentación Ubaté en el aula del área de matemáticas, durante el desarrollo de la clase de trigonometría.			
DESCRIPCIÓN:			
SITUACIÓN DEL REGISTRO	Se realiza una clase de retroalimentación y presentación de apreciaciones y argumentos frente a las actividades desarrolladas. Los estudiantes expresan sus aprendizajes y describen el proceso por el cual llegaron a los resultados presentados a partir del problema que se planteó para desarrollar de manera vivencial. Se extraen conclusiones con respecto a la utilidad del ejercicio.		
ANÁLISIS	El ejercicio de Coevaluación permitió que los mismos estudiantes llegaran de manera argumental a describir la forma como apropiaron los conceptos trigonométricos a partir del ejercicio desarrollado. Durante la sesión se evidenció que el tema fue abordado con mayor propiedad, que se plantearon aportes a partir de la experiencia que tuvieron al desarrollar las actividades de las diferentes fases y se encontró además un elevado nivel de motivación posterior a la fase de las actividades experimentales con lo cual la vinculación afectiva de los estudiantes con la asignatura tuvo un impacto favorable.		
CONCLUSIÓN:	Las actividades de Coevaluación permiten verificar si las propuestas metodológicas y estrategias de apoyo tiene una aceptación válida por parte de los estudiantes y si las metas establecidas inicialmente se ven reflejadas a partir de las conclusiones a las cuales los estudiantes son capaces de llegar.		