

**Comprensión de la estructura multiplicativa en los estudiantes de grado sexto.**

Ana Victoria Lagos Velásquez, Leidy Lorena Ruiz Álvarez

Universidad Nacional Abierta y a Distancia, Escuela de la Ciencias de la Educación

Licenciatura en Matemáticas

Asesor: Andrés Fernando Mosquera Díaz

Bogotá D.C. febrero 2021

<b>Resumen analítico especializado (RAE)</b>	
<b>Título:</b>	Comprensión de la estructura multiplicativa en los estudiantes de grado sexto.
<b>Modalidad:</b>	Monografía
<b>Línea de investigación:</b>	Argumentación pedagogía y aprendizaje
<b>Autoras:</b>	Leidy Lorena Ruiz Álvarez y Ana Victoria Lagos Velásquez
<b>Fecha:</b>	Febrero de 2021
<b>Palabras Clave:</b>	Aprendizaje significativo, estructura multiplicativa, secuencias didácticas, herramientas interactivas,
<b>Descripción</b>	La comprensión de la estructura multiplicativa brinda a los educandos la capacidad para leer, interpretar y solucionar problemas de índole multiplicativo para ello en este trabajo investigativo se presenta la información de manera documentada, ejemplificada y gráfica de forma escrita y por medio de la herramienta h5p con vídeos y actividades interactivas para la comunidad educativa. Cabe destacar que los docentes pueden tomar las actividades que aquí se presentan usarlas o tomarlas como ejemplos para crear las propias con la ayuda de sus estudiantes ya

	<p>que la idea es que los educandos se involucren y apoyen al docente para que sea significativo aprendizaje.</p>
<p><b>Fuentes:</b></p>	<p>Las siguientes fueron las fuentes principales en las que nos basamos.</p> <p>Atehortúa Rincón, D. C., Fernández Rojas, N. N., &amp; Rueda Bedoya, S. A. (Marzo de 2016). <i>Diseño de una propuesta pedagógica para fortalecer la multiplicación por una y dos cifras agrupando, a partir del uso de las tic, en niños entre 8 y 10 años del grado tercero de primaria del instituto pedagógico nacional de la ciudad de Bogotá</i> [tesis de especialización, Fundación Universitaria los Libertadores]. Repositorio Institucional Obtenido de libertadores.  <a href="https://repository.libertadores.edu.co/bitstream/handle/11371/869/RuedaBedoyaSoniaArleth.pdf?sequence=2&amp;isAllowed=y">https://repository.libertadores.edu.co/bitstream/handle/11371/869/RuedaBedoyaSoniaArleth.pdf?sequence=2&amp;isAllowed=y</a></p> <p>García, M., &amp; Suárez, A. (2011). <i>Procedimientos de resolución de problemas multiplicativos de isomorfismo</i>. Obtenido de <a href="http://funes.uniandes.edu.co/9188/1/Procedimientos2011Garcia.pdf">http://funes.uniandes.edu.co/9188/1/Procedimientos2011Garcia.pdf</a></p> <p>Guerra, J. (Junio de 2020). <i>El constructivismo sociocultural en la educación y el aporte de la teoría sociocultural de Vigostky para comprender la construcción del conocimiento humano</i>. Revista Dilemas Contemporáneos Educación, política y Valores,7(2).  <a href="https://www.dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/index.php/dilemas/article/view/2033/2090">https://www.dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/index.php/dilemas/article/view/2033/2090</a></p> <p>Gómez Casimiro, H. J., Vargas Tamani, A., &amp; Vargas Tamani, H. (Septiembre de 2017). <i>Efectos de la aplicación de las situaciones didácticas de Brousseau en los logros de aprendizaje, en la resolución de perímetros y áreas de figuras planas, de los estudiantes de primer grado de secundaria, institución educativa experimental Unap</i>. [tesis de especialización, Escuela de Formación Profesionales de Educación Secundaria UNAP]. Repositorio Institucional Unapiquitos.  <a href="http://repositorio.unapiquitos.edu.pe/bitstream/handle/UNAP/5815/Henry_tesis_titulo_2017.pdf?sequence=1&amp;isAllowed=y">http://repositorio.unapiquitos.edu.pe/bitstream/handle/UNAP/5815/Henry_tesis_titulo_2017.pdf?sequence=1&amp;isAllowed=y</a></p> <p>Ivars, Pere, &amp; Fernández, Ceneida. (2016). <i>Problemas de estructura multiplicativa: Evolución de niveles de éxito y estrategias en estudiantes de 6 a 12 años</i>. Educación matemática, 28(1), 9-38.  <a href="http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S1665-58262016000100009&amp;lng=es&amp;tlng=">http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S1665-58262016000100009&amp;lng=es&amp;tlng=.</a></p>

	<p>Pere , I., &amp; Fernández, C. (1 de Abril de 2016). <i>Problemas de estructura multiplicativa: Evolución de niveles de éxito y estrategias en estudiantes de 6 a 12 años</i>. Educación Matemática, 28(1), 9-38.  <a href="http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v28n1/1665-5826-ed-28-01-00009.pdf">http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v28n1/1665-5826-ed-28-01-00009.pdf</a></p> <p>Sampieri, H. R. (2018). Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta. McGraw-Hill Interamericana Editores S.A de C.V.I.</p> <p>Vásquez, D. M., Arias, A. R., &amp; Muñoz., J. M. (2019). <i>Sexo, actitud y rendimiento en matemáticas. Variables predictoras</i>. Revista Estudios sobre Educación., 35, 429-251.  <a href="https://revistas.unav.edu/index.php/estudios-sobre-educacion/article/view/18072/28661">https://revistas.unav.edu/index.php/estudios-sobre-educacion/article/view/18072/28661</a></p>
<p><b>Contenido</b></p>	<p>Monografía</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Portada</li> <li>❖ RAE, Resumen analítico</li> <li>❖ Índice General</li> <li>❖ Índice de tablas y figuras</li> <li>❖ Introducción</li> <li>❖ Justificación</li> <li>❖ Definición del problema</li> <li>❖ Objetivo</li> <li>❖ Marco Teórico</li> <li>❖ Aspectos metodológicos</li> <li>❖ Resultados</li> <li>❖ Discusiones</li> <li>❖ Conclusiones y recomendaciones</li> <li>❖ Referencias</li> <li>❖ Anexos</li> </ul>

## Índice general

Resumen analítico especializado (RAE).....	2
Índice de Figuras.....	6
Índice de Tablas .....	6
Introducción .....	7
Justificación .....	9
Definición del problema .....	11
Objetivos.....	13
Objetivo general .....	13
Objetivos específicos.....	13
Marco teórico .....	14
Estructura multiplicativa .....	14
Aprendizaje significativo .....	17
Situaciones didácticas .....	25
Aspectos metodológicos .....	29
Resultados.....	31
Discusiones .....	39
Conclusiones y recomendaciones. ....	41
Bibliografía .....	44
Anexos .....	48

### Índice de Figuras

Figura No.1 Integración de la etapas de Piaget con la educación actual.....	20
Figura No.2. Proceso de aprendizaje significativo.....	24
Figura No.3 Situación de acción.....	28
Figura No. 4. Situación de formulación.....	28
Figura No. 5 Situación de validación.....	29
Figura No.6 Ejemplo 1. Isomorfismo de medidas .....	33
Figura No.7 Ejemplo 2. Isomorfismo de medidas .....	33
Figura No.8 Ejemplo 3. Isomorfismo de medidas .....	35
Figura No.9 Ejemplo de espacio de medida o comparación multiplicativa .....	36
Figura No.10 Producto de medidas.....	38
Figura No.11 Ejemplo producto cartesiano .....	39

### Índice de Tablas

Tabla No. 1. Ejemplo Isomorfismo de medidas .....	9
Tabla No. 2 características de las etapas del desarrollo de Piaget.....	13

## Introducción

La educación es un derecho para todos los niños como lo menciona la constitución, porque con ella se busca el acceso al conocimiento para el mejoramiento cultural, científico y tecnológico (Constitución Política de Colombia, 1991, Artículo 67) por tal motivo es importante estar en constante mejora para garantizar su calidad. Es por eso que la presente monografía, trata uno de los problemas que se presentan constantemente en las matemáticas que es la comprensión de la estructura multiplicativa, uno de las bases fundamentales para ir avanzando en las demás operaciones matemáticas, además que son necesarias para la vida cotidiana.

La estructura multiplicativa ha sido blanco de varios estudios enfocados solo para la educación básica primaria, pero se ha evidenciado que en el grado sexto también carece de bases sólidas sobre este tema, Bustamante (2014) afirma que la conceptualización es necesaria para el desarrollo del pensamiento matemático porque determina cuales son los procesos involucrados y así se pueden ofrecer estrategias adecuadas (p.19).

En nuestro ejercicio como docentes en formación se evidencio varios vacíos que los niños presentan sobre la comprensión de la estructura multiplicativa, es por eso que se quiso profundizar este tema de la mano con las herramientas tecnológicas con los tics, específicamente la plataforma h5p. La investigación se enfocó en los educandos de grado sexto, por motivos del covid 19 solo nos centramos en la investigación relacionado con la problemática y creación de unas guías interactivas, pero no de implementación.

La investigación se realizó con la metodología cualitativa, donde se confrontaron varios datos y después de una exhaustiva investigación de masas documentales, se estableció como pregunta orientadora ¿Cómo el docente puede ayudarle a discente a desarrollar el aprendizaje

significativo por medio de la comprensión de la estructura multiplicativa?, para dar respuesta a la pregunta la monografía partió de varios momentos, iniciando con la justificación, planteamiento del problema para solidificar los objetivos específico y generales de la investigación.

Como segundo momento se presentan los aspectos conceptuales siendo este el eje fundamental del trabajo, se tomó como referentes teóricos Vergnaud (1998) que presenta la estructura multiplicativa en sus tres situaciones; Isomorfismo de medidas, espacio de medidas y el producto de medidas ( citado en Ivars, 2016, pág. 2) se tuvo en cuenta a Jean Piaget, Lev Vygotsky y David Ausubel para que el lector se familiarice con las generalidades que están relacionadas con el aprendizaje significativo y por último las situaciones didácticas de matemáticas de Brousseau.

Como tercer momento se presentan los aspectos metodológicos, realizando las descripciones de cómo se realizó la investigación, las técnicas de análisis, entre otros.

En el cuarto momento se desarrolla el contraste de la información obtenida se recogen los resultados y dan paso a las discusiones frente a la investigación realizada.

Y por último están las conclusiones y recomendaciones que resultaron de la investigación recapitulando lo más relevante del tema, además se presentan la bibliografía y los anexos que son las guías interactivas presentadas con la herramienta h5p.



## Justificación

Las pruebas PISA que se realizaron en 2018 en Colombia a 7522 estudiantes arrojaron que alrededor del 1% de los estudiantes lograron alcanzar el nivel 4 en matemáticas y el 3% el nivel 3, teniendo las pruebas seis niveles, estos estudiantes tenían aproximadamente 15 años de edad (Corrales et. Al, 2020, págs. 8, 16, 17, 30).

Al leer estos y otros datos nos propusimos ayudar a mitigar esta problemática y teniendo como meta ir trabajando en nuestro proyecto de grado les pedimos a las instituciones donde realizamos las prácticas 1 y 2 (Despensa sede A ubicado al sur de Bogotá y en la Escuela Normal Distrital María Montesori) que nos ubicaran en el grado sexto donde los educandos tienen entre 10 y 13 años para identificar posibles problemas.

Con la idea de ayudar a los estudiantes que tenían notas menores de tres en el periodo anterior, tristemente en la mayoría de los salones a los educandos les iba mal en matemáticas el porcentaje estaba entre el 70% y el 80%.

Realizamos talleres de refuerzos, recuperaciones, actividades online con herramientas como H5P, trabajos en grupo, debate, mesa redonda, ejercicios con material didáctico, etc. Y analizamos los resultados llegamos a varias conclusiones, pero la más importante es que a los estudiantes les faltaba trabajar en su pensamiento numérico y sistemas numéricos, les costaba mucho alcanzar los estándares básicos de competencias requeridos para ese curso.

MEN (2004) menciona algunos en el que más déficit presentaron: resuelvo y formulo problemas con sus contextos utilizando situaciones aditivas y multiplicativas con dominios numéricos otro fue utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida, otro fue el numeral siete que dice: formular y resolver problemas en las cuales intervienen sumas y multiplicaciones,

en diferentes contextos y manejo adecuado de los conjuntos numéricos (citado en Serrano-Polo y González-Díaz, 2020, p.84). Teniendo en cuenta lo anterior la forma de ayudar a los estudiantes debía ser algo muy conocido para ellos, que usará la tecnología y como requisito principal donde ellos participaran activamente.

Así que decidimos investigar sobre la estructura multiplicativa y los tipos de problemas asociados a la multiplicación basados en los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional. (MEN) (Isomorfismo de medidas\ razón\ proporcionalidad directa simple, factor multiplicante \ Comparación multiplicativa, Producto de medidas y proporcionalidad) (Gómez, 2018, p.10) y el uso de guías con el software interactivo H5P donde los docentes y discentes pueden crear, compartir y reutilizar contenidos según las necesidades. Además, el educando también puede compartir sus conocimientos con sus compañeros, sus avances, sus fracasos y la forma como los han superado para aportar a su un aprendizaje significativo.

Para orientar a los estudiantes en ese tipo de aprendizaje nos vamos a basar en los aportes del señor Paul Ausebel donde menciona que “el aprendizaje significativo se caracteriza por la interacción entre conocimientos previos y conocimientos nuevos y que esa interacción es no literal y no arbitraria” (Moreira, 2012, p.2). El modelo de adquisición de conocimiento del señor Guy Brousseau donde nos menciona que el proceso de producción de conocimientos matemáticos se da desde dos tipos de interacciones una la interacción del estudiante con la problemática que ofrece resistencia y retroacciones que operan sobre los conocimientos matemático que se están utilizando y la interacción del docente y el discente con la problemática.(Citado en Vidal, 2016, p.4)

Con estos aportes queremos ayudar a la reconstrucción de la visión que se tiene de la forma de enseñar y aprender matemáticas a toda la comunidad.

### **Definición del problema**

El mundo entero está trabajando con novedosas herramientas interactivas en la era de la tecnología y la hiperconectividad de nuestros días para mejorar la calidad de la enseñanza con el fin que los estudiantes alcancen un aprendizaje significativo en todos los grados. Hablemos un poco del concepto de aprendizaje según Piaget, es el conjunto de mecanismos que el organismo pone en movimiento para adaptarse al medio ambiente y se efectúa en dos movimientos la acomodación y la asimilación (Citado en Sanfeliciano, 2018, p. 1).

En América también se han venido realizando varios seminarios de matemáticas como el que se realizó en Cali, Colombia en el 2017 por la Red de Educación Matemática de América Central y el Caribe. (CEMACYC) el cual dejó como fruto un informe donde deja claro la preocupación y el trabajo que se está haciendo por mejorar la calidad de la educación empezando por la capacitación que se les está brindando a los futuros docentes, a la concepción de ciudadano matemáticamente competente y el enfoque de la competencia de saber hacer en un contexto. (Guacaneme, Obando, Garzón y Villa, 2017).

Bogotá D.C. viene trabajando en varios tipos de aprendizaje como “Enculturación, observacional, episódico, multimedia, e-learning, mejorado por la tecnología, memorístico, informal, formal, no formal, activo, tangencial, sincrónico, asincrónico y significativo”. (Sáez López, 2018, págs. 14-18) Avistando que se debe pensar en integrar las Tics para la que haya una

mayor participación del educando y poder integrar diferentes actividades interactivas donde se manejen los conceptos de forma dinámica e irresistible para los estudiantes de manera que se enamoren de las matemáticas haciendo que su aprendizaje sea agradable y significativo.

Un factor muy importante que se debe tener en cuenta a la hora de mejorar el aprendizaje nos lo menciona Piaget cuando dice que el estudiante puede tomar varios caminos a la hora de solucionar un problema sí entiende la estructura del problema (Raynaudo & Peralta, 2017, pág. 9). Piaget nos da una pauta para solucionar o mitigar la problemática del aprendizaje significativo es “entender la estructura de lo que se quiere aprender”.

Ahora ya teniendo la solución al problema surge la cuestión ¿cómo el docente puede ayudarle a discente a desarrollar el aprendizaje significativo por medio de la comprensión de la estructura multiplicativa?

## Objetivos

### Objetivo general

Comprender el uso de la estructura multiplicativa enfocado a la población de estudiantes de grado Sexto

### Objetivos específicos

- Resumir los contenidos bibliográficos sobre el tema.
- Estimar la información más importante hallada sobre la estructura multiplicativa y su aplicabilidad.
- Identificar semejanzas, diferencias, aportes y novedades de las fuentes consultadas.
- Defender las conclusiones más sobresalientes encontradas en la investigación.
- Diseñar guías didácticas e interactivas con la herramienta H5P como aporte para docentes y discentes del área de matemáticas.

## Marco teórico

### Estructura multiplicativa

La estructura multiplicativa según Vergnaud (1988) menciona que las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias multiplicaciones o divisiones, y el conjunto de los conceptos y teoremas que permiten analizar y dar soluciones a esas situaciones y pueden trabajarse con problemas en: proporción simple y proporción múltiple, función lineal y no lineal y aplicaciones lineales, fracciones, razón, número racional, múltiplo divisor, entre otros. (Citado por García y Suárez, 2011, p. 213).

### Y las divide en tres clases de problemas de estructura multiplicativa.

Isomorfismo de medidas, un solo espacio de medidas y producto de medidas, estos tres han sido investigados y tomados como base para más trabajos con los estudiantes que de otros expertos en la materia. A continuación, veremos los aportes de Vergnaud y una ejemplificación de una expresión multiplicativa que realizaron los lineamientos curriculares en Colombia en 1998 con ya cuatro tipos de problemas multiplicativos encontrados con base en los aportes del señor Vergnaud con términos un poco menos técnicos para facilitar la comprensión a todo tipo de lectores.

Los ejemplos de los problemas que se presentan son de tipo rutinarios con magnitudes continuas y discretas.

### *Isomorfismo de medidas conocido también como proporcionalidad directa simple o razón.*

Vergnaud (1998) menciona que es la relación que se presenta entre cuatro cantidades (Citado por Pere y Fernández, 2016, P.3) Veamos un ejemplo.

Estefanía tiene 4 cajas de plastilina de seis barritas de plastilina cada una, ¿cuántas barritas de plastilina tiene en total?

La estructura es la que se divide en dos campos así:

Tabla No. 1. *Ejemplo Isomorfismo de medidas*

<b>Cajas</b>	<b>Plastilinas</b>
<b>1</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>?</b>

Como vemos en la tabla es claramente una relación entre cuatro cantidades, cuando se dice que cada una, en otras palabras, se está diciendo que una caja contendrá seis unidades de barritas de plastilina.

A su vez, el isomorfismo de medidas también se divide en cuatro tipos de problemas en los que interviene la multiplicación, la regla de tres simple, división medida y división partitiva, en esta monografía no veremos los de división. Estas a su vez tienen más divisiones porque pueden trabajarse con todos los conjuntos de números.

### *Un solo espacio de medidas*

En este punto trabajamos también con escalares en la multiplicación, donde se necesita más de una medida para hallar la respuesta.

#### Ejemplo

Mi mamá hace arroz con pollo para toda familia Lagos con 2 libras de arroz, si se van 4 veces más cuando se reúnen la familia Salazar ¿cuánto arroz necesita para la familia Salazar?

***Producto de medida o producto cartesiano.***

En este intervienen tres cantidades.

Es la relación de tres cantidades dos son factores y una es el producto de esos factores.

**Ejemplo.**

Si una hoja de cuaderno mide 23 cm de alto y 17 cm de largo, ¿cuánto será el total de su área?

Muchos estudiantes fácilmente deduzcan que el cuaderno tiene forma rectangular y realicen la fórmula del mismo Altura por ancho, o solo tomen los dos números que les dan de datos y como saben que el tema es de multiplicación la realicen con esos dos números, y se los olvida las dimensiones ( $cm^2$   $m^2$   $km^2$ , entre otros.).

Otro ejemplo

Si Carlos tiene tres pantalonetas y cuatro camisetas cuántas combinaciones puede hacer para estar en tierra caliente en estas vacaciones.

La mejor forma para evitar esos errores comunes es pedirles realizar el dibujo y si es preciso realizar unos cuantos ejemplos para que ellos guarden la visual acompañado del concepto.

En estos ejemplos se puede sugerir también realizar el dibujo en el plano cartesiano y dar entrada a nuevos temas o recordar algunas ya vistas como parejas ordenadas y el uso del plano cartesiano.

***Ejemplos basados en los lineamientos curriculares.***

**Trabajamos con la expresión multiplicativa de  $4 \times 7$ .**

***Factor multiplicante.***

Se ubica cuando en el problema se parte de: Jazmín tiene 4 salones de belleza y Lorena tiene 7 salones más que Jazmín ¿cuántos salones de belleza tiene Lorena?

***Adición repetitiva.***



Victoria ganó 4 latas de atún para gato cada día en su trabajo durante los 7 días de la semana  
¿cuántas latas de atún tiene en total el domingo?

***Razón.***

Paola, Johana, Andrés y Ana venden cada uno 7 sobres de comida para perro ¿cuántos sobres vendieron en total?

***Producto cartesiano.***

Ejemplo

En la fábrica de ropa vicky´s se venden 4 tipos de Jeans en 7 colores diferentes ¿cuántos tipos de Jeans se debe promocionar en el catálogo?

**Aprendizaje significativo**

Para entender más sobre el aprendizaje, se tendrán en cuenta desde el punto de vista pedagógico, algunas tendencias o teorías, para que el lector se familiarice con las generalidades que están relacionadas con el aprendizaje significativo y los mismos que serán útiles para procesar y comprender el tema propuesto en este trabajo de investigación.

***Teoría constructivista de Jean Piaget***

García (2012) nos menciona como el papel de Piaget ha sido fundamental en la percepción del desarrollo de los educados, antes de mostrar al mundo su hipótesis, se creía habitualmente que los niños(a) eran organismos inactivos, formados y moldeados por las situaciones que los rodeaban. El denominó a los niños y niñas “pequeños científicos” que desean comprender y descifrar todo lo que los rodea, conforme van pasando diferentes etapas de desarrollo van alcanzando la madurez. (p.1)

Arias y Flórez (2011) Menciona que Piaget reconoció que el conocimiento posee un lapso, comprendido en duración de tiempo cronológico que logra el progreso de las capacidades en el crecimiento del infante, y como sucesión, época donde inicia una serie de frutos del conocimiento que surgen en un orden secuencial de una manera sensata de consolidación (p, 95), esto explica los cambios que se presentan en los infantes el cual deben tener un orden e ir avanzando consecutivamente.

Se resaltan dos contribuciones importantes en Piaget sobre en la educación como son denominado estadios o escalones mentales y esquemas. En nuestro caso queremos explicar, que si los niños y niñas no han madurado las estructuras mentales necesarias no pueden avanzar, es decir no pueden seguir aprendiendo determinados conceptos. Teniendo en cuenta las etapas que describe Piaget sirven para reconocer el nivel que tiene cada infante, de esta manera se puede crear las actividades adecuadas para cada uno de ellos, a continuación, se presenta una tabla especificando las características de las etapas del desarrollo cognoscitivo de Piaget.

Tabla No. 2 *Características de las etapas del desarrollo de Piaget*

<b>Etapas</b>	<b>Edad</b>	<b>Característica</b>
<b>Sensoriomotora</b> El niño activo	Del nacimiento a los 2 años	Los niños aprenden la conducta propositiva, el pensamiento orientado a medios y fines, la permanencia de los objetos
<b>Preoperacional</b> El niño intuitivo	De los 2 a los 7 años	El niño puede usar símbolos y palabras para pensar. Solución intuitiva de los problemas, pero el pensamiento está limitado por la rigidez, la centralización y el egocentrismo.
<b>Operaciones concretas</b> El niño práctico	De 7 a 11 años	El niño aprende las operaciones lógicas de seriación, de clasificación y de conservación. El pensamiento está ligado a los fenómenos y objetos del mundo real.
<b>Operaciones formales</b> El niño reflexivo	De 11 a 12 años y en adelante	El niño aprende sistemas abstractos del pensamiento que le permiten usar la lógica proposicional, el razonamiento científico y el razonamiento proporcional.

Pérez M. (2006) *Desarrollo de los Adolescentes IV Procesos Cognitivos* [Tabla]. Recuperado de file:///C:/Users/USER/Downloads/Desarrollo\_de\_los\_Adolescentes\_IV\_Proces.pdf

Cada etapa mencionada en la tabla anterior, debe seguir un orden cronológicamente, esto quiere decir, que todos los infantes pasan por las cuatro etapas en igual disposición, no es viable excluir ninguna de ellas. Las etapas tienen que ver habitualmente con los mismos rangos de edades, pero el tiempo que dura cada etapa señala considerable diferencia individual y cultural (García, 2012, p.4)

En el siguiente esquema observamos cómo se integran, estas etapas con la educación actual

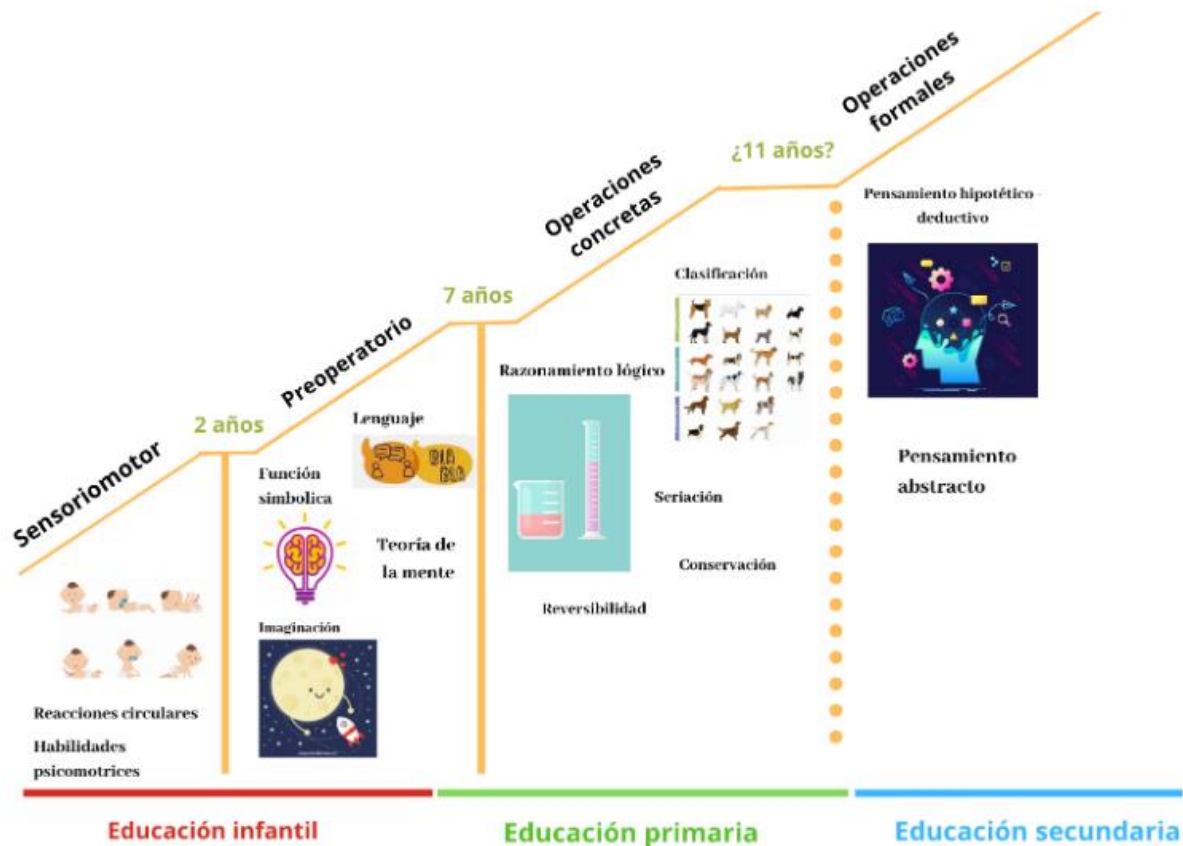


Figura No.1 Integración de las etapas de Piaget con la educación actual

EDUforics. (2020) Dos aportaciones de Jean Piaget a la educación [imagen]. Recuperado de <http://www.eduforics.com/es/dos-aportaciones-de-jean-piaget-a-la-educacion/>

Para Piaget las anteriores etapas o escalones se van subiendo a través de la elaboración de esquemas, para García (2012) los esquemas son conjuntos de representaciones mecánicas de procedimientos mentales de conceptos o suposiciones donde constituimos y obtenemos información acorde al universo que nos envuelve. Además, hace énfasis en que depende de cómo el infante avanza cada etapa, perfecciona su capacidad de emplear esquemas complejos y abstractos le deja establecer su conocimiento.

Algunos esquemas son:

- Organización: una tendencia esencial en la mayoría de las especies, acorde el educado va creciendo, compone los estándares físicos simples o esquemas mentales a sistemas más complicados.
- Adaptación: Para Piaget, la mayoría de los seres tienen la posibilidad de encajar las estructuras mentales necesarias del medio que los rodea.
- Asimilación: esta fase es un poco intrínseca porque se tiende a cambiar las prácticas y la información sutilmente para que se ajuste con las opiniones preexistentes.
- Acomodación: involucra la transformación de esquemas existentes, o ideas, como consecuencia de reciente información o experiencias. (p.2)

No obstante, la teoría de Piaget no fue abiertamente planteada con propósitos pedagógicos, sus posturas logran emplearse en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Aportó también a incrementar el perfeccionamiento de métodos de enseñanza que conducirán al aprendizaje integral, al reconocer que los conocimientos deben ser fundados activamente por el educado, para que realmente sean comprendidos. (Pedronzo, 2012, p. 8).

### *Teoría Sociocultural de Lev Vygotsky*

Es necesario mencionar en nuestra monografía el desarrollo que ha tenido la teoría de Lev Semynovich Vygotsky (1896-1934) en la formación, su contribución habla del progreso del infante y su conexión social, su conjetura se fundamenta esencialmente en el aprendizaje sociocultural de toda persona y además en el ámbito en el cual se desenvuelve, Bertrand (2017) afirma que “dichas actividades que se ejecutan de carácter cooperativo dejan que los infantes interioricen como está conformado el pensamiento y la conducta de la sociedad que los envuelve, apropiándose de estas”.

Gómez (2017) menciona que en el desarrollo del conocimiento al igual que Piaget, Vygotsky pensaba que los infantes crean su propia concepción, que no representan activamente lo que se les enseña. Según él, la forma de ir construyendo el progreso cognitivo tiene que ver con su contexto, normalmente predominada por la conexión social presente y pasada; lo que el docente le muestra al educado esto influye en lo que él “construye”. Si este docente apunta los diferentes tamaños de algunos objetos, el educado funda un concepto diferente del que construye cuando el docente señala su color. Las opiniones del docente pesan mucho en el educado como aprende y actúa (p.9).

Ankudovich (2013) menciona que el plantea dos niveles de desarrollo en los educandos: el nivel presente del desarrollo y la zona de desarrollo próximo, la que se halla en el lapso de formación, es el desarrollo viable al que el niño y niña logra alcanzar. Este juicio es primordial para los métodos de enseñanza y aprendizaje, debido a que el docente debe tener presente el progreso de los educados en sus dos niveles: el real y el potencial para ir originando paso a paso el progreso y autorregulación por medio de actividades colaborativas. (p.258).

El destacar tres características para crear zona de desarrollo próximo (ZDP)

- a.) Crear categorías de dificultad.
- b.) Suministrar práctica con apoyo, el docente o padre suministra experiencias guiada al educado sin perder de vista el valor del objetivo o resultado de su desempeño.
- c) Evaluar el desempeño independiente.

El resultado más natural de una zona de desarrollo próximo es que el educando actúe de manera autónoma (Citado en De Rosa, 2018, P.635-637).

La teoría enfatiza en las interrelaciones sociales, donde es esencial la conexión entre los niños(a) y sus mayores. Estos aportes son propuestas pertinentes para reflexionar sobre cómo se está manejando la educación y la práctica pedagógica. Se reconoce la importancia de respetar a los niños y niñas en su variedad cultural y de brindar actividades significativas, para originar el desarrollo integral tanto propio como general, con la intención de constituir niños y niñas de pensamiento objetivo e ingeniosos, que propicien un cambio significativo que necesita este país (Ankudovich, 2013, p.252-264).

### ***Teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel***

David Ausubel fue reconocido por su contribución a la psicología a la educación, psicológica cognitiva del aprendizaje y el desarrollo cognitivo, Silva (2015) afirma que él fue uno de los principales favorecedores de la teoría cognitiva del aprendizaje intentando aclarar cómo comprenden las personas desde el elemento verbal. Sustenta que los sujetos asimilan

recibiendo información oral relacionada con los conocimientos previos de esta forma da al conocimiento un significado especial (p.22).

Ausubel (1983) sostiene que el aprendizaje de los infantes tiene que ver con la forma en que está la estructura cognitiva previa a cuando se introduce una información nueva no sólo se debe tener en cuenta la información que tiene y además los conceptos o ideas que posee o su nivel de estabilidad, "El aprendizaje significativo sucede en el momento que una nueva información se enlaza" con un concepto notable ("subsunsor") pre existente en la estructura cognitiva, esto involucra que, las recientes representaciones, nociones y proposiciones pueden ser asimiladas significativamente en la medida en que otras ideas valioso estén apropiadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva de las personas y que actúen de modo "anclaje" a las primeras" (Citado por Garcés, Vivas y Jaramillo, 2018, p.235).

El aprendizaje automático, contrario al aprendizaje significativo, se ocasionan en el momento que no están subsunsores esto indica concepciones relevantes adecuados, de este modo la reciente información es acumulada infundadamente, sin relacionarse con conocimientos pre-existentes, evidentemente el aprendizaje mecánico no se da en un "vacío cognitivo" debido a que debe hallarse un patrón de asociación, sin embargo, no en el propósito de una interacción como en el aprendizaje significativo. El aprendizaje automático se puede utilizar en unos casos, pero el aprendizaje significativo debe ser el principal, pues, este proporciona la obtención de significados, la retención y la transmisión de lo aprendido (Garcés, Vivas y Jaramillo, 2018, p.238).

En la siguiente imagen podemos comprender el proceso de aprendizaje significativo.



Figura No.2. Proceso de aprendizaje significativo

Macz, J. (2015) Ilustración de Aprendizaje Significativo [imagen]. Recuperado de <https://sites.google.com/site/mateportafoliojosue/noviembre-2015/aprendizaje-significativo>

Torres (2018) señala las tres clases de aprendizaje significativo de David Ausubel:

- Aprendizaje en representaciones: esta trata de las formas más básicas de aprendizaje de la persona, símbolos asociándose al fragmento específico y objetivo del contexto a la que hace alusión, acudiendo a concepciones sencillamente disponibles, por ejemplo, ver un carrito y saber que se llama carro.
- Aprendizaje de conceptos: se apoya en el aprendizaje anterior para existir, de este modo que ambos se complementan, este en lugar de relacionarse un símbolo a un objeto concreto y objetivo, se asocia con una opinión abstracta, posible de las experiencias vividas, por ejemplo, dos carritos de diferentes tamaños y colores.



- Aprendizaje por proposiciones: en el cual las ideas florecen del acoplamiento lógico de conceptos, dependiendo de ella se puede lograr valoraciones científicas, matemáticas y filosóficas muy complejas. este es un ejemplo de aprendizaje que necesita más trabajo, se efectúa de manera consciente, como cuando se está al tanto, de lo que quiere decir los conceptos, se es capaz de formar una expresión u oración que contengan dos o más concepciones en donde se afirme o niegue algo.

Por tanto, estos aprendizajes están definidas de acuerdo a las actividades significativas que ejecutan y las actitudes realizadas por los niños y niñas, las equivalentes a las que aportan las experiencias y estas producen el cambio en sus contenidos de aprendizaje (Rivera, 2014. p, 46). El aprendizaje significativo es necesario para cualquier área del conocimiento, este desarrolla habilidades que logran conectar los aprendizajes para seguir creando conocimiento. Una enseñanza integral debe ser constructivista, iniciar el cambio conceptual y proveer el aprendizaje significativo.

## **Situaciones didácticas**

### ***Situación Didáctica***

Se está de acuerdo con Brousseau (2007) cuando menciona que “el maestro por medio de la selección acertada de problemas y guiando a los estudiantes para que logren actuar con él, reflexionar, evolucionar y a partir de él generar la respuesta correcta se adquiere conocimiento pero que no se habrá aprendido verdaderamente hasta que no lo haya utilizado en una situación a-didáctica”(Citado por Gómez, A. Vargas, H. Vargas, 2017, p.33) y he aquí de donde tomamos la idea de trabajar en gran manera con problemas que lleven estructura multiplicativa y en

contextos típicos en los que los educandos de grado sexto y con un rango general de edades similares se desenvuelven, por dar un ejemplo; la mamá de Carlos lo envió a comprar el pan del desayuno, pero esta vez le dice recuerda que esta su prima y sus dos tíos traiga pero que alcance para todos, coja la plata que deje ahí. Carlos piensa si cada uno de nosotros nos comemos tres panes y somos 4, son 12 panes ¿Cuántos más debo traer para ellos tres?

Deseamos que con este tipo de problemas los estudiantes en algún momento recuerden que en clase se habló de un ejemplo de la vida real para ellos y lo comprendan a su debido tiempo. Y no ejemplos de la semi-realidad en los cuales ellos no le ven aplicabilidad.

### **Situación A- didáctica.**

Para Brousseau (2007) la situación a- didáctica es la que no tiene que ver con el contexto de la enseñanza ni indicador de institucionalidad (Citado en Gómez et al., 2017, p.34).

### **Situación fundamental.**

Para Brousseau (2007) las situaciones fundamentales se crean cuando el docente toma las situaciones a-didáctica y las prepara con un fin didáctico, aunque no es la situación perfecta si puede ser un buen punto de partida (Citado en Gómez et al., 2017, p.34).

Brousseau clasificó las situaciones didácticas, en distintos momentos en un orden aceptable para la adquisición del conocimiento, en las cuales nos apoyaremos para la elaboración de nuestras guías didácticas interactivas.

### **Situación de acción.**

Para Brousseau (2007) esta situación es cuando el educando observa e interpreta un problema, con lo que ya sabe y desarrolla un saber, es decir, individualmente interactúa con los

medios que tiene a su alrededor para su aprendizaje para llegar a la resolución de problemas y adquirir un nuevo conocimiento, la situación le exige accionar los conocimientos implícitos. Algo a destacar es que “si el medio reacciona con retroalimentaciones constantes serán tenidos en cuenta para acciones futuras (Citado en Gómez et al., 2017, p.37).

Esquema de una situación

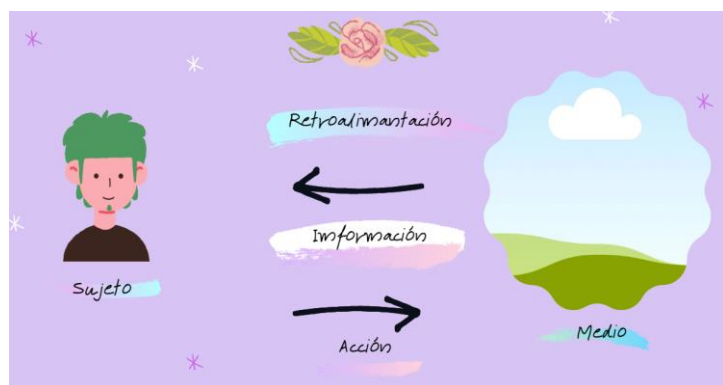


Figura No.3 *Situación de acción*

### **Situación de formulación.**

Según nos menciona Brousseau (2007) la situación de formulación consiste en un trabajo individual o de grupo, donde se requiere la comunicación de los alumnos, compartir experiencias en la construcción del conocimiento, en este proceso es importante el control de la comunicación de las ideas, aquí todos los alumnos se ven forzados a comunicar sus ideas e interactuar con el medio didáctico. En tal comunicación son importantes la sintaxis y el vocabulario (Citado en Gómez et al., 2017, p.34).



Figura No. 4. *Situación de formulación*

### **Situación de validación.**

En este caso para Brousseau (2007) los estudiantes satisfactoriamente cambian de papel de ser informantes a ser proponente y el receptor un buen oponente, aquí gracias al camino que ha llevado al análisis de la información, la interacción, creación, la acción que tuvo le dará la capacidad de validar lo que se ha trabajado, no se va a sentir inferior por decirlo de alguna manera frente al docente, debe estar seguro de la postura que tiene frente a la situación o problema si está es diferente a la del oponente debe demostrarlo y/o pedir que el oponente que justifique la postura de él y dar inicio a un debate argumentativo (Citado en Gómez et al., 2017, p.38).



Figura No. 5 *Situación de validación.*

### **Situación de institucionalización.**

Esta es la última etapa que nos menciona Brousseau (2007) donde finalmente se pasa a la institucionalización del saber, donde el profesor revisa todo el trabajo realizado por el educando lo documenta para dejar una evidencia de las sugerencias y posibles correcciones. También le brinda un apoyo específico para presentar los resultados en orden, para el beneficio de toda la comunidad educativa (Citado en Gómez et al., 2017, p.39).

### **Aspectos metodológicos**

Esta monografía se realizó con el enfoque de investigación cualitativa, sobre la línea de investigación de argumentación pedagogía y aprendizaje de la universidad Nacional Abierta y a distancia UNAD. Este estudio fue de corte cualitativo (2018) explica que los procesos cualitativos inician de conjeturas básicas que las personas construyen para darle significados algunas situaciones (p.8).

La información se obtuvo con la ayuda de gestores de referencia EBSCO, SCIELO, ScienceDirect y la base de datos de la UNAD, se pasó a realizar el análisis documental de 40 referencias. En busca de los datos requeridos se realizó en dos etapas de lectura en la primera realizamos el análisis externo donde ordenamos alfabéticamente las referencias para obtener el registro bibliográfico y la segunda un análisis interno donde profundizamos en los contenidos, las ideas principales, los logros, los aportes de cada referencia y realizamos pequeños resúmenes que sirvieron de base para fundar, aclarar y estructurar la investigación.

En estas instancias categorizamos las referencias y se utilizaron las que proceden de gran validez en nuestro país como lo son las publicadas por el Ministerio de Educación Nacional, luego las referencias de expertos reconocidos en el aprendizaje significativo y vigentes ante el paso del tiempo como Jean Piaget, David Ausubel y Vygotsky por último buscamos minuciosamente una estructura acertada para trabajar las guías didácticas que vamos a sugerir y en la cual se tuvieran en cuenta la mayor cantidad de detalles y situaciones que pasan los estudiantes, ubicamos al señor Guy Brousseau y las secuencias didácticas ya que estas aportan a que se genere un verdadero conocimiento.

En los recursos humanos contamos al asesor, las investigadoras, y el personal de la UNAD que nos brindaron la plataforma, la biblioteca y en cuanto a los elementos de cómputo se usaron tablet, portátiles, software on line, pc, etc. propiedad de los participantes de esta investigación.

Se propone comprender los procesos de las situaciones sobre la estructura multiplicativa de la población relacionada con el grado sexto con el método de estudio Investigación-Acción donde la finalidad de este es resolver problemas cotidianos mejorando prácticas concretas. Cuando se inicia este estudio de contexto educativo fue necesario encaminar una mirada reflexiva descubriendo los factores y consecuencias buscando implementar estrategias que cambien esta realidad. McKernan (2001) menciona que el diseño de una investigación-acción son esenciales tres fases; fase uno observar donde se detectó el problema y se inició con la recolección de datos; fase dos se denomina pensar, en esta fase se analizó e interpretó la información recogida llegando a conclusiones sobre en qué se está fallando y cómo encaminar el problema y en la fase tres de actuar se inicia con reflexiones con la finalidad de optimizar los proceso de enseñanza sobre la estructura multiplicativa y la construcción de las guías (Citado

en Morgan, 2017, p.145). Para facilitar la interpretación de lo anterior se realizaron dos guías interactivas con la herramienta H5P, esta plataforma nos da la posibilidad de presentar contenidos interactivos, gratuita y abiertos con las ventajas que ofrece un software libre en educación ampliando las posibilidades de aprendizaje en lo alumnos (Cedec, 2019) (Anexo 1).

## **Resultados**

En base al análisis documental realizado en esta monografía se encontró que las estructuras multiplicativas con base a la resolución de problemas según Vergnaud (1998), pueden llegar a ser comprendidas y utilizadas de varias maneras, algunas muy complejas para los estudiantes de grado sexto (Citado en Ivars, 2016, p. 3). A continuación, presentaremos una de esas formas, características, beneficios y aplicaciones:

Isomorfismo de medidas en otras palabras más sencillas nos estamos refiriendo al hecho que dos estructuras multiplicativas tengan iguales medidas o están en proporcionalidad simple y directa, la proporcionalidad hace referencia a que dos magnitudes. Montiel (2014) afirma que entenderemos por magnitud física todo elemento que se pueda medir. (pág.14).

Podríamos mencionar un líquido en el cual podemos medir bajo la unidad de medida o escala para los líquidos el litro, una manzana por su masa y su escala gramos, una tabla por su longitud en metros, etc. y que al subir una magnitud sube la otra magnitud. (Black, Mendoza, y Ramírez, 2015, p. 16)

Por ejemplo:

Si Diana tiene 1 paquete de galletas de chocolate con 4 unidades en cada paquete, ¿cuántas galletas tendrá si le regalan 2 paquetes más de galletas?

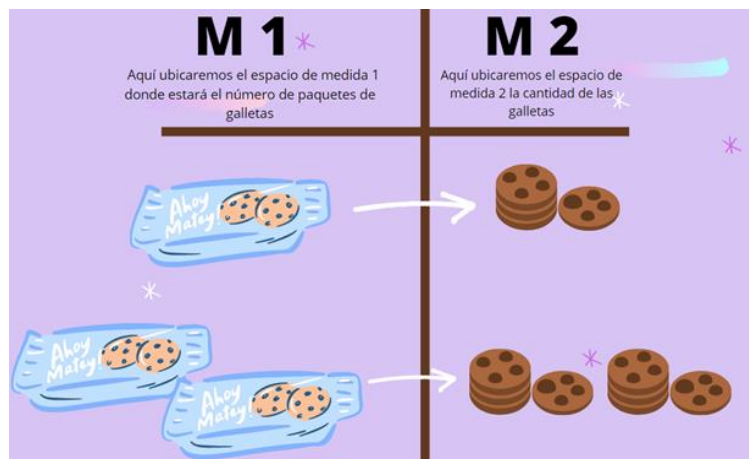


Figura No.6 Ejemplo 1. Isomorfismo de medidas

En este ejemplo vemos que entre más paquetes de galletas más galleticas va a tener es decir que una magnitud paquetes aumentó entonces también aumentó la magnitud galleticas.

A su vez recordemos lo que nos menciona Vergnaud (1998) que los problemas de orden multiplicativo se ubican en un campo conceptual de la estructura multiplicativa y que esa estructura está compuesta de dos campos de medida. (Citado en Ivars, 2016, p.3)

Ahora en vez de las imágenes coloquemos números y deduzcamos juntos porque Vergnaud dice que intervienen 4 magnitudes.



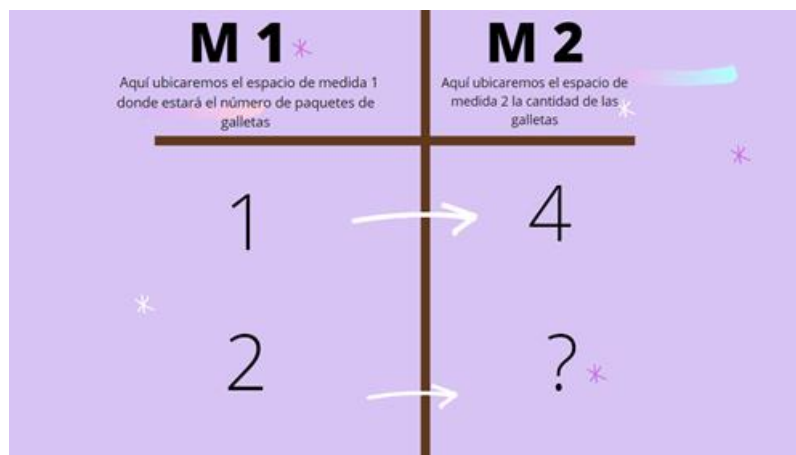


Figura No.7 Ejemplo 2. Isomorfismo de medidas

Podemos contar 4 cantidades teniendo en cuenta la que debemos hallar o la respuesta que da la solución a nuestro problema. Para solucionar este tipo de problemas debemos sencillamente hallar la relación entre los dos campos. Si tengo 1 paquete también tendré 4 galletas. Ya está la relación 1 a 4.

Un hallazgo práctico es que los estudiantes puedan ver la relación, el docente puede ayudarlo, recordando que se está trabajando con multiplicaciones para que él lo vaya guardando en su memoria, recordando que la relación es isomorfa es decir que la relación que se halló sea en el caso anterior galletas o un valor, etc. va a ser la misma en un siguiente grupo. En la multiplicación aplicamos la propiedad conmutativa donde nos indica que el orden en el que multipliquemos cada número o factor no nos va a modificar el resultado. (Atehortúa, Fernández y Rueda, 2016, p.24).

Podemos indicarle que hallando la relación el “4” nos da la pauta para empezar a multiplicar, entonces, le preguntamos qué número multiplicado por 4 nos da 4, el estudiante responderá 1 en nuestro caso un paquete de galletas ahora que multiplicaremos de derecha a izquierda (usando la propiedad conmutativa) preguntándonos cuánto es 4 multiplicado por 2, él

nos dirá 8, qué sencillo ahora, le podemos decir y si tienes 3 paquetes de galletas cuántas galletas tendrás y en la mayoría de los casos la respuesta es acertada al usar la tabla y la estructura de multiplicativa de forma visual los niños logran asociar mejor la información y justificar de donde salen las repuestas.

Al realizar más ejemplos el estudiante podrá comprender, grabar, apropiarse del procedimiento que se realizó y proponer el mismo problemas de este tipo y cambiar de su papel de estudiante receptor a ser proponente la última de las situaciones didácticas que menciona Brousseau.<sup>1</sup>

<b>M 1</b> *		<b>M 2</b>
Aquí ubicaremos el espacio de medida 1 donde estará el número de paquetes de galletas		Aquí ubicaremos el espacio de medida 2 la cantidad de las galletas *
1		4
2	→	8
3		12
4		16
5	→	20 *

Figura No.8 Ejemplo 3. Isomorfismo de medidas

Enfatizando lo antes mencionado y en grado sexto se les sugiere hacer este recordatorio multiplicativo que ayudará a superar con mayor facilidad los estándares mencionados en la justificación de esta investigación que hacían mención a la resolución de problemas en sus contextos con situaciones aditivas y multiplicativas.

<sup>1</sup> Más ejemplos en la herramienta interactiva H5P. Anexo 1

Como bono extra cuando lleguen a séptimo y vean a profundidad las aplicaciones de proporcionalidad (regla de tres simple directa, inversa, compuesta y demás) la comprensión de los temas será más fácil.

## 2) *Espacio de medida o comparación multiplicativa*

En el caso de un solo espacio de medida o comparación multiplicativa sabemos que dos magnitudes vienen afectadas por un escalar que suele ser designado por una palabra como “veces, el doble, el triple”, etc.

En ese caso se halló que, aunque para la mayoría de los estudiantes a los que está dirigida nuestra investigación se les facilita encontrar en los problemas la palabra clave para solucionarlos, dicho de forma sencilla saber por qué número multiplicar, ya que generalmente se encuentra así en los problemas de estructura multiplicativa: “tantas veces” “el doble” “el triple”. (González, 2016) Pero se encontró también que suelen haber algunos términos que causan duda a la hora de resolver los problemas como; “dos veces más o cuatro veces menos” (Echeverry, 2013, pág. 37), por esto la estructura multiplicativa es la que debe darle al estudiante la seguridad de saber cuál es procedimiento a realizar veamos la estructura con un ejemplo.

**Magnitud**

Recordemos todo lo que se puede medir

\* A Si una paleta cuesta \$1 200

\* B aquí ubicaríamos el 3, por el número que se debe multiplicar.

\* X Y un Bocato cuesta tres veces más que una paleta ¿cuánto cuesta el Bocato?

Figura No.9 *Ejemplo de espacio de medida o comparación multiplicativa*

Si una paleta cuesta 1 200 pesos y un Bocato cuesta tres veces más ¿cuánto cuesta el Bocato? 1

$$1\ 200 * 3 = 3\ 600$$

Si las dos A y X están en el mismo espacio de medida la que nos queda por fuera es el tres por el cual se debe multiplicar.

Como resultado de la investigación hallamos que: cuando el estudiante logra comprender la estructura de Vergnaud los resultados en la resolución de problemas mejora y una forma en la que puede llegar a comprenderlo es decirlo en palabras sencillas acompañado de imágenes, colores, temas, objetos, etc. Que sean propias de su contexto.

Y apoyadas en el aprendizaje significativo de Ausubel y las clases de dicho aprendizaje las cuales son particularmente interesantes y aplicadas a la forma básica de algunos conceptos que son fundamentales para la resolución de algún tipo de situación compleja para cada educando, ampliemos cada una para ampliar la visión.

El aprendizaje por proposiciones es el campo donde el docente y con ayuda de la herramienta interactiva h5p integrará los nuevos conceptos con los que ya trae el niño para que él logre realizar y llegar a conclusiones que afirmen o nieguen lo que se le está planteando esto a su vez ayuda a su comprensión sobre la estructura multiplicativa y donde la pueden aplicar en futuros casos o situaciones. (Torres, A. 2018).

### ***El producto de medidas o también producto cartesiano***

Es catalogado de mayor complejidad donde en su mayoría se usa en problemas de regla de tres en el cual no trabajaremos ya que es un tema que ven los niños de grado séptimo, pero si se distinguen innumerables casos que se pueden presentar en diferentes problemas por ejemplos

con diferentes conjuntos de números como enteros y racionales, por eso nos basamos en la estructura de Vergnaud. Donde la multiplicación de dos medidas nos arrojará una nueva medida.

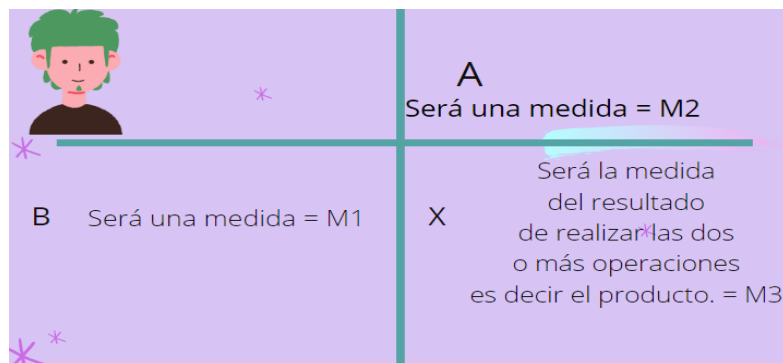


Figura No.10 *Producto de medidas*

Veamos un ejemplo. (Encontrará más en el anexo 2).

Daniela quiere hacer tarjetas de navidad para su familia si tiene 3 colores de papel rojo, verde y amarillo y 4 tipos de tarjetas, ¿cuántas tarjetas podrá hacer? Sin combinar los papeles.

Un punto a destacar es que se le puede inicialmente ayudar al estudiante a identificar claramente las dos medidas elementales las cuales debe multiplicar para hallar la respuesta así:  $3 * 4 = 12$ , eso cuando hablamos de producto de medidas.

Al mencionar como producto cartesiano se ubica en el plano en X una medida y en Y la otra al trazar semi rectas para encontrar el punto de encuentro les mostramos a los estudiantes que lo que nos queda dentro de estas semirrectas será nuestra respuesta.

Veamos un ejemplo

Si Sofía tiene 3 tipos de blusa y 4 tipos de faldas ¿cuántas combinaciones puede hacer?

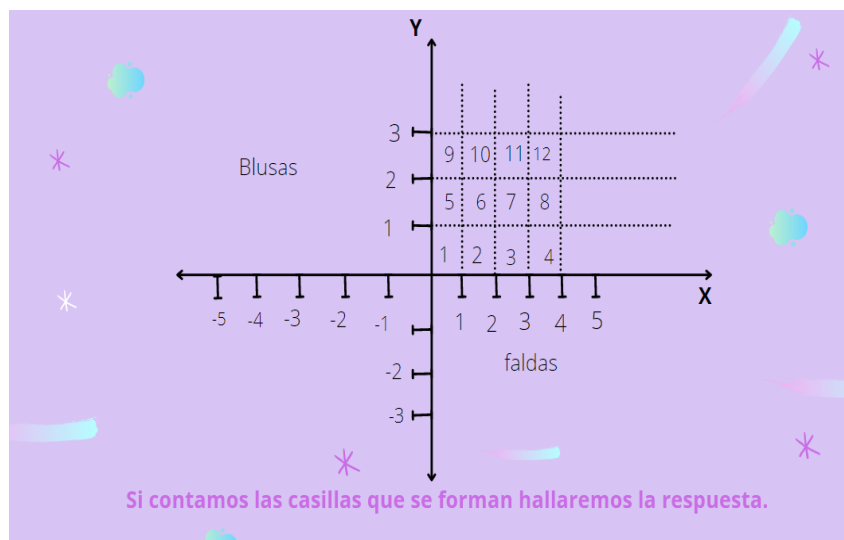


Figura No.11 *Ejemplo producto cartesiano*

Podemos darle un parte de tranquilidad a nuestros estudiantes mencionando que no importa si ubican las faldas en Y o en X ya que el resultado será el mismo, nos da también la oportunidad de repasar las propiedades de la multiplicación, repasar el uso del plano cartesiano e incluso luego hablar de parejas ordenadas como se mostrará en el vídeo que se encuentra en el anexo 2 titulado “Producto de medidas o plano cartesiano” en la herramienta interactiva h5p.

## Discusiones

La investigación determinó cómo se debe enfocar la estructura multiplicativa a la población de estudiantes de grado sexto, se encontró muy buenas bases teóricas que validan y proyectan un proceso adecuado para la comprensión por parte de los educandos.

Inició nombrando a Piaget que aportó a esta monografía el hecho de que todos los estudiantes deben ser partícipes de los proceso de su aprendizaje a partir de las experiencias vividas, utilizando como tema central la vida cotidiana, Vygotsky nos aporta reconocer la importancia de la interacción con el entorno, el manejo asertivo de las relación entre docentes – estudiantes, para un aprendizaje efectivo, y David Ausubel aborda el aprendizaje significativo en relación con la nueva información con la que se posee, todas estas corrientes son asertivas para la educación, pero no funcionan por separado, se deben integrar para que cumplan de manera eficaz su fin que es de brindar el máximo rendimiento y aprendizaje de los educandos.

En los hallazgos presentados se encontró que la estructura multiplicativa se clasifica o se reconocen varios tipos de problemas, como los son Isomorfismo de medidas, espacio de medidas y producto de medidas, que se deben complementar con las situaciones didácticas presentadas por Brousseau, debido a que él toma en cuenta a todas las partes relacionadas con este proceso de aprendizaje, que son los educandos, docente y medios didácticos. A través de la investigación se ve la necesidad de darle la importancia necesaria sobre comprensión del pensamiento multiplicativo desde edades tempranas, con el fin de que los niños y niñas tengan bases sólidas para avanzar en los demás temas relacionados con la aritmética evitando posibles inconvenientes.

Para aplicar todos estos hallazgos y resultados se debe hacer uso de los nuevos recursos con los que se cuentan, como es el uso de la tecnología de la información y comunicación, Tic ya que pueden ser un medio de innovación, enriquecimiento y transformación de la educación, conjuntamente con teorías mencionadas, más en estos tiempos donde se está viviendo momentos complicados por problema sanitario covid 19, pero se debe resaltar el uso adecuado y responsable de las Tics teniendo en cuenta sus ventajas pero también sus desventajas.

El recurso educativo que se propone con la herramienta interactiva h5p, son una forma transformadora sobre el manejo de los contenidos educativos, que buscan motivar a los niños y niñas aprovechando este tipo de plataformas interactivas de fácil acceso y sencillas de utilizar.

Según otros trabajos relacionados con este tema del pensamiento multiplicativo nos faltó mencionar la resolución de problemas, porque la idea no es solo saber el resultado sino reconocer como saber llegar a la solución, es importante reconocer las teorías que aportan a este principio con el fin de tener una guía pertinente.



### **Conclusiones y recomendaciones.**

Al culminar este proceso de investigación de nuestra monografía se obtuvieron las siguientes conclusiones y recomendaciones:

- En el análisis de la investigación se pudo evidenciar que es necesario el desarrollo de habilidades en los estudiantes sobre la comprensión del pensamiento multiplicativo porque es uno de los principios más relevantes sobre el aprendizaje de las matemáticas.
- De Acuerdo a lo investigado se considera que lo multiplicativo no debe verse solo como una forma abreviada de sumar, sino centrarse en el análisis de todo lo que se relaciona con los espacios de medida, es decir lo que relaciona todo problema multiplicativo a través de diferentes representaciones para una construcción conceptual más eficaz y amplia.
- Se debe reconocer que los niños y niñas se desenvuelven mejor en los diferentes esquemas multiplicativos, al enfrentar situaciones significativas del contexto real aprovechando estos escenarios para alcanzar el aprendizaje basados en situación-problema.
- Se demostró que para un aprendizaje significativo en el aspecto multiplicativo no se debe recurrir sólo a lo memorístico porque este se basa en solo retener las ideas sin procesarlas adecuadamente, por ende, no se comprende ni se analiza que se hace con la información adquirida.
- Se recomienda como docentes estar predispuestos a los cambios que se están dando en la educación, es por eso tan importante estar en constante renovación de las estrategias didácticas utilizadas en el aula de clase. En estos tiempos, las tecnologías de comunicación y la información nos presentan sin números de recursos educativos innovadores, como h5p que es una plataforma de diseño de contenidos interactivos gratuitos de fácil acceso, con diversas

ventajas que suministra el software libre en educación, aumentando las posibilidades de aprendizaje significativo en los niños y niñas.

- Se puede concluir que un error común y que puede cometerse fácilmente es que en el caso del tipo de estructura multiplicativa reconocida como comparación multiplicativa o un único espacio de medida no se puede trabajar aplicando la propiedad conmutativa de la multiplicación como en las otras dos estructuras ya que se parte de una medida o se compara la medida para hallar la otra o la respuesta. Se sugiere en este caso que el docente sea claro y le explique al estudiante los casos donde la medida se presenta de forma verbal “tantas veces”, “tres veces”, “más veces”, “veces más”, entre otros. También se debe aclarar que no necesariamente los objetos comparados deben ser de la misma cosa o tipo. Sebastián tiene 4 láminas de Dragón Boll Z y Jhon tiene 4 veces más canicas que Sebastián ¿cuántas canicas tiene Jhon?, notamos que las cantidades a comparar son diferentes. En este tipo de problemas se trabaja mucho asociado a la división lo cual también debe ser visto por el docente en este trabajo se omitió por tratarse de otra rama la cual requiere otro tipo de ejemplificación e investigación se sugiere que se profundice en futuras investigaciones.
- En la estructura multiplicativa producto medidas o producto cartesiano los estudiantes no ven claramente que lo que se debe hacer; cada elemento o medida que les den se debe multiplicar con la otra, por decir, cada elemento de Y se debe multiplicar con un elemento de X, para ello se sugiere realizar un primer ejemplo con el plano y si es posible para los docentes de manera sencilla, gráfica y enfatizar lo sencillo que es e invitar a los estudiantes a participar creando su propio ejemplo y realizando la solución en el tablero de ser posible o en su cuaderno.

- Algunos estudiantes confunde un poco la estructura de isomorfismo de medidas con la de producto de medidas o producto cartesiano ya que en ambos casos se puede trabajar aplicando la propiedad conmutativa para hallar la solución o ampliar los ejemplos con más medidas para evitar esto se le sugiere al docente que realice una cuadro de comparación para hallar diferencias y similitudes con ejemplos sencillos y de mayor complejidad para que el educando logre ver la diferencia donde en el isomorfismo tenemos dos medidas y si hallamos la relación entre ellas se puede hallar la respuesta y se amplía el campo de las medidas tanto como se desee y que en la estructura de los productos algo muy importante que debemos recordar es multiplicar la medida de un campo por la otra.

## Bibliografía

Akudovich, S. A. (2013). *El legado de IS Vigotsky en la Educación Especial Contemporánea. Mendive*. Revista de Educación, 252-264.  
<http://mendive.upr.edu.cu/index.php/MendiveUPR/article/view/601/pdf>

Arias Velandia, N., y Flórez Romero, R. (2011). *Aporte de la obra de Piaget a la comprensión de problemas educativos: su posible explicación del aprendizaje*. Revista Colombiana de Educación, N. ° 60, 93-105. <http://www.scielo.org.co/pdf/rcde/n60/n60a6.pdf>

Atehortúa Rincón, D. C., Fernández Rojas, N. N., & Rueda Bedoya, S. A. (Marzo de 2016). *Diseño de una propuesta pedagógica para fortalecer la multiplicación por una y dos cifras agrupando, a partir del uso de las tic, en niños entre 8 y 10 años del grado tercero de primaria del instituto pedagógico nacional de la ciudad de Bogotá* [tesis de especialización, Fundación Universitaria los Libertadores]. Repositorio Institucional Obtenido de libertadores.  
<https://repository.libertadores.edu.co/bitstream/handle/11371/869/RuedaBedoyaSoniaArleth.pdf?sequence=2&isAllowed=y>

Bertran, R. (2017). *La Teoría Sociocultural de Lev Vygotsky*. Obtenido de <https://psicologiamente.com/desarrollo/teoria-sociocultural-lev-vygotsky>

Block, D y Mendoza, T. 2015 *¿ Al doble le toca el dobel? la enseñanza de la proporcionalidad en la enseñanza básica*. Libros Google Play  
[https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=jMiIDwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PP4&dq=Block,+D.,+Mendoza,+T.,+%26+Ram%C3%ADrez,+M.+\(2015\).+%C2%BF+Al+doble+le+toucha+el+dobel%3F+la+ense%C3%B1anza+de+la+proporcionalidad+en+la+ense%C3%B1anza+b%C3%A1sica.+Bogot%C3%A1+D.C.:+Ediciones+SM.&ots=1k5256-mlU&sig=7M4TLLSXX\\_NxY\\_oI1hcmrMPs3sA#v=onepage&q&f=false](https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=jMiIDwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PP4&dq=Block,+D.,+Mendoza,+T.,+%26+Ram%C3%ADrez,+M.+(2015).+%C2%BF+Al+doble+le+toucha+el+dobel%3F+la+ense%C3%B1anza+de+la+proporcionalidad+en+la+ense%C3%B1anza+b%C3%A1sica.+Bogot%C3%A1+D.C.:+Ediciones+SM.&ots=1k5256-mlU&sig=7M4TLLSXX_NxY_oI1hcmrMPs3sA#v=onepage&q&f=false)

Bustamante Santos, A. J. (2016 de Junio de 2014). *Lenguaje, escritura y conceptualización matemática*. [tesis de especialización, Universidad Veracruzana]. Obtenido de <https://www.uv.mx/pdie/files/2013/06/Tesis-Javier-Bustamante-Santos.pdf>

Cabrera Morgan, L. (2017). *La investigación-acción: una propuesta para la formación y titulación en las carreras de Educación Inicial y Primaria de una institución de educación superior privada de Lima*. Educación, 26(51), 137-157. Obtenido de <http://www.scielo.org.pe/pdf/educ/v26n51/a07v26n51.pdf>

Cedec. (2 de Mayo de 2019). *¿ Qué puede hacer H5p por mis alumnos?* Obtenido de <https://cedec.intef.es/que-puede-hacer-h5p-por-mis-alumnos/>

- Corrales Espinosa, A., Dussán Zuluaga, L. F., Borbón Vásquez, J., & Córdoba Trillos, C. E. (Enero de 2020). *Informe Nacional de Resultados para Colombia - PISA 2018*. Obtenido de <https://www.icfes.gov.co/documents/20143/1529295/Informe%20nacional%20de%20resultados%20PISA%202018.pdf>
- Corte Constitucional., Consejo Superior de la Judicatura, y Centro de Documentación Judicial (Septiembre de 2016). *Constitución Política de Colombia 1991*. Obtenido de <https://www.corteconstitucional.gov.co/inicio/Constitucion%20politica%20de%20Colombia.pdf>
- De Rosa, P. A. (2018). *Enfoque psicoeducativo de Vigotsky y su relación con el interaccionismo simbólico: Aplicación a los procesos educativos y de responsabilidad penal juvenil*. *Propósitos y representaciones*, 6(2), 631-649. <http://www.scielo.org.pe/pdf/pyr/v6n2/a13v6n2.pdf>
- Echeverry, M. H. (2013). *Estrategias didácticas que promueven el aprendizaje de la estructura multiplicativa a partir de la resolución de problemas*. [tesis de especialización, Universidad Nacional de Colombia sede Palmira]. Repositorio Institucional UNAL. [https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/53087/94044021\\_Hugo.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/53087/94044021_Hugo.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- EDUforics. (2020). *Dos aportaciones de Jean Piaget a la educación*. Obtenido de [www.eduforics.com/es/dos-aportaciones-de-jean-piaget-a-la-educacion/](http://www.eduforics.com/es/dos-aportaciones-de-jean-piaget-a-la-educacion/)
- Garcés Cobos, L. F., Vivas, Á. M., y Salas Jaramillo, E. (2018). *El aprendizaje significativo y su relación con los estilos de aprendizaje*. *Revista Anales*, 1(376), 231-248. <https://revistadigital.uce.edu.ec/index.php/anales/article/view/1871/1769>
- García, M., & Suárez, A. (2011). *Procedimientos de resolución de problemas multiplicativos de isomorfismo*. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/9188/1/Procedimientos2011Garcia.pdf>
- Gómez Casimiro, H. J., Vargas Tamani, A., & Vargas Tamani, H. (Septiembre de 2017). *Efectos de la aplicación de las situaciones didácticas de Brousseau en los logros de aprendizaje, en la resolución de perímetros y áreas de figuras planas, de los estudiantes de primer grado de secundaria, institución educativa experimental Unap*. [tesis de especialización, Escuela de Formación Profesionales de Educación Secundaria UNAP]. Repositorio Institucional Unapiquitos. [http://repositorio.unapiquitos.edu.pe/bitstream/handle/UNAP/5815/Henry\\_tesis\\_titulo\\_2017.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://repositorio.unapiquitos.edu.pe/bitstream/handle/UNAP/5815/Henry_tesis_titulo_2017.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Gómez, L. (2017). *Desarrollo cognitivo y educación formal: análisis a partir de la propuesta de L.S. Vygostky*. *Universitas Philosophica*, 34(69), 53-75. <http://www.scielo.org.co/pdf/unph/v34n69/0120-5323-unph-34-69-00053.pdf>

- Guacaneme, E. A., Obando, G., Garzón, D., y Villa Ochoa, J. A. (2017). *Informe sobre la Formación inicial y continua de Profesores de Matemáticas: El caso de Colombia*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 11-49. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/12220/11491>
- Guerra, J. (Junio de 2020). *El constructivismo sociocultural en la educación y el aporte de la teoría sociocultural de Vigostky para comprender la construcción del conocimiento humano*. Revista Dilemas Contemporáneos Educación, política y Valores, 7(2). <https://www.dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/index.php/dilemas/article/view/2033/2090>
- Ivars, Pere, & Fernández, Ceneida. (2016). *Problemas de estructura multiplicativa: Evolución de niveles de éxito y estrategias en estudiantes de 6 a 12 años*. Educación matemática, 28(1), 9-38. [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-58262016000100009&lng=es&tlng=](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262016000100009&lng=es&tlng=).
- Montiel., H. P. (2014). *Física General*. Patria S.A de C.V.
- Moreira, M. A. (2012). *¿Al final, qué es el aprendizaje significativo?* Revista Currículum, 2, pp. 29- 56. [https://riull.ull.es/xmlui/bitstream/handle/915/10652/Q\\_25\\_%282012%29\\_02.pdf?sequence=5&isAllowed=y](https://riull.ull.es/xmlui/bitstream/handle/915/10652/Q_25_%282012%29_02.pdf?sequence=5&isAllowed=y)
- Pedronzo, M. J. (2012). *TEORÍAS DEL APRENDIZAJE: Piaget y Vigotsky*. Obtenido de <https://www.fichier-doc.fr/2013/06/06/piaget-y-vigotsky/>
- Pere , I., & Fernández, C. (1 de Abril de 2016). *Problemas de estructura multiplicativa: Evolución de niveles de éxito y estrategias en estudiantes de 6 a 12 años*. Educación Matemática, 28(1), 9-38. <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v28n1/1665-5826-ed-28-01-00009.pdf>
- Raynaudo, G., y Peralta, O. (2017). *Cambio conceptual: una mirada desde las teorías de Piaget y Vygotsky*. Revista Peruana de psicología, 23(1), 137-148. <http://ojs3.revistaliberabit.com/index.php/Liberabit/article/view/56/55>
- Rivera Muñoz, J. L. (2014). *El aprendizaje significativo y la evaluación de los aprendizajes*. Revista de investigación educativa, 8(14), 47-52. [http://online.aliat.edu.mx/adistancia/dinamica/lecturas/El\\_aprendizaje\\_significativo.pdf](http://online.aliat.edu.mx/adistancia/dinamica/lecturas/El_aprendizaje_significativo.pdf)
- Rivero García, M. M. (2012). *Teoría genética de Piaget: constructivismo cognitivo*. Obtenido de <http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/32321/6/Teoria%20de%20Jean%20Piaget.pdf>
- Sampieri, H. R. (2018). *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw-Hil Inteamericana Editores S.A de C.V.I.
- Sanfeliciano, A. (31 de Mayo de 2018). *Los procesos de adaptación: la asimilación y la acomodación*. Obtenido de <https://lamenteesmaravillosa.com/procesos-de-adaptacion/>

- Saldarriaga Zambrano, P., Bravo Cedeño, G., y R. Loor Rivadeneira, M. (2016). *La teoría constructivista de Jean Piaget y su significado para la pedagogía*. Revista Científica Domino de la ciencia, 2(3 Especial), 127-137.  
<https://dominiodelasciencias.com/ojs/index.php/es/article/viewFile/298/355>
- Serrano-Polo, E. Y González-Díaz, R. (21 de Agosto de 2020). *Investigación científica fundamentada en los estándares básicos de competencias desde la educación pública*. Centro Internacional de Investigación y Desarrollo.  
<https://lasjournal.com/index.php/abstract/article/view/5/11>
- Silva Lazo, M. (2015). *David Ausubel Y su aporte a la educación*. Ciencia Unemi, 2(3), 20-23.  
<http://ojs.unemi.edu.ec/index.php/cienciaunemi/article/view/126/127>
- Torres, A. (2018). *La Teoría del Aprendizaje Significativo de David Ausubel*. Obtenido de <https://psicologiaymente.com/desarrollo/aprendizaje-significativo-david-ausubel>
- Torres, D. 2018. *Derechos Básicos de aprendizaje en Matemáticas*. Colombia aprende.  
[http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA\\_Matem%C3%A1ticas.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf)
- Vásquez, D. M., Arias, A. R., & Muñoz., J. M. (2018). *Sexo, actitud y rendimiento en matemáticas. Variables predictoras*. Revista Estudios sobre Educación, 35, 429-251.  
<https://revistas.unav.edu/index.php/estudios-sobre-educacion/article/view/18072/28661>
- Vergara, C. (04 de Mayo de 2017). Piaget y las cuatro etapas del desarrollo cognitivo. Obtenido de <https://www.actualidadenpsicologia.com/piaget-cuatro-etapas-desarrollo-cognitivo/>
- Vidal, R. (Enero de 2016). *La Didáctica de las Matemáticas y la Teoría de Situaciones*. Obtenido de <https://educrea.cl/wp-content/uploads/2016/01/DOC-La-Didactica.pdf>

## Anexos

### Anexo 1

<https://h5p.org/node/1095754> Actividad interactiva con la herramienta h5p sobre Introducción a la estructura multiplicativa e isomorfismo de medidas

### Anexo 2

<https://h5p.org/node/1085067> Actividad interactiva con la herramienta h5p sobre un único espacio de medida o comparación multiplicativa.

### Anexo 3

[https://h5p.org/node/1085075?feed\\_me=nps](https://h5p.org/node/1085075?feed_me=nps) Actividad interactiva en h5p sobre producto de medidas o producto cartesiano.

### Anexo 4

<https://h5p.org/node/805006> link del h5p en este link encontrará una actividad que se realizó para refuerzo de fracciones donde se trabajó los conceptos básicos, la suma, multiplicación y división.