

# **Enseñanza de las fracciones con material concreto**

Oscar Alexander Castañeda Guevara

Tutor:

Riquelio Vargas Suárez

Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD

Vicerrectoría Académica y de Investigación

Escuela de ciencias de la educación – ECEDU

Licenciatura en Matemáticas

Diciembre de 2021

## Tabla de Contenido

Diagnóstico de la propuesta de pedagogía .....	5
Pregunta de investigación .....	8
Marco de referencia .....	12
Marco metodológico .....	21
Producción de conocimiento pedagógico .....	23
Análisis y discusión .....	26
Conclusiones .....	29
Referencias bibliográficas.....	31
Anexos .....	33

## Resumen

El aprendizaje de las matemáticas con material concreto nace a partir de una necesidad de acompañamiento, que invite a mejorar las competencias de los estudiantes, en pro de algunos de los conceptos que se desarrollan en la asignatura. En este sentido, se posee la intención de mostrar que muchos de los conceptos desarrollados en matemáticas, están contruidos para favorecer las actividades diarias; y por otra parte, se hace énfasis en que desde la construcción propia de la asignatura se pueden “idear” situaciones problema no comunes en la cotidianidad. Para este proyecto se plantea el desarrollo de la definición de fracción junto a las operaciones de amplificación, suma y resta de fracciones homogéneas y heterogéneas. Para las actividades se selecciona un material poco común, la representación de la unidad en forma de círculo, selección que obedece a innovar en la manera como se desarrollan las fracciones, ya que por lo general se utilizan rectángulos, y que por otra parte, permite ofrecer un desafío adicional, dividir la unidad en partes iguales y que no corresponden a los divisores de los  $360^\circ$ , lo que equivale a un ángulo completo en un círculo. Por lo anterior, el desarrollo de las actividades se pensó desde los conceptos previos que el estudiante posee, así que, para la solución de los ejercicios los estudiantes tenían la posibilidad de emplear distintas estrategias, además de realizar trabajo colaborativo; desmarcándose de un trabajo individual o de un procedimiento tradicional de evaluación. La población elegida consistió en estudiantes de grado séptimo, por cuanto, en este grado se dan las bases para construir el concepto de los números racionales.

**Palabras Clave:** Aprendizaje, Competencias matemáticas, Fracción, Material concreto, Números racionales.

### **Abstract**

The learning of mathematics with concrete material is born from a need for support, which invites to improve the skills of the students, in favor of some of the concepts that are developed in the subject. In this sense, it is intended to show that many of the concepts developed in mathematics are built to favor daily activities; and on the other hand, it is emphasized that from the proper construction of the subject it is possible to "devise" problem situations not common in everyday life. For this project the development of the definition of fraction is proposed together with the operations of amplification, addition and subtraction of homogeneous and heterogeneous fractions. For the activities, an unusual material is selected, the representation of the unit in the shape of a circle, a selection that obeys to innovate in the way in which the fractions are developed, since generally rectangles are used, and on the other hand, it allows to offer an additional challenge, dividing the unit into equal parts that do not correspond to the divisors of the  $360^\circ$ , which is equivalent to a complete angle in a circle. Therefore, the development of the activities was thought from the previous concepts that the student possesses, so that, for the solution of the exercises, the students had the possibility of using different strategies, in addition to carrying out collaborative work; distancing themselves from an individual work or a traditional evaluation procedure. The chosen population consisted of seventh grade students, because in this grade the bases are given to build the concept of rational numbers.

**Keywords:** Learning, Mathematical skills, fraction, Concrete material, Rational numbers.

### **Diagnóstico de la propuesta de pedagogía**

Actualmente, se observa disminución en la disposición frente al desarrollo de las actividades en matemáticas, comparativamente con años anteriores al tiempo de pandemia, preocupación que acontece desde la experiencia como docente de más de dos décadas del autor del presente trabajo, fenómeno encontrado en todos los niveles escolares, permitiéndome plantear, que debido al confinamiento y a las clases virtuales, se generó una dependencia hacia las nuevas tecnologías, la cual, siendo una herramienta de apoyo, pasó a ser considerada una herramienta principal de estudio. Esto se evidencia en la falta de práctica en la toma de notas o en el desarrollo de ejercicios, sumado a ello, poco orden en las libretas de apuntes. Sin embargo, durante mi desempeño académico he visto como la educación se ha transformado, siendo un fenómeno natural, ya sea por la temporalidad, es decir, por el paso del tiempo, o por las nuevas tendencias educativas, por lo que la mejor manera de afrontar estos cambios es mediante estrategias didácticas.

Desde hace dos años, el aislamiento ha sido una respuesta inmediata para hacer frente a la pandemia, por lo que se potenciaron las clases virtuales, situación que ha ido generando una dependencia con desventajas de los dispositivos electrónicos, en especial del teléfono móvil. Consecuentemente, el estudiante prefiere no tomar apuntes, puesto que recibía las notas de la clase o la misma se encontraba grabada. Ahora bien, la virtualidad implica la mediación de las nuevas tecnologías para la realización de las clases, seguido a lo cual, las actividades de refuerzo (tareas) se redujeron a los aportes que se hacen en el tiempo que dura la clase. De manera particular, Lesh y Kelly (2000) presentan los resultados de una investigación en la cual se documenta que, el tratar con tareas significativas desencadena en los estudiantes ideas matemáticas fundamentales; de manera frecuente proponen soluciones que superan la expectativa escolar y a largo plazo,

desarrollan habilidades para construir modelos y resolver las tareas. Para el docente es también un proceso de formación continua que mejora la toma de decisiones instruccionales, a partir de las debilidades y fortalezas de los estudiantes, propiciando una enseñanza más efectiva.

La toma de apuntes o el ejercicio de escribir se enfrenta a una pérdida de este hábito, situación que conlleva a que el estudiante no realice la solución de actividades de refuerzo, además de muy poca disposición para realizar tareas después de la jornada escolar; por consiguiente la actitud y compromiso con su calidad como estudiante se ha dejado de lado. Por el contexto en que se ubica el presente trabajo, las tareas se diseñan para que el estudiante exponga sus conocimientos, se aliente su disposición a investigar sobre lo nuevo, aprenda mediante la discusión y el compartir de sus experiencias; en este sentido, el NCTM (2000) propone:

En la enseñanza efectiva, se emplean tareas que poseen cualidades para introducir ideas matemáticas importantes y para comprometer y retar intelectualmente a los estudiantes.

Las tareas seleccionadas pueden despertar la curiosidad de los estudiantes y atraerlos hacia las matemáticas, ya que pueden ser conectadas con experiencias del mundo real de los estudiantes, y ello puede originarse en contextos que son puramente matemáticos.

Pero estas tareas por sí solas no son suficientes para una enseñanza efectiva. Los profesores también deben decidir (...) cómo apoyar a los estudiantes que no han realizado los procesos de pensamiento sin eliminar el reto que contiene la tarea. (p. 18-19)

Las generalizaciones anteriores, conllevan a plantear una propuesta de acompañamiento encaminada al uso de material concreto, presentando ante el estudiante, una clase que le permita movilizar sus conocimientos en la asignatura para solucionar ejercicios de manipulación de objetos, a fin de descubrir otros conceptos, además de retomar el ejercicio de tomar apuntes para presentar el proceso y las conclusiones de sus propuestas de solución. Lo anterior está lejos de

deslegitimar el uso de las TIC, que son relevantes en la era digital; es más bien, una manera de potenciar las competencias en la memoria operativa, que desempeña un papel fundamental en la cognición, la cual, como describe Baddeley (2007) “permite construir y actualizar representaciones mentales en las que se unen ideas y pensamientos activos en un momento dado, conectarlas con la información almacenada en la memoria a largo plazo e inhibir información irrelevante; todo ello en función del objetivo de la tarea en curso” (p.53). En matemáticas hay amplias investigaciones sobre la relación entre la memoria operativa y el aprendizaje.

Estudios en niños de preescolar, primaria y secundaria sugieren que las habilidades del central ejecutivo y la agenda visoespacial son reclutadas durante el aprendizaje y la aplicación de nuevos conceptos matemáticos (...) los datos de neuroimagen arrojaron que las áreas del cerebro relacionadas con la agenda viso-espacial se activan durante la solución de problemas matemáticos” (González et al., 2016, p.165)

Ampliando lo anterior, el papel que el central ejecutivo cumple está relacionado con la mayoría de los procesos matemáticos, tales como el desarrollo de competencias para operaciones entre números, habilidades de cálculo y en la resolución de problemas. Se sabe además, gracias a Kolkman et al. (2013) que en cualquier nivel, los estudiantes se apoyan en un recurso visual para el aprendizaje de un nuevo concepto o competencia, mientras que para aplicar lo aprendido utilizará su memoria operativa. De manera que, para adquirir nuevas habilidades matemáticas, el estudiante hace uso de representaciones mentales cuando resuelve un problema, el manipular un objeto potencia esta capacidad visual, de ahí la importancia del uso de material concreto en el presente proyecto.

### **Pregunta de Investigación**

En la enseñanza de las Matemáticas se tiene en cuenta el rigor de las mismas, para evitar construir conceptualizaciones con errores por el mal uso del lenguaje matemático, por ello y "para prevenir estas situaciones se necesita de una sólida competencia tanto en Epistemología como en Didáctica de la Matemática, no sólo en Matemática" (D'Amore, 2006, p.9), dentro de la formación docente y en el ejercicio profesional se deben "diseñar, elaborar y aplicar instrumentos de aula que desde el conocimiento epistemológico, permitan que las estudiantes (...) encuentren relaciones entre los contenidos del área de matemáticas y su cotidianidad, para que así las temáticas abordadas se encuentren contextualizadas" (González, 2013, p.20). Sin embargo, el acompañamiento de las clases de matemáticas se ha visto sometido a un afán por consignar conceptos que muchas veces son dados al estudiante de forma directa, sin presentar un contexto que permita analizar su utilidad.

En este sentido, ya sea en el entorno o en la asignatura propiamente dicha; lejos de que "los estudiantes deben aprender las matemáticas con comprensión, construyendo activamente los nuevos conocimientos a partir de la experiencia y los conocimientos previos" (Martínez y Solano, 2008, p.23). Brousseau (2000) explica que cuando los conceptos se exponen de manera específica dentro un ejemplo, difícilmente el estudiante generaliza estos aprendizajes en otros ámbitos, haciendo que el estudiante considere que un problema o situación debe ser resuelta con la aplicación de reglas o fórmulas y no mediante una reformulación de un saber, es por ello que al estudiante se le orienta a enfocar el problema a resolver a través de la búsqueda de estrategias, que le permitan consolidar una solución a la vez que interioriza el concepto.

En la actualidad, el docente se ve en la obligación de transformar "su rol de expositores del conocimiento al de monitores del aprendizaje, y los estudiantes, de espectadores del proceso



de enseñanza, al de integrantes participativos, propositivos y críticos en la construcción de su propio conocimiento” (Navarro, 2004, p.5), por el contrario, en los dos últimos años las instituciones educativas en atención a la situación de salud pública, se tienen diferentes panoramas: la virtualidad, la presencialidad y la alternancia.

Debido al cambio abrupto del método tradicional a uno de realidad virtual, las instituciones educativas se han visto obligadas a transformar su modelo educativo, los estudiantes, profesores y padres debieron reorganizarse, se exigió un nuevo estilo de aprendizaje. En algunos casos (interés de estudio de este trabajo) el estudiante se convierte meramente en un observador, para quien la recepción de las notas de clase es finalmente una desventaja. Un estudio realizado por investigadores de la Universidad de California y la Universidad de Princeton publicado en 2014, expone que:

Los estudiantes que toman notas a mano se desempeñan mejor en preguntas conceptuales que los alumnos que toman notas en aparatos digitales (...) el hecho de escribir con lápiz y en papel permite a las personas resumir y organizar la información en sus propias palabras, y asegura una codificación más profunda y natural. (Ibáñez, 2021)

Otros estudios realizados en la Universidad de Tokio plantean que “la utilización del papel mejora el proceso de asociar el qué y el dónde de la información, específicamente en el hipocampo (parte del cerebro involucrada en la codificación y el proceso de retención de memoria)” (Ibáñez, 2021).

Por otro lado, la presencialidad tendió a representar los modelos híbridos de aprendizaje; “la educación híbrida es una mezcla entre el aprendizaje presencial y a distancia, en donde comenta que existen desafíos que a simple vista sobresalen tanto para los docentes como los estudiantes” (Ríos, 2021, p. 108), esta educación se concibe como una combinación de

herramientas y recursos didácticos de la modalidad presencial y virtual como indica Servín (2020). La presencialidad, también estuvo impactada por el miedo al contagio y se tornó en una combinación entre los estudiantes que estaban en casa y los que asisten al colegio, pero que en ocasiones se ausentaban debido a diagnósticos positivos para coronavirus.

Es preciso señalar que los estudiantes, en cualquiera de los casos, realizan diversos procesos de aprendizaje, en uno de ellos, las evidencias de trabajo se envían al correo del docente, presentándose que eventualmente, los trabajos resultan ser transcripciones o copias de los compañeros. Situación que motiva retomar la enseñanza con el uso del material concreto bajo dos perspectivas, la primera rescatar el análisis en la construcción de un concepto matemático con la manipulación de objetos. Segunda perspectiva, incentivar la toma de notas, así como llevar apuntes organizados que evidencien mejoras en la memorización y el entendimiento conceptual.

### **Pregunta de investigación**

Lo anterior conlleva a plantear la siguiente pregunta:

¿Cómo fortalece el empleo de material concreto el aprendizaje de la matemática, en especial, el concepto de fracción y sus operaciones de suma y resta?

### **Marco de referencia**

La práctica pedagógica considerado un ejercicio del quehacer diario del docente, reposa en el diario de campo, espacio para la reflexión continua, que tiene como fin una ingeniería constante de las actividades mediante del discurso, el aprendizaje de las exposiciones de los estudiantes y a través de las lecturas de sus comentarios. Situación de aprendizaje que se ve reflejada en las políticas institucionales, no siendo una actividad aislada, se debe convertir en un referente, de tal forma que permita alimentar la exigencia pedagógica de la institución y ser un puente de cambio constante, debe mostrar que el conocimiento y el aprendizaje no son actividades estáticas, por el contrario, están en constante reestructuración.

Por otro lado, el saber pedagógico se puede entender como las estrategias de enseñanza que poseen las personas encargadas de transformar el pensamiento de los estudiantes, entendiendo como estudiante a todo ser humano que desee adquirir nuevos conocimientos. Para Díaz (2001) El saber pedagógico se asume como los conocimientos construidos de manera formal e informal por los docentes, así como los valores, ideologías, actitudes y prácticas; es decir, creaciones del docente, en un contexto histórico cultural, que son producto de las interacciones personales e institucionales que evolucionan, se reestructuran, se reconocen y permanecen en su vida. Los que luego, se ponen en práctica para acompañar la práctica docente. Para Beillerot (1998) un saber puede considerarse como un sistema simbólico al que se añaden reglas de uso. Los saberes son producidos en un contexto histórico y social; hacen referencia a culturas y expresan modos de socialización y de apropiación. Mientras que el saber disciplinar, es los conocimientos sobre un tema en particular o sobre el conjunto de ellos, podría ser muy generoso y decir que es el dominio de una parte de la ciencia, entendiendo como un todo a la ciencia.

Podemos observar que si un adecuado acompañamiento el saber pedagógico y los saberes específicos sin una pertinente socialización no trasciende en los procesos de educación-aprendizaje. Para Morin (1990) “paradigma de disyunción-reducción-unidimensionalización a un paradigma de distinción-conjunción que permita distinguir sin desarticular, asociar sin identificar y reducir” (p.32). Se hace muy importante conocer el entorno cultural de donde se está enseñando, pues permite hacer una lectura de las necesidades sociales y por ende da información de cómo se debe acompañar a la comunidad.

Durante el ejercicio docente se pueden observar y analizar las principales dificultades que tienen los estudiantes para operar fracciones, así como el uso de la notación de suma y resta junto a los errores procedimentales que inciden el aprendizaje. Diversos factores dan origen a estas dificultades, algunas son evidentes como la inadecuada enseñanza por falta de formación docente, la carencia de material didáctico o la generalización negativa hacia las matemáticas. Una situación donde el estudiante sustenta de manera equivocada una operación entre fracciones, está ejemplificada a partir de la experiencia docente del autor del presente trabajo, así: «la suma de las fracciones  $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$  da como resultado  $\frac{2}{8}$ » El error en el algoritmo de la suma, ha sido detectado por Godino (2004) mostrando diversas modificaciones que realizan los estudiantes, confundiendo con el algoritmo de la multiplicación. Frente a lo cual se puede cuestionar el proceso de enseñanza, sino se corrigen estos errores, puesto que se debe llevar al estudiante a trascender el pensamiento más allá de los números naturales.

Socas (1997) explica que las dificultades en matemáticas no siempre están relacionadas con problemas de aprendizaje, sino más bien con el desarrollo de habilidades, es por ello que agrupa estas dificultades asociadas a:

1. La complejidad de los objetos matemáticos

2. Los procesos de pensamiento matemático
  3. Los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de la matemática
  4. Los procesos de cognición de los estudiantes
  5. Y las dificultades asociadas a la actitud afectiva y emocional hacia la matemática
- (p.6-7)

“Los niños suelen confundir las reglas de la aritmética de números enteros con fracciones aritméticas” (Fazio y Siegler, 2011, p.16), ante lo que le corresponde al docente ofrecer claridad conceptual y procedimental para que el estudiante comprenda cuando el uso correcto de los mismo. Como lo indican Fazio y Siegler (2011), evitando tres errores comunes:

- El tratamiento de numeradores y denominadores de las fracciones como números enteros separados
- Dejar el denominador sin cambios en problemas de multiplicación de fracciones
- Malinterpretar números mixtos. (p.16)

Por su parte Río y Ramírez (2009) derivado de su estudio presentan algunas dificultades que el estudiante enfrenta cuando aprende fracciones:

- La dificultad para abstraer el objeto mental fracción, lo que impide una mejor comprensión al momento de operar, encontrar la relación de las fracciones con el contexto y reconocer la equivalencia de fracciones.
  - Falta de aplicación de conocimientos anteriores como el MCM y el MCD que son elementos importantes para la suma y resta de fracciones.
  - Falta de comprensión del algoritmo, por el énfasis en la memorización del mismo.
- (p.11)

Finalmente, autores como Carrillo et al. (2000) citado por Río y Ramírez (2009) hacen referencia a que el estudiante se confunde con facilidad cuando trabaja con objetos mentales, debido al cambio de un lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático. No obstante la naturaleza compleja del significado de las fracciones presenta aspectos como:

- Como primer problema encontramos dificultades en la comprensión del todo y las partes.
- Una fracción es la forma de expresar una subárea de una unidad entera predefinida.
- Empleamos fracciones para comparar medidas de objetos, por ejemplo «este lápiz es las tres cuartas partes del tuyo». (p.16)

El Ministerio de Educación MEN (1998) propone que el aprendizaje de las matemáticas, es una “herramienta que debe posibilitar al alumno la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde debe tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer sus opiniones y ser receptivo a los demás” (p.35), en el aula de clases se da inicio a este proceso de pensamiento, es así que cuando una persona escribe, expone sus apreciaciones, mientras que en matemáticas, es fundamental explicar con argumentos la solución de los ejercicios.

Una adecuada competencia comunicativa que le permita al estudiante argumentar sus posturas escolares y no quedarse en el proceso, en las respuestas o mostrando concepciones parcialmente aprendidas, siendo muchas veces producto de la memoria, desconociendo el por qué llegan a ciertos planteamientos. Por cuanto, el desarrollo de las clases, es un espacio para demostrar al estudiante lo importante de dar una explicación con argumentos; en ocasiones, apoyarse en situaciones, siendo oportuno proponer al estudiante que compruebe sus resultados, por ejemplo, para comprender el significado de la división entre cero, se le indica que a partir de

una torta de fracciones, represente una fracción cuyo denominador es cero, demostrando que no es posible.

Los argumentos que utilizan los estudiantes en la resolución de las tareas matemáticas que se plantean, expresan la comprensión que realiza de algunos conceptos importantes en la asignatura, es así que la asistencia de la argumentación para la enseñanza impulsa un mayor aprendizaje. “En la formación matemática, la argumentación genera las capacidades de representación del conocimiento matemático necesarias para la comunicación y el diálogo disciplinar e interdisciplina” (Maldonado et al., 2012, p.15). Toulmin (1954) citado por Maldonado et al. (2012) expone que:

La argumentación puede aportar diferentes formas de una definición formal, ejemplos, relaciones entre conceptos, contraejemplos y refutaciones, etc., y desarrollar de manera dinámica el ejercicio del convencimiento del otro, proceso que contribuye a la consolidación de relaciones significativas en el aprendizaje y en la estructuración de la memoria de quienes participan (p.13)

Aldana (2014) indica en base a distintos autores que:

La argumentación es una forma de estudio de clase que permite la interacción, el razonamiento, los juicios de valor, es una forma de justificar los procedimientos que realizan los estudiantes para dar cuenta de la forma como comprenden un concepto matemático y para el profesor de conocer y comprender cómo aprende su alumno. (p.40)

En base a la concepción del constructivismo planteada por Granja (2015), donde se enuncia que el nexo entre docente y estudiante como “un intercambio dialéctico entre los conocimientos del docente y los del estudiante, de tal forma que se pueda llegar a una síntesis productiva para ambos y, en consecuencia, que los contenidos son revisados para lograr un



aprendizaje significativo” (p.94), se plantea en este escrito, un desarrollo conceptual fortalecido mediante el uso de material concreto, que pretende rescatar la conveniencia del análisis de los conceptos apoyado en la toma de apuntes, logrando que el estudiante se exprese de manera clara en el lenguaje propio de la asignatura.

Como estrategia de aprendizaje la toma de notas, cuando un niño observa la conveniencia de la explicación, comprende la utilidad de la exigencia en la asignatura. Esta práctica se puede generalizar cualquier actividad académica o social. Casi siempre desde otras asignaturas se propone enseñar con situaciones problema, que el estudiante observe la utilidad de lo que aprende, es correcto, sin embargo, no se debe caer en el peligroso ejercicio de creer que la matemática se desarrolla sólo a partir de problemas reales, la matemática como ciencia pura por excelencia, posee desde su construcción sus propios problemas que se pueden llevar a la vida real, es como pensar que se puede ser cirujano, sin ser médico. Eades y Moore (2007) citado por Maldonado et al. (2012) introducen el entrenamiento en toma de notas a los estudiantes de matemáticas:

Esta estrategia se centra en convertir el acompañamiento en sesiones de producción de conocimiento de los grupos de estudiantes.(...) a promueve la formación de comunidades de estudio que constituyen apoyo académico y afectivo para el éxito en los estudios.(...) Estudios previos muestran que este tipo de estrategia promueve el aprendizaje activo, reduce la ansiedad y la frustración, regula la velocidad del aprendizaje, apoya el recuerdo, ayuda a la comprensión, genera un conocimiento descriptivo para los estudiantes; sirve de guía para la revisión y preparación de evaluaciones, y es una fuente de referencia para que el tutor haga seguimiento a los avances del grupo. (p.33)

Desde el compartir con la intención de enseñar se asume un compromiso que tiene por fin último transformar una persona, desde lo emocional hasta lo profesional. La práctica realizada con la firme idea de acompañar un proceso que redunde en potenciar las capacidades de cada persona que haga parte del colectivo es un ejercicio de continuo de análisis y desarrollo.

El inicio de la labor docente debe ser una actitud muy humilde que permita comprender que las personas que asisten a la clase están predispuestas en aprender. Cada reunión permitirá que se refuerce la motivación que condujo a esas personas a matricularse en la asignatura. Ahora bien, el acompañamiento de la práctica tiene que estar direccionado por los indicadores de logro de la institución y por una preparación sincera del tema a desarrollar, nada se logra sin una organización del desarrollo de las actividades, como tampoco se consigue crear conciencia.

Entendida la competencia de formalización como la capacidad de expresar los objetos y las proposiciones en lenguaje simbólico regido por reglas de transformación y de demostración, las categorías establecidas en esta propuesta guardan concordancia, de una parte, con las competencias propositivas y argumentativas propuestas por el MEN (Maldonado et al., 2012, p.62)

A partir de las experiencias que se adquieren en el aula de clase, las diferentes teorías en torno a la pedagogía y didáctica se pueden acomodar a las necesidades particulares de cada contexto, dándole una mayor relevancia a las teorías que deben acompañar el que hacer docente. La práctica muestra que las teorías que se estudian en la universidad no son camisas de fuerza, en muchos casos estas se deben replantear dependiendo de las necesidades de cada entorno.

Las actividades que se proponen con material concreto e imágenes, relacionan las fracciones con una experiencia visual e invita al estudiante a apropiarse del objeto mental fracción y sus operaciones multiplicación y división, para luego introducir reglas y símbolos que

tengan sentido, de modo que poco a poco, van a adquirir herramientas para desarrollar la capacidad de analizar y construir soluciones a diversas actividades. Es por ello que Río y Ramírez (2009) indican que “los materiales concretos son instrumentos que agilizan los procesos operativos en las fracciones” (p.26). González Marí (2010) citado por Becerra (2021) explica que:

- Los materiales didácticos ofrecen actividades matemáticas atractivas y motivadoras para hacer cambiar la actitud del alumnado hacia el ámbito de las matemáticas.
- Permite progresar con eficacia a la mayoría de los alumnos/as mejor que otros procedimientos, técnicas o medios.
- Permiten al alumnado a participar activamente y realizar actividades de manera autónoma. (p.9)

La propuesta de trabajo en este proyecto, se enfoca desde un modelo constructivista, donde el estudiante desde sus conocimientos construya-descubra nuevos conceptos. Para González y Pons (2011), en este sentido cualquier tipo de clasificación de los constructivismos recoge, explícita o implícitamente, la existencia de:

a) un constructivismo cognitivo que hunde sus raíces en la psicología y la epistemología genética de Piaget,

b) un constructivismo de orientación socio-cultural (constructivismo social, socio-constructivismo o co-constructivismo) inspirado en las ideas y planteamientos ygotksyanos y

c) un constructivismo vinculado al construccionismo social de Berger y Luckmann (2001) y a los enfoques posmodernos en psicología que sitúan el conocimiento en las prácticas discursivas (Edwards, 1997; Potter, 1998). (p.2-3)

La implementación del uso del material concreto se considera implementar en estudiantes del Colegio Theodoro Hertzl y para estudiantes externos de una zona de un nivel socio económico bajo de Medellín, Robledo parte alta. En este caso se trata de un ejercicio dirigida por el docente de la asignatura donde participarán los estudiantes de grado séptimo y se tratará de vincular a una familia de un barrio de las periferias de la ciudad con necesidades académicas.

### Marco metodológico

El desarrollo de este proyecto se enmarca dentro de un enfoque cualitativo, el fin es realizar un acompañamiento al proceso de desarrollo de las actividades que el estudiante realice con el uso del material concreto. La investigación se enfoca en un método de observación del alcance del material de apoyo diseñado. “La investigación cualitativa puede ser vista como el intento de obtener una comprensión profunda de los significados y definiciones de la situación tal como nos la presentan las personas, más que la producción de una medida cuantitativa de sus características o conducta” (Salgado, 2007, p.71).

Se enseña matemáticas como la forma de mostrar a los estudiantes que el mundo que los rodea siempre les va a exigir un conocimiento básico de algunas operaciones de uso diario, no sólo las básicas, es importante que entiendan que según sus objetivos profesionales es importante conocer cómo realizar los cálculos en el desarrollo diario de su profesión.

Es absolutamente necesario que el estudiante presencie, palpe, compruebe que su aprendizaje matemático es significativo en la vida “real”. Sin embargo, el docente debe mostrar que para construir un conocimiento que se a competente con el medio que se rodea se debe tener un dominio competente de los conocimientos matemáticos y que para llegar a este se debe desarrollar unos conceptos que en algún momento no son aplicables directamente a un problema cotidiano, pero que son necesarios para desarrollar otros conceptos, por ejemplo, los casos de factorización no se emplean en la práctica, pero para la solución de una ecuación cuadrática son necesarios para su desarrollo, que el concepto de ecuación cuadrática si se presenta en la vida.

La matemática como tal exige una estructuración mental que permite el uso de conceptos nuevos y *viejos*. La forma de aprender es entender la sistematización propia de la matemática, cuando al niño se le enseña en los primeros años, no cambia su conjunto numérico, lo cual

obedece a una necesidad de aprender el significado de conjunto numérico y de las operaciones básicas, no siendo gratis el nombre de operaciones básicas, ya que en los grados del bachillerato los que le enseñaran es que su conocimiento en matemáticas se va a expandir realizando las operaciones que ya conoce con nuevos elementos. Bueno, sin una sistematización el dominio de los temas el docente no podrá mostrar a sus estudiantes que lo que enseña es importante y hace parte de una sistematización propia del saber específico.

Entendiendo el diario de campo como la planeación de lo que el docente pretende enseñar es absolutamente necesario. Pero, sin una revisión del alcance de los objetivos y un análisis de la pertinencia de las actividades propuestas es un documento insulso. La matemática exige un seguimiento de la aplicación de los conceptos con esta existe un orden inherente propio en la solución de un ejercicio, que casi le impone al estudiante una disciplina de “trabajo” para la obtención de resultados óptimos, está disciplina es la misma que la vida le exige para ser actor importante de su entorno.

### **Producción de conocimiento pedagógico**

Es natural desconfiar de lo que otro hizo, más aún si las conclusiones de dicha investigación no se ajustan a las necesidades, entonces se entra en una disyuntiva, la cual hace dudar y puede generar un deseo, sano, de realizar una investigación sobre el mismo asunto. Desde la posición de quien desea demostrar que su planteamiento es correcto se puede abordar una investigación en la misma dirección. El docente investigador, puede asumir la misma pregunta, lo que implicaría que al final debe haber una comparación que lleva a un análisis de las variables por las cuales los resultados son diferentes, pues de ser los resultados iguales o muy semejantes, se trató de una pérdida de tiempo. Al observar las diferencias en las conclusiones, se debe mirar cómo fue la sistematización, que población se tomó para el estudio, que material de apoyo empleo.

Desde el acompañamiento docente, debe existir una intención de enseñar, pero no la típica práctica de llenar un cuaderno se debe estar dispuesto a una reflexión académica constante del diario quehacer, este análisis debe permitir una postura de no “improvisar”, debe dar al docente la seguridad de lo que va a poner en práctica es lo mejor para sus estudiantes, debe saber explicarlo a la comunidad docente.

En esta situación “voy a aplicar esto a ver cómo me va...”, recuerdo la situación de Newton y Leibniz, ambos desde sus ciudades escribieron el cálculo infinitesimal o integral, sin embargo, sólo difiere en la notación y lo que inspiró a cada uno a su realización, a Newton la física y a Leibniz la lógica.

Por lo anterior expuesto, considero que lo más sano es partir de una pregunta investigativa nueva. En caso contrario, por respeto a quien ya hizo un trabajo sobre el tema se debe generar una sana discusión para determinar qué y por qué los resultados son diferentes o cuál es el enfoque que cada uno le dio, cuál era el interés al momento de plantear el problema.

La matemática siempre ha recibido críticas por su enseñanza centrada en el TTC (Tablero - Tiza - Cuaderno) desde mi propuesta pretendo potenciar la construcción del concepto con la manipulación del material concreto y con situaciones problemas propias de la matemática.

Cuando el estudiante posee algún conocimiento este se puede mostrar como herramienta en otros campos, a cierta edad, al estudiante se le puede demostrar, por ejemplo, que si tiene dominio del concepto de la suma, este se puede aplicar en cualquier actividad, además, que la actitud de contar es casi inherente a la condición humana; se presenta otra situación interesante con los niños, desde la matemática como tal, hay una práctica muy relegada, es la “manipulación” de los números, cuando un niño sabe contar de 2 en 2 o de 3 en 3 o de 4 en 4, por ejemplo, le será más fácil aprenderse las tablas de multiplicar y por ende los múltiplos de un número, en palabras de Abril P. (2002), “En otras palabras, teoría y práctica son indisolubles”.

Desde la práctica ya sea la que hoy realizamos como exigencia para optar al grado o sea la que se hace en el día cuando se ejerce la profesión docente, la investigación debe ser una inquietud constante, la inquietud por «idear» cómo hacer para que los estudiantes sean competentes y al menos alcancen lo mínimos necesario, la realización de un ejercicio docente con la preocupación del aprendizaje consciente se debe acompañar por la preparación de clases que sean analizadas desde el ámbito investigativo para Abril (2002) en su artículo *la investigación sobre la propia práctica como escenario de cambio escolar*, cita Lawrence Stenhouse, donde se define la investigación desde la educación.

Para lograr un conocimiento competente el estudiante se debe disponer a realizar guías de trabajo donde él pueda proponer distintas formas de solución, el docente acompañante debe estar atento a potenciar estas ideas, desde una pregunta desafiante que rete al estudiante a desarrollar su propuesta. Este tipo de actividades deben ser acompañadas por guías de trabajo que sirvan de



apoyo para los colegas, cada actividad además de mostrarse como un ejercicio debe ser evaluada por el grupo de docentes del área. Muchas personas construyen con material reciclable los objetos para realizar las actividades con el material concreto, considero que, si a una institución se le muestra los alcances del aprendizaje con la manipulación de objetos, se puede lograr que de dote la escuela con un aula taller de matemáticas.

### Análisis y discusión

La producción de los estudiantes se centra en el aprendizaje del concepto de fracción, para tal fin fue muy importante la participación de cada uno de ellos. En el caso de la población seleccionada en este proyecto, se trataba de estudiantes que desde los primeros grados se están acompañando en su aprendizaje con una metodología *hora mutemet* aprendizaje en la diversidad, es decir, el docente no propone un sólo un estilo de enseñanza o modelo pedagógico, para alcanzar los logros académicos, las aulas se deben acompañar de distintas formas acercarse al propósito de la clase. Goldin (1998) muestra la idea de las formas de representación y sus formas como estilos del constructo fundamental de un modelo psicológico de igualar el aprendizaje y la resolución de problemas matemáticos.

En esta actividad donde el objetivo fue el aprender el concepto de fracción, se hizo muy importante la sistematización de las producciones de los estudiantes, ya que a partir de sus escritos o de la presentación de la solución al ejercicio planteado se construía la siguiente. Durante las secciones programadas el estudiante siempre debía dejar por escrito ya sea en su cuaderno o en una hoja de desarrollo la propuesta de solución y de allí se parte a una discusión pedagógica y metodológica sobre cada solución, con el fin de acercarnos a la definición de fracción.

Por otra parte, el hecho de haber seleccionado un material poco convencional como lo fueron las tortas de fracciones permitió que las actividades se desarrollaran “casi” desde cero, pues los estudiantes no están familiarizados con este tipo de representación de la unidad.

Desde la propuesta de enseñanza siempre se contó con la intención de *desafiar* a los estudiantes a realizar las actividades con una simple instrucción: dividir una unidad en partes iguales. Desde esta premisa, se comienza la construcción del concepto de fracción. Lo anterior

haciendo acopio de las propuestas pedagógicas de Vigotsky (1931) quien demostró que para que el niño aprendiera se le debían dar todas las herramientas para su producción intelectual o de la propuesta de Ausubel quien afirmó que el niño se le debe permitir expresarse y además exige una edad donde el estudiante pueda manejar las ideas previas a un concepto a su profundización y para Piaget quien propuso que los niños debían ser acompañados en su aprendizaje con actividades de forma que se evidencie la evolución de su pensamiento.

Por otra parte, Duval (1995), propone la siguiente inquietud: "¿Es fundamental el uso de varios sistemas semióticos de representación y expresión, o al contrario no es más que un medio cómodo pero secundario para el ejercicio y para el desarrollo de las actividades cognitivas fundamentales?" (p. 3) Considera que esta pregunta sobrepasa el dominio de las matemáticas y de su aprendizaje y apunta hacia la naturaleza misma del funcionamiento cognitivo del pensamiento humano. El mismo da respuesta a esta pregunta con una afirmación que apunta a explicar que un objeto matemático puede ser representado de varias formas, dice: "No puede haber comprensión en matemáticas si no se distingue un objeto de su representación. No se deben confundir nunca los objetos matemáticos (números, funciones, rectas, etc.) con sus representaciones (escrituras decimales o fraccionarias, los símbolos, los gráficos, los trazados de figuras, etc.), pues un mismo objeto matemático puede darse a través de representaciones muy diferentes."

Además, con la posibilidad de una discusión sobre las diferentes estrategias de solución se potenció y enriqueció el que hacer matemático, pues se pudo hacer un análisis de la aplicación de conceptos como la división entre cero, aunque no era una actividad propuesta en las consignas de aprendizaje, si se presentó la inquietud, la cual se resuelve con la simple instrucción del

inicio: “divida la unidad en cero partes y tome cinco”, por ejemplo. Lo que demostró ser imposible.

Con la posibilidad existente de poder conversar sobre las diferentes estrategias de solución se presentó la propuesta de solución de un ejercicio con otra forma de representación de la unidad, la de un rectángulo y esto asociándolo con la chocolatina que se les propone a los niños en sus primeros acercamientos a la idea de un número menor que la unidad. Esta propuesta fue aceptada y se presenta como la capacidad que tiene un estudiante de buscar otras formas de dar solución al ejercicio que este enfrentando, que desde la aplicación correcta del concepto matemático es muy plausible su presentación.

## Conclusiones

Se puso en práctica los conocimientos adquiridos sobre metodología, didáctica y pedagogía adquiridos durante los semestres cursados en la licenciatura. Fue muy evidente la necesidad de estar muy comprometido con las actividades programadas ya que para lograr una sistematización que enriqueciera el acompañamiento docente se debía contar con el compromiso y la seriedad propia de quien le gusta educar y por ende se siente la responsabilidad. De asumir retos y de estar atento a fortalecer sus competencias y a aprender nuevas formas de acercarse y acercar a los estudiantes al conocimiento.

Desde la realización propiamente dicha de las practica se logra rescatar la bondad que tiene la toma oportuna de notas y la realización de ejercicios con material concreto logra motivar a los estudiantes, en un buen porcentaje, a mirar las matemáticas como una asignatura que si existe y que se puede manipular, que no se trata de una cantidad de conceptos abstractos, que es cierto que desde la definición la matemática permite “experimentar” con situaciones ajenas al mundo real, pero que esta propuesta de ejercicio logran un ejercicio que apunta a fortalecer la herramientas de un pensamiento crítico.

Dentro la conversación con los colegas se hace una invitación es la de acompañar en lo posible el desarrollo de las clases con material concreto de no existir situaciones de la vida diaria. Es importante siempre conceptualizar con los términos propios de la matemática, en muchas ocasiones se deja de lado el lenguaje riguroso y lo que consigue es estudiantes que terminan repitiendo un procedimiento pero que no le ven relación con otras aplicaciones, en particular cuando se enseñan las fracciones y sus operaciones es muy común *mostrar* como se simplifica, pero no se aplica la descomposición en factores primos, cuando el estudiante en el grado octavo se le enseña la factorización y las fracciones algebraicas no ve allí su experiencia

en la simplificación de fracciones ya que no está familiarizado con la aplicación de la descomposición para factorizar.

### Referencias bibliográficas

- Aldana, E. (2014). La argumentación como estrategia de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas-The argumentation like strategy of education and of learning of the mathematics. *Revista científica*, 3(20), 37-45.  
<https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/revcie/article/view/7687>
- Becerra, M. (2021). El uso de material concreto como estrategia didáctica para favorecer el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes de 4º del Instituto Técnico  
<https://repository.unad.edu.co/jspui/bitstream/10596/41036/1/mcbecerraq.pdf>
- Fazio, L., & Siegler, R. (2011). Enseñanza de las fracciones.  
<http://disde.minedu.gob.pe/bitstream/handle/20.500.12799/5156/Ense%c3%blanza%20de%20las%20fracciones.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Fuentes, T. (2011). La observación de las prácticas educativas como elemento de evaluación y de mejora de la calidad en la formación inicial y continua del profesorado. *Revista de docencia universitaria*. ISSN 1887-4592.  
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4019372>
- Goldin, G. (1998). Representations and the psychology of mathematics education: part II. *Journal of Mathematical Behaviour*, 17 (2), 135-165.
- González, N. S., Fernández, M. F., y Duarte, J. E. (2016). Memoria de trabajo y aprendizaje: Implicaciones para la educación. *Saber, ciencia y libertad*, 11(2), 161-176.  
<https://revistas.unav.edu/index.php/estudios-sobre-educacion/article/view/40567>
- Granja, D. O. (2015). El constructivismo como teoría y método de enseñanza. *Sophia*, (19), 93-110. <https://www.redalyc.org/pdf/4418/441846096005.pdf>

- Ibáñez, F. (2021). *Científicos recomiendan cambiar el teclado por el lápiz y papel*. Observatorio | Instituto para el Futuro de la Educación. <https://observatorio.tec.mx/edu-news/ventajas-de-escribir-a-mano>
- Pérez, M. (2003). La investigación sobre la propia práctica como escenario de cambio escolar. *Pedagogía Y Saberes*, (18), 70-74. <https://doi.org/10.17227/01212494.18pys70.74>
- Salgado, C. (2007). Investigación cualitativa: diseños, evaluación del rigor metodológico y retos. *Liberabit*, 13(13), 71-78. <http://www.scielo.org.pe/pdf/liber/v13n13/a09v13n13.pdf>
- Servín, A. (2020). Hacia una educación híbrida ante la nueva normalidad. *El Economista*. <https://www.economista.com.mx/arteseideas/Hacia-una-educacion-hibrida-ante-la-nuevanormalidad-20200704-0022.html>
- The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000) *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston Va., National Council of Teachers of Mathematics.



## **Anexos**

Ver carpeta drive:

<https://drive.google.com/drive/folders/1NJrDB7e6Z-3Ei2MpZic3JuyYW9XNDvqN?usp=sharing>