

**OfiCalc y GeoGebra, como herramientas didácticas, para la comprensión, el uso y la aplicación de ángulos, en los estudiantes del 10<sup>a</sup> de la Institución Educativa Gabriel García Márquez del Municipio de San Carlos de Guaroa – Departamento del Meta**

Elkin Eccehomo Delgado Delgado

Asesor:

Dr. Luis Carlos Rojas Flórez

Universidad Nacional Abierta y a Distancia - UNAD

Escuela de Ciencias de la Educación - ECEDU

Maestría en Educación

2023

### **Dedicatoria**

Este proyecto de investigación, es dedicado primeramente a un Dios todopoderoso, por permitirme llegar a esta etapa, como paso siguiente a mis padres María E. Delgado y Elkin Simón Delgado, por ser un apoyo incondicional durante este proceso académico, al igual a cada uno de las personas que estuvieron a bien apoyarme en este proceso.

### **Agradecimientos**

En este proyecto de investigación quiero hacer un agradecimiento a cada una de las personas las cuales que sin ningún beneficio, estuvieron a bien animarme en el proceso en donde felizmente me encuentro, al igual a cada uno de los asesores que estuvieron a bien aportar su grano de arena para este fin.

## Resumen

El uso de las TIC, en los proceso de enseñanza-aprendizaje en áreas como la geometría, resulta ser de vital importancia; ya que es una de las forma de motivar a los estudiantes, Bou (2005); su uso permite una mayor interacción, que facilita el desarrollo y análisis de algunas temáticas. Por ello se plantea este trabajo, como una propuesta de enseñanza-aprendizaje de los ángulos, aplicados a situaciones de la vida real o del contexto, basado en uso de las TIC, la Educación Matemática Realista de Freudenthal (1983), la matematización horizontal & vertical y el principio de niveles de Gravemeijer (1999). Cuyo principal objetivo es fortalecer los procesos de enseñanza - aprendizaje, uso y aplicación de los ángulos en situaciones académicas y del contexto, mediante la utilización de los softwares GeoGebra y OfiCalc, en los estudiantes del grado 10<sup>a</sup> de la Institución Educativa Gabriel García Márquez del Municipio San Carlos de Guaroa Departamento del Meta.

El proyecto se compone de tres fases, que integran la información académica de los estudiantes, la explicación de los software, junto a trabajos de campo, que incluyen delimitaciones en terrenos y la evaluación del desarrollo o avances de las fases anteriores, con el enfoque de los principios Realistas. El trabajo se desarrolló con 82 estudiantes de la institución antes mencionada. Metodológicamente, la investigación es de carácter es cualitativa, dónde se utilizaron distintos instrumentos para la recopilar la información como: charlas abiertas, encuesta semi estructuradas con estudiantes y docentes, donde se identificaron algunas particularidades de los procesos de la enseñanza y aprendizaje que generan las dificultades. Finalmente se exponen las conclusiones obtenidas a lo largo de la investigación donde se pudieron determinar los problemas y fortalezas, que sirvieron de base para generar algunas recomendaciones para la comunidad educativa.

***Palabras claves:*** GeoGebra, OfiCalc, Software, Proceso, Enseñanza, Aprendizaje, Matemáticas, Geometría, Ángulos, Educación Matemática Realista, matematización vertical y horizontal, principio de niveles.

### **Abstract**

The use of ICT, in the teaching-learning process, in areas such as geometry, turns out to be of vital importance; since it is one of the ways to motivate students, Bou (2005); its use allows greater interaction, which facilitates the analysis of some topics. For this reason, this work is proposed as a teaching-learning proposal of angles, applied to real life or context situations, based on the use of ICT, Freudenthal Realistic Mathematical Education (1983), horizontal mathematization & vertical and Gravemeijer level principle (1999). Whose main objective is to strengthen the teaching-learning processes, use and application of angles in academic situations and context, using GeoGebra and OfiCalc software, in the 10th grade students of the Gabriel García Márquez Educational Institution of the Municipality San Carlos de Guaroa Department of Meta.

The project is made up of three phases, which integrate the academic information of the students, the explanation of the software, together with field work, which includes delimitations in land and the evaluation of the development or progress of the previous phases, with the focus of realistic principles. The work was developed with 82 students from the institution.

Methodologically, the research is of a qualitative nature, where different instruments were used to collect information such as: open talks, semi-structured survey with students and teachers, where some particularities of the teaching and learning processes that generate the difficulties were identified. Finally, the conclusions obtained throughout the investigation are exposed, where it was possible to determine the problems and strengths, which served as the basis for generating some recommendations for the educational community.

**Keywords:** GeoGebra, OfiCalc, Software, Process, Teaching, Learning, Mathematics, Geometry, Angles, Realistic Mathematics Education, vertical and horizontal mathematization, principle of level.

<b>Resumen analítico especializado (RAE)</b>	
<b>Título</b>	OfiCalc y GeoGebra como herramientas didácticas, para la comprensión, el uso y la aplicación de ángulos, en los estudiantes del 10 <sup>a</sup> de la Institución Educativa Gabriel García Márquez del Municipio de San Carlos de Guaroa – Departamento del Meta.
<b>Modalidad de trabajo de grado</b>	Proyecto de Investigación
<b>Línea de investigación</b>	Educación y desarrollo humano
<b>Autores</b>	Elkin Eccehomo Delgado Delgado
<b>Institución</b>	Universidad Nacional Abierta y/a Distancia -UNAD
<b>Fecha</b>	14 – Febrero- 2023
<b>Palabras claves</b>	GeoGebra, OfiCalc, Software, Proceso, Enseñanza, Aprendizaje, Matemáticas, Geometría, Ángulos, Educación Matemática Realista, matematización vertical y horizontal, principio de niveles.
<b>Introducción</b>	<p>La geometría es una rama multifacética de las matemáticas; su riqueza, producto de la estrecha relación con otros dominios matemáticos, como las ciencias naturales, la ciencias sociales y la vida cotidiana, abarca diversas áreas y dimensiones del saber, como las biológicas, que se relacionan con capacidades humanas como el sentido espacial, la arquitectónica con la capacidad de interactuar con el medio físico, entre otras; en este sentido, para (Ciprés y Bou 2005) la geometría, constituye una herramienta de representación e interpretación de otras ramas del conocimiento; integrando una gama de diversas teorías, entre estas las pedagógicas como, conductismo, constructivismo entre otras, que han sido ejemplo de rigor, abstracción, para el avance de las ciencias y algunos cambios de paradigmas, donde estos cambios al ser tenidos en cuenta proporcionan el</p>

desarrollo de propuestas curriculares, la selección de materiales, la planificación de unidades didácticas, el diseño de evaluaciones, las decisiones instruccionales en las clases, y el establecimiento de programas de apoyo para el desarrollo profesional de los profesores y estudiantes Godino, Batanero & Font (2002).

En la geometría, el concepto de ángulos brinda al estudiante herramientas que puede utilizar para resolver problemas de su entorno, en otras palabras, la geometría y en particular la noción de ángulos, permite que se adquieran un sin número de estructuras cognoscitivas, que facilitan al individuo posicionarse en diferentes entornos; por otro lado, estudiar y aplicar geometría, conlleva la necesidad de utilizar herramientas o instrumentos físicos, pero no solo eso; actualmente existen herramientas tecnológicas digitales, que facilitan su estudio de una forma mucho más exacta, visualmente atractiva, que pueden potenciar el interés del estudiante a su estudio; como lo indica, Alvares (2014), el cual planteó la utilización del Software Geogebra, como herramienta para lograr una transformación positiva de las actitudes, relacionadas con las matemáticas y un desarrollo de las competencias en estudiantes de secundaria, utilizando TIC en el aula; en su investigación, utilizo el software Geogebra como herramienta tecnológica didáctica, para el desarrollo de contenidos geométricos, concluyendo que su influencia, medió en la transformación de determinadas actitudes y competencias, en particular, aquellas relacionadas con la rotación, traslación de figuras geométricas entre otras); así mismo,

	<p>identificó que el carácter dinámico del software, ayudó en la evolución del desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes, por ejemplo, los deslizadores, o las opciones de rotar, trasladar, o realizar zoom sobre las figuras.</p>
<p><b>Fuentes</b></p>	<p>Freudenthal (1983). Educación matemática realista y entornos interactivos para determinar el nivel cognitivo de estudiantes universitarios a partir del concepto de la integral definida y sus aplicaciones en ingeniería Realistic Mathematical Education and Interactive Environments to determine the cognitive level of University students from the concept of the defined Integral and its applications in engineering. Educación.</p> <p>Treffers (1978). Conocedor y estructurador de los principios de niveles que complementan la Educación matemática realista de Freudenthal (1983), estableciendo lo que se conoce como matematización horizontal y matematización vertical.</p> <p>Gravemeijer (1999). Establece cuatro niveles de actividad: situacional (el conocimiento del problema y las estrategias son utilizados en el contexto de la situación misma), referencial (implica modelos, descripciones, conceptos y procedimientos que se refieren al problema de la actividad situacional), general (se desarrolla a través de la exploración, reflexión y generalización de lo aparecido en el nivel</p>

	<p>anterior, pero con un foco matemático sobre las estrategias sin hacer referencia al problema) y formal (se trabaja con los procedimientos y notaciones convencionales).</p>
<p><b>Contenido</b></p>	<p>Portada.  RAE (resumen analítico especializado).  Tabla de contenido.  Introducción.  Justificación.  Definición del problema.  Objetivos.  Marco teórico.  Aspectos metodológicos.  Resultados.  Discusión.  Conclusiones.  Recomendaciones.  Referencias.</p>
<p><b>Metodología</b></p>	<p>El enfoque metodológico de esta investigación es de tipo cualitativo, específico el cual depende de la naturaleza de la estructura o la población a estudiar, en este caso los estudiantes del grado 10° de la Institución Educativa Gabriel García Márquez del municipio de San Carlos de Guaro, departamento del Meta; los cuales presentan dificultades en el uso manejo y aplicación de los ángulos; en la actualidad, la metodología cualitativa dispone de una serie de métodos como: investigación acción participativa, diseño narrativo, diseño demográfico, el explorativo, el inductivo, el naturalista, descriptivo, EMIC o percepción del autor, comprensivo, el</p>

	<p>holístico entre otros; que permiten identificar aspectos sensibles que son tenidos en cuenta en una investigación de este tipo, los cuales se presentan este proyecto investigativo y se denotan en los subsiguientes textos.</p> <p>En otras palabras, la metodología de la investigación cualitativa se desarrolla en el contexto de la Educación Matemática Realista, con la interacción de los actores sociales, es decir, las personas que habitan en el entorno objeto de estudio, en este caso, los estudiantes partícipes de esta investigación donde se efectúa el estudio y análisis del manejo de los softwares OfiCalc y GeoGebra, como herramientas didácticas, para mejorar la comprensión, el uso y la aplicación del concepto de ángulos.</p>
<p><b>Conclusiones</b></p>	<p>Esta investigación, está enmarcada y en el enfoque teórico de la Educación Matemática Realista de Freudenthal (1973); surgió de la necesidad de proponer una posible solución a los problemas que presentan los estudiantes del grado 10<sup>a</sup> de la Institución Educativa Gabriel García Márquez, del municipio de San Carlos de Guaroa del departamento del Meta, sobre la comprensión, el uso y la aplicación de ángulos en situaciones del contexto; esta investigación se basa en los principios de niveles, la matematización vertical y horizontal, integrando el uso de herramientas didácticas basadas en las TIC, como lo son los softwares GeoGebra y OfiCalc, como un importante papel enmarcado en encaminar la enseñanza-aprendizaje de los ángulos como concepto de la geometría en situaciones de la vida real.</p>

Adicional a ello, en esta investigación se corroboran, los hallazgos expuestos en investigaciones citadas, como la de, Fernández (2013), que afirma que, cualquiera área, que esté vinculada con la didáctica de las matemáticas y el uso de las TIC, debe considerar, que los estudiantes necesitan adquirir de forma instruccional, secuencial e integral los conceptos, los cuales deben ser aplicables en situaciones tomadas del contexto o la vida real.

Por último, se corroboran los resultados expuestos por la investigación de Portilla (2014); que afirma que herramientas didácticas como los softwares GeoGebra y OfiCalc, teniendo en cuenta la matematización vertical y horizontal de la EMR, facilitan la enseñanza de conceptos de áreas como las matemáticas, enmarcados en el contexto o la vida real; sumado a lo anterior, expuesto por Portilla (2014), con los resultados de esta investigación se corrobora, que la unificación de estos aspectos y otros, generan ambientes adecuados en los procesos de enseñanza, para los docentes y estudiantes; en este orden de ideas esta investigación, se proyecta, como una herramienta guía, enmarcada en las TIC que evalúa, mediante el principio de niveles, del enfoque teórico de la EMR, los avances académicos que tienen los estudiantes direccionados en las matematización vertical y horizontal, que resalta la aplicación en campo de conceptos de la geometría, como lo son los ángulos, teniendo como base de explicación, los softwares OfiCalc y GeoGebra, que pueden utilizar

	docentes y estudiantes, en pro de mejorar los procesos de aprendizaje y enseñanza.
<b>Referencias</b>	<p>En este apartado sólo se publican las referencias bibliográficas de los antecedentes, la totalidad, por temas de espacio, pueden encontrarse en la sección referencias:</p> <p>Aldana, J. y Jiménez, H. (2020). El aplicativo GeoGebra como herramienta tecnológica para el fortalecimiento de los procesos de enseñanza – aprendizaje en los estudiantes de grado cuarto de primaria de la Institución Educativa Leticia de Montería, Córdoba, Colombia. [Tesis en Magíster en Pedagogía, Universidad Nacional Abierta a Distancia, Colombia].  <a href="https://repository.unad.edu.co/handle/10596/36198">https://repository.unad.edu.co/handle/10596/36198</a></p> <p>Alonso, C. y Gallegos, D. (2002). Tecnología de la información y comunicación. Revista Educación., 323. pp. 181-205.  <a href="https://www.educacionyfp.gob.es/dam/jcr:b4229dc8-92ed-4475-a1ff-a659bcc839cc/re3291011165-pdf.pdf">https://www.educacionyfp.gob.es/dam/jcr:b4229dc8-92ed-4475-a1ff-a659bcc839cc/re3291011165-pdf.pdf</a></p> <p>Álvarez-Nordase, R. (2017). Galileo y las matemáticas del universo.  <a href="https://institucional.us.es/blogimus/2017/04/galileo-y-las-matematicas-del-universo/universo/">https://institucional.us.es/blogimus/2017/04/galileo-y-las-matematicas-del-universo/universo/</a></p> <p>Álvarez, M, Almeida, B y Villegas, E. (2014). El proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática. La Habana: Pueblo y Educación.  <a href="http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S1990-86442019000500102">http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S1990-86442019000500102</a></p> <p>Aragón, E. (2009). Objetos de aprendizaje como recursos didácticos para la enseñanza de matemáticas. Revista Innovación educativa” 1 (1).  <a href="https://www.udgvirtual.udg.mx/apertura/index.php/apertura/article/view/123">https://www.udgvirtual.udg.mx/apertura/index.php/apertura/article/view/123</a></p> <p>Arias G, M. (2008). Diagnóstico participativo: un instrumento para el planeamiento estratégico en el desarrollo comunitario. Cátedra de Cooperación Internacional con Iberoamérica. España.  <a href="http://www.ciberoamericana.com/documentos.pdf">http://www.ciberoamericana.com/documentos.pdf</a>.</p> <p>Arreguín, L., Alfaro, J y Ramírez, M. (2012). Desarrollo de competencias matemáticas en secundaria usando la técnica de aprendizaje</p>

	<p>orientado en proyectos. REICE. 10(4).  <a href="https://www.redalyc.org/Pdf/551/55124841017.pdf">https://www.redalyc.org/Pdf/551/55124841017.pdf</a></p> <p>Artigue, M. (1998). Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental: ¿qué se puede aprender de las investigaciones didácticas y los cambios curriculares? Revista latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME, 1(1), pp. 40-55.</p> <p><i>Barroso, R. (2004). Estado actual de la investigación sobre el estudio de la influencia del software de geometría dinámica en la visualización y descubrimiento de propiedades geométricas". Actas del VIII Simposio De La SEIEM. La Coruña (8) 19.</i>  <a href="https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/7884002.pdf">https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/7884002.pdf</a></p> <p>Bermeo, O. (2017). Influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes de primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería - 2016. [Tesis de Doctorado en Educación, Universidad César Vallejo, Escuela de Postgrado].</p> <p>Biggs, J. B., &amp; Collins, K. F. (1982). Evaluating the Quality of Learning. The SOLO Taxonomy. London: Academic Press.</p> <p>Bracho, R., Torralbo., Maz-Machado &amp; Adamuz. (2014). Tendencias Temáticas de la Investigación en Educación Matemática en España. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 28(50), 1077-1094.</p> <p>Buteau, Ch., Marshall., Jarvis &amp; Lavicza (2010). Integrating Computer Algebra Systems in Post-Secondary Mathematics Education: Preliminary Results of a Literature Review. Nipissing University, CANADA and University of Cambridge, UK. International Journal for Technology in Mathematics Education, Volume 17, No 2.</p> <p>Camargo, L., &amp; Acosta, M. (2012). La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. Tecné, Episteme Y Didaxis: TED, 32, 4-8.  <a href="http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S0121-38142012000200001">http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S0121-38142012000200001</a></p> <p>Chaparro, F. (2001). Conocimiento, aprendizaje y capital social como motor de desarrollo. Ciancia da Informação, 30(1), 19-31. doi: 10.1590/S0100-19652001000100004</p> <p>Freudenthal H (1973) Mathematics as an educational task. Reidel Publishing, Dordrecht</p>
--	---

- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*, Kluwer, Dordrecht, Reidel Publishing Co. <http://www.revistaespacios.com/a20v41n26/a20v41n26p30.pdf>
- García, F. A. (2014). *Primer Encuentro de Mujeres de Matemáticas*. México: Soluciones Empresariales Pantiger y Asociados S. A de C.V. Sociedad Matemática Mexicana recuperado de: [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1990-86442019000500102](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1990-86442019000500102)
- Gil, D. & Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática, Tendencias e Innovaciones*. OEI Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Editorial Popular. ISBN 84-7884-092-3. 89 p.
- Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M.C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49-68), Jaén: SEIEM.
- González, A. L., Herrero García, Noelia, González, A. L., & Herrero García, Noelia. (2019). Impacto de la tecnología en la sociedad: el caso de Ecuador. *Revista Universidad Y Sociedad*, 11(5), 176–182. [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2218-36202019000500176](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2218-36202019000500176)
- Gravemeijer, K. & Terwel, J. (2000). Hans Freudenthal: A mathematician on didactics and curriculum theory, *Journal of Curriculum Studies*. 32:6, 777-796. DOI:10.1080/00220270050167170
- Greenwood, Davydd. 2000. “De la observación a la investigación-acción participativa: una visión crítica de las prácticas antropológicas”.
- Guzmán y valle, e. (2015). universidad nacional de educación. <https://repositorio.une.edu.pe/bitstream/handle/une/1112/tl%20cs-mi%20a21%202015.pdf?sequence=1&isallowed=y>
- Jiménez J.G. & Jiménez S. (2017). Geogebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista electrónica sobre tecnología, educación y sociedad*. Vol. 4 No. 7. México. U. del Carmen. p. 13.
- Jiménez, A. et al., (2016). Prácticas pedagógicas matemáticas de profesores de una institución educativa de enseñanza básica y media. *Praxis &*

	<p>Saber. 7(13), 127- 152.  <a href="https://doi.org/10.19053/22160159.4169">https://doi.org/10.19053/22160159.4169</a></p> <p>Kateryna Sergieieva. (2022, January 14). Cultivo De Palma De Aceite: Gestión Y Consejos. EARTH OBSERVING SYSTEM; EOS Data Analytics. <a href="https://eos.com/es/blog/cultivo-de-palma-de-aceite/">https://eos.com/es/blog/cultivo-de-palma-de-aceite/</a></p> <p>Las TICS en el ámbito educativo - Educrea. (2012, Septiembre 30). Educrea. <a href="https://educrea.cl/las-tics-en-el-ambito-educativo/">https://educrea.cl/las-tics-en-el-ambito-educativo/</a></p> <p>Lastra, A. (s.f.). Geometría. <a href="https://albertolastra.web.auh.es/geo1pdf">https://albertolastra.web.auh.es/geo1pdf</a></p> <p>Martínez, A y Ríos, R (2006). Los Conceptos de conocimiento, epistemología y paradigma, como base diferencial en la orientación metodológica del trabajo de grado. Cinta de Moebio, (25).0. <a href="https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=10102508">https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=10102508</a></p> <p>Ministerio de Educación Nacional (2015). Guía 3 5 9 lineamientos para la aplicaciones muestral y censal 2015 2 v2. <a href="https://es.slideshare.net/milena1016/guia-3-5-9-lineaminetos-para-las-aplicaciones-muestral-y-censal-2015-2-v2">https://es.slideshare.net/milena1016/guia-3-5-9-lineaminetos-para-las-aplicaciones-muestral-y-censal-2015-2-v2</a></p> <p>Ministerio de Educación Nacional. (2004). Pensamiento variacional y tecnologías computacionales. Enlace Editores Ltda. Bogotá. <a href="https://www.edu.mineeducacion.gob.co">https://www.edu.mineeducacion.gob.co</a></p> <p>Ministerio de Educación Nacional. (2004). Pensamiento variacional y tecnologías computacionales, Bogotá. <a href="https://www.edu.mineeducacion.gob.co">https://www.edu.mineeducacion.gob.co</a></p> <p>Mora, K., Cedillo, J., Bravo J y Saltos M. (2018). La matemática en el contexto de las Ciencias. RECIMUNDO. 2(2).</p> <p>Morales, V. (2013). Desarrollo de competencias digitales docentes en la educación básica. Apertura. 5(1) 88-97. <a href="https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=68830443008">https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=68830443008</a></p>
--	---

## Tabla de Contenido

Introducción .....	26
Delimitación del problema.....	26
Antecedentes de la investigación .....	30
Justificación.....	35
Delimitación del problema.....	39
Preguntas direccionadas a la investigación .....	44
Preguntas de investigación.....	44
Objetivos de la investigación .....	46
Objetivo General. ....	46
Objetivos específicos .....	46
Lineamientos de la investigación .....	47
Marco conceptual .....	47
Concepción del Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas .....	47
El estudio de las Matemáticas como ciencias .....	49
Las Matemáticas Puras.....	49
Las Matemáticas Aplicadas.....	49
La geometría como área derivada de las matemáticas .....	50
Las tecnologías de información y comunicación o TIC .....	55
Software educativos .....	56

OfiCalc .....	58
GeoGebra .....	59
Herramientas del Docente: .....	61
Herramientas del Alumno: .....	61
Marco teórico .....	63
Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas .....	63
Importancia de la geometría, como área de las matemáticas .....	67
Importancia de la enseñanza y aprendizaje de la Geometría .....	69
Las Dificultades y concepciones en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría .....	72
Las TIC, en la geometría como una nueva forma de enseñar .....	74
Las TIC, como herramientas didácticas en la enseñanza-aprendizaje de la geometría.	77
Las TIC, en los procesos didácticos de la geometría .....	83
El uso de los software, en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los ángulos ...	85
Geogebra y OfiCalc, en los procesos de enseñanza y el aprendizaje de los ángulos ..	87
Aspecto Metodológico .....	92
Enfoque de la Investigación.....	92
Tipo de Investigación .....	94
Investigación de corte exploratorio .....	95
Variables del problema investigativo.....	97
Variable dependiente.....	97
Variables independientes.....	97

Población.....	97
Procedimientos utilizados para la recolección y procesamiento de información.....	98
Educación matemática realista EMR .....	98
Principios de la educación matemática realista o EMR .....	99
Principio de actividad.....	101
Principio de realidad.....	101
Principio de reinención.....	102
Principio de niveles .....	104
Niveles de comprensión en la EMR .....	105
El nivel referencial o de referencia .....	106
El nivel general.....	107
El nivel formal.....	107
En el nivel situacional .....	107
Interpretación de las acciones y modelos en la EMR .....	108
Instrumentos utilizados.....	110
Observación directa.....	110
Charlas o diálogo abiertos .....	110
Entrevista semiestructurada.....	111
Fase del proceso o secuencia instruccional .....	111
Fase 1 (Información) .....	111
Fase 2 (Orientación dirigida).....	112
Fase 3 (Integración).....	113

Resultados .....	117
Elaboración de las actividades didáctica y su implementación .....	117
Desarrollo de la Fase 1 (Información).....	118
Práctica 1 Charlas abiertas con los docentes .....	118
Actividad práctica 1 .....	119
Práctica 2 Charlas abiertas con los estudiantes .....	119
Resultados de la actividad práctica 2 .....	122
Práctica 3 Presentación de pretest .....	124
Resultados de la actividad práctica 3 .....	124
Desarrollo de la Fase 2 (Orientación dirigida).....	131
Práctica 4 Socialización del software GeoGebra y concepto de ángulo .....	131
Desarrollo de la práctica 4 Explicación del software GeoGebra: .....	132
Resultados de las actividad práctica 4.....	136
Práctica 5 Socialización del software OfiCalc y operaciones con ángulos .....	136
Resultados de las actividad práctica 5.....	141
Práctica 6 Construcción de figuras geométricas .....	142
Resultados de la práctica 6 .....	147
Práctica 7 delimitación de terrenos y de campos .....	148
Desarrollo de la práctica 7 delimitación de terrenos y de campos: .....	148
Resultados de la actividad práctica 7 .....	157
Desarrollo de la Fase 3 (Integración) .....	158
Práctica 8 Reflexión sobre el proceso práctico .....	158
Desarrollo de la práctica 8 Reflexión del proceso práctico.....	159

Práctica 9 Construcción de mesas de trabajo y análisis de los realizado .....	160
Resultado de la actividad práctica 9 .....	161
Práctica 10 Reflexión Test evaluativo final .....	163
Discusión.....	170
Discusión sobre fase 1 (Información) .....	173
Discusión sobre fase 2 (Orientación dirigida).....	174
Discusión sobre fase 3 (Integración) .....	175
Conclusión.....	176
Recomendaciones.....	183
Recomendaciones, para los directivos docentes .....	183
Recomendaciones, para los docentes .....	184
Recomendaciones y para estudiantes .....	185
Trabajos a futuro .....	186
Referencias .....	187
Apéndice.....	201

### Lista de Tablas

<b>Tabla 1</b>	<i>Relación y análisis de la descripción de la herramientas GeoGebra y OfiCalc</i>	164
<b>Tabla 2</b>	<i>Utilización de GeoGebra y OfiCalc en la comprensión del concepto de ángulo</i>	165
<b>Tabla 3</b>	<i>Requisitos mínimos para los procesos prácticos .....</i>	167

### Lista de Figuras

<b>Figura 1</b>	<i>Construcción de ángulos partiendo de puntos</i> .....	32
<b>Figura 2</b>	<i>Imagen de ángulo conformado por las rectas AD y AE</i> .....	51
<b>Figura 3</b>	<i>Imagen que representa la interfaz de la aplico OfiCalc</i> .....	59
<b>Figura 4</b>	<i>La imagen representa el aplicativo GeoGebra</i> .....	60
<b>Figura 5</b>	<i>Imagen de niveles Adaptación de Gravemeijer (1994) EMR</i> .....	105
<b>Figura 6</b>	<i>Plan operativo del proceso académico</i> .....	114
<b>Figura 7</b>	<i>Imagen mesa redonda y charla con los estudiantes</i> .....	121
<b>Figura 8</b>	<i>Estudiantes que identifiquen el concepto de ángulo</i> .....	125
<b>Figura 9</b>	<i>Estudiantes que identifican y no identifican un ángulo</i> .....	126
<b>Figura 10</b>	<i>Estudiantes que identifican y no identifican los ángulos menores de <math>90^\circ</math></i> .	127
<b>Figura 11</b>	<i>Estudiantes que identifican y no identifican los ángulos complementarios</i>	128
<b>Figura 12</b>	<i>Estudiantes que identifican en los ángulos suplementarios</i> .....	129
<b>Figura 13</b>	<i>Estudiantes que asocian y no asocian el concepto de vértice</i> .....	130
<b>Figura 14</b>	<i>Estudiantes que asocian y no asocian los ángulos consecutivos</i> .....	131
<b>Figura 15</b>	<i>Práctica aplicada con el software GeoGebra</i> .....	132
<b>Figura 16</b>	<i>Presentación de la interfaz del software GeoGebra</i> .....	133
<b>Figura 17</b>	<i>Unificación de los puntos A, B y C para construir un ángulo</i> .....	134
<b>Figura 18</b>	<i>Explicación de la aplicativo Software GeoGebra</i> .....	135
<b>Figura 19</b>	<i>Práctica relacionada con el software GeoGebra</i> .....	137
<b>Figura 20</b>	<i>Diferenciación de los ángulos positivos y negativos.</i> .....	138
<b>Figura 21</b>	<i>Identificación del sentido de los ángulos negativos</i> .....	139
<b>Figura 22</b>	<i>Operaciones con los ángulos utilizando el Software OfiCalc</i> .....	140

<b>Figura.23</b> <i>Explicación y construcción de figuras geométricas en cartulina</i> .....	141
<b>Figura 24</b> <i>Taller de polinomios y figuras geométricas</i> .....	143
<b>Figura 25</b> <i>Taller realizado por los estudiantes resaltando los distintos ángulos</i> .....	143
<b>Figura 26</b> <i>Retroalimentación de figuras geométricas en tres dimensiones</i> .....	144
<b>Figura 27</b> <i>Utilización de los software en el celular por parte de los estudiantes</i> .....	145
<b>Figura 28</b> <i>Construcción de ángulos en terreno</i> .....	149
<b>Figura 29</b> <i>Trabajos de campo teniendo en cuenta las medidas de los ángulos</i> .....	150
<b>Figura 30</b> <i>Medición de terrenos y construcción de ángulos</i> .....	150
<b>Figura 31</b> <i>Delimitación de terreno de los ángulos negativos</i> .....	151
<b>Figura 32</b> <i>Explicación a los estudiantes sobre la medición de los ángulos</i> .....	152
<b>Figura 33</b> <i>Medición de ángulos por los estudiantes</i> .....	154
<b>Figura.34</b> <i>Medición de terreno utilizando pivotes</i> .....	154
<b>Figura.35</b> <i>Construcción de figuras utilizando distintos materiales</i> .....	156
<b>Figura 36</b> <i>Utilización de los software dentro de la institución educativa</i> .....	157
<b>Figura 37</b> <i>Actividad de reflexión aplicada</i> .....	161
<b>Figura 38</b> <i>Utilización de herramientas de las GeoGebra y OfiCalc</i> .....	164
<b>Figura 39</b> <i>Utilización de GeoGebra y OfiCalc en la comprensión de los ángulos</i> .....	166
<b>Figura 40</b> <i>Requisitos mínimos de los procesos prácticos</i> .....	168

**Lista de Apéndice**

<b>Apéndice A</b> <i>Carta de permiso de la institución educativa</i> .....	201
<b>Apéndice B</b> <i>Consentimiento informado de los padres de familia.</i> .....	202
<b>Apéndice C</b> <i>Encuesta para saber a los estudiantes</i> .....	203
<b>Apéndice D</b> <i>Encuesta final a los estudiantes</i> .....	206

## **Introducción**

En este capítulo, se presenta la delimitación del problema, describiendo las dificultades existentes en los procesos didácticos en la enseñanza, aprendizaje, uso y aplicación de los ángulos como uno de los conceptos básicos de la geometría; como paso siguiente, algunas investigaciones relacionadas con la didáctica de las matemáticas y finalmente se presentarán, algunos trabajos investigativos que sirven como base para ayudar a solucionar la problemática en los procesos de enseñanza, aprendizaje y la contextualización dentro de un entorno del concepto de ángulo.

### **Delimitación del problema**

La geometría es una rama multifacética de las matemáticas; su riqueza, producto de la estrecha relación con otros dominios matemáticos, como las ciencias naturales, la ciencias sociales y la vida cotidiana; abarca diversas áreas y dimensiones del saber, como las biológicas, que se relacionan con capacidades humanas como el sentido espacial, la arquitectónica con la capacidad de interactuar con el medio físico, entre otras; en este sentido para, Ciprés & Bou (2005) la geometría, se constituye una herramienta de representación e interpretación de otras ramas del conocimiento; integrando una gama de diversas teorías, entre estas las pedagógicas como, conductismo, constructivismo entre otras; que han sido ejemplo de rigor, abstracción, para el avance de las ciencias y algunos cambios de paradigmas, donde estos cambios al ser tenidos en cuenta proporcionan el desarrollo de propuestas curriculares, la selección de materiales, la planificación de unidades didácticas, el diseño de evaluaciones, las decisiones instruccionales en las clases, y el establecimiento de programas de apoyo para el desarrollo profesional de los profesores y estudiantes, Godino, Batanero & Font (2012).

En la geometría, el concepto de ángulos brinda al estudiante herramientas que puede utilizar para resolver problemas de su entorno, en otras palabras, la geometría y en particular la noción de ángulos, permite que se adquieran un sin número de estructuras cognoscitivas, que facilitan al individuo posicionarse en diferentes entornos; por otro lado, estudiar y aplicar geometría, conlleva la necesidad de utilizar herramientas o instrumentos físicos, pero no solo eso; actualmente existen herramientas tecnológicas digitales, que facilitan su estudio de una forma mucho más exacta, visualmente atractiva, que pueden potenciar el interés del estudiante a su estudio; como lo indica, Alvares (2014); el cual planteó la utilización del Software Geogebra, como herramienta para lograr una transformación positiva de las actitudes, relacionadas con las matemáticas y un desarrollo de las competencias en estudiantes de secundaria, utilizando TIC en el aula; en su investigación, utilizo el software Geogebra como herramienta tecnológica didáctica, para el desarrollo de contenidos geométricos, concluyendo que su influencia, medió en la transformación de determinadas actitudes y competencias, en particular, aquellas relacionadas con la rotación, traslación de figuras geométricas entre otras; así mismo, identificó que el carácter dinámico del software, ayudó en la evolución del desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes, por ejemplo, los deslizadores, o las opciones de rotar, trasladar, o realizar zoom sobre las figuras,

Por otra parte, Barrantes (2004) señala que:

En las últimas décadas la enseñanza de las matemáticas, pero en especial de áreas derivadas como la geometría, se caracterizan por una fuerte tendencia a la memorización de conceptos y propiedades que muchas veces se basan en conceptos previos, la resolución automática de problemas en la que se tratan aspectos aritméticos, dónde se identifica aspectos aritméticos, aspectos aritméticos, dónde se identifica una total exclusión de la intuición, demasiado pronto, como acceso al conocimiento .(p.18)

Sin embargo, a pesar de que en las distintas propuestas investigativas como la de Barrantes (2004) & Alvares (2014) donde señalan las dificultades, la importancia de la enseñanza de la geometría y la utilización de herramientas como la tecnología, dando algunas pautas para ello, frecuentemente la enseñanza de esta disciplina se ha limitado a reconocer figuras como los ángulos, cubos, conos, trapecios, rombos, entre otras, donde sólo se dibujan en el papel, sin tener una determinada aplicación en el contexto, como sucede en la Institución Educativa Gabriel García Márquez, donde las clases con los estudiantes sólo se han desarrollado de forma magistral y tradicional (es decir con marcador y tablero), sin proporcionar ejemplos reales, o tomados del contexto; adicional a esto, la poca capacitación que reciben los docentes en herramientas tecnológicas, que permita mejorar las prácticas pedagógicas y desde luego faciliten el entendimiento de los conceptos como los ángulos a los estudiantes, Gonzales (2019).

Un ejemplo de lo anterior, se percibe en la Institución Educativa Gabriel García Márquez, institución seleccionada para la aplicación de la propuesta presentada en este documento; Por ejemplos, los recursos dispuestos para la enseñanza de la geometría son limitados, el servicio de internet no se presta de manera permanente, lo cual impide utilizar algunos recursos tecnológicos como los computadores que tienen los programas GeoGebra y OfiCalc entre otros; que cuentan con licencias educativas, emitidas por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia, y que funcionan de forma Off-Line (MED) adicional a esto; sólo se cuenta con tres transportadores que se encuentran en estado deplorable, antiguos y con algunas grietas, con deterioro por el largo uso que han tenido dentro del entorno educativo, dónde con estos (transportadores) no se puede hacer una medición exacta de los ángulos, en el tablero o en cualquier otro elemento en él sé que

pretendan ser utilizados; desde luego, esta problemática genera que los docentes de la Institución Educativa Gabriel García Márquez, ubicados en el municipio de San Carlos de Guaroa - departamento del Meta; sólo puedan impartir las clases de forma magistral y con la utilización de elementos tradicionales, como los transportadores con el deterioro antes mencionados, impidiendo que se utilicen otro tipo de recursos como las TIC “pues en la mayoría de los casos el proceso de enseñanza está condicionado por los libros de texto, que impactan considerablemente ¿en el qué? y ¿cómo enseñar? Según, Abrate (2006).

Por otro lado, los docentes y estudiantes en su mayoría, son conscientes de la importancia de los ángulos, cómo saber aplicables en algunos contextos y situaciones reales a los cuales se enfrentan; los estudiantes se encuentra en una disyuntiva cuando estudian la disciplina, pues si bien, el profesorado menciona que es importante para su futuro como individuo (tecnólogo en medio ambiente), el mismo proceso educativo en el que se encuentran inmersos, no les permite visualizar esa importancia con suficiente claridad; de manera que el aprendizaje de la geometría, en especial el concepto de los ángulos, sus contenidos temáticos, las herramientas que se utilizan, la aplicación de estos conceptos y saberes en el contexto, carecen de sentido, repercutiendo en el estado anímico de los estudiantes, generando apatía al proceso de aprendizaje; esta problemática, plantea que se deben involucrar a todos los directamente implicados, directivos docentes, docentes, estudiantes y padres de familia en el proceso de enseñanza y aprendizaje, de un área como lo es la geometría, el cual resulta ser un reto donde se pretende proponer y hallar diferentes o posibles alternativas de solución, ya que pues se ha desvirtuado la enseñanza de esta disciplina y se han dejado de lado procesos de razonamiento, argumentación y visualización, y visualización, trascendentales para el aprendizaje de los ángulos.

## **Antecedentes de la investigación**

La geometría y en particular el concepto de ángulos, juega un rol fundamental en distintas áreas del conocimiento; por ejemplo en la ingeniería, para la construcción de puentes, edificios entre otros, en la arquitectura, en el diseño de planos, hasta en la agricultura para delimitar terrenos, para la plantación de cultivos, para el consumo humano o animal, entre otras aplicaciones.

Por lo anterior, en esta sección citaremos algunas investigaciones referentes a la enseñanza y aprendizaje del concepto de ángulos, que consideramos aportan significativamente en el campo de la educación matemática, y sirvieron de punto de partida, para desarrollo de nuestra investigación; particularmente, haremos mención de aquellas que hacen uso de la tecnología específicamente del software Geogebra.

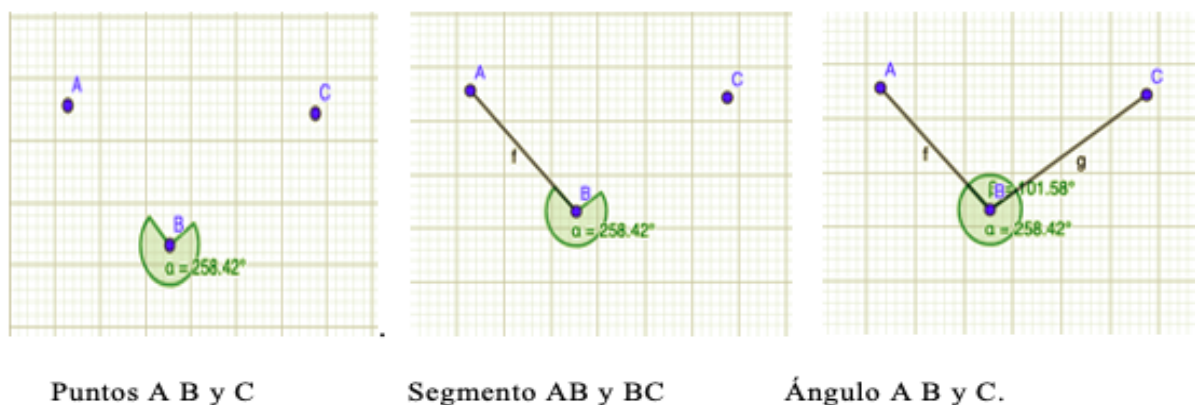
Los siguientes investigadores, Catunta-Cuayla (2015); en su proyecto de investigación, donde aplicaron una metodología enfoque tipo constructivista, en la que tomaron un grupo de estudiantes, que mediante preguntas abiertas, charlas de exposición de los conocimientos empíricos que estos tenían, sobre la noción punto, noción de segmento entre otros; aplicados a juegos interactivos manuales y computarizados: como la unión de puntos sin importar la posición en la que estos estuvieran, llegaron al concepto de la recta, usando el software GeoGebra como herramienta de complemento, para llegar al concepto de ecuación de la recta y su aplicabilidad, donde se plantea que es necesario articular, el uso de la tecnología, con la enseñanza y aprendizaje de los conceptos que se estén impartiendo, esto permite a los docentes identificar las falencias, donde él mismo propone estrategia para mejorar los procesos académicos, los cuales facilitan la comprensión del concepto de la recta y que proporcionan desarrollar competencias en ámbitos aplicativos de carácter matemáticos.

Desde la perspectiva, los autores plantean que el uso de la tecnología, como herramienta de aprendizaje del concepto de la recta, bajo un enfoque constructivista; el docente debe tener clara la forma de abordar inicialmente los conceptos básicos, y posteriormente debe ser capaz a través de metodologías o estrategias didácticas, evidenciar la aplicabilidad de estos conceptos en el entorno de los estudiantes, donde este pueda potenciar las habilidades matemáticas que se estén trabajando.

Como lo planteado por, Catunta-Cuayla (2015), en su proyecto de investigación, nuestro proyecto inicia desde la construcción del concepto de ángulos: partiendo de la ubicación en el plano, de los puntos (A, B y C), posteriormente se traza una recta del punto B al punto A, como paso siguiente, otra recta del punto B al punto C, permitiendo identificar y trazar las aberturas (ángulos) que existen entre las rectas AB y BC, teniendo en cuenta que esta es una de las formas de aprendizaje del concepto de los ángulos (Ver Figura 1), de igual forma, es una de las estrategias didácticas, donde el docente integra de forma secuencial las propiedades de las rectas, el uso de diferentes nociones como la definición de punto, segmento y abertura, con la intención de adicionar las herramientas tecnológicas a los procesos de aprendizaje.

## Figura 1

### Construcción de ángulos partiendo de puntos



*Fuente:* Autoría propia, esta Imagen presenta la formación de ángulos mediante la unión de puntos (A, B y C).

Continuando con estas mismas líneas de investigaciones, que pretenden hacer cambios en los paradigma educativos, que involucran el uso de las tecnologías, junto a los conceptos y saberes básicos de la matemática, Ruben y Palacios (2012), en su investigación, la cual tiene como nombre enseñanza de la geometría analítica utilizando el software GeoGebra, seleccionaron dos grupos de estudiantes, uno experimental y otro de control; con el grupo experimental y el grupo control se desarrollaron los mismos temas, distancia entre dos puntos en el plano cartesiano, ecuaciones de la recta, posiciones relativas entre dos rectas, ángulo entre dos rectas, ecuaciones de la circunferencia, rectas tangentes a una circunferencia, ecuaciones de la parábola; en esta investigación se concluyó que el Software GeoGebra, potenció el aprendizaje de los conceptos propios antes mencionados, de la Geometría Analítica con en el grupo experimental, en los estudiantes del quinto de secundaria, indicando que con el uso del Software educativo en su momento los estudiantes, entendieron y conocieron mucho más los elementos particulares que tienen los cuerpos geométricos, al ser construidos con herramientas tecnológicas, de igual forma se estableció, una mejor

relación entre los conocimientos, los saberes y el gusto por esta área tan importante con los estudiantes, denotando así, que es sumamente importante, como lo indican las investigaciones de Abrate (2006); Ruben y Palacios (2012); Catunta-Cuayla (2015), que el uso de la tecnología, en particular el software GeoGebra, tiene como características, dinamizan los procesos de enseñanza por parte de los docentes y los procesos de aprendizaje de los estudiantes.

En sintonía con las investigaciones anteriores como las de Abrate (2006) y Ruben C. y Palacios (2012), y otras más que se encuentran en el texto anterior, las cuales tienen como objetivo buscar estrategias didácticas que ayuden a disminuir las dificultades de enseñanza y aprendizaje, que tienen los docentes y estudiantes mediante herramientas como las TIC, en la Institución Educativa Gabriel García Márquez, se identificó que existen fallas estructurales y académicas en los procesos antes mencionados (enseñanza y aprendizaje) de la geometría (ángulos y otros conceptos); ya que por más que se tengan buenas intenciones, buenos profesionales para la enseñanza del área, se evidencian notas bajas en los procesos académicos, desinterés por parte de los estudiantes; sumado a lo anterior, la pérdida de la medida técnica vocacional en medio ambiente y en plantación, siembra, mantenimiento de cultivos como la palma de aceite<sup>4</sup>, el bajo rendimiento en distintas áreas, entre ellas el área de las matemáticas, pero en especial un área tan importante como lo es la geometría, el concepto de ángulos otros más; lo anterior hace metástasis por así decirlo en los bajos resultados en las pruebas nacionales como ICFES o SABER 11, entre otras situaciones; es aquí donde entra la didáctica de las matemáticas, pero específicamente cómo instruir a los estudiantes, para que estos mejoren la comprensión de conceptos como el de los ángulos.

Por esto, consideramos que la enseñanza del concepto de ángulos se puede potenciarse con el uso de herramientas tecnológicas digitales como el software GeoGebra, que facilitan en gran medida, disminuir las dificultades de enseñanza y aprendizaje mencionadas hasta este punto; adicional a ello, facilitan la comprensión, la implementación y el uso de estos conceptos, en los futuros entornos laborales de los estudiantes.

Con esta esta investigación, se pretende que los estudiantes adquieran competencias tanto numéricas, académicas y laborales (como manejo de GPS, delimitación de terrenos para plantaciones, cálculo de cuadrantes con las tablas BOSNIAS, (las cuales son un GPS computarizado donde los estudiantes ingresan los datos, de forma manual o se realizan los cálculos de forma satelital de las dimensiones de los terrenos, la forma de este y los ángulos que se forman en las esquinas, para calcular el área del sembrado que se puede tener en una determinada zona) ya que estas son las necesarias, para culminar el proceso de ser técnicos en medio ambiente y sembrado, mantenimiento de palma (de Aceite) y ornamentación de cultivos, del convenio celebrado con el SENA (Servicio Nacional de Aprendizaje), ya que les permite con la culminación de estudio, de la media técnica vocacional tener la posibilidad de acceder a algunos empleos, en el que pueden resolver problemas de carácter económicos, generando así la adquisición de competencias para un aprendizaje significativos, por ello en cada uno de las etapas que tiene el proyecto de investigación, se verán identificados los distintos factores, que generan el problema de aprendizaje y enseñanza del concepto de los ángulos; la propuesta de investigación que se plantea, la población a la cual va dirigida, de igual forma, el impacto social que se pretende en la comunidad educativa y la parte poblacional.

## Justificación

El cambio del paradigma, en cuanto al aprendizaje de los estudiantes, conlleva a buscar nuevas técnicas, métodos y recursos, que mejoren la forma de cómo se aprende y cómo se enseña; uno de estos recursos, son las tecnologías de la información y de la comunicación o TIC, las cuales contienen nodos de aprendizaje tanto para estudiantes como para docentes, que propician la adquisición del conocimiento Siemens (2004).

Actualmente, existen múltiples herramientas tecnológicas digitales que están a disposición de docentes y estudiantes, por ejemplo, pizarras interactivas, recursos digitales que facilitan el aprendizaje de los estudiantes y los procesos de enseñanza a los docentes, software especializados para el estudio de la geometría, cálculo, estadística, entre otros cursos; es aquí, donde toma importancia este trabajo investigativo, que pretende ofrecer una secuencia instruccional para la enseñanza y aprendizaje del concepto de ángulos utilizando las TIC; este proyecto, gira en torno a dos softwares libres, estos son GeoGebra y OfiCalc, los cuales en la siguiente sección, mencionaremos sus principales características, así como experiencias de algunos investigadores que han tenido con el uso de estos, en procesos de enseñanza y aprendizaje, que nos sirvieron como punto de partida para esta investigación.

Desde esta perspectiva, Pabón, Nieto y Gómez (2015), en su investigación titulada “Modelación matemática y GeoGebra en el desarrollo de competencias en 18 jóvenes investigadores” consideraron:

Examinar las habilidades competentes en adolescentes investigadores usando el software GeoGebra; permitiéndoles observar las experiencias vividas; al desarrollar un estudio cualitativo, investigación acción participativa, con alumnos del décimo grado de la institución educativa “José María Córdoba”, siete de ellos otro grupo de estudio

fueron “Los Pitagóricos”, matriculados en el semestre 2015-II y 2016-I, en el “Proyecto Enjambre” liderado por la CUN. (p.18)

El objetivo de esta investigación, es utilizar los softwares libres GeoGebra y OfiCalc como herramientas didácticos, facilitadores del desarrollo de las capacidades y competencias matemáticas, que permiten a los estudiantes y docentes, observar e imitar situaciones objetivas interactivas y dinámicas; dentro de los planes curriculares que facilitan la enseñanza y aprendizaje de algunos conceptos de la geometría (ángulos).

Por otra parte, del Pino (2013) describe al software GeoGebra como un:

Es un software gratuito, libre y de código abierto; que no cuesta dinero a los centros educativos y pueden modificar elementos para tener funcionalidades que no se presentan en la versión estándar.

Es de multiplataforma: funciona tanto si emplean una versión de Linux propio de la Comunidad Autónoma, como en distintas versiones de Microsoft Windows.

Es fácil de usar. Además, existen numerosas formaciones, algunas de ellas gratuitas, impulsadas por colectivos de profesores y universidades.

Es sencillo y a la vez potente, posee una hoja de cálculo y sus numerosas vistas permiten alternar el uso de la aritmética, representaciones algebraicas, cálculo simbólico y cálculo estadístico y probabilístico. (p.18)

En cuanto a la otra herramienta tecnológica digital, en la que se centra la investigación, OfiCalc, Álvaro Toledo (2012), describe este software como:

...un software de uso libre, que incorpora diversos módulos que permiten operar en materias complejas como la geometría, trigonometría, estadística o física, pudiendo ayudar a resolver complicadas ecuaciones; Además, el programa incluye varios conversores que resultan de gran utilidad a la hora de comprobar distintas equivalencias

de todo tipo; disponible en 4 idiomas, OfiCalc no es sólo una calculadora, sino que también realiza diversas funciones que lo convierten en una completa herramienta de escritorio: agenda, calendario, bloc de notas, visor de imágenes... son algunas de estas tareas que puedes realizar gracias a OfiCalc. (p. 87)

En concordancia con la descripción de este software educativo la investigación, titulada “OfiCalc y su relación con el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas” Navarrete y Mario Fernando (2013), concluyeron, que la educación está cambiando de forma progresiva gracias a los software de carácter pedagógico y cuyo fin es reformar los procesos educativos para un mejor aprendizaje para toda la sociedad; el objetivo de esta investigación exploratoria por Navarrete y Fernando (2013), fue proceder a crear la construcción de un marco teórico, donde se fundamentan las variables de las investigaciones con base a la información recopilada por revista, libros, internet, donde se establece la siguiente metodología:

Se elaboraron instrumentos para la aplicación y procesamiento de la información, de docentes y estudiantes que sirvieron, para el análisis tanto cuantitativo como cualitativo de las variables investigadas, donde se procedió a un análisis estadístico, con los datos obtenidos establecidos de las conclusiones y recomendaciones; que promovieron el planteamiento de la propuesta, que consiste en implementar un manual de procedimiento, para utilizar el software OfiCalc, que sirve como guía didáctica, para los docentes por medio de actividades lúdicas y recreativas, que pueden ser aplicadas de forma permanente en el aprendizaje de las matemáticas. (p.33)

En este sentido, con la implementación de esta investigación que pretende implementar recursos TIC, buscando mitigar el desinterés presentado por los estudiantes en las clases de matemáticas, desde la básica primaria, básica secundaria, culminando en la Media vocacional, en la Institución Educativa Gabriel García Márquez; así como, proveer al docente de

herramientas didácticas, que pueden ser implementadas en el aula de clase y fuera de ella, para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje, del concepto de ángulos.

Desde luego, resulta importante y se hace necesario, el uso de estas herramientas, junto con la implementación de aplicaciones de la Web, en las prácticas de aula, como lo indica, Robert (2019), ya que estas ayudan, en cierta medida a mejorar el interés, fortalecer conceptos y los procesos prácticos o de aplicación estudiados.

En relación a la introducción de las TIC, al proceso educativo en esta investigación se han establecido los siguientes pasos a seguir:

Se determina el objetivo a conseguir con los estudiantes el cual es: trabajar las competencias digitales, que permiten reforzar los conceptos explicados (ángulos) en clase, con esto se pretende ampliar los conocimientos en cuanto al manejo, uso de softwares educativos; permitiendo que estos (los estudiantes) trabajen la competencia de autonomía e iniciativa persona.

Se hace selección del recurso educativo, que mejor se adapten a las necesidades; en este paso, se trabaja a modo de guía, con el fin identificar los recursos que más aportan a la investigación y desde luego fortalezcan los procesos de aprendizaje.

Se realizan actividades, como medición de terrenos, distribuciones de estos mediante la utilización de los ángulos; En este aparte se pone en práctica, las experiencias que se recogen en este trabajo, o los materiales que se encuentran de forma libre.

Dicho lo anterior, se pretende proporcionar una investigación caracterizada por el uso de tecnología digital, enfocado en los ambientes de aprendizaje, las ayudas didácticas, los métodos de evaluación; en otras palabras, herramientas didácticas basadas en las TIC, que favorezcan la enseñanza de medición, dirección, magnitud, sentido y utilización de los ángulos, en el grado 10<sup>a</sup> de la Institución Educativa Gabriel García Márquez, San Carlos de Guaroa del departamento del

Meta; buscando que esas enseñanzas fortalezcas el aprendizaje de la geometría, faciliten la comprensión, el razonamiento, uso aplicado de los ángulos en situaciones del contexto; adicional a ello, brindar a los estudiantes conocimientos necesarios y requeridos para los procesos de cualificación, calificación de mano de obra en las diferentes plantaciones cómo palma de aceite, plátano u otro tipo de cultivo que se encuentran a lo largo de esta zona; asimismo, beneficiar a la comunidad educativa del municipio de San Carlos de Guaroa.

Además de lo anterior, con este proyecto, queremos brindar a los docentes y estudiantes, estrategias que se pueden aplicar en el proceso de enseñanza y de aprendizaje de los ángulos; de igual forma con esto, brindar herramientas, que ayuden a mejorar la manera de ver, sentir las matemática y así, ayudar a los estudiantes a potenciar su pensamiento y desarrollo lógico matemático.

### **Delimitación del problema**

En los últimos años, los avances tecnológicos han venido permeando y generando cambios cada vez más notables en los distintos entornos del ser humano, entre estos se encuentran: los laborales, económicos, sociales, comunicativos, entre otros, como, el educativo Mejía (2004), citado por, Martínez, Palma y Velázquez (2020) los cuales sugieren:

Que el uso de las tecnologías de la información o TIC, deben ser cada vez más notables, ya que con el arribo, de las herramientas tecnológicas a la educación, quedan rezagadas las estructuras cognoscitivas que se tienen en el momento, generando así transformaciones a los procesos de enseñanza a algunos paradigmas del aprendizaje como lo son: el constructivismo, conductismo. (p.45)

Permitiendo así, que se establezcan y se propongan otras teorías del aprendizaje como el conectivismo, de Siemens (2004); ya que según este último, el proceso de aprendizaje puede ser

mediado de formas informales, como la televisión, dentro de la comunicación social y especialmente a través del Internet o herramientas disponibles que estén; actualmente, éste tipo de aprendizaje se puede encontrar con mayor media en instituciones educativas, como en museos, bibliotecas, casas de cultura entre otras, que cada vez más se ven abocadas al uso de tecnologías digitales, para difundir o esparcir sus materiales en cuanto a la información educativa y recreativa se refiere, Gonzales (2019).

Desde esta perspectiva, nace la necesidad de que en la Institución Educativa Gabriel García Márquez del Municipio de San Carlos de Guaroa, departamento del Meta; se promueva el uso de las tecnologías, dentro y fuera de las aulas educativas, con el fin de estructurar los conocimientos de la geometría y facilitar el aprendizaje significativo de los ángulos, por parte de los docentes, para con los estudiantes.

Desde luego, para tener un espectro más amplio sobre la situación particular de esta institución, es necesario hacer una extensiva delimitación la cual se presenta a continuación.

Por otro lado, San Carlos de Guaroa es un municipio Colombiano, situado en el departamento del Meta al norte-centro del departamento; es de los municipios más pequeños que el departamento tiene; éste (municipio) se conforma por la llanura aluvial que es la región baja y plana, el relieve, las terrazas bajas y las terrazas drenadas que son pequeños canales sinuosos con poca profundidad, la temperatura media es de 32° C; San Carlos de Guaroa se encuentra a 89 kilómetros de la capital departamental Villavicencio con Puerto López al norte y al este de Castilla la Nueva (Meta) a 60 kilómetros, Guamal y Acacias (Meta); cuenta con distintas instituciones educativas en las inspecciones de palmeras y pajure, entre estas instituciones se encuentra la Institución Educativa Gabriel García Márquez, la cual se encuentra en la cabecera municipal, que ofrece educación acorde a las necesidades de la población (Énfasis medio ambiente y un Tecnólogo en sembrado,

mantenimiento de Palma de aceite y ornamentación de plantaciones, bajo convenio interadministrativo celebrado con el SENA (Servicio Nacional de Aprendizaje).

Dentro de los procesos educativos, es entendible que se exhiban algunas dificultades, ya sea por los contenidos de las disciplinas, la metodología de enseñanza utilizada por el docente, la poca disponibilidad de los educando hacia su formación o en su afectó, la poca atención de los padres de familia hacia los proceso de educación de sus representados (estudiantes), por ello, se buscan promover estrategias y herramientas didácticas, basada en las TIC, las cuales propician que los estudiantes, docentes, opten por tener otras actitudes frente a los procesos educativos y desde luego que permitan disminuir la apatía frente a los procesos geométricos.

Por otra parte, durante los años curriculares entre 2016 y 2022 del ejercicio docente, en la Institución Educativa Gabriel García Márquez, se han venido notando un sinnúmero de situaciones en los procesos de enseñanza-aprendizaje, en las distintas áreas del saber y etapas académicas, como: la primaria, la básica secundaria y media vocacional; en el área de las matemáticas, específicamente en la geometría, con la noción de ángulos; desde luego, estas falencias que se presentan en la I.E.G.G.M del Municipio San Carlos de Guaroa departamento del Meta; se evidencian de forma continua en las distintas pruebas de estado, adicional a ello, la pérdida de la modalidad académica entre otras; a continuación se detallan los aspectos más relevantes, de los que se tiene conocimiento de acuerdo al análisis de las pruebas durante estos años y la propia experiencia docente:

Los estudiantes presentan dificultades para comprender algunos conceptos de la geometría como: punto, semirrecta, recta, apertura y ángulo; adicional a ello no diferencia con facilidad algunas operaciones con los ángulos como (suma, resta, multiplicación y división), sus relaciones y aplicaciones, en el manejo de ciertas rectas y propiedades.

A algunos estudiantes se les dificulta identificar la posición, magnitud, dirección y sentido que debe tener un ángulo, independientemente de la posición en la cual se encuentre.

Algunos estudiantes muestran deficiencias en el manejo de la posición ubicación de ángulos, en el plano cartesiano o en otros medios; esta situación se ve reflejada en la poca comprensión de las temáticas, dificultándose relacionar estos conceptos, con otras áreas y por consiguiente la transversalidad de la asignatura es casi nula.

La cantidad de instrumentos didácticos, para la enseñanza de los ángulos como transportador y reglas se encuentran en estados deplorables, por así decirlo, ya que por su largo uso y laboral se encuentran muy desgastados y es casi imposible utilizarlos para hacer una medida exacta de algún ángulo.

La mayor cantidad de los estudiantes presenta poca habilidad en la competencia de manejo de herramientas digitales y tecnológicas, que involucran la utilización de los ángulos.

Algunos estudiantes comprenden a baja escala los elementos particulares que se deben tener en cuenta, para la medición y uso de los distintos ángulos, ya sean positivos o negativos en los entornos tecnológicos, aplicados a la sección laboral práctica (delimitación de terrenos, cálculo de áreas para el sembrados, delimitación de puntos para las tablas BOSNIAS configuradas con lo GPS, entre otros elementos) de la media técnica en palma de aceite.

Algunos estudiantes presentan dificultades en realizar representaciones de campo (medición de terrenos, delineamiento o distribución de terrenos, distribución de forma adecuada de campo para sembrado) que involucran los ángulos.

Algunos estudiantes presentan dificultades, en el cálculo de plantaciones ya delimitadas, que involucran calcular la cantidad de semillas, calcular la cantidad de espacio que ocupan las plantas sembradas, teniendo en cuenta los ángulos positivos y ángulos negativos.

Los estudiantes provienen de zonas con muy bajos recursos económicos, como fincas aledañas, lugares que antiguamente eran zonas de distención, padres de familia fallecidos, desaparecidos, desplazados, diferentes casos de maltrato familiar y en algunos casos violencia sexual entre otros.

Los estudiantes al venir de lugares, con alto grado de complejidad como la violencia, manifiestan muy poco interés en las diferentes áreas de aprendizaje en especial a las matemáticas, que es la base para llevar a feliz término el tecnólogo establecido por la institución.

A los docentes del área de matemáticas no se les capacita de forma permanente, en cuanto al uso y manejo de herramientas tecnológicas digitales para la enseñanza de las matemáticas pero en especial de la geometría.

Los padres de familia provienen de bajos recursos, las presiones de algunos grupos al margen de la ley por estas zonas, casos de analfabetismo, desconocer las temáticas, esto hace que sus esfuerzos y el de sus hijos no estén enfocados en que sean mejores estudiantes sino en los beneficios que da familia en acción (subsidio monetario del estado a los estudiantes).

Como docente del área de matemáticas, adscrito a esta institución por medio de la Secretaría Educación del Departamento del Meta- SED-META y futuro Maestrante en Educación de la UNAD, preocupan estas deficiencias que presenta la comunidad educativa en general y en especial el grado 10°, que esto a su vez es reflejado en la media vocacional de la Institución Educativa Gabriel García Márquez, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta asignatura tan fundamental, para el desarrollo personal e intelectual de los estudiantes; esta situación arrastra de cierta forma la no culminación de alguno de ellos del proceso de formación de la tecnología, impidiendo así que estos cambien de alguna forma su estilo de vida y calidad de vida.

### **Preguntas direccionadas a la investigación**

A continuación, se presentan las preguntas de investigación enmarcadas en la herramientas didácticas basadas en las TIC, los software GeoGebra y OfiCalc y en el principio de niveles de la Educación Matemática Realista, de igual forma se establecen las metas y objetivos a alcanzar, durante el desarrollo del proceso de la investigación.

### **Preguntas de investigación**

¿Cómo puede la utilización de los softwares GeoGebra y OfiCalc, así como la conexión con situaciones cotidianas, mejorar la comprensión de los estudiantes sobre la medición de ángulos y su uso, en la resolución de problemas?

¿Cómo pueden los docentes incorporar los principios realistas en su enseñanza, lo que resultaría en una mejora en la comprensión y el rendimiento de los estudiantes en relación con los ángulos y su aplicación en el mundo real?

Nos centramos en las anteriores preguntas, principalmente por tres razones: la primera de ellas hace referencia, ¿a cómo, utilizando los softwares GeoGebra y OfiCalc, se facilita la resolución de problemas del contexto, que involucran el concepto de ángulo?, por ello, deseamos estudiar, la manera ¿de cómo al utilizar estas herramientas, se propicia de forma adecuada, la comprensión, uso y aplicación de los ángulos, en situaciones académicas y del contexto con los estudiantes?; La segunda razón se fundamenta en el ¿cómo los docentes incorporan, los principios de niveles de la Educación Matemática Realista a situaciones que involucran, la mejoría a los procesos de enseñanza y aprendizaje en el mundo real, cuándo se utilizan los ángulos?; Y la tercera razón, se direcciona a ¿cómo se miden, esos avances y el desempeño académico de los estudiantes, con los principios de niveles de la misma, Educación Matemática Realista, cuando se aplican los ángulos, en situaciones académicas y en mundo real? En ese

orden de ideas, Freudenthal (1983), afirma que así se establece, la matematización vertical y horizontal, cuando se utilizan conceptos matemáticos, aplicados o relacionados con el contexto, en este caso los ángulos; Para responder a esto, se planteó un objetivo general y tres específicos, estos fueron:

## **Objetivos de la investigación**

### **Objetivo General.**

Fortalecer los procesos de enseñanza - aprendizaje, uso y aplicación de los ángulos en situaciones académicas y del contexto, mediante la utilización de los softwares GeoGebra y OfiCalc, en los estudiantes del grado 10<sup>a</sup> de la Institución Educativa Gabriel García Márquez del Municipio San Carlos de Guaroa Departamento del Meta.

### **Objetivos específicos**

Identificar, las dificultades que presentan los estudiantes del grado 10<sup>o</sup> de la Institución Educativa Gabriel García Márquez del Municipio de San Carlos de Guaroa departamento del Meta, frente al concepto de ángulo.

Implementar herramientas didácticas basadas en las TIC, como lo son softwares Geogebra y OfiCalc, como instrumentos para fortalecer el desempeño académico, uso y ampliación de los ángulos, en los estudiantes de grado 10<sup>o</sup> la Institución Educativa Gabriel García Márquez del Municipio San Carlos de Guaroa.

Evaluar, mediante el principio de niveles de la Educación Matemática Realista, el desempeño académico que presentan los estudiantes en la matematización verticales (docente-estudiante) y horizontales (entre estudiantes) en el 10<sup>a</sup> de la Institución Educativa Gabriel García Márquez del Municipio San Carlos de Guaroa Dep. del Meta, cuando se utilizan los softwares Geogebra y OfiCalc y se aplican los ángulos, en situaciones académicas y del contexto.

## **Lineamientos de la investigación**

En esta parte del proyecto, se resaltan los elementos que conforman el Marco conceptual de la investigación, resaltando los elementos a consideración que se deben tener en cuenta o claros para el desarrollo de la misma, de igual forma se resaltan los elementos teóricos que son el fundamento o la base en el que se soporta este proyecto investigativo, sumado al proceso de análisis y resultados.

### **Marco conceptual**

En el presente capítulo se exponen los soportes conceptuales, que respaldan esta investigación en la Institución Educativa Gabriel García Márquez, del municipio San Carlos de Guaroa departamento del Meta; se inicia hablando sobre la concepción del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas; luego, se presenta la geometría como área derivada de las matemáticas, junto a los conceptos de (Plano, Punto, Recta, Semirrecta, Segmento, Ángulo) y la clasificación de la geometría; finalmente se explica, la consecución de las tecnologías de la información y comunicación o TIC, como ítems subsiguiente se realiza una descripción de los software GeoGebra y OfiCalc, propuestos como herramientas didácticas mediadoras en la enseñanza y el aprendizaje del concepto geométrico (ángulo).

### **Concepción del Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas**

El proceso de aprendizaje ha sido una de las motivaciones históricas del ser humano, Ácaro (2021), discernir y entender los fenómenos que se producen tanto naturales como artificiales, es algo innato en la humanidad; la Real Academia de la Lengua Española define al aprendizaje, como el proceso de aprender, conocer cómo averiguar utilizando las facultades intelectuales y relaciones de las cosas; en este sentido, Rus (2021), indica que es constante la preocupación de los docentes, por lograr que los estudiantes obtengan un aprendizaje integral,

sobre todo en el área de las matemáticas, en consecuencia, los métodos de enseñanza, han venido evolucionando con la incorporación de herramientas tecnológicas digitales, que se han desarrollado y puesto a disposición de los docentes principalmente en la última década.

Por otra parte, las matemáticas por su connotación de no ser tangibles, es decir palpables a cualquiera de los sentidos, se establecen como abstractas y la pedagogía de su enseñanza debe ser acorde a su estructura, por esto el (Ministerio de Educación Nacional MEN de Colombia 2004) la divide en cinco pasos, que son: comunicar, razonar, formular, comparar y ejercitar; en consecuencia a esto, se requiere el desarrollo y fortalecimiento del pensamiento formal o proposicional, como bien lo mencionaba Jean Piaget, debe ser direccionado a la dinámica formativa y la evolución intelectual del estudiante, en relación a lo anterior, el ministerio de educación nacional, establece que:

En Colombia desde los inicios de la República, pasando por las transformaciones educativas de los años setenta, y las décadas siguientes la formación de las matemáticas se orientaron hacia el desarrollo de las capacidades del razonamiento lógico y por su aporte al desarrollo de la ciencia y la tecnología en el país. (MEN, 2004, p. 9).

En consecuencia se brinda un direccionamiento a largo y corto plazo, en el modelo educativo Colombiano, respecto a la formación matemática, donde se establecen los Estándares Básicos de Competencias, propuestos por el MEN (2003), actualizados y complementados con los Derechos Básicos de Aprendizaje o DBA en el decreto 501 del 2006 (MEN, 2016) donde se establecen los lineamientos, como parte de la contribución que tiene esta área a la cultura, la sociedad, para el desarrollo del pensamiento lógico, el avance de la ciencia y la integración de diferentes herramientas tecnológicas para los procesos de enseñanza – aprendizaje; en consonancia con estos lineamiento del MEN, se establece esta investigación, va en pro de mejorar los procesos cognoscitivos de los estudiantes.

## **El estudio de las Matemáticas como ciencias**

Las matemáticas como ciencia formal se encargan del estudio, análisis, relaciones y propiedades de entidades abstractas como lo son los números, símbolos y figuras geométricas, haciendo uso del razonamiento lógico, Mora (2008); para este autor las matemáticas son una de las principales áreas de carácter científico, que se interrelacionan con otras ciencias, como otras disciplina y a su vez se divide en dos ramas, como lo son las matemáticas puras y las matemáticas aplicadas.

### ***Las Matemáticas Puras***

Estudian las propiedades de y la estructura de los objetos abstractos (Equipo Editorial Etecé 2021)

### ***Las Matemáticas Aplicadas***

Son todos aquellos métodos matemáticos que se utilizan para resolver problemas relacionados con la investigación aplicada. Mediante estas se ayuda a explicar la realidad que nos rodea, Rus (2022).

En cuanto a la sub-división de las matemáticas se clasifican en:

**Geometría:** Estudio de las figuras y su interrelación con el espacio, en ella se encuentra la trigonometría y la geometría, entre sus conceptos los ángulos (la cual es tema del estudio de esta investigación).

**Álgebra:** Se encarga de las operaciones aritméticas mediante letras y símbolos.

**Aritmética:** Incluye todas las operaciones que se realizan con los números naturales (rationales, reales y complejos).

**Estadística:** Analiza las tendencias basadas en muestreos y tabla de datos.

## La geometría como área derivada de las matemáticas

Dentro de las matemáticas como ciencia aplicada se encuentra la geometría, que significa “medida de la tierra”. Tiene como finalidad el estudio de las propiedades y medidas de las figuras geométricas y su relación con el espacio.

Dentro de los elementos de estudio de la geometría se encuentran:

El Plano: Superficie ilimitada, representada por la letra griega  $\Pi$ , podemos representarlos en terrenos, hojas de papel, etc.

El Punto: Indica posición en el espacio y carece de dimensiones. Se representa con las letras mayúsculas (A,D,E), Ver Figura 2.

La Recta: Línea con inicio en un punto y final en otro. Se representa con las letras minúsculas (r).

La Semirrecta: es cada una de las dos partes que un punto divide una recta.

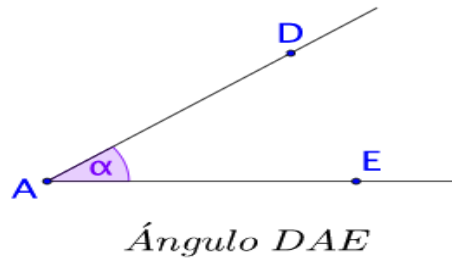
Segmento: Es la parte recta limitada entre dos puntos (segmento AE y segmento AD, Ver figura 2.

Ángulo: Apertura entre dos rectas, que comparten un punto de intersección (DAE)

Ver figura 2.

**Figura 2**

*Imagen de ángulo conformado por las rectas AD y AE*



*Fuente:* Autoría propia, la Imagen muestra los de ángulo conformado por las rectas AD y AE.

Abarca las dimensiones: físicas, aplicadas y teóricas:

Dimensión Físicas: Indaga las propiedades espaciales de los objetos físicos y de sus representaciones, modelando el espacio circundante; en sus dimensiones.

Dimensión Aplicadas: se constituye en una herramienta de representación e interpretación de otras ramas del conocimiento.

Dimensión Teóricas: Integra una colección de diversas teorías como: conductismo, constructivismo, conectivismo entre otras; que han sido ejemplo de rigor y abstracción, teniendo en cuenta estas dimensiones.

**Clasificación o Tipos de Geometría:**

La geometría es una disciplina extensa dentro de las matemáticas, que se divide según: el tipo de estudio que se realiza, la aplicabilidad o especialidad Martínez (2020); esto da lugar a intentar comprender ¿el cómo y el para que emplearlas?, desde esta perspectiva, August (1985), citado por Martínez (2020), hace las siguiente clasificaciones:

- Geometría euclidiana
- Geometría analítica
- Geometría proyectiva
- Geometría diferencial

Geometrías no euclidianas

Geometría analítica

Geometría Analítica Elemental

Geometría descriptiva

Geometría plana

Geometría molecular

La Geometría Diferencias constituida por:

La Geometría de Curvas y Superficies

La Geometría Diferencias Discreta.

Entre algunos conceptos de la geometría se encuentran los ángulos, que son la combinación del punto, la recta, semirrecta, segmento y el plano (**Ver Figura 2**). Su creador fue René Descartes producto del análisis de la distancia entre un punto y otro, y la determinación de cuál sería su punto medio, Euroinnova (2010), los ángulos fueron aplicados por los Egipcios, particularmente en el área agrícola para medir y definir superficies con la finalidad de cultivar alimentos para su sustento; En cuanto a la enseñanza de los ángulos, Rotache (2008) destaca:

La noción de ángulo, ha jugado un papel ambiguo en las instituciones de educación, sus definiciones, caracterizaciones y aplicaciones pueden encontrarse en materias como matemática, física y dibujo técnico. La tradición académica asume que cuando se define su tipología y su interpretación en otras asignaturas no debería representar una dificultad para los estudiantes.(p.124)

Tristemente sucede lo contrario, al relacionar algunos concepto de la geometría con cualquier otra área; ya que el manejo y la aplicación teórica, ha sido no tan favorable para los procesos académicos de los estudiantes, desde primaria, pasando por secundaria, hasta la educación superior, porque generalmente estos conceptos aprendidos durante el desarrollo de la signatura, no se asocian con otras áreas del conocimiento, entendimiento que estos pueden ser

aplicados o transversalizados, Jiménez (2016); para poder comprender las matemáticas, como ciencias se debe tener claro que esto depende de la pedagogía de su enseñanza, ya que en muchos casos, este proceso se da sin considerar los elementos estructurantes que la componen, relacionados con sus herramientas y utilidad.

Todo esto debe desarrollarse de manera integral, considerando que la misma se encuentra en una evolución continua y dinámica, Jiménez (2016) afirman que:

Es preocupante ver que, anqué las matemáticas (en especial la geometría) son de gran utilidad en la vida cotidiana, quizás mucho más que otras ciencias, en las instituciones educativas, es una de las áreas que más problemas académicos ocasiona a los estudiantes y se muestra más compleja a la hora de diseñar una didáctica apropiada por parte de los docentes.(p.16)

Desde otra perspectiva en la Geometría, la definición de ángulos permite al estudiante identificar elementos mediadores particulares, que requieren del uso de herramientas manuales tradicionales tales: como transportador, regla, escuadras y complementos como herramientas didácticas tecnológicas o TIC, como lo son GeoGebra y OfiCalc; esto facilita la profundización sobre los conceptos, permitiendo que esos aprendizajes se transformen en significativos, Jiménez (2016); para el caso de los estudiantes de la Institución Educativa Gabriel García Márquez, quienes luego de su formación básica, tienen la oportunidad de continuar sus estudios en el área agrícola, estos conocimientos son de gran apoyo para la delimitación de terrenos y siembra de cultivos autóctonos cómo plátanos, hortalizas y otros a escala industrial que se encuentran en la zona como la palma aceitera.

Por otra parte en concordancia de Ausubel (1976) y Jiménez (2016) respecto a que el aprendizaje debe ser mediado, implica que el docente:

Presenta la información al estudiante estableciendo los parámetros del cómo debe aprender, usando esquemas, obtenidos previamente por el estudiante, fomentando la curiosidad en descubrir nuevos conocimientos por sí, mismo y trabajar con elementos y estrategias pedagógicas de forma coloquial y organizada.(p.26)

Desde la perspectiva anterior planteada por Ausubel (1976) donde indica que el aprendizaje debe ser mediado, implica que la utilización de los recursos educativos deben facilitar y acortar las brechas entre docente – estudiante, y más aún la utilización de los “Recursos Educativos Abiertos” REA, los cuales son definidos por la UNESCO (2004), como:

La publicación digital libre y gratuita de materiales a nivel universitario de alta calidad, los cuales fortalecen no sólo el desarrollo de la educación sino también la mejora del ambiente en el aula, a los fines de garantizar una comprensión óptima de las diversas áreas del conocimiento.(p.45)

Cabe destacar que los REA, por su contenido y variedad de información, fortalecen el proceso de enseñanza – aprendizaje, proporcionando un sin número de opciones de consulta, tanto para docentes como estudiantes, como menciona Aragón (2009) donde indica que son:

Son estrategias no convencionales, para la ejecución de clases, independientemente de la especificidad del área o temática a tratar, con una orientación clara y sencilla sobre los diversos usos de éstas, con una intención no solo evolutiva del proceso didáctico sino también en búsqueda de compartir, exteriorizar e interiorizar. (p. 67)

Es por ello, que la incorporación de esta información mediante el uso de las Tecnologías de Información y Comunicación, son fuentes de información digital que dan apoyo y alcance para poder impartir de forma eficiente la enseñanza de las matemáticas.

## **Las tecnologías de información y comunicación o TIC**

Se definen como Tecnologías de la Información y Comunicación o TIC, al conjunto de herramientas y equipos informáticos que tienen como finalidad el procesamiento y transmisión de la información en sus diferentes formatos de presentación (textos, datos, voz, incluyendo imágenes satelitales), Siemens (2004).

Se dividen en dos bloques:

Tecnologías de la Comunicación: Radio, Televisión y Telefonía Convencional.

Tecnologías de la Información: Tecnologías Digitales de Contenidos.

Suasnabas, Ávila, Díaz y Rodríguez (2017), reconocen que las Tecnologías de la Información y la Comunicación, han transformado el proceso en que las personas se comunican y gracias a ellas, la distancia jamás será un impedimento. Hoy la información y el conocimiento se transfieren rápidamente a cualquier lugar del mundo en un breve lapso.

Por otra parte, la Organización de las Naciones Unidas y la Cultura (2014), en sus programas de fomento a nivel internacional, promueven el uso de los medios tecnológicos de divulgación masiva de comunicación, para el logro del bienestar común del ser humano reconociendo que “los medios tecnológicos mejoran el aprendizaje en cualquier ámbito, por tanto las TIC generan estrategias que facilitan el intercambio de conocimientos. (p. 57)

En Colombia el 30 de julio del año 2009, se regulan las Tecnologías de Información y Comunicaciones mediante la Ley 1341 la cual:

Promulga la Ley de internet como servicio público esencial y universal que tiene por objeto establecer dentro de los servicios públicos de telecomunicaciones, el acceso a Internet como uno de carácter esencial, con el fin de propender por la universalidad para garantizar y asegurar la prestación del servicio de manera eficiente, continua y permanente, permitiendo que, en razón a su condición social o étnica se encuentre en

situación de vulnerabilidad o en zonas rurales y apartadas; o por medio de la cual se modifica la ley 1341 de 2009 y se dictan otras disposiciones.(p.45)

El 21 de marzo del año en curso, el Presidente de la República Iván Duque, en el evento de la Cámara Colombiana de la Informática y las Telecomunicaciones (CCIT) declaró que se promulgó una nueva Ley de las Tecnologías de la Comunicación (TIC), la cual permitirá ser más eficientes en el uso de esta tecnología, ya que para el presidente:

Este sector de las comunicaciones es transversal y esencial para promover el desarrollo de la nueva economía del país, en el marco de la cuarta revolución industrial. De esta manera se logrará mitigar la deserción escolar y mejorará la formación de capacidades que derivarán en el aumento del enganche laboral, de quienes se están formando con los programas que brinda el (SENA, 2010, p.34)

### *Software educativos*

Entre los elementos de la tecnología de la comunicación o TIC, están los softwares educativos, según OCDE, España (2001) y algunas investigaciones como las Cataldi (2000) que se han realizado a lo largo del tiempo, la formulación de estos softwares han surgido por el análisis de ciertas características, tales como:

Función y finalidad del software

Modalidad

Rol del alumno

Así, podemos enunciar, entre otras, las siguientes definiciones de acuerdo a distintos autores:

Son los programas de computación realizados con la finalidad de ser utilizados como facilitadores del proceso de enseñanza y consecuentemente del aprendizaje, con algunas

características particulares tales como: la facilidad de uso, la interactividad y la posibilidad de personalización de la velocidad de los aprendizajes, (Cataldi, 2000, p.50)

De igual forma se concibe como:

Es un programa o conjunto de programas computacionales que se ejecutan dinámicamente según un propósito determinado. Se habla de software educativo cuando los programas incorporan una intencionalidad pedagógica, incluyendo uno o varios objetivos de aprendizaje,(Careaga Butter, 2001, p.60).

Adicional a ello se caracteriza:

Con la expresión “software educativo” se representa a todos los programas educativos y didácticos creados para computadoras con fines específicos de ser utilizados como medio didáctico, para facilitar los procesos de enseñanza y de aprendizaje,(Marquès, 1996, p.45)

A modo de conclusión, partiendo de los autores, Marqués (1996); Cataldi (2000) y Careaga Butter (2001), se puede decir que los software educativos son: todos los programas que han sido desarrollados con fines didácticos o pedagógicos, partiendo desde los programas tradicionales de Enseñanza Asistida por Ordenador (EAO), (programas basados en los modelos conductistas de la enseñanza), hasta los programas todavía experimentales de Enseñanza Inteligente Asistida por Ordenador (EIAO). Estos últimos, se caracterizan por utilizar técnicas propias del campo de los Sistemas Expertos y de la Inteligencia Artificial en general, donde pretenden imitar de cierto modo, la labor docente y presentan modelos del conocimiento que van en consonancia con los procesos cognitivos que desarrollan los estudiantes; pero se hace necesario entender que no todos los softwares son educativos y que algunos fueron desarrollados para fines empresariales como (procesadores de textos, planillas de cálculos, entre otros), pero que de todas formas, por su estructura y lo que ofrecen, son utilizados igualmente en el plano educativos con fines didácticos.

Seguidamente, se expondremos los softwares utilizados en esta investigación que fueron seleccionados como herramientas didácticas, facilitadores del desarrollo de las capacidades y competencias matemáticas, que permiten a los estudiantes y docentes, observar e imitar situaciones objetivas interactivas y dinámicas; dentro de los planes curriculares que facilitan la enseñanza y aprendizaje algunos conceptos de la geometría (ángulos).

### ***OfiCalc***

OfiCalc es un software que está estructurado como una calculadora que puede contener conversor de unidades, cronómetro, agenda, sistema métrico internacional, apuntes, tareas, alarma y permite también manejar un convertidor de monedas. Igualmente posee módulos de cálculo de ecuaciones, estadística, geometría – trigonometría para el cálculo de áreas, perímetros, volúmenes, superficie lateral y total de cuerpos sólidos y geometría métrica plana.

Se considera una herramienta versátil ya que puede ser manejada tanto por estudiantes de educación secundaria como técnicos e ingenieros. Posee una interfaz con tres variantes de diseño desde el más completo hasta el más compacto, diseñado con una pantalla doble, con módulos independientes. Indica además que OfiCalc, debe usarse bajo normativa de propiedad intelectual y el vigente Código Penal.

**Figura 3**

*Imagen que representa la interfaz de la aplico OfiCalc*



*Fuente:* Autoría propia, la imagen muestra la interfaz del software OfiCalc.

### **GeoGebra**

El software GeoGebra fue creado por Markus Hohenwarter, el año 2021 en la Universidad de Salzburgo ubicada en Austria, es sencillo de operar y se puede acceder a él de forma gratuita Carrillo (2012), menciona que GeoGebra “no es solo geometría, también es álgebra, cálculo, análisis, estadística y una excelente opción en los niveles educativos de primaria y secundaria; Integra el trabajo en el área de geometría, álgebra y análisis matemático en un ambiente dinámico, potenciando entre otros, el desarrollo del pensamiento variacional” Ruíz (2013) donde dicho pensamiento variacional está relacionado con la capacidad que puede tener una persona para detectar cambios en las variables (una o más) y las relaciones entre ellas. Así mismo la creación y el manejo de la representación de variaciones a través de la función. En consecuencia el software GeoGebra facilita a las personas que lo usan establecer relaciones de covariación, así como representarlás (Ver Figura 4).

**Figura 4**

*La imagen representa el aplicativo GeoGebra*



*Fuente:* Autoría propia, la Imagen muestra la Interfaz y representación del software GeoGebra.

Aldana (2020), muestra las bondades de GeoGebra para el manejo de conceptos matemáticos según el nivel escolar que se utilice:

Primaria: Permite la construcción de polígonos, figuras geométricas, recta, paralelos, vectores, áreas, segmentos, Teorema de Pitágoras, plano cartesiano, medida de ángulos, semirrecta y punto.

Secundaria: Construir figuras paralelas de una, dos tres o más niveles, transformación de funciones, determinar el área de una figura o determinado espacio, transformar derivadas en integrales, movimiento y transformación en el plano, puntos y rectas notables en un triángulo, probabilidad y estadística, rectas y vectores, medidas de ángulos, solucionar ecuaciones, aplicar el teorema de Pitágoras, representar números complejos e igualdades notables.

Según su creador Markus Hohenwater (2009), facilita tanto al docente como al estudiante las siguientes herramientas:

***Herramientas del Docente:***

Desarrolla componentes educativos estáticos como protocolos de construcción e imágenes o dinámicos como applets en páginas web que pueden servir para apoyar la explicación de la materia.

Desarrolla actividades con el propósito de que los estudiantes manipulen dichas construcciones y de esta manera logren deducir propiedades, relaciones y resultados mediante el uso de la observación directa.

***Herramientas del Alumno:***

Le permite trabajar y manipular construcciones realizadas por otras personas y esto le proporciona la capacidad de deducir relaciones, propiedades y resultados de los objetos que interactúan.

Le permite trabajar y manipular construcciones realizadas desde cero, abiertas o dirigidas y de investigación o resolución.

GeoGebra puede presentar el comportamiento Figura y la solución de muchos conceptos matemáticos como los anteriormente mencionados, pero es responsabilidad de cada docente efectuar sus clases de manera interactiva, en virtud de que su auditorio surgió de la era tecnológica. Aunado a lo anteriormente expuesto, contribuye a mejorar la actividad central de las matemáticas, la resolución de problemas ya que proporciona diferentes estrategias para que el alumno recurra a los conocimientos matemáticos para dar solución a los problemas que se le presenten.

Existen múltiples estudios que comprueban la eficacia en el uso de GeoGebra, ya que es fácilmente instalable en dispositivos móviles (Celulares y Tablet), además de la existencia de navegadores de internet en los cuales se puede acceder de manera gratuita, haciendo uso de Java,

y en un futuro sistemas como Linux, Solaris, Windows y MacOS X. GeoGebra cuenta con una comunidad de miles de personas especialmente docentes, que crean y comparten diferentes proyectos, recursos, materiales todos a disposición gratuita, y se realizan congresos y seminarios alrededor del mundo en los cuales existen instituciones formalmente ligadas con este software” (Rodríguez, 2017,p.78)

Benítez (2017), señala que en la actualidad existen tres comunidades Geogebra en Colombia ubicadas en Tolima, Medellín y Cali. Losada (2008), realiza un análisis comparativo entre los softwares dinámicos como por ejemplo CABRI que es determinístico, en contraposición de GeoGebra que es continuo, “esto trae como ventaja que las construcciones dependen de una serie de parámetros ocultos, predefinidos por el programador, por lo que la construcción adquiere mayor libertad y consistencia”. (p.87)

Por otra parte, Costa (2011), destaca que los alumnos que hacen uso de GeoGebra visualizan y manipulan conceptos matemáticos de manera más precisa, contrario a lo que ocurre con el uso del método tradicional, donde se estandariza y no permite que el estudiante razone, reflexione y comprenda de manera más profunda y analítica los conceptos matemáticos.

Rojas (2020), a su vez efectuó una investigación en la cual analizó ambientes de formación en los cuales se utilizó GeoGebra para la formación de docentes en el área de matemáticas, de cuyo resultado obtuvo que “El uso de GeoGebra favorece la construcción de conocimientos matemáticos significativos, operativos y estructurados permitiendo esto, movilizarse fácilmente entre los sistemas de representación simbólica, numérica, gráfica y analítica”(p.56)

## **Marco teórico**

En este capítulo se presentan los fundamentos matemáticos, que sustentan esta investigación, centrada en la enseñanza y el aprendizaje del concepto de ángulos, en estudiantes del grado 10° de la Institución Educativa Gabriel García Márquez, del municipio San Carlos de Guaroa departamento del Meta; en un primer momento, se exponen algunas investigaciones referentes a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, posteriormente las enfocadas a la geometría, particularmente las que utilizan herramientas tecnológicas dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje, por último, investigaciones relacionadas con los software Geogebra y OfiCalc, que fueron los utilizados en esta investigación.

### **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas**

Los procesos de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, se han convertido, durante los últimos años, en una tarea fundamental, en los sistemas de carácter educativo, Bishop (1988), citado por Mora (2002), este último indica que no existe, probablemente, ninguna sociedad cuya estructura educativa, ya sea horizontal y/o vertical, carezca de planes de estudio relacionados con los procesos antes mencionados, en un área como las matemáticas.

Los docentes de esta área y de otras relacionadas con el conocimiento científico, se encuentran frecuentemente cara a cara con exigencias didácticas cambiantes, entre estas, las innovaciones tecnológicas dentro de los procesos educativos, que requieren una mayor atención por parte de las personas que están dedicadas al campo de la investigación, particularmente aquellas relacionadas con la didáctica de las matemáticas.

Por ello, algunas problemáticas concernientes con este aparte de la enseñanza (didáctica de las matemáticas), requieren una reflexión profunda; ya que estas (reflexiones) generalmente derivan en investigaciones relacionadas con el aprendizaje, representando estructuras complejas

para los investigadores; para Piaget (1970), vincular estas estructuras complejas, con los procesos educativos, académicos, didácticos entre otros, requieren de tiempo para su organización y desarrollo, puesto que se deben considerar las construcciones cognitivas del sujeto que aprende, a medida que recibe y organiza la información que provienen del medio que lo rodea, es decir del contexto, al igual que de los objetos dinámicos que utiliza para el aprendizaje, del docente sumado a las herramientas que interaccionan con él así mismo (sujeto que aprende) y por último se deben de tener en cuenta los conocimientos previos, estructuras y esquemas mentales contruidos por él.

En consecuencia, para Fernández (2013), las bases teóricas de cada una de las investigaciones, que surgen como propuestas y/o respuestas de las falencias existentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la didáctica de las matemáticas, tienen una composición profunda que surge de la epistemología del saber, donde estas a su vez se nutren de forma continua de diversas disciplinas, teorías relacionadas con la pedagogía y áreas afines a las matemáticas.

Por otra parte, Fernández (2013), afirma que, cualquiera área, que esté vinculada con la didáctica de las matemáticas, debe considerar, que los estudiantes necesitan adquirir de forma instruccional, secuencial e integral los conceptos, los cuales deben ser aplicables en diferentes contextos, indicando que esto permite fortalecer las estrategias didácticas, profundizar sobre los métodos de aprendizaje y técnicas adecuadas para el desarrollo de estos procesos.

Por esta razón, para los docentes se hace necesario entender que la enseñanza de las matemáticas, no va en una sola dirección, esto permite identificar que existen distintas formas, métodos, teorías y cada uno tiene sus respectivas estructura cognoscitiva, para abordar los distintos procesos (enseñanza y aprendizaje); uno de ellos y con el que se relaciona esta investigación, es la lengua natural Serrano (2003), asociado al uso de las computadora y

programas o softwares, que se han establecido como uno de los medios con mayor facilidad para el tratamiento de diferentes temas y conceptos mediados por redes de interconexión<sup>12</sup>; entre estos conceptos, los matemáticos que van desde juegos, actividades para la educación matemática elemental, hasta teorías y concepciones matemáticas complejas, que se ven aplicados en distintos campos, como lo arquitectura, agricultura, mecánica espacial entre otras; desde luego estos campos en donde se observa la matemática aplicada, ayudan a los docentes a mejorar el desarrollo de los procesos de aprendizaje y enseñanza, Serrano (2003).

Desde la misma intención, de aplicar las matemáticas a los distintos campos que tiene, Serrano (2003); Mora (2002), indican que se puede caracterizar la enseñanza como un proceso activo, el cual requiere del dominio de la disciplina, por parte de las personas que están compartiendo los conceptos o conocimientos matemáticos con los estudiantes y el dominio adecuado de un conjunto de habilidades como: planificar acciones didácticas en matemáticas; capacidad para utilizar diversas estrategias de enseñanza; habilidad para favorecer el aprendizaje por resolución de problemas en matemática; capacidad para utilizar formas actualizadas en evaluación, Díaz y Poblete (2016), que sumado a las destrezas necesarias como: empatía académica con los estudiantes, creatividad, ética profesional y curiosidad en busca de nuevas estrategias didácticas que potencien el desempeño de la labor docente.

El significado de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas aprender y enseñar matemáticas, requiere desarrollar en las personas conocimientos y habilidades como las definidas anteriormente; por ello para los docentes de esta área, es de vital importancia entender que se hace matemáticas, con los estudiantes, desde el mismo momento que se construyen las definiciones y se relacionan los conceptos que se están trabajando, así sean elementales; para Wussing (1998), más que, enseñar a los estudiantes a aprender de memoria fórmulas o

demostraciones, se debe propiciar el interés, por la construcción de las mismas y la demostración de proposiciones o teoremas, preferiblemente con significancia para su contexto.

Como consecuencia, para Mora (2002), lo propuesto por Wussing (1998), sobre la significancia de las fórmulas en el contexto de los estudiantes, desvela el temor de algunos docentes a la construcción de los conceptos y conocimientos matemáticos, ya que algunos docentes desconocen la aplicabilidad de estos en el contexto, haciendo que se valore en mayor medida, el trabajo con los algorítmicos dejando de lado la construcción y demostración de los conceptos matemáticos; indicando que como docentes es sumamente importante, prescindir de la idea, que los conceptos que perduran a lo largo del tiempo, son aquellos que se aprenden de memoria; en este sentido, para Bruner (1980), es todo lo contrario, pues considera que el ser humano recuerda con mayor frecuencia y facilidad las ideas que él ha elaborado por sus propios medios y recurso con la guía de un interlocutor o docente; estas ideas para, Mora (2003), son las que constituyen el centro del aprendizaje matemático significativo; ya que pueden ser construidas por los estudiantes con la ayuda de métodos y la presencia permanente de los docentes, por ello indica que:

Normalmente, una de las formas de iniciar la enseñanza de las matemáticas es partir una breve introducción motivadora, la cual posibilita el interés y la actuación de los estudiantes, según sus conocimientos previos, intuición personal y métodos de aprendizaje conocidos, como resultado de su proceso de socialización intra y extra matemática, permitiendo que los docentes puedan complementar esos conocimientos, ya que cuentan en la actualidad con muchos recursos, ideas y medios para iniciar actividades matemáticas con sus estudiantes.(Mora, 2002,p.56)

Por otra parte, el aprendizaje no es un asunto exclusivo de quien aprende, sino también de quien tiene la tarea de enseñar (estudiantes y docentes) , entre estos actores del proceso educativo, se desarrolla una relación dialéctica Freire (1973), permitiendo que durante el aprendizaje y la enseñanza, se ponga de manifiesto una bidireccionalidad, que facilita, que los procesos educativos sean compartidos; ya que existe, en consecuencia, un acuerdo implícito entre los miembros que participan en la práctica concreta de aprender y enseñar, donde algunos pedagogos, como Rodríguez (1975), Freire (1973), entre otros, lo denominan como un "contrato didáctico" facilitador en la adquisición de los conocimientos, que requieren tanto estudiantes como docentes.

### **Importancia de la geometría, como área de las matemáticas**

La geometría, como una de las áreas derivadas de las matemáticas y su importancia a lo largo de cualquiera de las etapas de la humanidad (antigua, media moderna y contemporánea), ha estructurado, modificado el pensamiento, de una forma directa o indirecta a ésta; pues está presente en múltiples actividades cotidianas que desarrolla el ser humano como: la agricultura, la economía, los deportes, los procesos educativos, entre otros.

Desde luego, por su connotación surge un interrogante ¿Por qué es importante estudiar geometría? Esta respuesta, generalmente hace reflexionar sobre los orígenes de la geometría y cómo el ser humano, a través, de la idea de la forma, incluyendo las consideraciones del espacio, en el cual está inmerso y la necesidad de transformar el mundo, ha buscado una manera de explicar aquello que percibe a través de algunos de los sentidos; desde esta perspectiva, Ortiz (2007), describe la geometría como el idioma de habla universal, que permite describir y construir el mundo, permitiendo así, transmitir la percepción que tiene de este al resto de la humanidad.

La importancia de esta rama de las Matemáticas, se ha reconocido por los beneficios en conocimiento que conlleva su estudio. (MEN, 2004) de Colombia afirma:

La geometría tiene una larga historia, que siempre está ligada a las actividades humanas como: sociales, culturales, científicas y tecnológicas; ya es vista como una ciencia que moldea nuestra realidad espacial, como un excelente ejemplo de sistema formal o como un conjunto de teorías estrechamente conectadas, que cambian y evolucionan de forma permanente y no se puede identificar únicamente con las proposiciones formales referidas a definiciones, conceptos, o teoremas. (p. 15)

En otras palabras el estudio de la geometría y en particular el concepto de ángulos por su estructura cognoscitiva, permiten desarrollar en los estudiantes, distintas habilidades que sirven de base para otras áreas del dominio de las matemáticas como: el cálculo (con sus distintas variables), la trigonometría, la estadística, entre otras; ya que los prepara para entender el mundo que los rodea; además, son múltiples las aplicaciones de las matemáticas que poseen los componentes geométricos; por esto, para los docentes de esta área, se hace necesario explorar distintas formas que permitan obtener provecho de la riqueza que posee la geometría, por lo tanto, se hace necesario poder romper paradigmas a los que se habitúan los docentes, para poder dedicarse a la investigación, exploración y aplicación de nuevas actividades pedagógicas dentro y fuera de las aulas de clases.

Por otra parte, el MEN (2004), señala la necesidad de investigar y buscar nuevos horizontes frente a la enseñanza de la geometría, estableciendo que:

Diseñar nuevos ambientes de aprendizaje ricos en actividades geométricas, en las distintas dimensiones del saber, indicando que los docentes de matemáticas deben experimentar con diversas facetas del panorama geométrico; Esto permite entender que entre más dimensiones y conexiones de la geometría se conozcan con los entornos, se puede guiar

de forma más fácil a los estudiantes a experiencias relacionadas, con el de aprender de la geometría, permitiendo sentar bases sólidas que se amplían en el panorama en los siguientes años escolares y en la vida. (p. 81)

Sin embargo y a pesar de su importancia, la enseñanza de esta disciplina se ve afectada por una serie de problemas, como afirman Báez e Iglesias (2007), quienes mencionan qué gran parte de las instituciones de carácter educativo, desarrollan la enseñanza de la geometría y propician el aprendizaje de esta, de una forma tradicional que se caracteriza, por clases magistrales, el trabajo en grupos y el discurso por parte del docente como elemento principal y medio didáctico educativo, independientemente de la modalidad en la que esté; en esta misma línea, Báez e Iglesias (2007), indican que en la mayoría de los casos se tiene un factor en común: se brinda una enseñanza basada en el lápiz, papel, pizarra y marcador, que no ofrece, a los estudiantes, posibilidades para su desarrollo.

Por su parte, Barrantes (2002), afirma que la enseñanza de la geometría, actualmente se enfoca, en la memorización de los conceptos, sin la aplicación y la mediación para el aprendizaje y enseñanza de estos, impidiendo que los estudiantes puedan llegar a una mayor profundización y comprensión de sus propias capacidades; desde esta perspectiva, se basa nuestra investigación, que plantea una propuesta de enseñanza y aprendizaje del concepto de ángulos, apoyada en herramientas didácticas basadas en las TIC, particularmente GeoGebra y OfiCalc.

### **Importancia de la enseñanza y aprendizaje de la Geometría**

En todos los niveles de escolaridad, en el que se encuentre un estudiante, que estudia geometría, una de las preguntas que es necesario hacer es: ¿Cuál debe ser el nivel de conocimiento, que se debe tener cuando termine dicho nivel? Como docentes es necesario preguntar sobre el tipo de conocimientos matemáticos que un estudiante debe tener, de acuerdo

con las exigencias del mundo moderno y sus propias expectativas, con intención de dar respuesta a este interrogante El NCTM (Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas)(2016) establece, sobre el estudio de la geometría que:

...aquellos que comprendan y puedan usar la geometría, tendrán cada vez más oportunidades y opciones para determinar su futuro; ya que las competencias de esta área, abren puertas de un porvenir productivo (p.5)...por consiguiente se requieren unos estándares ambiciosos para lograr una sociedad que tenga la capacidad de pensar, razonar matemáticamente, una base útil de conocimientos y destrezas matemáticas. (p. 42).

Es decir, el nivel de conocimientos necesario, que deben de tener los estudiantes, es superar con creces las expectativas de él mismo, al igual que, la de la sociedad en la cual se encuentra inmerso, para así poder competir y entrar en sintonía con los vertiginosos avances que tienen los tiempos modernos, enfocados comúnmente en la tecnología.

En consecuencia, dentro de los cúmulo de conocimientos básicos, que un estudiante debe alcanzar para una educación matemática de calidad, corresponde la implementación, unificación de los saberes y aprendizajes de las TIC, con los procesos de estudio de la geometría, como una posición de gran importancia para el campo laboral o profesional en el cual se pueden encontrar o estarán inmersos en un futuro, por ello Andonegui (2006) afirma que:

El estudio de la geometría, ayuda a potenciar habilidades de procesamiento de la información recibida a través de los sentidos y permite al estudiante desarrollar, a la vez, muchas otras destrezas de tipo espacial que le permiten comprender e influir el espacio donde vive; El mismo autor señala que la geometría también nos ayuda a conocer y comprender el mundo en el que estamos rodeados, al hacer representaciones que imitan nuestro entorno y permitir, con eso, el análisis de objetos geométricos; A su vez, ayuda a

rescatar las habilidades espaciales y concretas que en muchas ocasiones se ven relegadas frente a aquellas de corte lógico-abstracto.(p.45)

Por otra parte, la importancia que denota la geometría dentro de los procesos cognitivos, es que ayuda al estudiante a desarrollar destrezas mentales, de diversos tipos, como: la integración de la conceptualización de los ángulos, la intuición espacial, la manipulación y experimentación con objetos en distintas dimensiones, por ello, por más sencilla o fácil que sea la situación geométrica a la que se enfrenta el estudiante, esta le provee posibilidades de análisis de conjeturas, independientemente del nivel escolar en el que se encuentra, por ello para el MENC (2004)(Ministerio Educación Nacional de Colombia):

Cualquier situación geométrica, por elemental que sea, permite una amplia gama de posibilidades de exploración, formulación de conjeturas y experimentación de situaciones con la idea de explicar, probar o demostrar hechos, por ello no hay mejor lugar que la geometría para dilucidar el papel de la prueba y la demostración en matemáticas. (p.52)

Lo anterior, hace una ilustración sobre la importancia que tiene la geometría para el desarrollo de las personas, tanto a nivel social, personal, académico entre otras; por tanto, las personas encargadas (docentes) de enseñar esta área deben de tratar de llevar a cabo una labor de carácter explicativa, procurando conocer al máximo las facilidades y falencias que tienen los estudiantes en cuanto a la adquisición de competencias que ofrece la geometría, afirma Andonegui (2006); la geometría como forjadora de múltiples habilidades y formas en cuanto al pensamiento se refiere; facilita la utilización, de las múltiples opciones que le ofrece la tecnología, dónde la utilización de esta, proporciona una mayor versatilidad, en cuánto al campo de acción, en el cual facilita direccionar la enseñanza de la geometría a la resolución y generación de situaciones problemas tomados de la vida cotidiana, que le permiten al estudiante,

a través de la guía del docente, descubrir las bondades de esta disciplina y la importancia para su desarrollo.

### **Las Dificultades y concepciones en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría**

El estudio de la geometría presenta algunas dificultades en su desarrollo formal; ya que las competencias a adquirir se dan a partir de los conceptos y creencias que tienen los estudiantes y docentes, presentes en el aulas de clases, Barrantes y Blanco (2004), en relación a las concepciones y experiencias que tienen los docentes, a lo largo de su formación profesional, planean las mismas formas de enseñanza, al igual que los mismos recursos para el aprendizaje que estuvieron durante su proceso de estudiantes; por ello, en muchas ocasiones, las vivencias personales impiden llevar a cabo nuevas experiencias en cuanto al aprendizaje y enseñanza se refiere de la geometría, que guíen a los estudiante al descubrimiento y adquisición de nuevas competencias, teniendo en cuenta los conocimientos que estos ya tienen, en este sentido, Barrantes y Blanco 2004 afirman:

Que a pesar de los esfuerzos de los investigadores por presentar nuevos métodos o materiales sobre la enseñanza de la geometría, muchos estudiantes siguen llegando a las facultades de diversas ingenierías u otras carreras que utilizan la geometría dentro de sus procesos académicos, con las mismas experiencias, falta de conocimientos y concepciones sobre esta área y su enseñanza de hace unos años, lo que indica que se sigue enseñando igual que antes. (p. 249)

Así mismo, estos autores señalan que con el auge de las Matemáticas modernas en las décadas de los setenta, ochenta y noventa, con la construcción de mejores computadoras y otros elementos tecnológicos provocaron que la geometría pasara a segundo y tercer plano en el ámbito

escolar, relegando a contenidos básicos de estudio, por lo que muchas veces no se le da la importancia que requiere, dentro de los procesos educativos.

Por otra parte, Barrantes y Blanco (2004), afirman que la forma de enseñar geometría, se ha seguido haciendo de la misma forma a lo largo de los tiempos en distintas generaciones, lo cual genera una larga cadena de no romper dichos esquemas, experiencias pasadas por parte de los estudiantes y docentes; donde estos últimos tienen mucho peso en las formas de planear las clases de un área como la geometría; ya que, carecen de puntos pedagógicos de referencia, que impiden explorar otras formas de enseñar a partir de lo ya conocido; esto provoca, según Barrantes y Blanco (2004), que los docentes en las clases de Matemáticas, se inclinen hacia los temas considerados, asequibles e importantes para la enseñanza y el aprendizaje de esta área, por lo que temas de la geometría como los ángulos, se ven relegados al ser considerados poco importantes dentro de los procesos educativos o curriculares.

Todo esto hace que los temas numéricos, a los que más tiempo les dedica el docente, sean considerados más importantes en el contexto de la enseñanza aprendizaje. Así, que en las expectativas del docente, estos temas son prioritarios y serán los temas enseñados, si en los centros de formación no hay actuaciones adecuadas que sean capaces de modificar estas concepciones; de igual forma la influencia de los conocimientos y experiencias del docente hace concebir que la geometría plana es más fácil que la geometría espacial, por tanto es más importante, y su enseñanza es básica. (Barrantes y Blanco, 2004, p. 242)

Por esto, resulta de vital importancia dar a la geometría nuevamente, el lugar de prestigio que tiene como área derivada de las Matemáticas, como lo señalan, (Barrantes y Blanco, 2004):

Las nuevas generaciones tendrían las vivencias que no han gozado otros individuos anteriormente, incluyendo sus propios profesores, y esto se traduciría en una mejor experiencia de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, que provoque un desarrollo a

nivel social y cultural de la geometría como “tema importante” en el área de la educación matemática. (p. 242)

Desde luego, por lo expresado anteriormente por Barrantes y Blanco (2004), se hace sumamente importante encontrar las soluciones a dichos problemas, iniciando por salir del confort en los procesos de enseñanza y el aprendizaje tradicionales que tienen tanto estudiantes, como docentes; ya que es sumamente importante enfocarse en los conceptos, intentando que las personas encargadas de la enseñanza faciliten en mayor medida, su aprendizaje con la incorporación de herramientas didácticas que propicien la interacción con el medio del estudiante.

### **Las TIC, en la geometría como una nueva forma de enseñar**

Las TIC, han permeado todas las áreas de la sociedad, por ende la geometría no está exenta a este hecho; La UNESCO (2011), publicó “Curriculum for Teachers”, en el que define las competencias, que deben tener los docentes y estudiantes, dentro de los procesos académicos, entre estas competencias se encuentran:

Las digitales; las cuales se pueden utilizar dentro y fuera de las aulas, con diferentes herramientas, que pueden ayudar a docentes, con el desarrollo del trabajo de enseñar y a los estudiantes en el proceso de aprender; entre ellas, las pizarras digitales interactivas, portátiles, ordenadores de sobremesa o tabletas electrónicas, el software GeoGebra y otros de carácter matemáticos entre los que se encuentra OfiCalc; es muy importante que el docente sepa sacar el máximo provecho de todas estas herramientas, para el trabajo en clase y se conviertan en algo habitual como puede ser un bolígrafo, un lápiz o una libreta. (p.115)

Por otra parte, algunos autores como Belloch (2012), describen las TIC, como:

Las líneas generales giran en torno a tres medios básicos: la informática, la microelectrónica y las telecomunicaciones; pero giran, no sólo de forma aislada, sino lo que es más significativo de manera interactiva e Inter conexionadas, lo que permite conseguir nuevas realidades comunicativas. (p.11).

Es por ello fundamental, que los estudiantes y docentes, se familiaricen con el uso de las TIC, desde muy a temprana edad, puesto que las aulas de clases, han dejado de ser el epicentro donde el docente, demuestra toda su sabiduría o habilidades, sobre cualquier temática o conceptos relacionados con la geometría; la disponibilidad que tiene el internet, con sus herramientas dentro de las aulas de clase, ha hecho que las barreras físicas que existían, entre lo conceptual y lo práctico, se rompan, propiciando que el aprendizaje, esté abierto a su adquisición, facilitando la aplicación de este en cualquier momento, Belloch (2012).

En consecuencia, la inmediatez que representan las conexiones con la adquisición de cualquier información relacionada con la geometría y otras áreas, sin importar el lugar o la hora, hace que la metodología de enseñanza y la forma de aprender, que se utiliza dentro y fuera de las aulas clases, deban adaptarse a los nuevos cambios y tiempos tecnológicos Belloch (2012); De igual forma, la utilización de las herramientas, por ello, se hace imprescindible que los docentes también estén debidamente capacitados y formados para la utilización de las mismas.

Por otra parte, la UOC (2008), (Universidad de Oberta de Catalunya), En un estudio realizado, sobre el cómo integrar las TIC, con la educación, en la enseñanza de la geometría, en algunas instituciones españolas, indica que:

El uso que le dan los profesores a las TIC, en el ámbito educativo. indica que los

profesores utilizan las TIC especialmente como apoyo a la metodología tradicional de enseñanza, como innovación del proceso de enseñanza en distintas áreas y entre ellas las matemáticas. (UOC, 2008, p.7).

En la misma línea de investigación, Blamire y Kefala (2009), ponen en manifiesto:

Que con el aumento de inversión de los países de la Unión Europea, en equipar tecnológicamente las aulas, las comunicaciones, y en la formación para el profesorado, éstos utilizan las TIC, como soporte a los métodos tradicionales de la enseñanza ya existentes. al igual que para en el manejo de ciertas herramientas tecnológicas, lo que propia dar un salto de calidad a las metodologías de enseñanza nuevas y más refrescante para los estudiantes.(p.201)

Las ventajas de integrar las TIC, en los procesos de enseñanza y aprendizaje son muchas, afirma Balanskat (2006), por que influyen de forma positiva en el rendimiento educativo de los estudiantes, especialmente en las áreas como el inglés, la geometría y en menor medida en las ciencias como: ciencias sociales, ciencias naturales entre otras; en este mismo estudio Balanskat (2006), indica que las instituciones de carácter educativo que hacen uso de las TIC, logran obtener y mejorar los resultados en pruebas estatales ya que la utilización de estas propicia en cierta medida a la disposición de los estudiantes y a los procesos que se llevan en las instituciones.

En esta misma línea, Balanskat (2006), afirma que existen otras ventajas de la utilización de las TIC las cuales son:

La motivación del alumnado. El alumno se siente motivado y atraído por la utilización de las TIC  
La interactividad

Las posibilidades colaborativas Facilitan el aprendizaje autónomo

Fomentan la capacidad creativa del alumno.(p.54)

Igualmente, Balanskat (2006), afirma que Las TIC, no están exentas de desventajas, algunas de ellas son:

La privacidad, es posible que sea una de los mayores problemas de utilizar internet.

Calidad de la conexión. No siempre existe una conexión de internet estable y correcta o con un ancho de banda suficiente. Si todas las aulas están conectadas y en todas hacen uso de la conexión wifi, es muy posible que llegue un momento que la velocidad de conexión vaya disminuyendo paulatinamente con lo que su utilización en algunos momentos sea muy dificultosa.

La distracción de los alumnos es otra desventaja. Es muy posible que al pedir a los alumnos que busquen información en internet, si no se está pendiente de ellos, se distraigan con páginas web que nada tienen que ver con la información que se les ha pedido que busquen.

Por consiguiente a modo de conclusión a estas dos observaciones Balanskat (2006), afirma que las TIC no son buenas o malas en sí mismas, sino que forman parte de la evolución tecnológica de la sociedad, y son los usuarios quienes con su uso, las utilizan de forma beneficiosa o no; es aquí donde el docente desde su propio criterio, debe direccionar la instrumentalización de estos elementos que vayan en pro de los beneficios educativos de los estudiantes con los cuales éste interactúa.

### **Las TIC, como herramientas didácticas en la enseñanza-aprendizaje de la geometría.**

El carácter tecnológico de nuestra era, exige en cierta medida, el manejo efectivo de nociones de geometría de forma integral, basados en la incorporación de dinámicas tecnológicas; la enseñanza y el aprendizaje de la geometría (concepto de ángulo) debe tomar en cuenta dos elementos fundamentales como lo son: el conocimiento conceptual y el procedimental; el primero se asocia con el saber y las reflexiones teóricas que vienen en evolución y el segundo, va más

hacia lo que se quiere reforzar, que está orientado, hacia el manejo de los softwares y herramientas tecnológicas de última generación, que facilitan la rápida argumentación y resolución de planteamientos relacionados con la geometría, Salinas (2004).

Considerando estas dos tendencias en el estudio de la geometría, Salinas (2004) recomienda que; para adaptarse a las necesidades de la sociedad actual, las instituciones de educación deben flexibilizarse y desarrollar vías de integración de las tecnologías de la información y la comunicación en los procesos de formación.

Como consecuencia, se han presentado alternativas basadas en la innovación acelerada de las TIC, dada la necesidad de aportar soluciones en cuanto al modelo metodológico de enseñar “geometría” en el siglo XXI, las cuales facilitan al docente el comunicar conocimientos o ideas, pero en cuanto a los estudiantes hacer menos compleja su formación académica; en torno a estas dinámicas, los docentes deben interiorizar y entender que tienen un rol relevante, el cual hace necesario que se apropien de los conocimientos tecnológicos, que hará depender el éxito o fracaso de los distintos procesos.

Moreno (2002), destaca es sus estudios, que la utilización de herramientas didácticas alternativas como lo son los recursos tecnológicos o TIC, para el estudio de las matemáticas, facilitan la captación de la información de manera más fácil, rápida e interactiva por parte de los estudiantes, efectuando una combinación efectiva de los conocimientos teóricos con su aplicación práctica.

Por otra parte, la dinámica de la información y comunicación de Alonso (2002), citado por Said (2015), mencionan que el logro en la percepción de un aprendizaje efectivo en los estudiantes, estará dado por la capacidad que tengan en el manejo de paquetes tecnológicos o software tecnológicos, como lo son GeoGebra y OfiCalc, para que de esta manera puedan ser

críticos y analíticos en el uso Tecnologías de Información y Comunicación (TIC), por ello se cree:

Que las Tecnologías de la Información y la Comunicación son un instrumento cognitivo que, si es adecuadamente utilizado, puede modificar el aprendizaje y mejorar la mente humana. Las tecnologías aplican el conocimiento humano a los problemas del mundo real, esperamos que para cambiar y mejorar esa realidad. (p.78).

Desde esa perspectiva se considera, qué la Secretaría de Educación Pública (SEP) debe efectuar un proceso de evaluación tanto de las acciones direccionadas hacia la reforma educativa, así como del proceso evaluativo de los docentes en esta área y su nivel de formación y modernización, en cuanto al manejo de las nuevas tecnologías orientadas a facilitar y dinamizar el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas, en especial del área de Geometría. Novelo et al. (2015) señala: “Ayudar a los estudiantes a desarrollar de la mejor forma la competencia geométricas implica que los padres apoyen mediante analogías la funcionalidad de ese conocimiento en su vida cotidiana”

Rodríguez (2020), puntualiza la importancia del estudio de las matemáticas con la aplicación de las TIC:

Resulta relevante, investigar acerca de la inclusión de las TIC, en las clases de Matemáticas ya que, si bien existen muchos avances en la investigación sobre esta temática, pareciera que en la práctica aún es escasa su utilización; Además, es interesante por razones personales, en función de mi trayectoria como Profesora de Educación Secundaria en Matemática, este campo de investigación resulta valioso y enriquecedor para mis prácticas, así como también un aporte para los colegas, en el campo de las Ciencias de la Educación.(p.215)

Al igual que a los estudiantes, para los docentes es de suma importancia el manejo de los TIC, ya que:

Proporcionan al docente una amplia variedad de opciones para implementar en su labor diaria, ya que son estrategias no convencionales para la ejecución de su clase, independientemente de la especificidad del área o temática a tratar, con una orientación clara y sencilla sobre los diversos usos de estas, con una orientación clara y sencilla sobre los diversos usos de éstas, con intención no solo evolutiva del proceso de enseñanza – aprendizaje sino también en búsqueda de compartir, exteriorizar e interiorizar conocimientos con muchos otros que se desconocen o que simplemente se creen alejados del entorno donde se habita”. (Rodríguez, 2017, p.76)

La implementación de las TIC, para el proceso de enseñanza – aprendizaje en las matemáticas, facilita el desarrollo de competencias en lo que concierne a la comprensión de conceptos útiles, para el aprendizaje de la geometría como área derivada y la resolución de problemas de la vida cotidiana.

Los diferentes estudios realizados hasta la fecha, reconocen un denominador común, el cual es la necesidad de incorporar a los docentes, directivos y estudiantes en el uso cotidiano de las TIC, con el fin de obtener una mayor rentabilidad pedagógica de estos recursos y escenarios digitales, y una mayor inserción de estos en los contextos de enseñanza – aprendizaje (aulas), que ayuden a que todos los actores empleen recursos de forma cotidiana y significativa. (Sarramona, 2004, p.143)

Las TIC, forman parte de la cultura de finales del siglo XX, con un aumento en su promoción, difusión y utilización en el siglo actual. Efectuando un recuento de sus inicios Villota y Guerrero (2014), señalan que las TIC:

... comenzaron a tener relevancia en la década de los noventa, en todas las áreas del conocimiento. Son tecnologías de gestión e innovación que se basan en sistemas o productos capaces de captar información multidimensional, almacenarla, elaborarla, tomar decisiones, transmitirlas, difundirlas y hacerlas inteligibles, accesibles y aplicables en correspondencia con el fenómeno a transformar. En consecuencia, vienen a constituir un medio que no puede compararse con ningún otro recurso, el cual ofrece un acceso instantáneo a la información”.(p.98)

En muchos casos, los docentes se muestran reacios a cambiar paradigmas en los modelos de enseñanza, sobre todo en el área de las matemáticas, tan dinámica y en algunos casos tan compleja para el estudiantado.

Desde esta perspectiva, el docente debe estar atento que el proceso de aprendizaje de los contenidos matemáticos se desarrolle, lo que obliga a diseñar estrategias en las cuales la tecnología facilita esta dinámica, en virtud de que con el uso del computador, por ejemplo, puede mover, combinar y duplicar tantas copias de una forma geométrica para construir figuras a partir de ella, y de esta manera generar la atención del estudiante generando su interés en el proceso.(Jerez, 2019,p.45)

En cuanto a las competencias digitales que se pueden adquirir Cabero, Duarte y Barroso 2004; Majó y Marqués 2002; Tejada (2010); citados por Morales (2013) destacan las siguientes:

Actitud positiva hacia las TIC, para aplicarlo en las actividades personales y laborales.

Conocer y propiciar el uso de las TIC en el ambiente educativo.

Conocer y aplicar las TIC en el campo y/o área de su conocimiento.

Planificar el currículum integrando las TIC como instrumento en el marco de las actividades propias de su área de conocimiento, como medio didáctico y como mediador para el desarrollo cognitivo.

Fomentar actividades formativas en los alumnos con el uso de las TIC.

Incorporar la tecnología como estrategia didáctica en el aula por parte del docente, para el logro de un pensamiento crítico.

Moreno (2008) reflexiona sobre la actitud del docente ante los retos de las innovaciones tecnológicas: “La era digital se distingue, entre otras cosas, por la apertura y dinamismo en la gestión del conocimiento que convierte en obsoleta la antigua función del profesor transmisor de información” (p.14)

Marc Prensky se ha caracterizado por desarrollar sistemas de aprendizaje basados en el “juego” para minimizar la brecha que existe en la actualidad entre la enseñanza – y el aprendizaje, en su estudio “Nativos e Inmigrantes” (2010) menciona:

Se plantea un problema, una ruptura, desfase brecha digital y generacional que no puede ser ignorada ni aceptada sin propósito firme de cambio, para intentar paliar o solventar: los Inmigrantes Digitales que se dedican a la enseñanza están empleando una “lengua” obsoleta propia de la era pre-digital, con el propósito de instruir a una generación que controla perfectamente dicha “lengua.(p.87)

Los Nativos Digitales, se caracterizan por tener alta necesidad de recibir la información de manera rápida y paralela con otros procesos, dando prioridad a los gráficos por encima de los tediosos textos, con el uso intensivo de la red, altamente competitivos y demandantes del sistema esfuerzo – recompensa, mediante el uso de herramientas lúdicas para el aprendizaje eficaz y eficiente, rechazando lo tradicional.

Debemos enfatizar que las TIC son un apoyo para el docente, las cuales no resta responsabilidad a los compromisos que este tiene frente a los distintos procesos académicos de los estudiantes; Aunque esta sirva de guía en las instrucciones de la geometría como área

derivada de las matemáticas, debe mantener una actitud proactiva, para hacer más amable la interacción de los estudiantes con esta área de la enseñanza.

Otro de los paradigmas que se deben romper en relación al uso y puesta en marcha de las TIC, es lo señalado por Espinoza y Rivera (2019), quienes destacan que:

La organización y la cultura tradicional de las instituciones educativas influye en la dificultad que encuentran los procesos de innovación tecnológica, cuando intentan implementarse para romper o transformar las normas ortodoxas del centro escolar. En este contexto resulta complicado producir los grandes cambios que auguraba la integración de las TIC, en las aulas” (p.57)

Así mismo, Aguirre & Colas (2018), analizan que: “Uno de los aspectos que frena la implementación de las TIC, en los procesos educativos es la disponibilidad de la infraestructura tecnológica de las instituciones escolares, que en algunos casos se encuentran menguadas por factores económicos”(p.204)

### **Las TIC, en los procesos didácticos de la geometría**

Es necesario considerar y preguntar ¿Cuáles avances o desarrollo que ha tenido la geometría como disciplina educativa?; para González (2000), dando respuesta a este interrogante; la geometría no ha tenido mayor impacto por sí mismas, sino como parte elemental de otras áreas o disciplinas, que hacen uso de forma intencional de ella, como por ejemplo: este proyecto pedagógico que utiliza herramientas didácticas, como las TIC, para mejorar la comprensión del concepto de los ángulos.

Por otro lado, Almenara (2007), considera que "Las TIC, deben ser vistas como un medio y un recurso didáctico, que propicia la facilidad de comprender los conceptos, entre ellos los geométricos, entiendo que estas no deben ser vistas como un medio que resolverá los problemas

de la enseñanza y el aprendizaje; ya que las TIC, se constituyen como recursos didácticos y pedagógicos, adicionales a las herramientas didácticas con las que trabajamos los docentes, que aporta de forma estructural al desarrollo de las competencias, que deben tener los estudiantes y que su uso, sólo permite resolver algunas problemáticas que surgen en la parte pedagógica de los docentes, por lo que no se debe sobredimensionar este recurso en las aulas.

Los recursos tecnológicos o herramientas didácticas basadas en las TIC, entre ellos GeoGebra y OfiCalc (software educativos), son utilizadas cada vez más, de forma frecuente; García, Fenol y García (2014), refieren que su uso, en áreas como la geometría derivada de las matemáticas, es un hecho consolidado; ya que estas tecnologías están aquí y han llegado para quedarse, por su facilidad de uso y buena aceptación por parte de los estudiantes, por ello es importante, se hace necesario intentar encajar y comprender la era digital en la que vivimos; como consecuencia debemos adaptar las TIC, a el desarrollo de las actividades educativas.

Como complemento, García, Fenol y García (2014), afirman que "las TIC forman y seguirán formando parte del uso habitual de los docente y estudiantes, como instrumentos o herramientas didácticas facilitadoras del desarrollo de competencias y adquisición de conceptos, en cuánto al currículo se refiere" (p. 15); Ya que estos instrumentos son un recurso didáctico importante, y si se usa de forma correcta, permite mejorar los procesos de aprendizaje de cualquier área. Es decir, permite que se pase de lo tradicional a lo innovador.

Sin embargo, el uso de herramientas tecnológicas en los procesos educativos favorece el desarrollo de otro tipo de competencias a las digitales, como lo es el mejoramiento del pensamiento técnico-funcional-operativo Peña (2016), Según el autor, las TIC:

No deben utilizarse, sólo para uso exclusivo del área de la geometría en las aulas de clases; se hace necesario llevar a cabo una combinación de recursos con la orientación del

docente, ya que esto permite que los alumnos no actúan mecánicamente, sino que intervenga la parte emocional de cada uno de ellos.(p.76)

En esta misma línea de investigación, Riveros y Mendoza (2011), afirman que: "al integrar las TIC, en el aula se incorporan con otro medio de instrucciones, cuyo fin último es aprender con las tecnologías y no aprender de las tecnologías" (p. 5). Con esto se pretende que las TIC, Sean tomadas como recursos que ayudan a los estudiantes o que le facilitan a los estudiantes, la adquisición de competencias mediante el uso de la tecnología en otras palabras las TIC, se deben de ver como un recurso importante, siempre y cuando el docente sea quien guíe, tanto el uso como la aplicación con fines educativos y desde luego innovadores, donde convergen las capacidades, actitudes, contenidos, habilidades y desde luego los valores en el área que se pretende enseñar.

### **El uso de los software, en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los ángulos**

Geogebra y OfiCalc, son programas o softwares de uso libres; considerados como sistemas integrados que sirven para la enseñanza y aprendizaje de distintos conceptos, entre ellos los ángulos: concepto perteneciente a la geometría, área derivada de las matemáticas; estos softwares (Geogebra y OfiCalc), por sus estructuras, permiten trabajar con diferentes áreas del conocimiento; ya que incorporan una gama amplia de funciones, entre ellas, los sistemas de procesamiento simbólicos, los de procesamiento gráfico, entre otros; que facilitan el aprendizaje de casi cualquier tema relacionado con la Geometría y desde luego facilitan la comprensión a los estudiantes, Ferragina (2012); como lo es el objetivo de estudio de esta investigación, que utiliza estas herramientas didácticas para la enseñanza y aprendizaje de los ángulos; en este mismo sentido, de describir estos software educativos como herramienta didáctica, Avecilla y Ponce (2016), afirman que "Geogebra es un recurso didáctico o herramienta didáctica en pro de la

motivación y facilitador del trabajo colaborativo, del trabajo constructivista, entre otros; enfocado en el direccionamiento de grupos por parte del docente, a través de procesos de interaprendizaje” (p. 123).

Desde otra óptica, pero encaminados a la descripción de estos software educativos los autores afirman, que GeoGebra es un programa o software de uso libre, que facilita a docentes, estudiantes la manipulación de este; permitiendo estos últimos ayudarse entre sí, en cuanto al compartir de las experiencias vividas, durante el la tutoría del docente.

Otra de las características que posee, GeoGebra, Ferragina (2015), radica en la facilidad del manejo de su interfaz, que consta de una vista algebraica, una vista gráfica y según su versión facilita una interacción en 2D Y 3D; que permite a los estudiantes crear asociaciones con los componen de las figuras geométricas; por ejemplo con este software, se puede identificar, clasificar, ampliar, cambiar la dirección, la inclinación de un ángulo, facilitando la clasificación de estos según sus características.

Por otra parte, Fonseca (2013), en cuanto a el software OfiCalc, indica que reúne todas las funciones y herramientas necesarias que permite la realización de diversos cálculos, desde una operación aritmética, hasta complejos estudios estadísticos, pasando por la sumatoria y distinción de los ángulos; para, Fonseca (2013), OfiCalc dispone de una interfaz con tres variantes de diseño (desde el más completo, hasta el compacto) y cuenta con una pantalla doble donde se pueden realizar distintas conversiones entre ellas todo tipo de monedas, unidades 1D, 2D y 3D; además para, Fonseca (2013), este software permite incluir módulos independientes, especialmente diseñados para realizar cálculos de física, estadística, polinomios, ecuaciones, trigonometría y temas de geometría, como cálculos de magnitudes, dirección y sentido de los ángulos, estableciendo las características de estos cuando son positivos y cuando son negativos, según el direccionamiento que tomen y lo que se requiera.

## **Geogebra y OfiCalc, en los procesos de enseñanza y el aprendizaje de los ángulos**

Como paso siguiente, se abordan algunas investigaciones que sirven como fundamentación teórica, en la importancia de utilizar los software GeoGebra y OfiCalc, como recurso o herramientas didácticas para la enseñanza y aprendizaje de áreas derivadas de las matemáticas.

En primer lugar, Portilla (2014), en su investigación "Uso de Geogebra como recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas en 1° de bachillerato de Ciencia y Tecnología".

Su objetivo fue presentar:

Una propuesta práctica para la enseñanza de las funciones y su representación gráfica a los alumnos de 1° de bachillerato con el uso de un software como recurso didáctico. Se realizó una investigación bibliográfica y un estudio de campo. La propuesta se aplicó con el uso de Geogebra, logrando la asimilación del concepto de funciones gráficas, además de mostrar un aumento en la motivación de los alumnos.(p.154)

Asimismo, Escobar (2013), en su investigación "La metodología experimental para el uso de Geogebra en Geometría de octavo grado" instrumentó un modelo experimental de enseñanza con el uso de GeoGebra, para delimitar la importancia de las TIC, en la actitud de los estudiantes del octavo grado de la I. E. Antonio Holguín Garcés de la ciudad de Cartago, Valle del Cauca-Colombia, para la investigación se implementaron tres acciones con el grupo de estudio organizador de la siguiente forma:

Con el grupo (A) de estudiantes, la enseñanza se basó en la implementación de Geogebra; mientras que el grupo (B) utilizó una metodología tradicional. Después de la implementación, se obtuvo que el grupo de control (B) disminuyó su actitud y motivación frente a la clase de Geometría y el grupo (A) mejoró significativamente su actitud y motivación. Para medir la actitud y la motivación, se aplicó a los dos grupos una escala de

actitud previa a la implementación, para contrastar con una aplicación posterior a las sesiones de clase. (p.67)

A modo de conclusión, el autor afirma que con la utilización del software Geogebra, dentro de los procesos académicos, los estudiantes cambiaron la actitud y la motivación aumentó, para desvincularse de la idea de que las áreas pertenecientes a las matemáticas son aburridas, monótonas y no se pueden utilizar herramientas tecnológicas que facilitan la comprensión de las temáticas; esta investigación contribuye significativamente a nuestro proyecto de innovación, ya que se puede observar que la aplicación de GeoGebra u otros recursos tecnológicos, genera motivación en los estudiantes y propiciar mejores ambientes escolares que facilitan la adquisición de los conceptos.

En la misma línea, Nunja (2017), en su investigación "La influencia del software Geogebra en el aprendizaje del Álgebra de los estudiantes del 9º año de educación secundaria de la I. E. Trilce del Distrito de Santa Anita" implementó la utilización del software Geogebra, como elemento primordial para enseñanza de funciones lineales y no lineales, donde se realizó una evaluación diagnóstica y una evaluación final, donde se obtuvo como resultado: que el software Geogebra influye en el aprendizaje del álgebra en los estudiantes del 9º año de educación secundaria; En consecuencia, el aporte al proyecto es el uso de instrumentos de evaluación para verificar si la aplicación del recurso Geogebra, ayuda al desarrollo de habilidades relacionadas con las matemáticas.

También, Carrasco (2016), presentó la investigación "Influencia del software Geogebra en el aprendizaje de la gamificación de funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería - 2016"; El propósito de esta investigación fue:

Determinar la influencia del Software Geogebra, en el aprendizaje del graficador de funciones reales. La metodología utilizada tuvo un enfoque cuantitativo, con un diseño

preexperimental. Se utilizó un diagnóstico y una evaluación final, de los cuales se obtuvo como resultado que la aplicación del software Geogebra, influye significativamente en el aprendizaje de la gamificación de funciones reales en los estudiantes.(p.57)

Al igual, que en las investigaciones anteriores, el principal aporte de esta investigación, es la utilización de instrumentos o herramientas didácticas sumadas a la recolección de datos (diagnóstico inicial y final) para evaluar la propuesta de implementación del software Geogebra, para procurar mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de cualquier temática, relacionada con las matemáticas.

Otra parte, en cuanto a investigaciones que tienen como base el uso del software OfiCalc, como herramienta didáctica para la enseñanza y aprendizaje Marzon (2015), en su Investigación titulada: “OfiCalc una propuesta para desarrollar la inteligencia lógico-matemática en estudiantes de 9° de la I.E. Castin Mao de Puebla México”, en el que se presenta esta herramienta didáctica asistida por computadores, que permitió llevar a cabo, la inteligencia lógico-matemática, en el cual la metodología utilizada para el desarrollo de esta investigación fue experimental, de tipo analítico, prospectivo de carácter longitudinal en campo. El método científico utilizado fue inductivo-deductivo a través de diferentes fases las cuales se desarrollaron de las siguientes formas:

Planeación, diseño, producción, prueba piloto, evaluación y mejoramiento, en donde se analiza 50 estudiantes, además la variable principal para el estudio fue la aplicación del software educativo, ya que permitió una progresión porcentual con respecto al pensamiento matemático y razonamiento deductivo, el principal resultado producto de la investigación fue que se demostró cómo la elaboración y aplicación del software de razonamiento OfiCalc, el cual tiene un impacto favorable en el desarrollo de la inteligencia lógico-matemática de los estudiantes, además el desarrollo del proyecto se

basó en los lineamientos del diseño instruccional y su validación se realizó mediante una prueba piloto en la cual participaron docentes y estudiantes, los resultados de esta experiencia permite inferir que la adopción de las nuevas tecnologías móviles en los procesos educativos es pertinente. (Marzon,2015,p.178).

Asimismo, Garzón & Bautista (2017), en su investigación “Tratamiento de los conceptos de razón y proporción a través del programa didáctico OfiCalc”, presentan la importancia: de la construcción de los conceptos de razón y proporción a través de una secuencia de enseñanza, que fue puesta en práctica con un grupo de 42 estudiantes, la metodología utilizada es cuantitativa, tomando a la medición en términos convencionales como no convencionales, como un instrumento que permitiera establecer las relaciones, y el análisis los diferentes procedimientos de resolución problemas que tienen los estudiantes, para resolver las situaciones matemáticas a las cuales se enfrentan.

En la misma línea, Pérez (2006), en su artículo investigativo “Empleo del software OfiCalc y su incidencia en el rendimiento académico, en los estudiantes que ven cálculo integral en la Universidad Peruana Unión, filial Tarapoto” (p.87) presenta un estudio que permite demostrar las ventajas de la utilización de este software educativo dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje de áreas de las matemáticas, la metodología utilizada es cuasi experimental, esta investigación se aplicó a una población de 58 estudiantes divididos en dos grupos, que se toman como variable principal es el apoyo del software OfiCalc, para integrales indefinida y definidas en las clases de cálculo, entre los resultados arrojados por la investigaciones se tiene data, que existen diferencias significativas entre los dos grupos estudiados, y esta se debe principalmente al empleo de los softwares educativos implementados en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Por lo tanto, el aporte que se tiene de estas investigaciones, para la propuesta de investigación basada en el uso de los softwares GeoGebra y OfiCalc como herramientas didácticas basadas en las TIC, para la enseñanza y aprendizaje de los ángulos en los estudiantes del grado 10<sup>a</sup> de la Institución Educativa Gabriel García Márquez del municipio de San Carlos de Guaroa departamento del Meta; es que el uso de estas herramientas didácticas, aportan experiencias que enriquecen los procesos de enseñanza y aprendizaje de cualquier temática relacionada con las matemáticas, propiciando el cambio de las actitudes y la motivación por parte de los estudiantes y docentes, al igual que otros tipos de ambientes escolares y desde luego esto se ve reflejado en la mejora de los procesos educativos, permitiendo que se estructure de mejor forma, la construcción de los conceptos, convirtiéndolos en significativas.

## **Aspecto Metodológico**

En este capítulo se presenta la descripción del diseño metodológico, junto al proceso de elaboración y la forma en la que se aplica la secuencia instruccional en la investigación; como primera parte se presenta el marco legal regulatorio, el cual incluye los artículos y normatividad jurídica que rigen la investigación, seguido la instrumentación que presenta ¿el cómo? ¿cuándo? de la recolección de la información tanto en estudiantes, como en docentes y finalmente las técnicas utilizadas para el acopio de la información.

### **Enfoque de la Investigación**

El enfoque metodológico de esta investigación es de tipo cualitativo, definida por Miguel Martínez (2006), como:

La investigación que se encarga de identificar la naturaleza profunda de las realidades, su estructura dinámica, aquella que da razón plena de su comportamiento y manifestaciones; de aquí, que lo (que es el todo integrado) no se opone a lo cuantitativo (que es solo un aspecto), sino que lo implica e integra, especialmente donde sea importante. (p.34)

De igual forma, Miguel Martínez (2006), expresa que el método cualitativo específico depende de la naturaleza de la estructura o la población a estudiar, en este caso los estudiantes del grado 10° de la Institución Educativa Gabriel García Márquez del municipio de San Carlos de Guaro, departamento del Meta; los cuales presentan dificultades en el uso manejo y aplicación de los ángulos; en la actualidad, la metodología cualitativa dispone de una serie de métodos como: investigación acción participativa, diseño narrativo, diseño demográfico, el explorativo, el inductivo, el naturalista, descriptivo, EMIC o percepción del autor, comprensivo, el holístico entre otros; que permiten identificar aspectos sensibles que son tenidos en cuenta en una

investigación de este tipo, los cuales se presentan este proyecto investigativo y se denotan en los subsiguientes textos.

González (2013), señala que la investigación cualitativa:

Tiene como propósito la construcción del conocimiento sobre la realidad social, a partir de las condiciones particulares y las perspectivas de quienes la viven, ya que implica asumir un carácter de diálogo en las creencias, mentalidades, sentimientos y vivencias que se consideran esenciales en cuanto al análisis en el proceso de producción y desarrollo del conocimiento con respecto a la realidad del individuo en la que forma parte. (p. 138)

En otras palabras, la metodología de la investigación cualitativa se desarrolla en el contexto real, con la interacción de los actores sociales, es decir, las personas que habitan en el entorno objeto de estudio, en este caso, los estudiantes partícipes de esta investigación donde se efectúa el estudio y análisis del manejo de los softwares OfiCalc y GeoGebra, como herramientas didácticas, para mejorar la comprensión, el uso y la aplicación del concepto de ángulos.

Además, esta investigación por su naturaleza, permite conocer la estructura social de las personas objeto de estudio, facilitando identificar cómo ocurre el proceso en el que se da el problema; de igual forma, permite registrar la etnografía, antropología, etnología, sociología, historia, política, de los mismos, Ruiz & Cornejo (2012).

Por otra parte, este enfoque explica y da a conocer las situaciones que se ven en el contexto, las cuales se pueden originar de forma compleja con situaciones realizadas dentro de un marco social y cultural determinado; de esta forma, se logra obtener comprensión de los actos y simbolismos a partir del sujeto que se encuentran en la situación que está siendo sometida a un determinado estudio; en este sentido, Bapista & Cerda (2011), establecen que, en una

investigación de tipo cualitativa, se puede emplear una amplia gama de técnicas e instrumentos, para la recolección de la información, tales como:

Entrevistas semiestructuradas

Revisión de documentos

Discusión en grupos

Observación no estructurada

Evaluación de experiencias personales

Revisión de documentos

Interacción o introspección con comunidades

En este orden de ideas, los instrumentos utilizados en el enfoque cualitativo, permite evaluar y conocer de cerca los factores que dificultan la comprensión del tema central de esta investigación (ángulos), asimismo, analizar los factores más influyentes que pueden obstaculizan la enseñanza, aprendizaje y comprensión del tema en cuestión.

Al mismo tiempo, el análisis de la información de la investigación cualitativa, se presenta de modo inductivo, permitiendo inferir lo que piensan los sujetos objeto de estudio (Profesores – Estudiantes), es decir, que aportes o qué sugerencias pueden hacer estos, para mejorar los procesos de la enseñanza y el aprendizaje sobre el concepto de ángulo; de igual forma permite el análisis de los resultados, con el propósito de extraer generalizaciones significativas que aporten al conocimiento del tema en estudio, pero en virtud de la población, Gravemeijer & Terwel (2000).

### **Tipo de Investigación**

En este aparte del capítulo, se describe la investigación de corte exploratorio, realizada en la I.E.E.G.M con los estudiantes del grado 10<sup>a</sup>; en esta se define el porqué de la misma, entre

estos la facilidad de la comprensión del problema existente, proporcionando resultados concluyentes y no concluyentes, que facilitan ideas como: utilizar esta investigación, como foco de investigaciones futuras.

### **Investigación de corte exploratorio**

El enfoque de esta investigación, es de tipo cualitativo de corte exploratorio; en el sentido que facilita el estudio de problemas que no están claramente definidos, o en su defecto, se conoce vagamente la idea de las variables relevantes, Arias (2008); cómo lo es esta investigación, que lleva a cabo una secuencia educativa, apoyada en los softwares GeoGebra y OfiCalc; para los estudiantes del grado 10° de la Institución Educativa Gabriel García Márquez, del municipio San Carlos de Guaroa departamento del Meta.

De igual forma, este tipo de investigaciones permite realizar estudios previos antes de realizar otros, que podrían suponer un coste más elevado, o en su defecto plantear la profundización en cuanto al análisis del problema que se está desarrollando; por esta razón, este tipo de investigaciones, facilita el entendimiento o la comprensión de ciertos fenómenos desconocidos o nuevos, auxiliando la identificación, estructuración de conceptos o variables potenciales, para examinar relaciones posibles entre ellas, Cazau (2006).

En concordancia, la investigación de corté exploratorio, es conocida también, como formulativa Selltiz, (1980 citado por Cazau, (2006), pues permite conocer a mayor profundidad los conocimientos que se deben de tener, sobre los fenómenos de estudio, para así explicar de mejor forma, el problema de investigación que se está desarrollando; en este caso la enseñanza y aprendizaje de los ángulos con herramientas didácticas basadas en TIC; desde luego, este tipo de investigaciones por su estructura, parten de la no formulación de hipótesis previas, propiciando

la flexibilidad del investigador, disminuyendo los posibles sesgos de este, en cuanto al manejo de la información.

Adicional a ello, las investigaciones de corte exploratoria, estudian las variables o factores que están relacionados con el fenómeno en estudio, determinando cuando existe o se establece la idea clara, respecto a las variables que son relevantes y cuando se tiene información suficiente sobre el tema de estudio; de modo tal, que este tipo de investigaciones generalmente son tomadas, como el abreboza de las investigaciones subsecuentes, siendo necesaria para poder abordar de forma conceptual, el fenómeno que se pretende estudiar, Tomala (2016); por ello, estas investigaciones, se suelen llevar a cabo cuando el problemas de estudio se encuentra en fase preliminar y se enfoca en responder las preguntas ¿qué?, ¿por qué? y ¿cómo?.

Por otra parte, la investigación de corte exploratorio para, Tomala (2016), tiene las siguientes características:

Permite definir sus conceptos, prioriza los puntos de vista de las personas, facilitando que se puedan enfocar en el conocimiento que estás tienen sobre el tema, por lo que el significado es único e innovador, teniendo una estructura obligada, así que el investigador puede seguir el proceso que le parezca más sencillo, permitiendo encontrar una solución a problemas que no fueron tomados en cuenta en el pasado. (p.28)

En consecuencia, el objetivo de este tipo de investigaciones, es explorar el problema teniendo en cuenta el entorno o el contexto, de igual forma, permitir al investigador establecer una base sólida sobre las ideas posibles, las variables que realmente son importantes para el análisis, organizar y ahorrar tiempo al investigador, ya que los resultados obtenidos no tienen que ser necesariamente concluyentes o estar completamente desarrollados.

### ***Variables del problema investigativo.***

Este tipo de investigaciones de “corte exploratorio” se caracteriza por tener variables dependientes e independientes, dejando de lado las hipótesis, Arias (2012); menciona que resulta importante identificar cada una de estas (variables); a fin de establecer que elementos específicos o factores son más relevantes en la investigación.

### ***Variable dependiente***

Factores como la utilización de herramientas didácticas basadas en las TIC (softwares GeoGebra y OfiCalc), facilitan el aprendizaje y enseñanza de los ángulos en los estudiantes del 10<sup>a</sup> de la I.E.G.G.M.

### ***Variables independientes***

Los siguientes factores que a continuación se denotan, describen las variables independientes de la investigación:

Metodología de aprendizaje - enseñanza

Ambientes de aprendizaje basado en las TIC (disciplina, relación docente-estudiante- padres de familia ; padres de familia -docente - actitud del estudiante)

Preconceptos de los estudiantes.

En el desarrollo de la investigación, las variables anteriores ayudan a direccionar parte del proyecto para su desarrollo, entendiendo que son elementos que interactúan durante el proceso de la misma.

### **Población**

La población objeto de estudio son los “estudiantes del 10<sup>o</sup> grado de la Institución Educativa Gabriel García Márquez del municipio de San Carlos de Guaroa, departamento del Meta”, el cual contempla dos cursos académicos divididos de la siguiente forma, 10-1 y 10-2 con un total

de 82 estudiantes, dónde contempla 40 varones y 42 niñas entre edades de 14 y 18 años, de diferentes etnias como: mestizos, indígenas y afros.

### **Procedimientos utilizados para la recolección y procesamiento de información**

Con base en el diseño metodológico, para la recolección de la información se utilizan las siguientes técnicas, para obtener los datos necesarios y oportunos en esta investigación como:

La observación directa

Charlas o diálogos abiertos con estudiantes y docentes

Encuesta a estudiantes y docentes

Entrevistas semi-estructuradas a docentes y estudiantes

Éstos elementos utilizados en el diseño metodológico, sentaron el proceso de la investigación.

### ***Educación matemática realista EMR***

Por el tipo de investigación, para el análisis de la información recolectada en este proyecto, se utilizó el enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR), la cual está centrada en los dominios propuestos por Gravemeijer y Terwel (2000); debido a la necesidad imperante de reformar la enseñanza de las matemáticas; su fundador, fue el matemático y educador, alemán Hans Freudenthal (1905-1990), que desarrolló la mayor parte de su trabajo en Holanda, dónde enfoca su trabajo, a que las matemáticas no sean sólo vistas como una actividad donde solo se resuelven problemas de forma aislada, sin tener en cuenta los contextos, sino que deben de ser vistas como un conjunto de conocimientos contextualizados, que interactúan con el ser humano; en otras palabras “No hay matemáticas sin matematización”; es decir “que las personas no deben aprender las matemáticas como un sistema cerrado, o aislados, sino como una actividad en conjunto que se hace y se vive, todos los días, inherente a su cotidianidad” (Freudenthal, 1989 p. 104); para, Freudenthal (1989), se debe entender que el proceso de matematizar la realidad con

medios matemáticos incluso matematizar las matemáticas, debe ser vista como un camino o planicie hermosa, dirigida hacia el mundo de la vida de los símbolos, denotándola como matematizar horizontalmente, cuando se transita dentro del mundo de los símbolos se denomina matematizar verticalmente.

Así mismo, Godino (2007), argumenta que en la mayoría de las aproximaciones a la educación matemática, la EMR, propone a los estudiantes empoderarse sobre la comprensión de herramientas matemáticas como las didácticas basadas en las TIC, Por ello, propone dejar de lado, los inicios de las clases con informaciones puntuales o definiciones que deben de ser aplicadas de forma posterior, sino que se debe comenzar con situaciones de contextos favorables a los estudiantes, que demanden una organización o contextualización en las matemáticas, o en su defecto pueda ser matematizados; como resultado de este tipo de implementaciones de las matemáticas realistas, uno de los principios que se consideran importantes, dentro de la educación en esta área, según Freudenthal (1989); es dar a los estudiantes una oportunidad “guiada” para “reinventar” poder ver sus falencias, ventajas dentro de los procesos educativos.

Por otra parte, Van den Heuvel-Panhuizen y Drijvers (2014), destacan que otro de los principios de este enfoque, es la importancia de usar modelos pedagógicos, dentro de los distintos niveles de comprensión, que van direccionados a el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

### ***Principios de la educación matemática realista o EMR***

Cómo se mencionó en la anterior sección, el fundador de este enfoque fue el matemático, doctor y educador de origen alemán Hans Freudenthal (1905- 1995), quien desarrolló su carrera académica y sus teorías pedagógicas en lo que hoy se conoce como países bajos; concibe que su mal llamada teoría debe de ir en contra del enfoque o modelo mecanicista de la enseñanza de la

matemática tradicional; Freudenthal (1989), enfoca su teoría en intentar cambiar la forma tradicional de enseñar de las matemáticas, partiendo del supuesto, de que las matemáticas se deben de ver como algo cotidiano o común, que se realiza de forma continua y en muchas veces de forma inconsciente, dentro de la cotidianidad de las personas, dando el paso a lo que hoy se conoce como matemáticas moderna.

Freudenthal (1989), concibe, que él no pretende establecer o proponer un nuevo paradigma de aprendizaje, como lo es constructivismo, conductismos, entre otros; sino proponer un enfoque pedagógico global basado en las siguientes ideas:

Aceptar que el desarrollo de la comprensión matemática, pasa por distintos niveles; donde los contextos, los modelos, poseen un papel relevante y el desarrollo, se lleva a cabo en el proceso didáctico, denominado reinención guiada en un ambiente de heterogeneidad cognitiva.

Pensar la matemática, como una actividad humana (a la que Freudenthal denomina matematización), de modo tal que debe existir una matemática para todos.

Desde el punto de vista curricular, la reinención guiada de la matemática en tanto actividad de matematización, requiere de la fenomenología didáctica, como metodología de la investigación, esto es, la búsqueda de contextos y situaciones que generen la necesidad de ser organizados matemáticamente, siendo las dos fuentes principales de esta búsqueda la historia de la matemática, las invenciones y producciones matemáticas espontáneas de los estudiantes. (p.56)

Estas ideas se encuentran relacionadas entre sí, ya que direccionan tanto a docentes como estudiantes, a repensar la manera en que coinciden la comprensión de un concepto, en este sentido, Freudenthal (1989) clasifica la EMR a través de los siguientes principios.

### ***Principio de actividad***

Este principio se fundamenta en concebir las matemáticas como una actividad humana, en otras palabras, la matemática debe percibirse como un quehacer que se aprende mejor haciendo, y a la que todas las personas pueden acceder; para Freudenthal (1989), lo importante no está, solo aprender a operar números, sino conocer y entender cómo se desarrollan los procesos numéricos, algebraicos y geométricos, partiendo no solo de axiomas o teoremas, sino en la acción de abstraer, no en la forma y la estructura, sino en formular, estructurar y aplicar el conocimiento matemático a un contexto real.

Por esta razón, Freudenthal (1980), indica que las matemáticas se deben entender como un área que es de todos y para todos en muchos procesos, pero que no todos los estudiantes van a ser matemáticos sobresalientes, que para la mayoría las matemáticas, sólo serán utilizadas en la resolución de problemas cotidianos.

Por otra parte, Freudenthal (1980), durante el desarrollo del principio de actividad, dentro del enfoque de la EMR, determinó que la “educación de todos y para todos” abarca distintos logros y objetivos, como los formales que van más allá de las matemáticas, entre ellos el desarrollo de actitudes de todas las clases: como las morales, las sociales, las emocionales, las religiosas o de clérigos y las cognitivas entre otras; la cual hacen que todo ser humano o persona culta, quede dentro de los ejes relevantes de la educación.

### ***Principio de realidad***

Éste principio, Freudenthal (1980), lo define como la capacidad que tiene la matemática en surgir como matematización (organización) de la realidad, el aprendizaje matemático que se origina en la realidad, manteniendo un significado de disciplina conectada, interconectadas, aterrizada al mundo real y al realizable; qué se puede imaginar partiendo desde la razón por

parte de los estudiantes y para los estudiantes; con esto, Freudenthal (1991): indica que prefiere aplicar el término “realidad” como la experiencia que el sentido común toma como real en ciertos escenarios; desde este punto de vista para, Freudenthal (1991), resulta más real y comprensible para un estudiante, sí se trabaja sobre las situaciones del colegio o que vive a diario en él, ya que le permite integrar el lenguaje, flechas o simbolismos matemáticos, como operaciones algebraicas, operaciones básicas partiendo de un contexto.

Por ello, este principio trata de presentar a los estudiantes los problemas tomados de la vida o contextos cotidianos, de modo tal, que estos puedan imaginar las situaciones, y a partir de allí, que puedan utilizar el sentido común, que permita integrar algunos juegos, razonamientos, a los distintos procedimientos de cálculos, estrategias, resolución de problemas y modelos matemáticos que mejor sirvan para organizarlos.

En consecuencia para, Freudenthal (1981), no se debe entender el contexto como un simple elemento al azar o aislado, es decir, que este se debe entender como un medio decodificador de lo aprendido; ya que es significativo para el estudiante en lo que representa la EMR; ya que constituyen puntos de partida, para su vida activa dentro de las matemática, promoviendo el uso del sentido común, estrategias informales, que propician el avance hacia niveles de mayor formación.

### ***Principio de reinención***

Para, Freudenthal (1991) en este principio considera que la matemática no es otra cosa que una forma de sentido común o de uso tan común como el alimentarse, sólo que hace la analogía, de ser un alimento bien cocido en pro de beneficiar al cuerpo y generar un progreso continuo que da unos resultados de cambio; el caso de los números en éste principio es necesario hacer un buen proceso de alimentación matemática, teniendo en cuenta el contexto, que permita

transformar lo que se conoce como matemática común o básica, en matemática genuina y para progresar, siendo sistematizado y organizado.

Por esta razón para, Freudenthal (1991), este proceso se debe realizar dentro de las aulas de clases, con los distintos roles que tienen tanto el estudiante como docente a través de la interacción, permitiendo lo que se conoce o lo que denomina Freudenthal “reinvención guiada”, entendiéndose como un balance sutil entre la libertad de inventar y la fuerza de guiar” (1991).

Por ello para, Freudenthal (1991), la educación matemática debe ser guiada por parte del docente, para darle a los estudiantes la oportunidad de reinventar la matemática, es decir reinventar, formular o estructurar nuevos modelos, conceptos, operaciones estratégicas matemáticas, que usan las matemáticas cotidianas; es aquí donde el docente tiene un papel fundamental dentro del proceso y enseñanza de los estudiantes, unificando los productos o criterios informales que tienen, junto a las herramientas formales institucionalizadas de la matemática como disciplina, que le permita orientar de forma adecuada el proceso y la capacidad de anticipación, observación, autoevaluación, reflexión al estudiante, acerca de su aprendizaje a corto y largo plazo; esto permite al docente comprender qué habilidades tienen los estudiantes, para ser guiadas en clases y dar lugar a la reinversiones y a los cambios de nivel; por ello para, Freudenthal (1991) el aprendizaje debe de ser continuo y gradual, ya que generalmente presenta discontinuidades, es decir, saltos repentinos de reinversiones en la toma de atajos en sus estrategias, cambios de puntos de vista, el uso de modelos de distintos niveles de formalización que van de estructuras complejas del mundo real a las más generales, abstractas y formales de la matemática.

### ***Principio de niveles***

En este principio, Freudenthal (1991), completa el proceso de reinención con el filósofo y pedagogo, Treffers (1987), lo llama “matematización progresiva”; establecen que los estudiantes deben contextualizar la matemática desde un contenido o tema tomado de la realidad, para luego, analizarlo con sus propias actividades o concepciones matemáticas; en este proceso, el estudiante se va situando en diferentes niveles, de acuerdo a la comprensión que vaya alcanzando; este proceso de matematización fue profundizado por, Treffers (1987) y retomado por, Freudenthal (1991), bajo dos formas:

La de matematización horizontal, que consiste en convertir un problema contextual en un problema matemático, basándose en la intuición, el sentido común, la aproximación empírica, la observación, la experimentación inductiva.

La de matematización vertical, se encuentra dentro de la matemática misma, la cual conlleva a buscar estrategias de reflexión, esquematización, generalización, prueba, simbolización y rigorización (limitando interpretaciones y validez), con el objeto de lograr mayores niveles de formalización matemática. (p. 87)

Por otra parte, dentro de este mismo proceso de matematización vertical y horizontal, que tiene el principio de niveles en la EMR, Freudenthal (1973) indica, que este tiene otras características añadidas las cuales son:

utilizar niveles cognitivos o niveles de comprensión, en los cuales el estudiante va progresando, hasta alcanzar el nivel de formación matemática, ellos son el nivel formal, nivel situacional, nivel general y nivel formal. (p. 358)

Por esta razón, Freudenthal (1973), indica que este progreso en los niveles es dado cuando la actividad en un nivel es analizada en el siguiente tema operatorio, en un nivel se transforma en objeto del posterior nivel, por su estructura estos niveles están ligados al uso de

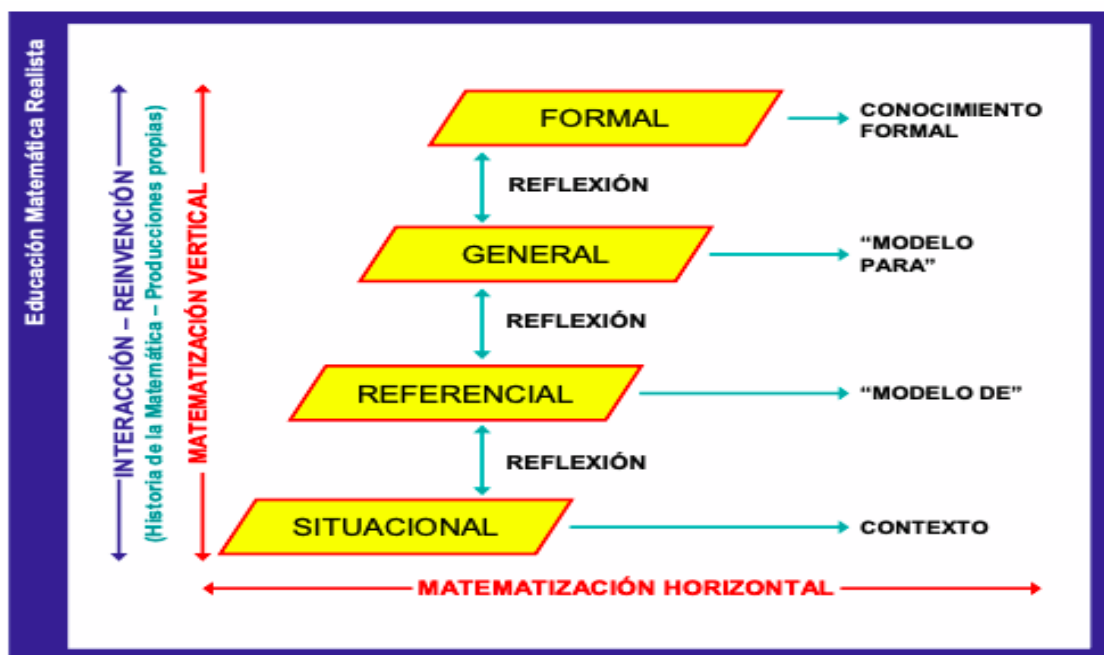
las distintas estrategias, distintos modelos y lenguajes de distintas categorías cognoscitivas, sin constituir una jerarquía estrictamente ordenada. (p. 378)

### Niveles de comprensión en la EMR

Se hace necesario entender y comprender que estos diferentes niveles de la EMR, parten del componente horizontal y avanza de forma gradual y evolucionan a los modelos prospectivos, enmarcados por, Gravemeijer (1994), Ver Figura 5; que constituyen el ingrediente central, que lleva de la matemática horizontal a la matematización vertical, al impulsar y elevar los niveles de comprensión.

### Figura 5

*Imagen de niveles Adaptación de Gravemeijer (1994) EMR*



*Fuente:* Principio de niveles de Gravemeijer (1994) de la EMR, A mathematician on didactics and curriculum theory, Journal of Curriulim Studies. 32:6, 777-796

Por otra parte, para Bressan y Gallego (2011), éstos niveles situacionales están asociados con los estudiante, porque permiten y pretenden explicar distintos momentos de los desarrollos matemáticos ligadas al contexto; ya que se parte de los conocimientos informales, el sentido

común, las experiencias vividas, las estrategias utilizadas para identificar escenarios que involucran las matemáticas.

En el anterior sentido, los niveles de comprensión situacionales, referenciales, generales, forman estructuras y representan los reconocimientos conceptuales o pasajes del conocimiento informal, al conocimiento formal; caracterizándose por distintos niveles y actividades cognitivas, lingüísticas, asociadas al uso de distintos modelos y estrategias, entendiendo que no se estructuran o se organizan en una jerarquía estrictamente ordenada; denotando así, un proceso conocido como matemización horizontal, donde los otros niveles están enmarcados dentro de la matemización vertical y por lo tanto, se caracterizan por la búsqueda de fórmulas, el uso de la prueba y la generalización, entre otros; ellos son: nivel situacional, nivel referencial, nivel general y nivel formal los cuales se denotan a continuación:

### ***El nivel referencial o de referencia***

Este nivel se caracteriza por que los estudiantes, hacen representaciones de modelos gráficos o notacionales, sumado a la realización de descripciones conceptualizaciones, donde pueden desarrollar algunos procedimientos personales que esquematizan en la estructura del problema; de igual forma, en este nivel aparecen los modelos rotacionales, donde el estudiante parte de ver referencias, dentro del proceso de educación formal o informal, haciendo comparaciones donde puede estructurar ciertos elementos matemáticos, que les permite identificar las posibles características que tiene un objeto a comparación de otros; de igual forma realiza descripciones de los conceptos y procedimientos que esquematizan el problema, pero siempre referidos a la situación particular.

### ***El nivel general***

Este nivel se caracteriza, porque el estudiante desarrolla por medio de las exploraciones algunas reflexiones, a través de la generalización de lo aparecido en el niveles anteriores (nivel de referencias), pero propiciando una focalización matemática, sobre las estrategias que supera la referencia al contexto; en este nivel propicia la reflexión, sobre los conceptos procedimientos y estrategias de los distintos modelos utilizados, llegando de los aspectos particulares, a los aspectos generales, los cuales pueden ser utilizables en un conjunto de problemas propiciando posibles estructuras o modelos para resolución de los mismos.

### ***El nivel formal***

En este nivel, se trabaja con los procedimientos y notaciones convencionales, relacionados con la comprensión, utilizando la forma general los conceptos conocidos, los convencionales y los no convencionales que hacen parte de la matemática, que continuamente se está vinculando al contexto que se está trabajando

### ***En el nivel situacional***

En este nivel el estudiante, tiene completa noción sobre la situación de las estrategias que ha utilizado tomada o a realizada en del contexto, apoyándose, si es necesario en sus conocimientos informales o en un sentido común y la experiencia.

Desde luego es importante entender, que estos niveles son dinámicos y los estudiantes pueden desarrollar sus conocimientos y aprendizajes, en diferentes niveles de comprensión para contenidos distintos o partes de un mismo contenido, por esta razón más que escribirlos de forma exacta, sirven para que el docente conozca, siga el proceso de aprendizaje global que tiene el estudiantes en cuanto a conocimientos, comprendiendo que la evolución entre niveles, se da

cuando la actividad de un nivel es sometida a análisis en el siguiente, el tema operatorio en un nivel se torna objeto del siguiente nivel, Freudenthal (1971).

### **Interpretación de las acciones y modelos en la EMR**

la EMR, considera que las matemáticas deben ser relacionadas con el contexto, permanecer cercana a los estudiantes o ser relevantes para la sociedad, a fin de constituirse en un valor agregado a la humanidad, Freudenthal (1971); ya, que se enmarca dentro de los principios de los niveles del proceso de la matematización, que va siguiendo una progresión de subniveles, denomina matematización progresiva, Treffers (1987); en este proceso de progresividad, en la EMR direccionado por, Treffers (1987), admite que los estudiantes, van alcanzado y/o pasando por distintos niveles de comprensión y entendimiento matemático, que está relacionado con el uso de estrategias, modelos, lenguajes de distintas categorías cognitivas, que no reflejan una jerarquía ordenada de aprendizaje, Gravemeijer (2000); en este proceso los estudiantes parten de modelar sus propias actividades matemáticas informales en los proceso cognitivos, permitiendo el cambio de forma gradual, hacia un modelo más estructurado y formal, direccionado a el razonamiento matemático, pero fortalecido en el conocimiento experiencial adquirido.

Por otra parte, en la interpretación de las acciones de la EMR, Freudenthal (1971), indica que es necesario partir de una reflexión profunda, sobre ¿cómo enseñan las matemáticas, los distintos actores relacionados con esta área? (docentes); ya que, se debe derivar en la pretensión de capacitar a los estudiantes de forma adecuada, para que así se pueda llegar a niveles de comprensiones matemáticas más elevados, que el punto de partida, Treffers (1987), donde no se piense que una clase es homogénea en sus trayectos de aprendizaje, sino que los individuos tienen sus propios senderos de aprendizaje, que el docente a lo largo del trayecto académico debe de conocer.

Sumado a lo anterior, la acción de interpretación de este enfoque, concibe al currículo, como un proceso que requiere del diseño de secuencias instruccionales, partiendo de la didáctica, con objetivos definidos, que se enmarquen en una filosofía educativa, que busca promover cambios en la enseñanza formalista y algorítmica de los números que son impartidos en las aulas.

En efecto, el motor del proceso de la EMR, es observar, registrar y analizar hitos, saltos y discontinuidades en el aprendizaje de los estudiantes, desde del desarrollo matemático que se puede explicar de forma sencilla y práctica; por ello, para Freudenthal (1991), la reflexión conjunta de investigadores, diseñadores curriculares y profesores acerca de estos fenómenos, lleva a mejorar las secuencias didácticas, con miras a guiar de modo efectivo los procesos de matematización, generando así desarrollos educativos.

En este orden de ideas, Freudenthal (1991), considera que la EMR:

se centra en el desarrollo de materiales curriculares, que constituyen mucho más que un diseño instruccional, denotando que es una innovación estratégica total que, por una parte, se fundamenta en una filosofía educativa explícita y por otra, incorpora el desarrollo de toda clase de materiales (adaptándose) como parte de esa estrategia. (p. 45)

De igual forma, Gravemeijer, (1994) considera que:

La didáctica realista invita a reemplazar la visión del estudiante como receptor pasivo de una matemática prefabricada, por la de un sujeto que participa, junto con otros, en la organización matemática de fenómenos inimaginables. (p. 87)

En consecuencia, para Freudenthal (1991), la actividad o acción primordial del docente dentro la EMR, es matematizar la didáctica, entendida como una actividad organizadora que se da tanto a nivel horizontal como a nivel vertical; en el que horizontalmente, los docentes trabajan en torno a fenómenos de enseñanza-aprendizaje que emergen en las aulas y en las de otros;

verticalmente, reflexionan y generalizan a partir de situaciones, hasta reinventar su propia caja de herramientas didácticas para facilitar la matematización.

### **Instrumentos utilizados**

En esta sección, se describen los instrumentos utilizados para la recolección, estructuración y organización de la investigación, haciendo un recorrido detallado cómo y por qué se utilizaron, facilitando así el para que frente a la recolección de la información.

#### ***Observación directa***

Es el instrumento guía dispuesto que suministra la información inicial, el cual permite identificar parte del problema durante los años 2017, 2018, 2019, 2020, 2021 y 2022 , del trabajo docente en la institución; durante esta etapa temprana, se observa cómo los docentes imparten las clases a los estudiantes y la aptitud que estos últimos asumen frente al desarrollo de las mismas; dicho proceso observacional dentro de la I.E.G.G.M con los estudiantes del grado 10°, permite constatar, que no hay ningún acercamiento de carácter aplicativo del concepto de ángulos con los docentes a los cuales se les hizo la observación, sumado al no uso de algunas herramientas tecnológicas en el desarrollo de distintas clases entre ellas las de matemáticas y por supuestos áreas derivadas como la geometría, encaminadas a propiciar conceptos, saberes y conocimientos que le permitan a los estudiantes avanzar en sus procesos educativos.

#### ***Charlas o diálogo abiertos***

El segundo instrumento guiado para este proceso investigativo, son las charlas o diálogos abiertos, con los estudiantes, docentes y padres de familia de los estudiantes partícipes de la investigación; ya que permite conocer desde distintos puntos de vista, las situaciones que generan las dificultades en los procesos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y en particular del concepto central de esta investigación los ángulos.

### ***Entrevista semiestructurada***

Con este instrumento, se indaga en la población objeto de estudio, se realiza una encuesta de carácter abierto; donde se conocen la percepción que tienen los estudiantes sobre la enseñanza - aprendizaje de la geometría y el nivel de conocimiento que estos tienen sobre el concepto de ángulos.

### **Fase del proceso o secuencia instruccional**

En el proceso de la investigación, se tienen en cuenta los siguientes pasos o secuencia instruccional, estructurados para el desarrollo y el análisis de los resultados de la investigación:

#### ***Fase 1 (Información)***

En esta fase se hace una descripción sociodemográfica de la población objeto de estudio, de igual forma se identifican las falencias existentes sobre los conceptos de ángulos, su aplicabilidad y características; (examen de conocimiento sobre el concepto de ángulos a los estudiantes)

Se realizan charlas abiertas con docentes permitiendo identificar qué factores dentro del proceso educativo dificultan la enseñanza y aprendizaje de los ángulos.

Se realizan charlas abiertas con los estudiantes, permitiendo identificar qué factores, dentro del proceso educativo dificultan la enseñanza y aprendizaje desde los ángulos.

Los estudiantes del grado 10º de la Insinuación Educativa Gabriel García Márquez del Municipio de San Carlos de Guaroa, presentan un pretest para identificar en qué nivel están sus conceptos respecto a los ángulos.

### ***Fase 2 (Orientación dirigida)***

En esta fase, se determina el objetivo académico, mediante la utilización de las TIC, con los estudiantes; el cual es trabajar las competencias digitales, que permiten reforzar los conceptos explicados (ángulos) en clase, con el manejo y uso de los softwares educativos GeoGebra y OfiCalc; permitiendo que los estudiantes trabajen las competencias de autonomía, iniciativa personal y digital para fortalecer la académica.

Se seleccionan los recurso o herramientas educativas basadas en las TIC (softwares), que mejor se adaptan a las necesidades; el objetivo es que se trabaje a modo de guía con el docente, con el fin identificar los recursos que fortalecen los procesos del aprendizaje, la enseñanza del concepto de los ángulos y desde luego favorecen el desarrollo de esta investigación.

Como paso siguiente, se realizan 4 jornadas de dos horas cada una, donde se incluyen las explicaciones y aplicaciones detalladas entre docentes y estudiantes sobre los softwares GeoGebra y OfiCalc, los cuales son seleccionados como los recursos educativos, que más se adaptan a las necesidades para la enseñanza y el aprendizaje del contexto de ángulo.

Se realizan trabajos manuales con los estudiantes utilizando el transportador, reglas y el compás sobre distintos elementos como: cartulinas, cartón entre otros, donde involucra la medida y utilización de los ángulos.

Por último en esta fase, se realizan actividades, como medición de terrenos y distribuciones de estos mediante la utilización de los ángulos y otras herramientas como el flexómetro; en este aparte se ponen en práctica, las experiencias que se recogen en este trabajo, con los herramientas didácticas que se encuentran de forma libre los softwares GeoGebra y OfiCalc.

### ***Fase 3 (Integración)***

Las finalidades de esta fase son: en primera medida lograr que los estudiantes extiendan su conocimiento sobre el concepto de los ángulos; como siguiente paso, realizar la recolección, sistematización, análisis, de la información que arrojan las encuestas realizadas a los estudiantes y docentes, donde se permite identificar el contraste con los planteamientos teóricos, objetivos establecidos, para exponer conclusiones y generar discusiones; por último evaluarse si los métodos utilizados como de herramientas didácticas basada en las TIC, son los adecuados para proponer mejoras sobre los procesos de enseñanza y el aprendizaje de los ángulos.

Los estudiantes del grado 10º de la Institución Educativa Gabriel García Márquez del municipio de San Carlos de Guaroa Departamento del Meta, realizan nuevamente la evaluación sobre la percepción académica, estados emocionales y la facilidad de adquirir los conceptos, con la utilización de herramientas didácticas dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje de los ángulos.

Se evalúa si las herramientas didácticas basadas en las TIC, teniendo en cuenta el principio de niveles de la EMR, lograron su cometido que es facilitar la comprensión, entendimiento, uso tanto en el aprendizaje y enseñanza de los ángulos a los estudiantes de la Institución Educativa Gabriel García Márquez, del municipio San Carlos de Guaroa.

Se realiza el análisis descriptivo de la investigación, donde se determina, el nivel de conocimiento, referente al concepto de ángulo, que tienen los estudiantes del grado 10º de la I.E.G.G.M. basándonos en el enfoque de la EMR.

**Figura 6**

*Plan operativo del proceso académico*

		CRONOGRAMA 2021																																							
FACES DEL PROYECTO	Actividades a desarrollar	FECHA DE RESULTADOS																																							
		MESES																																							
		FEBRERO				MARZO				ABRIL				MAYO				JUNIO				JULIO				AGOSTO				SEPTIEMBRE				OCTUBRE				NOVIEMBRE			
		SEMANAS																																							
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4				
<b>FASE 1 (información)</b> <b>Descripción sociodemográfica de la población objeto de estudio</b>	a. Se identifica la población objeto de estudio, teniendo en cuenta el cambio del grado 9º al grado 10º, es decir la elección de los estudiantes que pasan a la media técnica vocacional en sembrado ornamentación y cultivos de palma de aceite.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X																												
	b. Se realizan charlas abiertas con los docentes, para identificar de estos las posibles razones de la pandilla de los estudiantes en los procesos académicos.							X	X	X	X	X	X																												
	c. Se realizan charlas abiertas con los estudiante y permitiendo identificar qué factores dentro del proceso educativo dificultan la enseñanza y aprendizaje de los ángulos									X	X	X	X	X	X	X	X																								
	d. Los estudiantes del grado 10º de la Insinuación Educativa Gabriel García Márquez del Municipio de San Carlos de Guaroa, presentan una encuesta abierta o pre Test para identificar en qué nivel están sus conceptos o conocimientos respecto a los ángulos.							X	X	X	X	X	X	X	X	X	X																								





## **Resultados**

Una vez definidos los elementos metodológicos que direccionaron la práctica de este proyecto investigativo, se describieron los detalles y elementos, más relevantes de la ejecución y puesta en escena de las actividades diseñadas, al igual que las formas de los diferentes momentos y situaciones en las que interviniesen los estudiantes; el análisis de la información, se realizó a través de los principios de niveles presentados en el marco teórico de la educación matemática realista EMR, particularmente bajo los principios de la de matematización horizontal y vertical (Ver secciones prácticas de la 2 a la 9) que permitieron ubicar a los estudiantes en distintos niveles de aprendizaje, de acuerdo al tipo de respuesta suministrada en cada una de las actividades.

### **Elaboración de las actividades didáctica y su implementación**

Para el diseño e implementación de las actividades, se involucró la matematización horizontal y la vertical de la EMR, elementos teóricos propuesto por Freudenthal (1971), sumado a la modelización matemática y los niveles de Gravemeijer (1994), que consideran: los objetivos de aprendizaje, la trayectoria hipotética del mismo, el rol del docente, el de los estudiantes y desde el luego el conjunto de tareas que lo conforman, partiendo de un problema real.

El desarrollo de esta investigación, se dio en tres fases: en la primera se dio inicio con un problema del contexto, que involucra el concepto de (ángulos) y experiencias con los softwares GeoGebra y OfiCalc; paso seguido, en la misma fase, se realizó un análisis de lo expuesto por los docentes y estudiantes referente a las dificultades del proceso enseñanza y aprendizaje, por ultimo un pretest a la población objeto de estudio.

En la segunda fase, se determinaron los objetivos académicos a conseguir con los estudiantes, los cuales eran: trabajar las competencias, que permiten reforzar los conceptos

explicados (ángulos), en esta fase se establecen 4 actividades o prácticas, que componen el desarrollo de la investigación; se trabajó con grupos de 5 estudiantes, donde el docente tomó el rol de orientador del proceso y por último, en la tercera fase, se efectuó la evaluación al proceso de los elementos matemáticos y tecnológicos utilizados, es decir, se analizó el impacto del uso de los softwares GeoGebra y OfiCalc, en la enseñanza y aprendizaje del concepto de ángulo, a partir de la propuesta metodológica de los principios de la EMR.

### **Desarrollo de la Fase 1 (Información)**

Esta primera fase contiene tres actividades, cuyo objetivo principal fue identificar cuáles eran las dificultades de aprendizaje del concepto de ángulos y los subyacentes a éste, que presentan los estudiantes partícipes de esta investigación.

#### ***Práctica 1 Charlas abiertas con los docentes***

En esta actividad se realizaron mesas redondas con los docentes del área de la matemáticas, cada uno de ellos expresó las falencias o dificultades, que consideraban eran las existentes dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría.

En el desarrollo de esta actividad los docentes manifestaron las siguientes:

Se denota una alta apatía por parte de los estudiantes a los procesos matemáticos, consideran que las clases de matemáticas son muy aburridas por el tipo de explicaciones que solo se brinda en tablero o guías.

Es necesario utilizar distintas estrategias y herramientas, por ejemplo tecnológicas para mejorar los procesos de enseñanza de los docentes .

Los estudiantes no comprenden o no captan del todo, la noción de ángulo y los contextos prácticos en donde se pueden utilizar.

De igual forma, los estudiantes presentan dificultades en las mediciones, el sentidos y determinación de las magnitudes de los ángulos.

### ***Actividad práctica 1***

Esta actividad consistió, en generar espacios de interacción entre los docentes, partiendo de sus prácticas de aula, con el objetivo de propiciar el intercambio de información con sus homólogos, abordando distintos escenarios, relacionados con la matematización horizontal y vertical, con los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes; adicional a ello, determinaron las falencias que los docentes consideran que tienen, dentro de su proceso práctico a la hora impartir las clases de matemáticas.

### ***Práctica 2 Charlas abiertas con los estudiantes***

La segunda práctica, Figura 6, hizo alusión a las 4 sesiones de charlas abiertas de 2 horas cada una, con los dos grupos de estudiantes (10-1 y 10-2) seleccionados. Seguidamente se muestran algunas de las opiniones con respecto a las clases de geometría:

Éstos consideran que las clases de matemáticas, deberían de ser direccionadas con otro tipo de herramientas, aparte de las manuales, para así poder comprender de mejor forma los conceptos que se están impartiendo.

Los estudiantes consideran que las clases de matemáticas, son muy aburridas y pierden con facilidad el interés, las ganas de querer participar; ya que siempre es lo mismo, el tablero, la explicación del docente y en ocasiones poca participación de estos, para proponer nuevos estilos de clases.

De igual forma los estudiantes, consideran que hay insuficiencia en ocasiones por parte de los docentes, en el manejo de ciertos temas, se traban o se equivocan mucho y son un tanto pesados para dictar las clases.

Es necesario agregar otro tipo de escenarios, donde se pueda practicar lo aprendido durante las clases.

Se deben utilizar herramientas tecnológicas, como las que se utilizaban en cursos anteriores, para explicar las clases de matemáticas de mejor forma.

Se deben utilizar de forma práctica, los conceptos de ángulos aprendidos con algunos aplicativos, usados en cursos anteriores.

En esta misma fase, se les consultó a los estudiantes sobre la noción de ángulo, resaltando estas respuestas:

Los ángulos son figuras matemáticas, que generalmente no son utilizadas en ninguna otra área, porque todo es abstracto y no ven un ángulo caminando.

Son figuras geométricas, pero que desconocen su aplicabilidad en el contexto.

Son aperturas que tienen un ángulo interno y toman un nombre de acuerdo a su medida o amplitud.

Son figuras, que tienen un vértice y líneas, pero que desconocen el nombre de las mismas o no se acuerdan.

Son dos líneas que se unen, para formar una apertura que tienen una medida.

Consideran que los ángulos, tienen signo de positividad o negatividad de acuerdo a su sentido, pero algunos desconocen hacia dónde va a dicho sentido.

Son figuras geométricas, que generalmente conforman otras figuras más grandes como cubos, triángulos entre otras (eso lo aprendieron en primaria porque vieron Videos).

De igual forma en este momento del proyecto, algunos estudiantes se corrieron unos a otros, en cuanto a las magnitudes que deben tener ciertos tipos de ángulos, por ejemplo se corrigieron, en conceptos como los ángulos no son figuras que se

encuentran en tres dimensiones, indicando que esto eran figuras planas, que tenían ciertas medidas pero que desconocen ciertos nombres, de acuerdo a dichas medidas; de igual forma llegaron a ciertos acuerdos, entre el concepto de ángulo recto, ángulo llano estableciendo las medidas que algunos, recordado y suscitando algunos ejemplos como: una mesa plana ángulo llano, la esquina del tablero ángulo recto.

Adicional a ello, algunos estudiantes aclararon a otros la diferencia entre ángulo complementario y ángulo suplementario, indicando que no son los mismos, ya que uno para ser complementario es la suma de dos o más ángulos y esta suma es igual a  $90^\circ$  y el otro en la suma de los ángulos que tienen  $180^\circ$ .

En esta práctica, la acción consistía en identificar, mediante charlas abiertas con estudiantes, los factores que inciden, en la apatía sobre el procesos de aprendizaje de los ángulos.

### **Figura 7**

*Imagen mesa redonda y charla con los estudiantes*



*Fuente:* Autoría propia Imagen, charlas abiertas con estudiantes con uso de herramientas TIC.

Para ello, los estudiantes de forma ordenada y secuencial, escucharon lo manifestado y socializado por sus compañeros en una dinámica de mesa redonda.

### ***Resultados de la actividad práctica 2***

En esta actividad práctica, los estudiantes se encuentran en el nivel general, con respecto a los principios de niveles de la EMR, ya que realizaron comparaciones y conjeturas de las diferentes concepciones, que hay sobre los ángulos; es decir, realizaron comparaciones de la noción vaga que tiene referente al concepto de ángulos complementarios y ángulos suplementarios, de igual forma, relacionaron algunos ángulos, según sus medidas o magnitudes, pero se les dificultó la puesta en práctica de los conceptos anteriores, esto se vio reflejado en las intervenciones realizadas por los estudiantes, seguidamente se presentan algunas de ellas:

Curso 10-1: en el caso particular de los estudiantes establecieron sus falencias, virtudes y ventajas, que tiene referente a la utilización de los ángulos en el contexto, manifestando algunas concepciones que tienen referente a éste.

Curso 10-1 de Grupo 1: este grupo considero que los ángulos, son aperturas que están bien definidas, que pueden tener medidas y magnitudes pero que desconocen con especificidad el nombre de acuerdo a la magnitud establecida, pero les genera dificultad el poder direccionar ubicar un ángulo, en un determinado contexto, ya que desconocen qué elementos serían los apropiados o los adecuados para su uso.

Curso 10-1 de Grupo 2: este grupo consideró que una de sus falencias con respecto a la concepción de ángulo, es que desconocen cuándo un ángulo es positivo o cuando un ángulo es negativo y que de igual forma su uso puede ser aplicado a las cosas cotidianas como por ejemplo: se ve en la apertura de una puerta y al momento de una persona abrir las piernas al dar pasos dar pasos.

Curso 10-1 de Grupo 3: éste grupo manifestó que los ángulos, se clasifican según sus medidas y según su sentido, es decir positivo y negativo; dejando claridad a los otros grupos, sobre cómo se deben de medir dichos ángulos, partiendo de que el elemento principal para

medirlos es el transportador y que dicho elemento puede ser de luna completa o media luna (forma de nombrar el transportador que mide  $180^\circ$  y  $360^\circ$ ) en este momento se hace la claridad, a los estudiantes que los nombres no son media luna, o luna completa; sino que el transportador que se encuentra en la mitad o media circunferencia tiene una medida de  $180^\circ$  con respecto a el otro, que es de circunferencia total o completa que tiene una medida específica de  $360^\circ$  y que serán utilizados de forma manual para el cálculo de los ángulos.

Curso 10-1 de Grupo 4: éste grupo manifestó que una de las principales situaciones para que se presente la apatía con respecto a la enseñanza y aprendizaje de los ángulos, es la poca utilización de herramientas tecnológicas, como las que ellos consideran que se ven en otras clases.

Curso 10-1 de Curso 10-2: este grupo se enfocó más en dos situaciones particulares, la primera a la crítica hacía los docentes, la segunda, en la comparación de los ángulos complementarios y suplementarios.

Curso 10-2 de Grupo 1: éste grupo consideró que parte de la apatía, que ellos demuestran a los procesos académicos, se debe a la poca intención de los docentes a utilizar elementos distintos al tablero indicando, que se genera el mayor aburrimiento para sus procesos.

Curso 10-2 de Grupo 2: éste grupo indicó de forma errónea que un ángulo suplementario es aquel que la suma de dos ángulos o más, mide  $90^\circ$  y que este se puede ver, cuándo se divide la esquina del tablero en dos o más partes.

Curso 10-2 de Grupo 3: ese grupo realizó la corrección al grupo anterior, es decir al grupo dos e indica, que no era la forma adecuada o correcta de definir estos ángulos, ya que los ángulos suplementarios son los que sumados son iguales a  $180^\circ$  y que los ángulos complementarios son los que sumados miden  $90^\circ$ .

Curso 10-2 de Grupo 4: éste grupo indicó, que los ángulos complementarios y los ángulos suplementarios, no se encuentran de forma fácil en la vida cotidiana, diciendo que sólo se ven en los tableros o en su defecto de vez en cuando, en lo único que lo pueden ver, es cuando miden la hora del reloj grande, que se encuentra en el colegio.

### ***Práctica 3 Presentación de pretest***

Esta actividad se aplicó un Pretest a los estudiantes; en este, se hizo el segundo acercamiento al proceso del proyecto, frente a la noción de ángulo, con el objetivo de conocer qué conceptos tenían claros y cuáles no; en esta actividad, los estudiantes respondieron 19 preguntas directamente relacionadas con los conceptos específicos de los ángulos.

Esta actividad consistió en utilizar un test de conocimientos específicos sobre el concepto de los ángulos; con el objeto de identificar cuáles de estos conceptos tenían claros o no los estudiantes.

En el (apéndice C); Se muestran las preguntas del Pretest realizado a los estudiantes durante este proceso.

### ***Resultados de la actividad práctica 3***

En la actividad práctica 3: los estudiantes con respecto al principio de niveles, de la EMR, algunos se encuentran en un nivel referencial y otros en el nivel general, por lo siguiente: en cuanto al nivel referencial, respondieron a algunas preguntas, de forma asertiva, que se realizaron sobre las descripciones específicas de algunos ángulos y sobre algunas preguntas que se relacionaron con el direccionamiento y magnitudes a través de modelos comparativos como por ejemplo el de los ángulos complementarios y ángulos suplementarios; en cuanto al nivel general, respondieron en su totalidad a las preguntas que los ubicaron en el nivel referencial, sumando algunas preguntas que describen generalizaciones de los conceptos con respecto a los

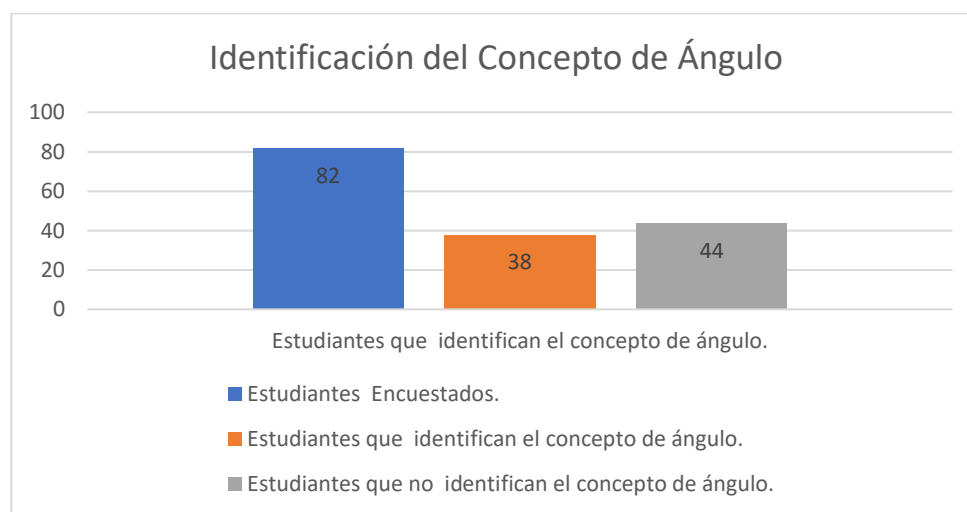
ángulos, lo cual los conlleva a realizar exploraciones y reflexiones, para llegar a responder este tipo de preguntas realizadas, los cuales los ubicaron en el nivel general.

Sumado a la descripción anterior, se anexan algunas preguntas realizadas en el Test.

Estudiantes encuestados, que identifican el concepto de ángulo.

### Figura 8

*Estudiantes que identifiquen el concepto de ángulo*



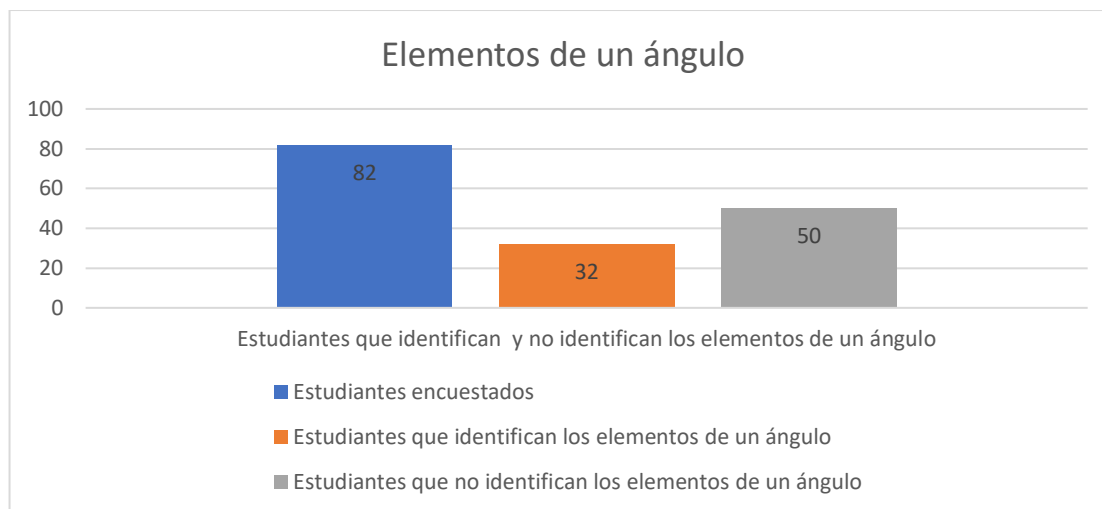
*Nota:* Elkin Delgado 2021, Figura que identifica a estudiantes que identifican y no identifican, el concepto de ángulo.

Con respecto a esta gráfica, podemos identificar, que 38 de los de los 82 estudiantes se encuentran en el nivel general de la EMR, por que lograron identificar algunas generalidades particulares de los ángulos, mientras que 44 de los de los 82 estudiantes, se encuentran en el nivel referencial, porque no lograron asociar algún concepto referente a los ángulos.

Estudiantes encuestados, que identifican cuáles son los elementos que conforman un ángulo.

## Figura 9

*Estudiantes que identifican y no identifican un ángulo*



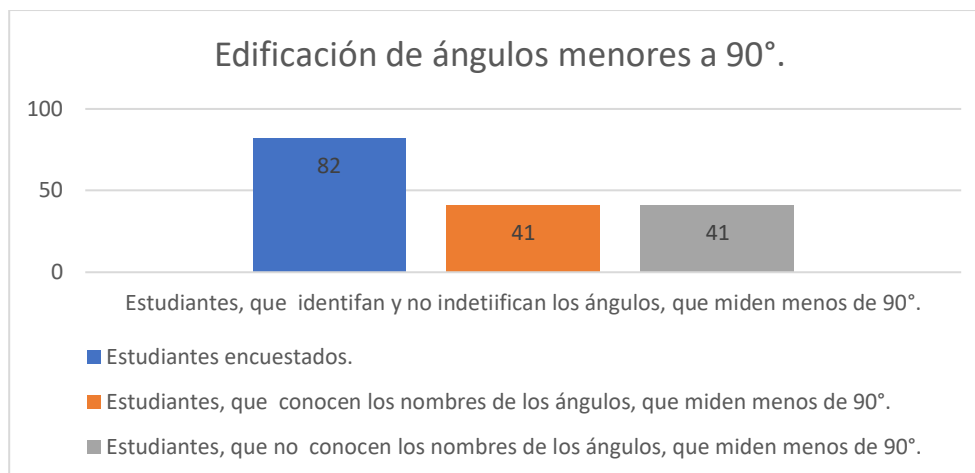
*Nota:* Elkin Delgado 2021, Figura que identifica a estudiantes que identifican y no identifican, los elementos de los ángulo.

En esta gráfica, podemos identificar que, 30 de los 82 estudiantes se encuentran en el nivel general, por que lograron identificar algunos elementos generales que tienen los ángulos como: punto, semirrecta, vértice, lado, apertura entre otros; mientras que el 52 de los 82 estudiantes encuestados se encuentran en el nivel referencial, ya que medianamente identificaron algunos de los elementos de un ángulo pero, presentan dificultades para identificarlos en su totalidad.

Estudiantes encuestados que, conocen los nombres de los ángulos, que miden menos de 90.

## Figura 10

*Estudiantes que identifican y no identifican los ángulos menores de 90°*



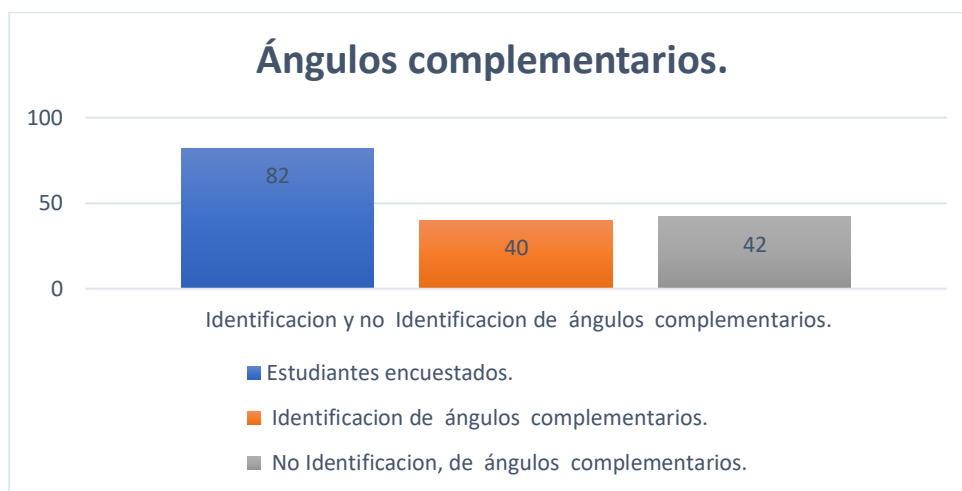
*Nota:* Elkin Delgado 2021, Figura que identifica a estudiantes que identifican y no identifican, los elementos de los ángulo.

En esta gráfica podemos identificar que 41 de los 82 estudiantes, se ubican en el nivel general, ya que identificaron, los nombres de los ángulos que miden menos 90°, mientras que 41 de los 82 estudiantes, se encuentran en el nivel referencial, en el sentido que poseen un conocimiento vago de estos ángulos.

Estudiantes encuestados, que identifican cuando un ángulo es complementario y sus características.

**Figura 11**

*Estudiantes que identifican y no identifican los ángulos complementarios*

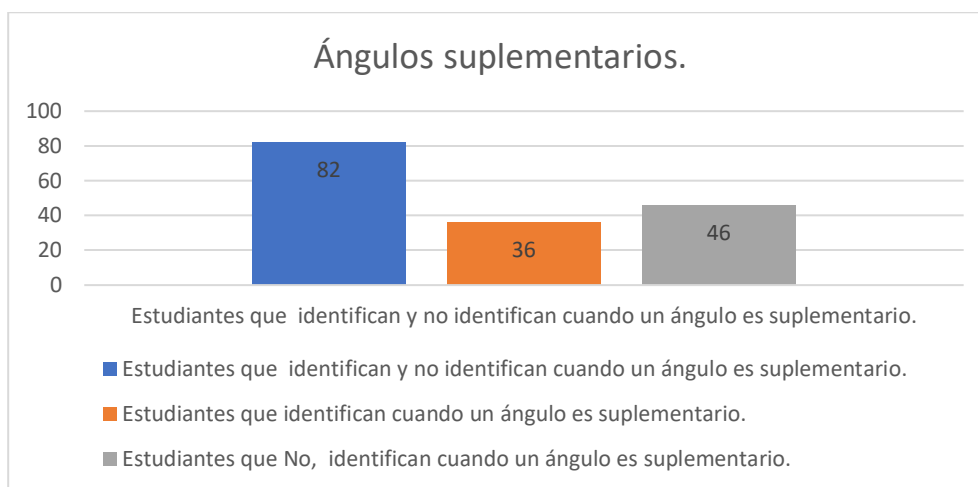


*Nota:* Elkin Delgado 2021, esta gráfica hace relevancia de la forma en que los estudiantes identifican y no los ángulos complementarios.

En esta gráfica podemos identificar que 40 de los 82 estudiantes encuestados, se encuentran en el nivel general, porque lograron identificar cuándo un ángulo es complementario y qué características lo describen, mientras que 42 de los 82 estudiantes encuestados, se encuentran en el nivel referencial, por que realizaron conjeturas de forma vaga sobre este tipo de ángulos.

## Figura 12

*Estudiantes que identifican en los ángulos suplementarios*

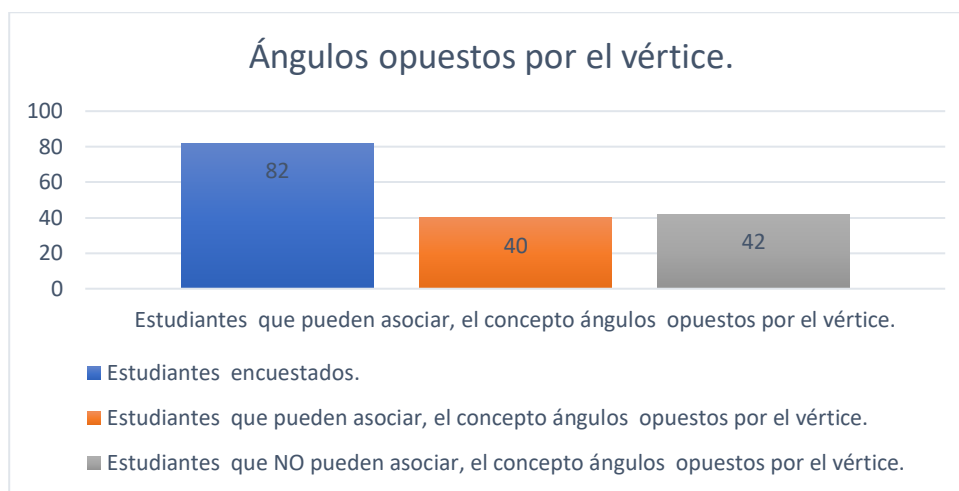


*Nota:* Elkin Delgado 2021, esta gráfica asocia el concepto particular que tienen los estudiantes sobre ángulos complementarios.

En esta gráfica podemos identificar que 36 de los 82 estudiantes encuestados, se encuentran en el nivel general de la EMR, porque identificaron cuando un ángulo es suplementario e identificaron sus características, mientras que 46 de los 82 estudiantes encuestados se encuentran en el nivel referencial, porque no identificaron, elementos asociados de este tipo de ángulos (suplementarios), por ejemplo, su magnitud y las características.

### Figura 13

*Estudiantes que asocian y no asocian el concepto de vértice*



*Nota:* Elkin Delgado 2021, esta gráfica relaciona los estudiantes que asocian y no asocian el concepto de ángulos opuestos por el vértice.

En esta gráfica podemos identificar que 40 de los 82 estudiantes encuestados, se encuentran en el nivel general, porque identificaron cuando los ángulos son opuestos por el vértice, mientras que 42 de los 82 estudiantes encuestados se encuentran en el nivel referencial, por qué no identificaron cuando los ángulos son opuestos por el vértice, qué características tienen.

## Figura 14

*Estudiantes que asocian y no asocian los ángulos consecutivos*



*Nota:* Elkin Delgado 2021, éste Figura asocia la construcción de ángulos consecutivos que tienen los estudiantes.

En esta gráfica podemos identificar que 50 de los 82 estudiantes encuestados, se encuentran en el nivel general, porque identificaron ángulos consecutivos, mientras que 32 de los 82 estudiantes encuestados se encuentran en el nivel referencial, por qué no identificaron cuándo un ángulo es consecutivo con respecto a otro y qué características definen este tipo de ángulos.

### **Desarrollo de la Fase 2 (Orientación dirigida)**

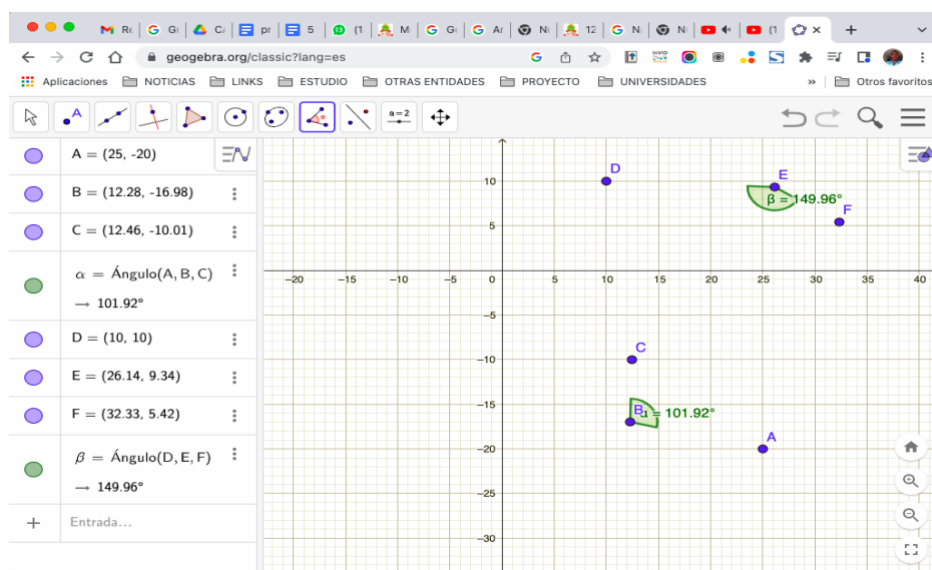
Esta fase consta de cuatro actividades, cuyo objetivo principal fue implementar los softwares Geogebra y OfiCalc, como instrumentos para potenciar el desempeño académico, en lo que respecta al concepto de ángulo.

#### ***Práctica 4 Socialización del software GeoGebra y concepto de ángulo***

La práctica cuatro Figura 7; hace alusión al concepto de ángulo; con esta práctica se indujo a los estudiantes, hacia el concepto de ángulo, mediante la implementación del software GeoGebra, como herramienta facilitadora dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje.

## Figura 15

### *Práctica aplicada con el software GeoGebra*



*Nota:* Imagen que evidencia la práctica del desarrollo del concepto de ángulo utilizando el software GeoGebra.

Esta práctica se desarrolló en cinco sesiones de dos horas cada una, donde el docente tomó el rol de guía durante el proceso de enseñanza y aprendizaje; en este proceso de forma inicial, se introdujo el concepto de ángulo utilizando el software GeoGebra, haciendo énfasis en la manipulación, visualización y la ubicación de algunos elementos que conforman a los ángulo (punto, recta, segmento) en plano cartesiano, que se encuentra en la interfaz del software; este proceso se desarrolló mediante el siguiente pasos:

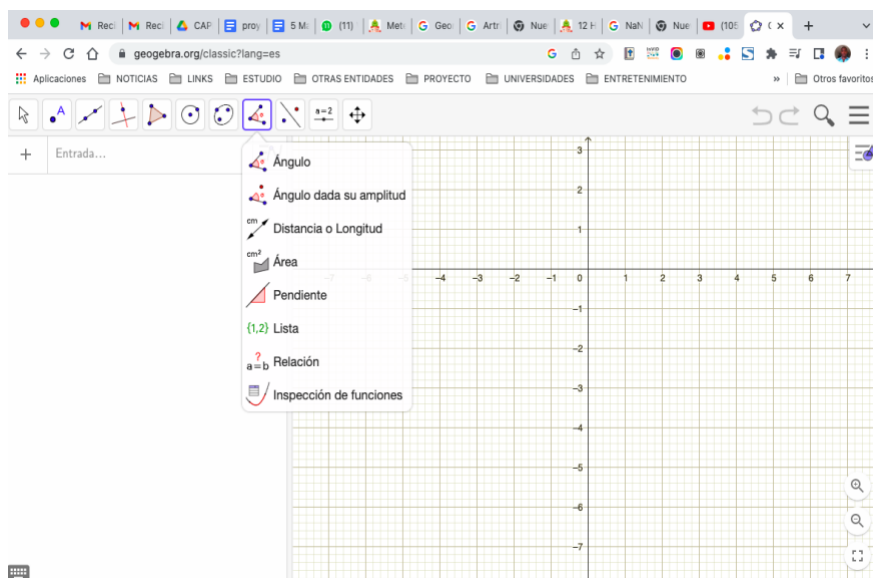
#### ***Desarrollo de la práctica 4 Explicación del software GeoGebra:***

Se presentó el software, detallando las principales funcionalidades del mismo, las características y su interfaz.

Adicional a ello, se presentó la barra de herramientas, explicando cada uno de los elementos que la componen, Ver Figura 16; (Sesión 1).

## Figura 16

### *Presentación de la interfaz del software GeoGebra*



*Nota:* Autoría propia, la siguiente imagen presenta la interfaz de los software GeoGebra

En esta misma fase, se les suministraron tablets a los estudiantes y se les invitó a explorar el software (Sesión 2); cabe indicar que, algunos estudiantes prefirieron descargar la aplicación a sus celulares y trabajar desde el mismo.

Posteriormente (Sesiones 3), se inició con la identificación de cada uno de los elementos de un ángulo (puntos, semirrecta, lado, vértice, apertura, ángulo), aquí, se le solicitó a los estudiantes ubicarse en la interfaz del software, el indicador o icono de ángulo (Ver Figura 16 y 17); posterior a ello, se solicitó a cada grupo, ubicar en cualquier parte del plano cartesiano un punto A; posteriormente, ubicar un punto adicional en plano, el cual toma la letra siguiente según orden alfabético en este caso la letra o punto B y por último un punto C.

Posteriormente, se solicitó a los estudiantes, unir por segmentos de recta los puntos AB y BC, seguido, que observen y brindarán una descripción detallada del tipo de figura o de líneas consecutivas que construyeron, entre sus respuestas, se destacan las siguientes:

Son aperturas que se puede decir que conforman un ángulo.

Es una figura que está conformada por dos líneas.

Simplemente es la letra  $\nabla$  volteada.

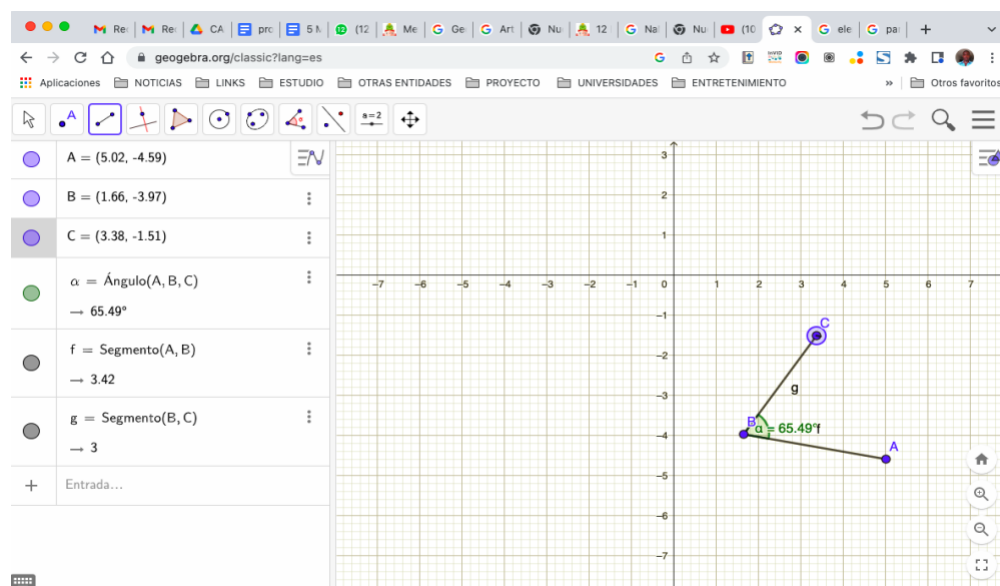
Es un ángulo que mide  $114^\circ$ .

Es un ángulo que tiene una determinada abertura.

Los estudiantes manifestaron que este tipo de aperturas, se observaba al abrir y cerrar las puertas, al caminar o correr, al mover los brazos o subirlos o en su defecto en la forma que tiene el tablero del salón, las patas de la silla en donde están sentados o la apertura que tiene las baldosas del salón de clases.

### Figura 17

*Unificación de los puntos A, B y C para construir un ángulo*



*Fuente:* Autoría propia, la siguiente imagen muestra la forma de unificación de los puntos A, B y C, para construir el ángulo.

Posterior a ello, en este mismo momento se le explicó a los estudiantes, cuáles elementos conforman la figura construida, direccionando hacia el concepto de ángulo; de igual forma se brindó una explicación detallada, que complementa, lo que ellos manifestaron;

es decir; se explicó que habían 3 puntos que se ubicaron en la interfaz del software (A, B y C); que con estos puntos se pueden construir dos o más semirrectas, pero se iban a construir las semirrectas (AB y BC); que a su vez, esas dos semirrectas al unirse conforman lo que se conoce como vértice B; a su vez ese vértice tiene una determinada apertura y que dicha apertura generalmente se calcula o se mide utilizando transportadores; con esa descripción se le indicó a los estudiantes, que el elemento construido se conoce como ángulo.

### Figura 18

*Explicación de la aplicativo Software GeoGebra*



*Fuente:* Autoría propia, en las siguientes imágenes se realizan las explicaciones, de las partes de un ángulo con el aplicativo GeoGebra.

Seguido a la explicación anterior, se le solicitó a los estudiantes que trasladen los puntos (A,B y C) sobre el plano cartesiano, es decir, que los movieran a su discreción, observando lo que sucede con la apertura del ángulo, identificando que la misma, aumenta o se disminuye según el tipo de movimiento que se realice con dichos puntos.

Por último, se solicitó a los estudiantes que movieran únicamente el punto C en sentido de las manecillas del reloj y posteriormente en sentido opuesto, lo anterior, con el objetivo de identificar cuando un ángulo es positivo y cuando es negativo.

Con las actividades anteriores, se esperó que los estudiante a través de un proceso de visualización, desarrollaran una matematización horizontal, apoyados en las características del software, dónde identificaron los elementos de un ángulo, como: la dirección, magnitud y sentido y que finalmente, los estudiantes socializarán con sus compañeros en un ambiente de discusión mediado por el docente, lo que les permitió considerar el concepto de ángulo y sus características.

#### ***Resultados de las actividad práctica 4***

En la actividad práctica 4, los estudiantes se encuentran en el nivel general, ya que desarrollaron algunas actividades en la interfaz del software como: ubicar puntos, trazar rectas, dibujar algunas figuras, sobre los conceptos adquiridos o desarrollados, durante la interacción del software Geogebra, que se dieron dentro del salón de clase, estableciendo así parámetros y formas secuenciales, de cómo medir, cómo calcular, direccionar un ángulo independientemente del lugar o la forma en que éste se encuentre.

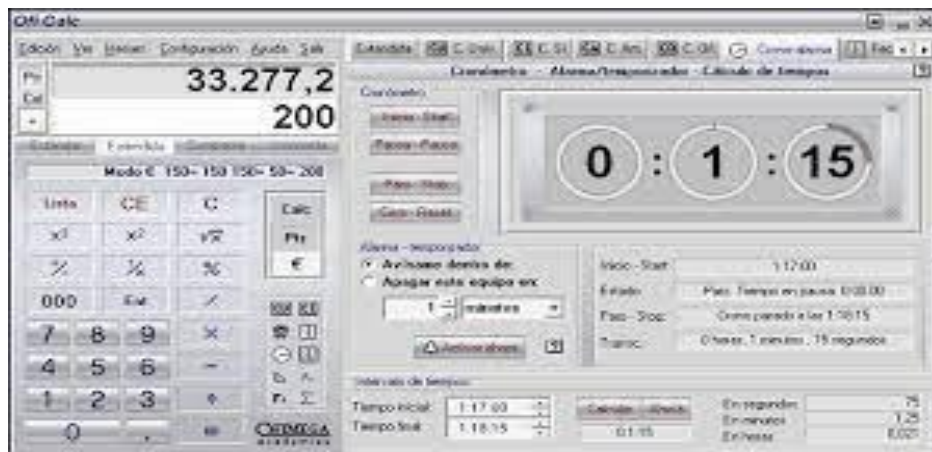
#### ***Práctica 5 Socialización del software OfiCalc y operaciones con ángulos***

Esta práctica se desarrolló en cinco sesiones de dos horas cada una, se abordó el software OfiCalc, haciendo énfasis en la manipulación y visualización de operaciones con ángulos, mediante el siguiente proceso:

Se realizó con los estudiantes una sesión de clase, detallando cada uno de los elementos que tiene este software, resaltando las particularidades y características de su interfaz.

## Figura 19

*Práctica relacionada con el software GeoGebra*



*Fuente:* Autoría propia, la imagen muestra la práctica 5, donde se resaltan los conceptos de ángulo con en el aplicativo OfiCalc.

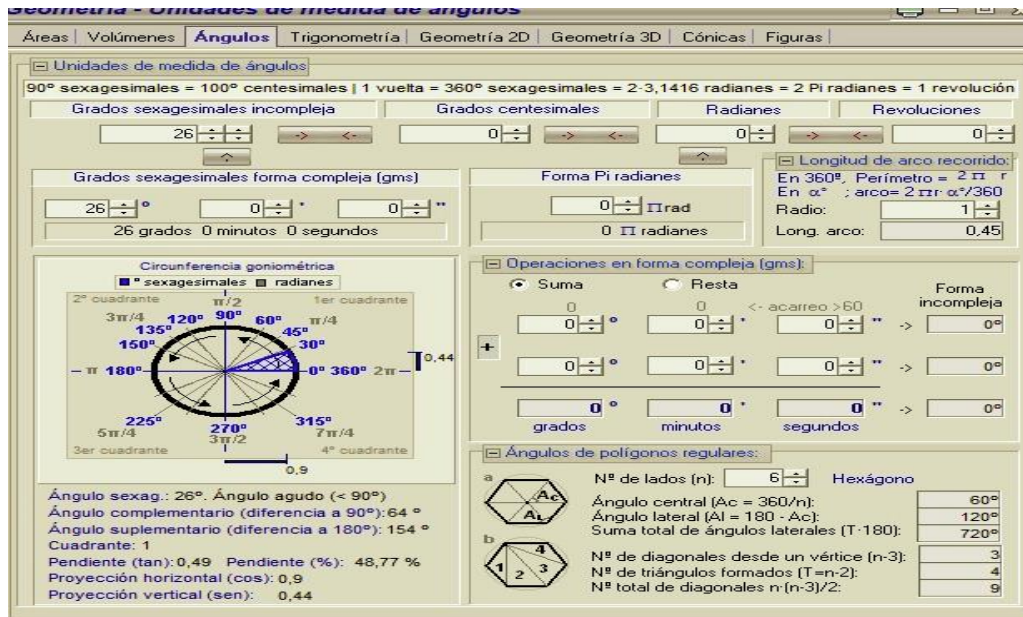
Adicional a ello, se explicó cada uno de los elementos que tiene este software, como los íconos, símbolos y otros elementos de la interfaz, (Sesión 1).

Se invitó a los estudiantes a explorar el software utilizando la Tablet que les fue asignada; (Sesión 2) en grupos de 5.

Posteriormente, se explicó a los estudiantes de forma detallada, cuál es la relación de sentido que tienen los ángulos es decir, cuando son positivos y cuando son negativos, permitiendo su interacción con ejemplos propuestos, con dicho aplicativo; identificando el color según su sentido (cabe resaltar que el cambio de colores es una característica particular que tiene el software, donde los ángulos positivos los números son de color negro y los ángulos negativos los números son de color rojo).

Figura 20

*Diferenciación de los ángulos positivos y negativos.*



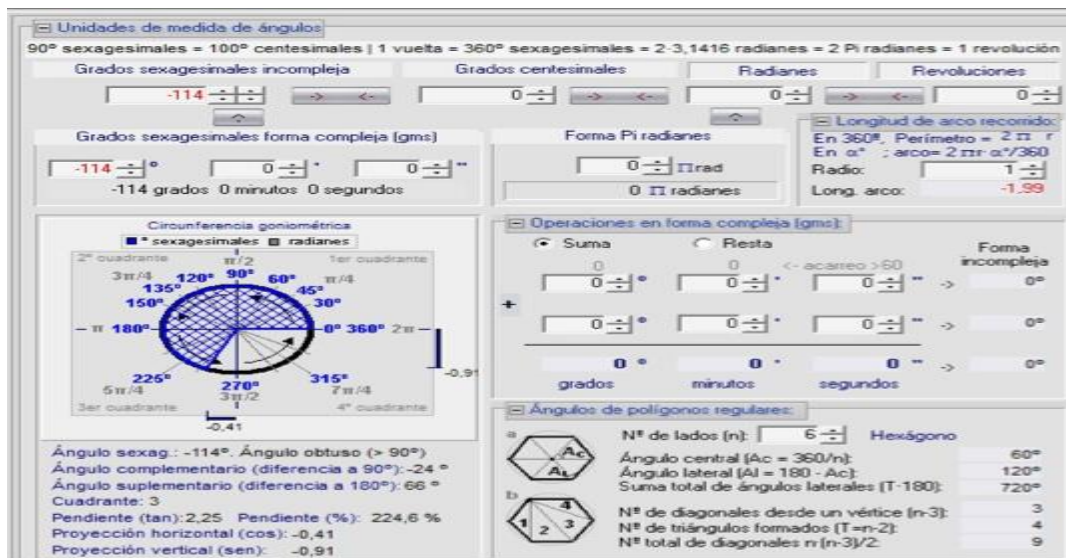
*Fuente:* Autoría propia la imagen representa la identificación de los sentidos de los ángulos (positivos el color de los números es negro).

Esta imagen representa la identificación del sentido de los ángulos positivos, teniendo en cuenta que el color que designa es negro, es decir cuando los ángulos corren en sentido contrario a las manecillas del reloj, el programa aloja el color de los ángulos en ese tono.

Sumado a ello en la imagen se puede evidenciar el direccionamiento que toman los ángulos con respecto a la manecillas del reloj ofreciendo una interfaz adecuada para el desarrollo o direccionamiento de las figuras que utilizarán este tipo de ángulos

Figura 21

Identificación del sentido de los ángulos negativos

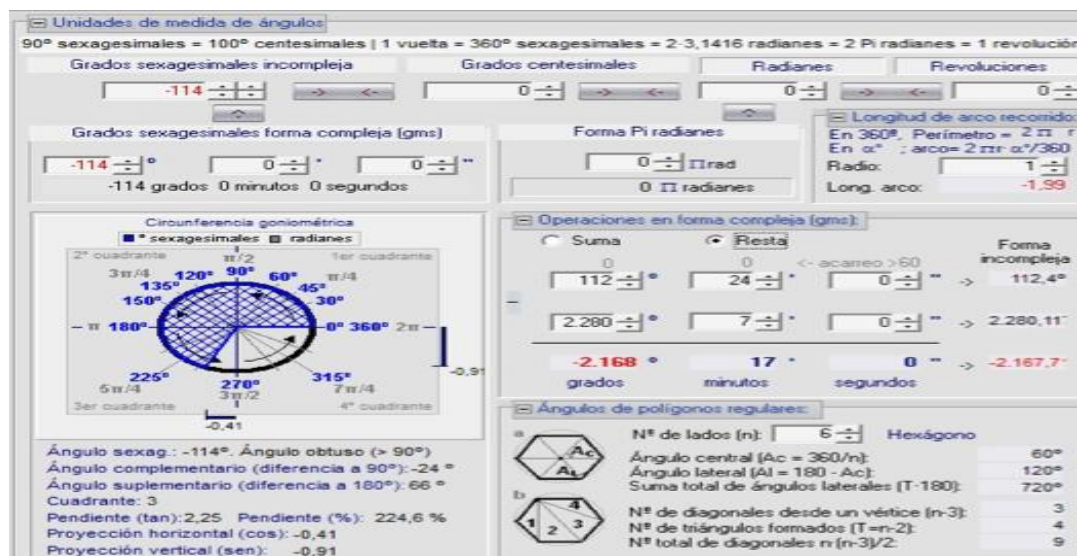


Fuente: Autoría propia, la imagen relaciona los sentidos de los ángulos (negativos, presentando el color de los números es rojo).

Seguidamente (Sesiones 3), se inició la identificación del tipo de operaciones que se pueden realizar con los ángulos (suma, resta, multiplicación y división) con esta aplicación o aplicativo, al tanto si la facilidad que tienen los estudiantes de hacer distintas operaciones independientemente del sentido de los ángulos su ubicación su posición y la relación que tienen respecto al terreno

Figura 22

Operaciones con los ángulos utilizando el Software OfiCalc



Fuente: Autoría propia, la imagen revela las operaciones realizadas con el software OfiCalc con los ángulos.

Por último se desarrollaron actividades que fueron explicadas con el software donde los estudiantes realizan distintas operaciones como: suma, resta, multiplicación y división, que modifican la magnitud y el sentido de los ángulos.

## Figura 23

*Explicación y construcción de figuras geométricas en cartulina*



*Fuente:* Autoría propia, la imagen presenta el desarrollo de las acciones donde se explican los softwares GeoGebra y OfiCalc.

En esta actividad, la acción consistió en identificar las magnitudes, direcciones, operaciones y sentido que tienen los ángulos, de acuerdo a sus medidas con el uso del software o aplicativos; para ello, los estudiantes a través de un proceso de visualización y desarrollo de matematización horizontal con la interfaz de OfiCalc, desarrollaron actividades prácticas como: hacer aperturas con los ángulos y disminución de estos, que les permitieron identificar el sentido que toma un ángulo de acuerdo, al movimiento según el sentido de las manecillas del reloj, de igual forma realizaron con los ángulo operaciones como: suma, resta, multiplicación y división; una vez permitió a los estudiantes discutir lo relacionado con el concepto de ángulo, sus características, el sentido que estos toman y las operaciones que se puede realizar con ellos.

### ***Resultados de las actividad práctica 5***

En la actividad práctica 5, los estudiantes se encuentran en el nivel general, de los principios de niveles de la EMR; porque desarrollaron operaciones como sumas, restas,

multiplicaciones y divisiones, con los ángulos dentro de la Interfaz del software OfiCalc dentro del salón de clase, estableciendo así parámetros y formas secuenciales, de cómo medir, cómo calcular, cómo redireccionar un ángulo independientemente del lugar o la forma en que éste se encuentre.

### ***Práctica 6 Construcción de figuras geométricas***

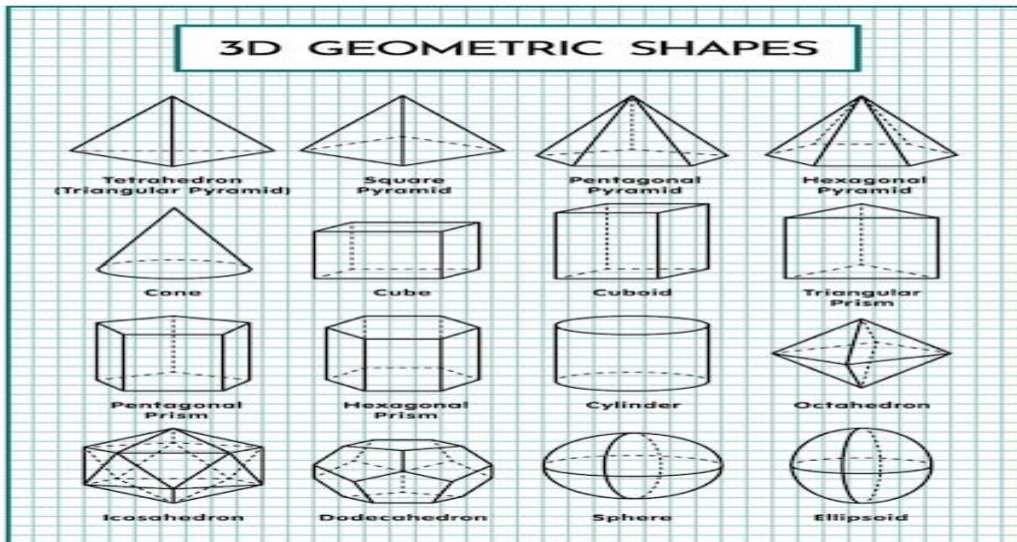
Esta práctica se desarrolló en cinco secciones de dos horas cada una, se abordaron los conceptos anteriormente estudiados, pero esta vez con transportador, reglas compás y materiales de desarrollo artístico como cartulina, colbón, lápiz entre otros elementos; con el objetivo de crear figuras geométricas, que involucran de forma práctica los conceptos y elementos que conforman un ángulo, siguiendo los siguientes pasos.

Desarrollo de la práctica 6 construcción de figuras geométricas:

En esta parte del proceso, se les solicitó a los estudiantes realizar un taller calificable, donde debían dibujar, describir e indicar las características de las figuras en 3D, que se muestran en la Figura 23.

Figura 24

Taller de polinomios y figuras geométricas

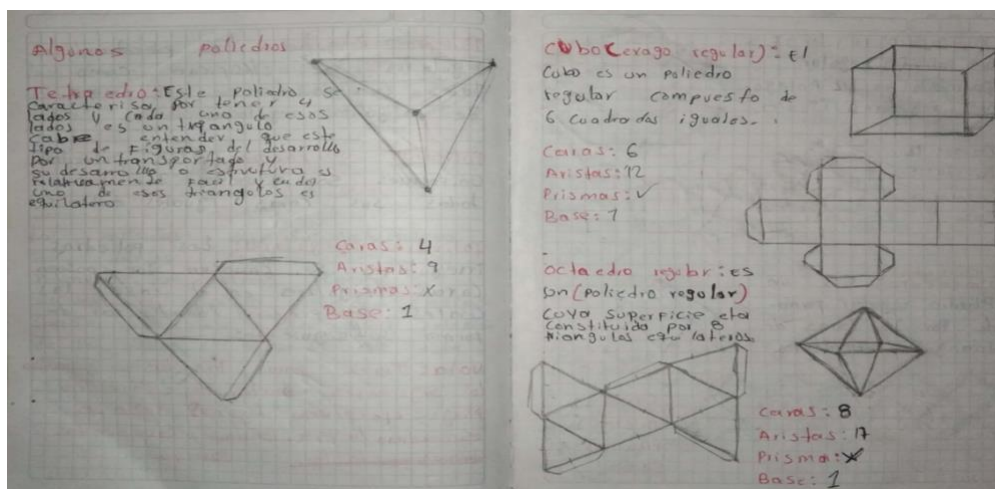


Fuente: Se realizó con los estudiantes, una sesión de clase en la que se detalló, cada una de las figuras las cuales fueron consultadas, complementando las características, los ángulos que las conforman y las partes de estas.

Taller que realizan los estudiantes sobre figuras geométricas en tres dimensiones.

Figura 25

Taller realizado por los estudiantes resaltando los distintos ángulos



Fuente: Autoría propia, la imagen relaciona el taller realizado por los estudiantes sobre los distintos tipos de ángulos dentro de las figuras geométricas.

Paso seguido, se explicó nuevamente a los estudiantes el cómo usar el transportador, teniendo en cuenta lo aprendido en la explicación de los softwares; (Ver Figura 26).

### **Figura 26**

*Retroalimentación de figuras geométricas en tres dimensiones*



*Fuente:* La imagen representa la figura geométricas que se le explican a los estudiantes ya que esto la realizan en tres dimensiones.

En esta parte del proceso, se le explicó nuevamente a los estudiantes los elementos característicos de cada figura en este caso los poliedros; de igual forma, estos desarrollaron las mismas (figuras) en cartulina o en cualquier otro material, que considerasen.

## Figura 27

*Utilización de los software en el celular por parte de los estudiantes*



*Fuente:* Autoría propia, en esta gráfica se hace la representación con los celulares por parte de los estudiantes.

Luego del desarrollo secuencial, sobre las figuras en 3D y el transportador, se inició la construcción, de cada una de las figuras en cartulina, en esta parte del proceso los estudiantes manifestaron las siguientes inquietudes; Ver Figura 27.

Cuál es la forma correcta de ubicar el transportador, ya que la cartulina tiene bordes cuadrados y no da un punto específico, cómo se ve en el software OfiCalc, para empezar a dibujar las figuras, en ese mismos momentos los mismos compañeros de grupo, (grupo 4 curso 10-2) manifestaron que era necesario ubicar el transportador en una de las esquinas, tomando como base uno de los lados o el lado más largo de la cartulina para poder dar inicio a la construcción de las figuras (el dodecaedro).

En el mismo proceso (el grupo 2 curso 10-2) realizaron las siguientes preguntas ¿Cuál es el lado negativo del ángulo cuando querían construir la figura el icosaedro, que fue la de mayor complejidad para los estudiantes? En esta parte se les

explicó a los estudiantes, que esta figura no tenía lado negativo, pero que dependía de las medidas específicas de los ángulos y los lados para poder construirse.

En el mismo proceso académico, los estudiantes (grupo 5 curso 10-1) consultaron ¿cuál era la forma adecuada o con qué medida se calcula magnitud del ángulo de la tapa de un cilindro? En este proceso una estudiante del grupo 2 curso 10-1, le indica que específicamente no es una un ángulo como tal, aunque llevar los  $360^\circ$ , ya que éste se debe calcular de acuerdo a la ecuación de la longitud de una circunferencia, es decir el radio al cuadrado o diámetro por el valor de la letra PI de la alfabeto griego que vieron en la sesión tres cuando se explicaron los tipos de ángulos con el aplicativo GeoGebra.

Por último, se les solicitó a los estudiantes, realizar una mesa redonda, donde expresaron las dificultades, inquietudes, dudas y llegaron a consensos de lo desarrollado:

Grupo 2 curso 10-1: Este grupo manifestó, que las figuras fueron relativamente fáciles en su desarrollo, pero comprendieron de mejor forma los conceptos o elementos que conforman un ángulo.

Grupo 3 curso 10-1: Este grupo consideró, que las clases se vuelven más dinámicas y mucho más interesantes cuando se utilizan este tipo de herramientas para explicar el concepto de ángulos y desde luego se disfruta mucho mejor.

Grupo 6 curso 10-1: Este grupo manifestó, que tuvo dificultades con el desarrollo de las figuras, ya que consideraron que sus medidas no pueden ser exactas, porque me dieron mal algunos ángulos y las figuras quedaron un tanto chuecas o truncadas.

Grupo 2 curso 10-2: Este grupo manifestó, que la construcción de las figuras les permitió, entender mucho más cómo se maneja, como se mide un ángulo, de igual

forma este grupo manifestó dificultades al inicio, de la actividad; ya que tenía transportadores de  $360^\circ$  y  $180^\circ$  que en ocasiones utilizaban uno para medir ángulos más grandes, entonces les tocaba intercambiar nuevamente el transportador, quedaban un tanto perdidos y les tocaba medir de nuevo.

Grupo 5 curso 10-2: Este grupo manifestó, que no le interesaba trabajar porque consideraban que ese tipo de figuras eran muy complejas y que preferían sus clases anteriores, con el uso de transportador, de forma simple indicando, que esas figuras no servían para nada, que sólo hacían gastar cartulina y plata.

Grupo 7 curso 10-2: Este grupo manifestó, que las figuras fueron relativamente difíciles en su desarrollo, pero comprendieron de mejor forma los conceptos o elementos que conforman un ángulo.

En esta actividad, la acción desarrollada consistió en utilizar el transportador, reglas, compás y materiales de desarrollo artístico como cartulina, colbón, lápiz entre otros elementos; con el objetivo de conformar figuras geométricas en 3D, que involucren la utilización de los ángulos.

Para ello, los estudiantes a través de un proceso práctico, desarrollaron actividades como: medir ángulos en el terreno delimitado, crear figuras planas con los soportes o palos, que les permiten tener el primer punto de aplicabilidad del concepto de ángulo y los elementos que lo conforman; una vez realizado con éxito esta actividad, se le pidió a los estudiante que generen con sus otros compañeros, distintas discusiones para llegar a un punto de acuerdo, sobre el concepto de ángulo, los elementos que lo conforman y qué tipo aplicabilidad pueden tener ellos.

### ***Resultados de la práctica 6***

En las actividad 6, los estudiantes se encuentran en el nivel general y formal, de los principios de niveles de la EMR; en cuanto al nivel general, ya que los estudiantes fueron

capaces de realizar figuras con cartulina, partiendo de exploraciones, reflexiones plasmadas de manera analítica sobre el concepto de los ángulos; en cuanto al nivel formal los estudiantes realizaron representaciones, de los sólidos o modelos gráficos en tres dimensiones, utilizando distintos materiales como: cartulina, cartón paja, entre otros; desde luego en este proceso los estudiantes realizaron aplicaciones, de los conceptos ya vistos, estableciendo y entendiendo cuáles son los tipos de ángulos, utilizando distintas herramientas como; el transportador, reglas y con los softwares GeoGebra y OfiCalc; de igual forma, se observó discusiones entre los estudiantes, que les favoreció identificar el tipo de ángulo que era el adecuado para de determinada una figura.

### ***Práctica 7 delimitación de terrenos y de campos***

Esta práctica se desarrolló en dos actividades, que estaban distribuidas en 4 sesiones de clase, de dos horas cada una; la primera actividad se desarrolló en una sesión de clases, en esta se abordó nuevamente lo trabajado con los softwares GeoGebra y OfiCalc, lo estudiado en la construcción de las figuras con cartulina; esto, a través del uso de herramientas como reglas, transportador, compás, entre otros; la segunda actividad, fue de carácter aplicativo, aquí los estudiantes midieron en terreno utilizando herramientas como: el flexómetro, transportador grande, cabuya o pitas, pivotes o palos de apoyo.

### ***Desarrollo de la práctica 7 delimitación de terrenos y de campos:***

En esta parte del proyecto práctico de terreno de campo, se continuó con los mismos grupos en cada uno de los cursos, que trabajaron en las aplicaciones y en la construcción de las figuras, que se realizaron en cartulina; posterior a ello, se avanza hacia el terreno (secciones “de la 2 la 4”) donde se dieron las siguientes indicaciones:

Cada grupo debía hacer representaciones de las figuras que se realizaron en cartulina, pero en este caso en el terreno, tomando como base o pivote los palos utilizados.

Cada grupo debía hacer representación de las medidas de ángulos específicos dados, para poder delinearlos en el terreno, los ángulos dados fueron los siguientes positivos  $180^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $35^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $10^\circ$  y negativos  $-180^\circ$ ,  $-90^\circ$ ,  $-60^\circ$ ,  $-45^\circ$ ,  $-35^\circ$ ,  $-20^\circ$  y  $-10^\circ$ .

### **Figura 28**

#### *Construcción de ángulos en terreno*



*Fuente:* autoría propia en esta imagen se relaciona el proceso de medición y construcción de ángulos en terreno teniendo en cuenta las particularidades de los ángulos utilizados con las aplicaciones

En continuidad del proceso a la medida de los ángulos, se solicitó a los grupos de estudiantes, realizar las figuras geométricas que se realizaron en los talleres anteriores con medidas específicas dadas por el docente.

Paso seguido se solicitó a cada grupo, calcular la magnitud de los ángulos que conforman las figuras específicas, construidas como trazos en el campo, teniendo a la mano transportadores grandes, que les fueron facilitados.

**Figura 29**

*Trabajos de campo teniendo en cuenta las medidas de los ángulos*



*Fuente:* Autoría propia las imágenes resaltadas representan los trabajos de campo realizado con los estudiantes donde se utiliza el transportador y los pivotes

**Figura 30**

*Medición de terrenos y construcción de ángulos*



*Fuente:* Autoría propia, en esta imagen se relacionan los ángulos en el terreno, teniendo en cuenta sus formas

**Figura 31**

*Delimitación de terreno de los ángulos negativos*



*Fuente:* Autoría propia, en esta imagen se relaciona la construcción de los ángulos negativos por parte de los estudiantes

En este mismo proceso del desarrollo de la construcción o delimitación de las figuras en terreno (de la secciones 3 a la 4), algunos estudiantes de los siguientes grupos, manifestaron lo siguiente:

Grupo 3 curso 10-1: Se hace mucho más comprensible el concepto de ángulos; ya que se utilizan herramientas para la enseñanza y que se sienten más cómodos durante el proceso de las clases.

**Figura 32**

*Explicación a los estudiantes sobre la medición de los ángulos*



*Fuente:* Autoría propia, en esta imagen se le realiza nuevamente la explicación a los estudiantes de cómo medir los ángulos en terreno por parte del docente.

Grupo 1 curso 10-1: Se hace fácil la construcción de las figuras, porque conocen, cuando un ángulo es positivo, cuando un ángulo es negativo; ya que lo vieron con anterioridad, de igual forma este grupo indicó que las figuras construidas en terrenos o las delimitaciones son muy sencillas, porque comprenden de mejor forma que se está pidiendo.

Grupo 4 curso 10-2: Este grupo deliberó un poco más sobre el proceso del trabajo que se estaba haciendo, realizando las siguientes preguntas ¿qué diferencias existen entre la forma que se está calculando el terreno y las que generalmente se entregan en la tablas BOSNIAS, ya que estas tablas que funcionan como GPS entregan los datos calculados de forma directa?; en este momento como docente guía la explicación fue la siguiente: éste tipo de elementos o formas de trabajo permiten

identificar qué es lo que hacen y si las tablas BOSNIAS, ya que en algunos momentos no las tendrán a la mano para el uso pero si es necesario que delimita en el terreno los cuales le solicitarán para que calculen el área o medida específica para el tipo de sembrado que se pretende organizar.

Grupo 5 curso 10-2 y Grupo 3 curso 10-2: plantearon una discusión dónde el primer grupo (Grupo 5) indica que si se delimita un terreno en forma de rombo, todos los ángulos internos de dicha figura propuesta en el terreno, tendrían los mismos ángulos, mientras que el grupo 3, indica que eso no era cierto, ya que el rombo a pesar de ser una figura geométrica tiene dos ángulos iguales y dos ángulos desiguales entre sí internamente; esto conlleva a que los dos grupos plantearan de forma cercana sus delimitaciones del terreno y realizarán las comparaciones según las medidas específicas que se les había solicitado para este aparte; en este caso como docente, se solicita a los grupos realizar la delimitación del terreno junto a las medidas; llegar a puntos de comparación y de acuerdos, donde el grupo tres terminó obteniendo la razón y despejando las dudas junto al grupo número cinco.

**Figura 33**

*Medición de ángulos por los estudiantes*



*Fuente:* Autoría propia, la imagen que representa la construcción de figuras que incluyen ángulos positivos.

Esta imagen relaciona la representación de las figuras geométricas en terreno teniendo en cuenta la utilización del transportador el flexo metro y la delimitación de terrenos relacionando las particularidades que tienen los ángulos en la aplicación de situaciones contextuales donde se resalta o se le da prioridad al conocimiento que ya traen estudiantes desde la representación de figuras en cartulina.

### Figura 34

*Medición de terreno utilizando pivotes*



*Fuente:* Autoría propia, medición de figuras y utilización del flexómetro en terreno

Por último, se solicitó a los estudiantes realizar mesas redondas dónde expresaron las dificultades inquietudes dudas y acuerdos que tuvieron durante el desarrollo de estas figuras geométricas en 3D; resaltando las siguientes afirmaciones o comentarios por grupos:

Grupo 3 curso 10-1: este grupo manifestó que no tuvo ningún tipo de dificultad, porque entendieron y comprendieron qué magnitud dirección y sentido pueden tener los ángulos en el terreno.

Grupo 1 curso 10-1: este grupo indicó que tuvo dificultades al momento inicial de ubicar grado cero  $0^{\circ}$ , ya que no sabían que este iniciaba en la cuerda que delimita el terreno. Posteriormente se hizo mucho más fácil y comprensible el desarrollo del trabajo.

Grupo 4 curso 10-2: este grupo indicó que todo lo visto durante el proceso de explicación, de los aplicativos o aplicaciones para la medición, magnitud y dirección de los ángulos, se vio reflejado en el desarrollo de la actividad de campo.

Grupo 5 curso 10-2: este grupo consideró que el desarrollo de las clases es mucho mejor, por qué se utilizan distintos elementos, participan mucho más y, van a terreno que es lo que más le gusta.

Grupo 3 curso 10-2: este grupo consideró que las clases de esa forma son mucho menos aburridas, ya que pueden preguntar directamente al docente o a los compañeros, de igual forma, este grupo manifestó que tuvo dificultades al momento de medir los ángulos negativos, ya que por la naturaleza de las figuras en terreno no es fácil direccionarlos.

### **Figura 35**

*Construcción de figuras utilizando distintos materiales*



*Fuente:* Autoría propia, la sigue imagen relaciona las explicación a los estudiantes sobre las figuras trigonométricas

### Figura 36

*Utilización de los software dentro de la institución educativa*



*Fuente:* Autoría propia, la actividad relaciona la construcción de los ángulos utilizando el transportador

En esta actividad práctica, la acción desarrollada consistió en utilizar el flexómetro, cabuyas, pivotes o palos de apoyo y, transportador grande para la delimitación de terrenos; con estas herramientas, los estudiantes construyeron figuras geométricas, que se apuntalaban con los pivotes y se encierran con las cabuyas o pitas; con el objetivo de evidenciar la aplicabilidad, de los conceptos estudiados en el aula de clase.

Para ello, los estudiantes a través de un proceso práctico, se les permitió tener el segundo momento, de aplicabilidad del concepto de ángulo y los elementos que lo conforman; una vez realizado con éxito esta actividad, se le pidió a los estudiantes que generaran distintas discusiones, a fin de concertar un significado del concepto de ángulo, los elementos que lo conforman y, la aplicabilidad que consideraban podían tener en su vida cotidiana.

#### ***Resultados de la actividad práctica 7***

En las actividades prácticas 7, los estudiantes se encuentran en el nivel formal, de los principios de niveles la EMR; ya que pudieron identificar cuándo un ángulo es positivo y cuándo

es negativo y de igual forma pudieron identificar los tipos de ángulos como por ejemplo ángulo nulo, agudo, recto, llano, total, suplementario, complementario, independientemente de la actividad que se está desarrollando; esto se vio reflejado cuando los estudiantes desarrollaron las prácticas en terreno, donde pudieron indicar que conocimientos son específicos del área y qué conocimientos son propios es decir pudieron identificar los ángulos positivos y negativos, de igual forma pudieran utilizarlos para la creación de figuras en terreno.

### **Desarrollo de la Fase 3 (Integración)**

Esta tercera fase contiene tres actividades, cuyo objetivo principal es evaluar si las herramientas didácticas basadas en las TIC, como lo son GeoGebra y OfiCalc, facilitan la comprensión, uso, medición y mejoran en el desempeño académico, de los estudiantes del grado 10° la Institución Educativa Gabriel García Márquez del Municipio San Carlos de Guaroa referente a la aplicación de los ángulos.

### ***Práctica 8 Reflexión sobre el proceso práctico***

Esta práctica se desarrolló en 4 secciones, de dos horas cada una, donde se abordó inicialmente lo aprendido con cada una a las herramientas didácticas basadas en las TIC (softwares GeoGebra y OfiCalc), seguido de lo utilizado y aplicado con la construcción de las figuras en cartulina, con relación al concepto de ángulo; a través de la manipulación, de objetos que se usan para la geometría como: el flexómetro, el transportador, cabuyas o pitas y pivotes o palos de apoyo, que involucren de forma práctica los conceptos y elementos que conforman un ángulo, adicional a ello, se realizó mesa redonda con los estudiantes, donde plasmaron sus puntos de vista sobre los software utilizados, y todo el proceso aplicativo.

### ***Desarrollo de la práctica 8 Reflexión del proceso práctico***

En esta parte del proyecto práctico de reflexión, se continuó con cada uno de los grupos que trabajaron en la descripción y caracterización de los aplicativos o aplicaciones, con la construcción de las figuras y la delimitación en terrenos, donde utilizaron el flexómetro y otros elementos para medir los ángulos.

En este mismo proceso se le solicitó a los estudiantes, que manifestaran de la forma más honesta su percepción referente al uso de las herramientas didácticas basadas en las TIC (los softwares GeoGebra y OfiCalc) utilizadas para la enseñanza y aprendizaje de los ángulos.

Luego, se realizó una mesa redonda con los estudiantes para escuchar su percepción frente a las herramientas utilizadas en la aplicación metodológica, algunas de sus respuestas fueron:

Grupo 2 de 10-1: Este grupo consideró que se entienden de mejor forma los conceptos de los ángulos, ya que se utilizan distintos elementos, distintas herramientas, de igual forma se pueden ver la aplicabilidad de conceptos en la vida real o la vida cotidiana.

Grupo 3 de 10-1: Este grupo, manifestó estar muy sorprendido y anonadado; ya que no sabían que los ángulos, se podían aplicar en tantas cosas de forma práctica, que si hubiese sido de esa forma la enseñanza de este concepto y otros más, las matemáticas se haría mucho más fácil y comprensibles.

Grupo 4 de 10-1: Este grupo consideró, que los conceptos se aprenden de igual forma, si se utilizan o no este tipo de herramientas y consideran que sus compañeros, son un tanto vagos al momento del desarrollo de las clases, generando discusiones con distintos grupos; de igual forma este grupo indicó que las clases de geometría, son monótonas y a su vez conocen otro tipo de aplicaciones, que les son de gran ayuda para

aprender sobre el concepto de ángulo y otros conceptos que se desarrollan en las clases de geometría.

Grupo 1 de 10-2: Este grupo consideró, que mediante el uso, de estas aplicaciones o herramientas tecnológicas, las clases de matemáticas se vuelven mucho más activas, en donde se propicia de mejor forma la participación por ellos, por cada uno de los compañeros, ya que se permite interactuar, discutir, dialogar, pelear por defender el punto de vista, proponer, suponer y escuchar a los distintos compañeros.

Grupo 2 de 10-2: Este grupo consideró, que las clases de geometría cuando se usan los softwares GeoGebra y OfiCalc, propician de mejor forma la comprensión o entrenamiento de los conceptos, ya que los saca de la rutina y permite que se haga una comprensión visual de mejor forma.

Grupo 3 de 10-2: Este grupo consideró, que las clases de geometría y en especial a todas las clases de matemáticas, se les deberían agregar algún tipo de herramienta tecnológica, que facilite la comprensión y entendimiento de los conceptos; ya que según ellos hace que se propicie mejor disposición para estas.

### ***Práctica 9 Construcción de mesas de trabajo y análisis de los realizados***

En esta actividad práctica, la acción desarrollada consistió en realizar mesas redondas con los estudiantes, que hicieron parte todo el proceso académico, desde la caracterización de las aplicaciones o aplicativos, pasando por la construcción de las figuras geométricas, seguido de la delimitación de terrenos; con el objetivo de escuchar sus apreciaciones referentes a las herramientas tecnológicas utilizadas, y la aplicabilidad del concepto de ángulo.

De igual forma, en esta etapa se generaron espacios de discusión y de reflexión constante, relacionados con modelos matemáticos que pueden surgir de una actividad cotidiana; adicional a

ello, los estudiantes reconocieron elementos implícitos de la situación-problema, como fueron; la identificación de ángulos, sus magnitudes y características en el contexto aplicativo ; de este modo, se esperaba promover procesos de matematización horizontal, correspondientes a la utilización de estrategias informales, y procesos de matematización vertical, caracterizados por el trabajo simbólico y el planteamiento de generalidades.

### **Figura 37**

#### *Actividad de reflexión aplicada*



*Fuente:* Autoría propia la siguiente imagen relaciona la evaluación en mesa redonda realizada por los estudiantes a las actividades realizadas de campo.

#### **Resultado de la actividad práctica 9**

En la actividad práctica 9: los estudiantes se encuentran en el nivel general y formal, de los principios de niveles de la EMR; ya que plantearon reflexiones focalizadas, sobre el concepto de los ángulos, indicando su compromiso sobre la estrategia utilizada en el contexto, estableciendo los modelos que utilizaron, bajo los aspectos de participación y evaluación; de igual forma consideraron, si estas aplicaciones pueden ser utilizables en otros temas o conceptos, distintos al de los ángulos, en cuanto al aprendizaje se refiere; por otro, lado algunos estudiantes manifestaron que utilizando herramientas didácticas basadas en las TIC, se comprende de mejor

forma los distintos conceptos, que se quieran implementar, ya que los saca de la rutina que establecen otros espacios y aplican lo aprendido en el contexto; por ello ampliando lo concerniente, dicho por los estudiantes se tomó a bien relacionar las siguientes respuestas:

Curso 10-1 de Grupo 1: este grupo consideró, que se entiende de mejor forma los conceptos, cuando los docentes utilizan herramientas didácticas distintas, al simple hecho de explicar las clases en el tablero, porque son más dinámicas, prácticas, y participativas.

Curso 10-1 de Grupo 2: este grupo consideró, que es mucho más fácil el uso de los ángulos cuando se hace en momentos aplicados, ya que consideraron que era lo que hacía falta dentro del proceso de clases para comprender y entender de mejor forma cuando se enfrentaban a la práctica.

Curso 10-1 de Grupo 3: este grupo consideró que las clases de matemáticas y en especial las de geometría, cuando se utilizan este tipo de herramientas o se hacen de forma más prácticas, propicia que no se tenga apatía, a los procesos de enseñanza y aprendizaje, ya que las clases son mucho más dinámicas y son enfocadas para lo que necesitan, cuándo van a los entornos prácticos.

Curso 10-2 de Grupo 2: este grupo fue un tanto más allá, considerando que todas las clases de matemáticas deberían ser de esta forma, porque los profesores se han encargado de sólo utilizar el tablero y explicar clases simples sin sentido, que no ven la aplicabilidad de los temas como lo que se hizo en geometría y que los docentes deben entender que es una nueva generación, que le gusta la tecnología y que los docentes deben de estar a punto con ella.

Curso 10-2 de Grupo 3: éste grupo consideró, que si todas las clases de matemáticas en especial las de geometría, utilizarán software o aplicaciones, sería mucho más fácil comprender y entender cualquier tema que se está intentando explicar, y que los estudiantes prestaran un tanto más de atención

Curso 10-2 de Grupo 4: este grupo direcciono a los demás compañeros a considerar que las clases que utilizan este tipo de herramientas facilitan mucho más la comprensión de cualquier tema, que se esté aprendiendo y que los docentes deberían de ser conscientes a que se explicaran mejores temas que van en pro de los procesos de práctica, los cuales enfrentan, porque hay muchas cosas que ellos como estudiantes desconocen y que el colegio debería enseñarlas.

### ***Práctica 10 Reflexión Test evaluativo final***

A los estudiantes partícipes de la propuesta metodológica, se les realizó un test de evaluación final, que constaba de 19 preguntas, relacionadas con el concepto de ángulo; Ver apéndice D.

#### Desarrollo de la práctica 10; Reflexión Test evaluativo final

En esta parte del proyecto de reflexión se continuó con la evaluación final apreciativa, sobre el proceso con cada uno de los grupos (10- y 10-2), qué trabajaron en la descripción y caracterización de los aplicativos o aplicaciones, con la construcción de las figuras y la delimitación en terrenos, donde utilizaron el flexómetro y otros elementos para medir los ángulos.

Paso seguido, se direccionó a los estudiantes un enlace en donde encontraron un Test final, donde se evaluó de forma individual el proceso desarrollado de las herramientas TIC, GeoGebra y OfiCalc utilizadas para dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto de ángulo.

Seguidamente se muestran algunos de los resultados del test final.

P2. ¿Con cuál de los siguientes adjetivos califica usted las clases del docente, cuando utiliza herramientas didácticas como lo son GeoGebra y OfiCalc, para dictar las clases de geometría, especialmente el concepto de ángulos?

**Tabla 1**

*Relación y análisis de la descripción de la herramientas GeoGebra y OfiCalc*

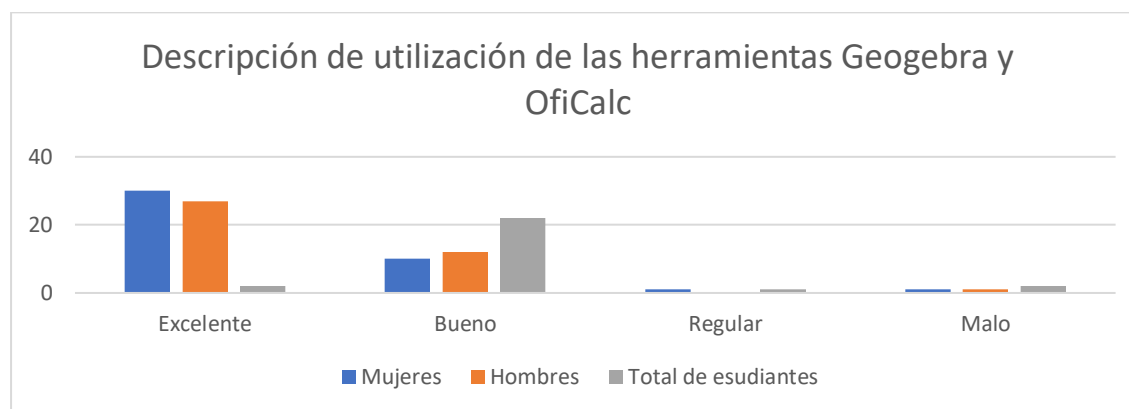
<b>Variables</b>	<b>Mujer</b>	<b>Hombre</b>	<b>Total de estudiante</b>
Excelente	30	27	57
Bueno	10	12	22
Regular	1	0	1
Malo	1	1	2
<b>Total por genero</b>	<b>42</b>	<b>40</b>	<b>82</b>

*Nota:* Elkin Delgado 2021, Análisis de la pregunta doce a los estudiantes de grado 10° de la I. E. Gabriel García Márquez, sobre la Utilización herramientas didácticas como lo son GeoGebra y OfiCalc.

P12. ¿Con cuál de los siguientes adjetivos califica usted las clases del docente cuando utiliza herramientas didácticas como lo son GeoGebra y OfiCalc para dictar las clases de geometría, especialmente el concepto de ángulos?

**Figura 38**

*Utilización de herramientas de las GeoGebra y OfiCalc*



*Nota:* Elkin Delgado 2021, Análisis de la pregunta doce a los estudiantes de grado 10° de la I. E. Gabriel García Márquez, sobre la Utilización herramientas didácticas como lo son GeoGebra y OfiCalc.

Como se observa en la gráfica y tabla anterior, 57 de los 82 estudiantes encuestados, consideran que cuando se utilizan herramientas didácticas basada en las TIC, como lo son GeoGebra y OfiCalc, para la enseñanza de las clases de geometría, hay una excelente aceptación

en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los ángulos; adicional a ello 22 de los 82 estudiantes encuestados, consideran que la aceptación es buena, mientras se utilizan estas herramientas; pero en el mismo proceso de análisis gráfico, un estudiante de los 82 encuestados, considera que es regular y dos de ellos (estudiantes) consideran que cuando se utilizan estas herramientas, calificación el proceso es malo.

## Tabla 2

### *Utilización de GeoGebra y OfiCalc en la comprensión del concepto de ángulo*

P3. ¿Cree usted como estudiante, que con la utilización de GeoGebra y OfiCalc comprenda de mejor forma los conceptos sobre los ángulos?

-Si su respuesta es Sí o NO justifique su respuesta

<b>Variables</b>	<b>Mujer</b>	<b>Hombre</b>	<b>Total de estudiantes</b>
Si	33	34	67
No	5	2	7
Tal vez	4	4	8
<b>Total por genero</b>	<b>42</b>	<b>40</b>	<b>82</b>

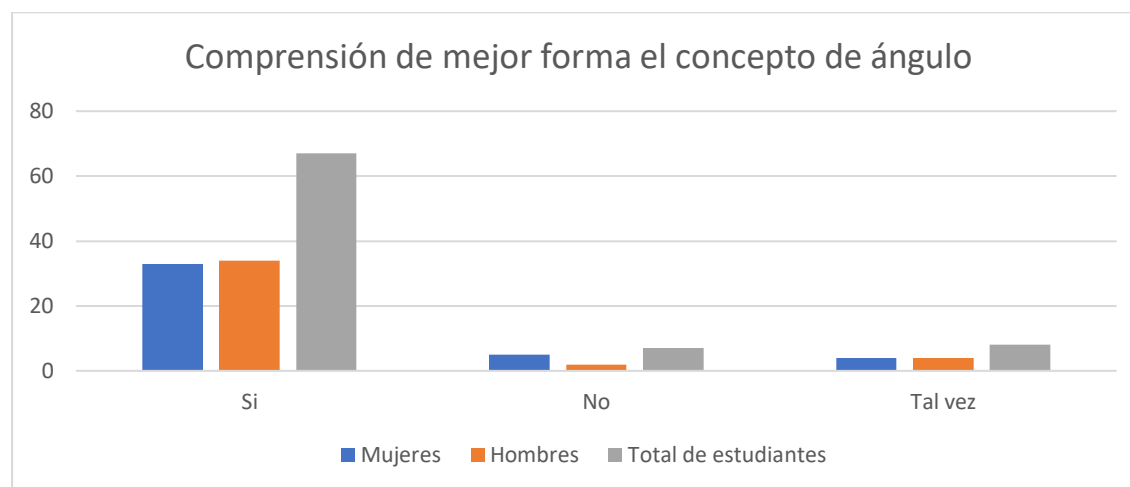
*Nota:* Elkin Delgado 2021, Análisis de la pregunta trece a los estudiantes de grado 10° de la I. E. Gabriel García Márquez, sobre la utilización de GeoGebra y OfiCalc en la comprensión del concepto ángulo.

P4. ¿Cree usted como estudiante que con la utilización de GeoGebra y OfiCalc comprenda de mejor forma el concepto de ángulo?

-Si su respuesta es Sí o NO justifique su respuesta

**Figura 39**

*Utilización de GeoGebra y OfiCalc en la comprensión de los ángulos*



*Nota:* Elkin Delgado 2021, Análisis de la pregunta trece a los estudiantes de grado 10° de la I. E. Gabriel García Márquez, sobre la utilización de GeoGebra y OfiCalc en la comprensión del concepto ángulo.

Desde luego esta gráfica y tabla anterior, corrobora la aceptación que tienen los estudiantes en cuanto a la utilización de las herramientas TIC, GeoGebra y OfiCalc, para la enseñanza de los ángulos, estableciendo en mejor medida la facilidad para el docente y aceptación para los estudiantes de la comprensión de la temática que se está viendo; de igual forma, se observa que 67 de los 82 estudiantes encuestados, comprende de mejor forma el concepto de ángulo, cuando se utilizan las herramientas didácticas basadas TIC, GeoGebra y OfiCalc; mientras que 7 de los 82 estudiantes encuestados, consideran que la utilización de estas herramientas basadas en las TIC, no facilitó la comprensión del concepto de ángulo, por último 8 de los 82 estudiantes encuestados consideran que tal vez, cuando se utilizan este tipo de herramientas para la enseñanza y aprendizaje de los ángulos comprende más fácil concepto anterior.

**Tabla 3***Requisitos mínimos para los procesos prácticos*

P5. ¿Considera usted como estudiante que cumple con los requisitos mínimos de preparación cuando utiliza herramientas didácticas basadas en las TIC, para enfrentarse a la vida laboral o los procesos de práctica de la media técnica ofrecida por el SENA (Servicio Nacional de Aprendizaje) en convenio con la I.E Gabriel García Márquez?

-Si su respuesta es “Sí o No” justifique su respuesta

variables	Mujer	Hombre	Total de estudiantes
Si	34	36	70
No	6	3	9
Tal vez	2	1	3
<b>Total por genero</b>	<b>42</b>	<b>40</b>	<b>82</b>

*Nota:* Elkin Delgado 2021, Análisis de la pregunta catorce a los estudiantes de grado 10º de la I. E. Gabriel García Márquez, sobre los requisitos mínimos para los procesos prácticos.

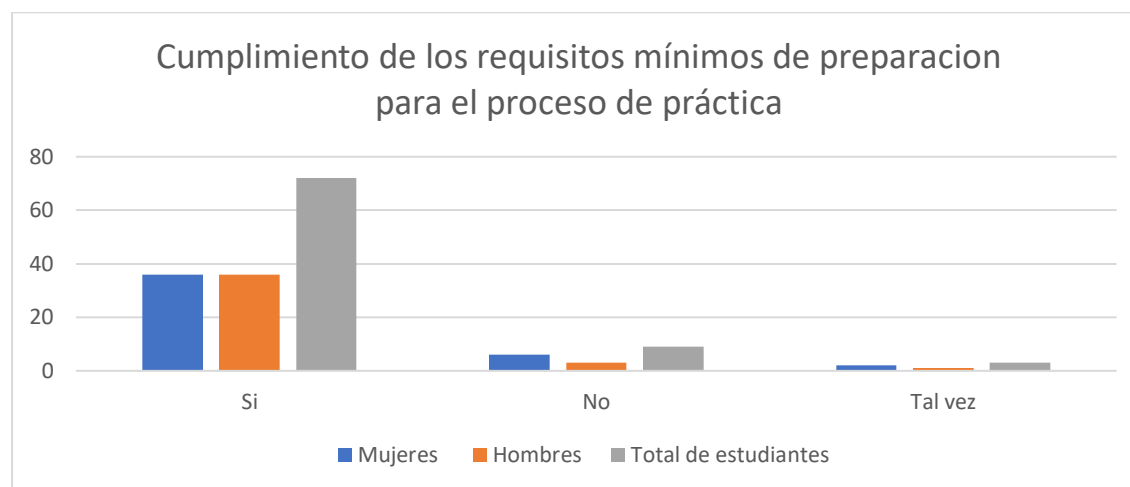
## Gráfica 10. Requisitos mínimos para los procesos plásticos.

P5. ¿Considera usted como estudiante que cumple con los requisitos mínimos de preparación cuando se utilizan herramientas didácticas basadas en las TIC para enfrentarse a la vida laboral o los procesos de práctica de la media técnica ofrecida por el SENA (Servicio Nacional de Aprendizaje) en convenio con la I.E Gabriel García Márquez?

-Si su respuesta es “Sí o No” justifique su respuesta

## Figura 40

### *Requisitos mínimos de los procesos prácticos*



*Nota:* Elkin Delgado 2021, Análisis de la pregunta catorce a los estudiantes de grado 10º de la I. E. Gabriel García Márquez, sobre los requisitos mínimos para los procesos prácticos.

Observando los resultados de la tabla y gráfica anterior respecto a la preguntas; si los estudiantes consideran que llegan con las competencias digitales y laborales mínimas a sus lugares de práctica, cuándo se integra la utilización de los softwares GeoGebra y OfiCalc a los procesos académicos para la enseñanza y aprendizaje de los ángulos; se identificó que un total de 70 estudiantes consideraron que sí, ya que anexar estos elementos basados en las TIC, a los procesos académicos facilita en gran medida su desarrollo en las prácticas pedagógicas, porque son los mismos softwares utilizados para medir y calcular las extensiones de tierra que van a ser utilizadas, para el sembrado ornamentación y cultivo de palma de aceite; sumando a lo anterior se ha disminuido en gran medida la deserción o la pérdida de la media técnica vocacional antes mencionada que se celebra con el SENA (Servicio Nacional de Aprendizaje) y por último ha aumentado la aceptación por parte de los estudiantes de las distintas clases o áreas relacionadas con las matemáticas.

En la actividad práctica 10: los estudiantes se encuentran en el nivel formal, de los principios de niveles de la EMR; porque pueden relacionar los distintos ángulos (nulo, agudo,

recto, llano, y total) con situaciones de la vida cotidiana, como por ejemplo los lugares de prácticas de terreno, en la delimitación de los terrenos de igual forma los estudiantes se pueden establecer conjeturas como qué aplicaciones son las adecuadas para direccionar el aprendizaje que se requiere.

## Discusión

A continuación, se estarán discutiendo en detalle aquellos aspectos convergentes y divergentes reportados en la revisión literal, junto a los datos obtenidos del uso los de los softwares GeoGebra y OfiCalc, como herramientas didácticas, utilizadas para la enseñanza-aprendizaje del concepto de ángulo, de igual forma, se discutirán explicaciones relativas a los hallazgos realizados, del análisis estadístico descriptivo del principio de niveles y el marco referencial de la EMR, de esta investigación.

Por esta razón, basándonos en lo dicho por, Chaparro (2001) y Coll (2004) sobre los softwares GeoGebra y Oficalc respectivamente y otros autores, sobre conceptos matemáticos aplicados al contexto, con la incidencia de estos softwares en el mejoramiento de los procesos de aprendizaje y enseñanzas, en ámbitos educativos; surgió esta investigación que utiliza estos softwares, como herramientas didácticas digitales para la enseñanza y el aprendizaje del concepto de ángulo, donde se resalta la aplicación del concepto en un contexto cotidiano, teniendo en cuenta los principios de las EMR, pues es el eje central del trabajo.

De igual forma, se contrasta la investigación con autores como Willay (2012), que ven conveniente de forma parcial, el uso de las TIC en los procesos de aprendizaje de las matemáticas; Willay (2012), indica que las TIC no son la panacea para el desarrollo de las clases y no pueden ser tomadas, como la única solución autónoma o total para el desarrollo de las mismas, cuando se presentan dificultades en los procesos de enseñanza y aprendizaje, sobre algún área en específico; asimismo, menciona que estas se deben ver como componentes o herramientas añadidas, facilitadoras de los procesos del desarrollo humano, como los educativos, entre otros.

Al igual, desde la visión propuesta por Willay (2012) sobre utilizar las TIC, como componentes añadidos, Zapata (2015), indica que los softwares GeoGebra y Oficalc, son sólo herramientas que propician la motivación, disponibilidad de los estudiantes y a los docentes los procesos educativos, por los roles que cada uno desempeña y de igual forma, estas se deben tomar como elementos funcionales, que se utilizan bajo guía direccionada y supervisión del docente, los cuales son los capacitados en muchas ocasiones, para utilizar de forma correcta y direccionar el proceso de los estudiantes, a los cuales se pretende facilitar la adquisición de las competencias tanto digitales, como académicas, desde los entornos prácticos o contextuales.

En este sentido, consideramos que los softwares GeoGebra y OfiCalc, son herramientas valiosas, que pueden ser introducidas en el aula de clase de matemática, como herramientas que ayudan a potenciar el aprendizaje de los conceptos y, a través de actividades adecuadas, desarrollar competencias de carácter contextual, que posteriormente facilitan la transición al campo aplicado, como fue nuestro caso.

Por otro lado, con el análisis estadístico, evidenciamos que los estudiantes al trabajar de manera cooperativa, bajo los principios de la EMR, mejoran de forma significativa la comprensión del concepto de ángulo, ya que de un total de 70 de los 82 estudiantes encuestados lo manifiestan en la encuesta realizada; así bien, de un total de 72 de los 82 estudiantes encuestados, manifestaron que su motivación logró aumentar con el aprendizaje cooperativo basado en la EMR, lo cual indica, que los estudiantes trabajaron con entusiasmo durante las actividades, cambiando su actitud hacia la asignatura y disminuyendo su apatía hacia esta.

Sumado a la anterior, 71 de los 82 estudiantes encuestados, consideraron que su rendimiento académico, tuvo una gran mejora al trabajar con el aprendizaje cooperativo basado en la EMR y relacionar su aprendizaje por los principios de niveles, en la unidad del uso de los softwares GeoGebra y OfiCalc.

De igual forma, 67 de los 82 estudiantes encuestados, manifestaron incomodidad cuando los docentes no utilizaban las herramientas basadas en las TIC, para direccionar las clases de geometría, es decir que no cambiaban la metodología empleada y en gran parte de los estudiantes, se pudo evidenciar una cierta resistencia en la disponibilidad a las actividades; sin embargo, la actitud mejoró a medida que se adaptaba a la nueva metodología y superaban sus obstáculos en la realización de estas (las actividades), pese a encontrarlas con un alto grado de dificultad.

Por lo tanto, en la interacción propuesta, del docente como guía y bajo la interpretación de los niveles de la EMR alcanzados por los estudiantes, en cada una de las actividades, nos permitió concluir, que desarrollaron habilidades digitales, en el sentido del manejo de los softwares, y académicas, que se vio reflejado en la comprensión obtenida de los conceptos estudiados, en particular en las aplicaciones realizadas en campo. Estas consideraciones nos permitieron afirmar que, la propuesta planteada promovió la motivación y la actitud, frente al aprendizaje de la geometría, tanto dentro, como fuera de aula clase en los estudiantes.

En consecuencia, la integración de la EMR con el uso de los softwares GeoGebra y OfiCalc, proporcionó un medio de interés para los estudiantes de la I.E.G.G.M. y de puente para los docentes para poder encontrar la aplicabilidad a los conceptos abstractos de la geometría, mientras que el aprendizaje cooperativo sirvió como andamiaje para los estudiantes que les costaba más y como refuerzo y desarrollo de habilidades sociales para los más aventajados.

Por último, se hace necesario resaltar que el objetivo general que planteamos en nuestra investigación, es la valoración de los programa o softwares de intervención que hemos aplicado, sobre el grupo de estudiantes donde el enfoque es la importancia de aplicar las matemáticas en la vida cotidiana, por ello, nos vamos a centrar la discusión en aquellos aspectos más relevantes

que se han extraído de los resultados obtenidos, dado que disponemos de elementos específicos de comparación con los que contrastar nuestros resultados y nuestras aportaciones.

### **Discusión sobre fase 1 (Información)**

En este apartado, vamos a tener en cuenta de forma global las concepciones sobre el concepto de ángulo, alcanzadas por los sujetos a los que va dirigida esta investigación; en el que se establece el inicio de la intervención; donde los resultados nos muestran un alto nivel de apatía, que tienen los estudiantes frente a los procesos matemáticos en especial con la geometría.

En el análisis de resultados se vio una tendencia importante, hacia la apatía por parte de los estudiantes a los distintos procesos de enseñanza y aprendizaje direccionados por los docentes; ya que estos (estudiantes) consideraban las clases monótonas y aburridas; desde luego para los docentes y estudiantes es una de las situaciones causantes del bajo rendimiento académico, sumado a que no se utiliza una metodología, que integra herramientas distintas a las del tablero para explicar las clases.

Esto conllevó a que se analizará, lo manifestado por los estudiantes y docentes, para así proponer esta estrategia didáctica, que va en pro de mejorar las clases de geometría y en especial la enseñanza-aprendizaje de los ángulos, con el uso de softwares GeoGebra y OfiCalc, en los procesos académicos aplicados al contexto; esto se puede apreciar en los diferentes, niveles de aprendizaje según el principio de niveles de la EMR, en los que se encuentran los estudiantes, referente al concepto de los ángulos, ello nos indica que el proceso de intervención, era indispensable en el alcance de los niveles académicos, de las personas que participaron en la investigación.

## **Discusión sobre fase 2 (Orientación dirigida)**

Se va a ver a continuación, una discusión de las puntuaciones referidas de la actividad fase 2; donde el objetivo de la práctica era verificar si el uso de los softwares GeoGebra y OfiCalc, fortalecen los procesos de enseñanza - aprendizaje del concepto de ángulo, enfocado hacia el uso en el contexto, teniendo como medida estandarizada el principio de niveles de la EMR.

Como análisis de este apartado o fase, se pudo observar que los distintos grupos que fueron intervenidos, tuvieron una mayor comprensión sobre el concepto de ángulo; Ya que el principal proceso, es la explicación del funcionamiento de los softwares (GeoGebra y OfiCalc) enfocado hacia el uso de estos (ángulos), donde el paso en continuidad es la construcción de figuras geométricas en 3D, en distintos materiales (cartulinas, icopor), ya que mediante este proceso, se permite complementar lo aprendido con los softwares; donde el principal elemento a tener en cuenta es profundizar sobre las magnitudes y medidas de los ángulos utilizando el transportador y el compás como elementos pertinentes para la construcción de los mismos (figuras geométricas en 3D) y por último la delimitación de terrenos teniendo en cuenta la explicación de los softwares, la medición de las magnitudes y medidas de los ángulos, pero en situaciones contextualizadas, que permiten a los estudiantes, pasar de un conocimiento direccionado por el docente a volverlo conocimiento significativo.

Esto nos indica que el proceso de uso de estas herramientas basadas en las TIC, estableció un equilibrio en la concepción, comprensión del concepto de ángulo.

### **Discusión sobre fase 3 (Integración)**

En esta parte, comparamos los resultados de la investigación, con los obtenidos de otras investigaciones, referente a la utilización de los softwares GeoGebra y OfiCalc, para la enseñanza y aprendizaje, del concepto de ángulos teniendo en cuenta el principio de niveles de la EMR.

Como análisis de este apartado o fase, observamos que los sujetos que participaron en la investigación, después de las acciones de trabajo, captaron en mejor medida los procesos de enseñanza y aprendizaje, cuando se utilizaron herramientas didácticas basadas en las TIC, dentro de los entornos académicos y prácticos; por lo tanto, podemos concluir, que lo expuesto por algunas investigaciones enfocadas en dichos softwares, que se citaron en este trabajo investigativo, corroboran que el uso de las TIC, fortalecen los procesos de la enseñanza y aprendizaje de áreas como la geometría en los estudiantes.

De la misma forma, basándonos en los resultados de la investigación hemos analizado que el uso de los softwares (GeoGebra y OfiCalc), propiciaron que haya mayor medida la disponibilidad por parte de los estudiantes a los distintos procesos académicos; ello lo podemos apreciar, en la valoración en cuanto a los principios de niveles de la EMR, de los distintos grupos en este caso los estudiantes del 10° grado de la Institución Educativa Gabriel García Márquez municipios de San Carlos de Guaroa Departamento del Meta.

## Conclusión

Este trabajo investigativo, fue soportado en la modelación matemática (matematización horizontal y vertical), en la que se presentó una ilustración detallada sobre las dificultades que presentan los estudiantes del grado 10<sup>a</sup> de la Institución Educativa Gabriel García Márquez, del municipio de San Carlos de Guaroa del departamento del Meta, referente a el aprendizaje y enseñanza del concepto de ángulos; para así proponer una posible solución, basada en la matematización vertical y horizontal de la EMR y los principios de niveles, integrando el uso de herramientas didácticas basadas en las TIC, como lo son los softwares GeoGebra y OfiCalc, como un importante papel enmarcado en encaminar la enseñanza de la geometría.

En este orden de ideas, esta investigación corrobora, los hallazgos expuestos en otras investigaciones citadas, como la de, Fernández (2013) que afirma que, cualquiera área, que esté vinculada con la didáctica de las matemáticas, debe considerar, que los estudiantes necesitan adquirir de forma instruccional, secuencial e integral los conceptos, los cuales deben ser aplicables en diferentes contextos; adicional a ello se corroboran los resultados expuestos por la investigación de Portilla (2014); sobre el "Uso de Geogebra como recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas en 1<sup>o</sup> de bachillerato de Ciencia y Tecnología", que el uso de los software como GeoGebra y OfiCalc, como recursos o herramientas didácticas para la enseñanza y aprendizaje de áreas derivadas de las matemáticas, fortalecen los procesos cognitivos de los estudiantes y propician los ambientes escolares; sumado a lo anterior, se corrobora lo expuesto por, Escobar (2013), que en su investigación "La metodología experimental para el uso de OfiCalc en Geometría de octavo grado" donde se instrumentó un modelo experimental de enseñanza con el uso de OfiCalc; que los recursos TIC o softwares como: GeoGebra y OfiCalc, que son de carácter abiertos, gratuitos, fortalecen los procesos de enseñanza-aprendizaje de áreas como la geometría, en todos los niveles de formación, partiendo desde el preescolar, pasando por

la primaria, secundaria “media vocacional” y finalizando en la educación superior, porque permiten tanto a estudiantes, como a docentes utilizarlos para mejorar los distintos procesos antes mencionados, mediante clases guiadas, Downes (2016).

Con este proyecto investigativo, se confirma lo expuesto por Downes (2016); qué áreas de como la geometría a pesar de tener fracasos escolares, es también un área que permite a las personas desarrollar y estructurar algunos de sus procesos cognitivos, que sirven para cualquier etapa o contexto en el que se encuentran en la vida cotidiana, esto se evidenció cuando los estudiantes aplicaron el concepto de ángulo en las prácticas de campo pedagógicas dentro la institución y en las plantaciones de palma; es aquí donde se evidencia que los recursos educativos de fácil acceso como los utilizados (los softwares GeoGebra y OfiCalc), contribuyen a mejorar las vivencias, el clima escolar para aprovechar el buen progreso de una clase, donde el estudiante se empodera del conocimiento para buscar una transformación de él y donde el docente, toma el rol de guía con una postura clara, asertiva frente a la situación, Willay (2012).

De igual forma, dentro de la investigación podemos concluir que los conocimientos aprendidos sobre los ángulos, en el aula de clases con la utilización de las herramientas basadas en las TIC, como lo son los softwares GeoGebra y OfiCalc, aplicados en el campo de práctica o contexto; facilitaron en gran medida los procesos de enseñanza y aprendizaje, por que los estudiantes realizaron comparaciones, dialogaron, propusieron discusiones, con los distintos compañeros de clases, permitiendo así llegar a distintos acuerdos, partiendo de las concepciones evidenciadas que tenía cada uno durante el proceso práctico, propiciando lo que se conoce como aprendizaje significativo, sumando a la interacción de los grupos colaborativos, a los cuales pertenecía cada estudiante; de igual forma en esta parte de la investigación, se puede concluir que los estudiantes pudieron manipular de forma adecuada, los distintos elementos que propician la medición, la magnitud, dirección y el sentido de los angulos (transportador), sin importar la

figura plana, que se encuentra en el terreno, entendiendo o comprendiendo que los conceptos adquiridos anteriormente con la explicación de los softwares, se puede aplicar en cualquier situación de la vida cotidiana, independientemente del lugar que se esté; propiciando así, que la adquisición de dichos conocimientos sean los adecuados que para las prácticas pedagógicas, las cuales desarrollarán en las empresas que tienen las plantaciones de palma de aceite o los sembrado y ornamentación de cultivos, en donde estos presentarán sus prácticas.

En este orden de ideas, en cuanto a los resultados obtenidos de esta investigación muestran que cuando se utilizan recursos TIC como GeoGebra y OfiCalc, en marcados en la EMR, como una de las tantas posibles soluciones a las distintas problemáticas que presentan los estudiantes, dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje, como lo es concepto de ángulo, se implementa la matematización horizontal y vertical, que surgen y se direcciona hacia el contexto de los conceptos aprendidos, que pueden especificarse aún más, a través de los niveles de comprensión, por ello, uno de los logros de esta investigación, es haber encontrado que los estudiantes atraviesan por diferentes etapas o fases de aprendizaje que se considera significativo.

Sumado a lo anterior, esta investigación parte de la intención de resolver los problemas matemáticos, contextualizados, considerando que las matemáticas son una actividad humana, que busca resolver problemas de la realidad o del contexto, utilizando diferentes herramientas como las TIC, trabajos manuales entre otros; adicional a ello, en esta investigación se realizó con una propuesta de metodología cualitativa, sirve, como apoyo al profesorado, para brindar experiencias más agradables dentro de los procesos cognoscitivos del área de la geometría, donde el estudiante pasa por diferentes niveles de comprensión, siguiendo el proceso que se llaman matematización de las matemáticas, Freudenthal (1983).

En consecuencia, con este proyecto investigativo se pretendió quitar del imaginario de los estudiantes, en cierta medida la etiqueta que tienen las matemáticas de ser un área difícil y

compleja donde se ha catalogado como el ogro de a las ciencias, Tello (2007); permitiendo así direccionar el pensamiento hacia uno más adecuado, que cataloga el área de la geometría como una área aplicable y que sirve de soporte para la generación del conocimiento, Tello (2007).

De igual forma, en este proceso, se pretendió que los docentes se empoderen y se apoyen en los softwares GeoGebra y OfiCalc, para así lograr que los estudiantes pierdan la apatía a las matemáticas, creando, proponiendo clases interactivas y amenas, para que el estudiante pueda ver realmente las aplicaciones de la geometría en el contexto, ligando así cada concepto geométrico aprendido con problemas reales, Tello (2007).

Cómo resultante, para los estudiantes el proceso de aprendizaje en el aula y fuera de esta, haciendo uso de herramientas didácticas basadas en las TIC, requirió de un conjunto de competencias que se deben de adquirir con la lógica de sumar una metodología capaz de aprovecharlas, que se direccionan en potenciar las competencias académicas y digitales que se adquieren, donde la capacitación de este (estudiante) se consideró como una de las primeras opciones, antes de afrontar nuevos retos educativos en el contexto; ya que se planteó, que el paso de una idea de educación tradicional a una significativa, está fundamenta en la adquisición del conocimiento mediante redes o nodos de trabajo, es decir donde los softwares como GeoGebra y OfiCalc, son concebidos como herramientas didácticas, añadidas a los distintos procesos pedagógicos; ya. Que estas se convierten en recursos de alto valor, para el aprendizaje-enseñanza, logrando formar estudiantes con competencias personales y profesionales optimas que pueden integrarse a cualquier campo, Prieto & Quiñones, (2011).

Como consecuencia, se encontró que los estudiantes pueden situarse dentro de los distintos niveles y principios de la EMR, debido a que estos van poco a poco evolucionando, hasta adquirir un carácter más general y elevado, donde dicho posicionamiento tiene necesariamente un valor relativo; de esta forma, se pudo dar cumplimiento al propósito general

de esta investigación, enmarcado en describir cómo son los procesos horizontales y verticales de matematización, se pueden derivar en experiencias, de los procesos de conceptualización y/o comprensión del concepto de ángulo.

Sumado a lo anterior, esta investigación permitió sentar bases para proponer un “modelo de trabajo” donde se especificaron cuáles debían de ser los aspectos a tener en cuenta en el diseño y la gestión de las tareas, posibilitando de esta manera, otra posible integración de la modelación geométrica, facilitando su implementación por parte de los docentes; en consecuencia, se identificó como podría ser el desarrollo de las actividades propuestas desde la EMR, dentro del en el aula y fuera de esta.

En relación con el diseño de las tareas, el “modelo de trabajo” propuesto deja entrever algunos elementos teóricos implicados, como son: los requerimientos de los contextos, para que den lugar de modo más o menos natural a la matematización progresiva y la necesidad de realizar un análisis fenomenológico de los conceptos matemáticos implicados, con el objeto de reconocer situaciones problemáticas que puedan evocar procedimientos paradigmáticos, como base para dicha matematización progresiva.

De esta manera, con los momentos de intervención expuestos en la investigación, pueden llegar a representar un camino propicio para abordar la gestión de cualquier diseño que se elabore en la EMR, independientemente del contenido matemático central que se quiera problematizar; así pues, a partir de esta investigación se crean ciertas condiciones que bien, podrían servir para desarrollar los momentos de la práctica en un escenario experimental como lo fue las instalaciones de la I.E.G.G.M, pero que podrían ser igualmente útiles para la gestión de tareas en el ámbito labrar en el cual se enfrentan los estudiantes, cuando estos hacen las prácticas en las empresas de palmeras que se encuentran en la comunidad.

Desde luego, este proceso tomó importancia cuando los estudiantes pasaron por momentos colaborativos, donde estos de forma inicial organizaron sus propios grupos de trabajo con base en sus afinidades, donde seguidamente sintieron el interés y disposición por las actividades diseñadas, lo que eventualmente los llevó a construir modelos con diferentes niveles de complejidad y finalmente que discusiones sobre sus resultados, con el fin de verificar y validar lo que han obtenido.

Entre los elementos, de este modelo de trabajo se destacó la importancia de familiarizar a los estudiantes con una mesa redonda a partir de situaciones vividas, que promovió la exploración, el planteamiento de conjeturas, generalizaciones que les permitió ir avanzando por niveles de matematización cada vez más complejos.

De igual manera, el trabajo sirvió como un escenario de laboratorio de matemáticas, que se centró en crear ambientes propicio para la motivación, el trabajo libre de los estudiantes, donde se promovió el intercambio de ideas y el trabajo colaborativo, elementos que entran en consonancia con los principios de la EMR.

Por último, la EMR (Educación Matemática Realista), ofrece un marco teórico y metodológico que es fructífero para promover un acercamiento particular a los procesos de modelación matemática en el aula y materializarse en estrategias de intervención en las aulas de matemáticas: en efecto, este trabajo de investigación en el contexto de la EMR puede extenderse a otros dominios matemáticos (lo exponencial, lo trigonométrico, lo logarítmico) y entrar en contacto con enfoques en didáctica de las Matemáticas que también abordan desde lo teórico y metodológico la modelación matemática, al saber, entrar en contacto con enfoques de la modelación matemática que se realizan en el marco del trabajo con las tecnologías de la información y la comunicación en la escuela.

Acorde con los planteamientos anteriores, esta investigación deja abiertos los siguientes interrogantes:

¿Cómo por medio de la corriente didáctica EMR, los estudiantes del 10<sup>a</sup> de la I.E.G.G.M pueden abordar situaciones de su contexto y matematizarlas para alcanzar un aprendizaje sobre el concepto de ángulos?

¿Cómo la Educación Matemática Realista, puede potenciar en maestros y estudiantes el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto de ángulo en el grado 10<sup>o</sup> de la I.E.G.G.? ¿En qué sentido, los procesos de matematización vertical y horizontal permiten el desarrollo integrado de las competencias matemáticas, según se describen en el proyecto de la EMR?

### **Recomendaciones**

Las TIC, contribuyen en buena medida a los cambios y novedades en las formas de aprender y de enseñar, en cualquier área del conocimiento, Siemens (2004); como docentes se hace necesario, utilizarlas como una de las formas prácticas de facilitar la adquisición del conocimiento y el desarrollo de habilidades como: las digitales y académicas para los estudiantes y tanto en cuanto para los mismos docentes; por ellos para, Fierro (2017), parte del trabajo de estos últimos (docentes) es explorar y proponer que dichas herramientas didácticas, sin importar que sean de tiempos anteriores, actuales y/o futuros faciliten los procesos antes mencionados; ya que son necesarias para enriquecer y potenciar los ambientes de aprendizaje dentro y fuera de las aulas de clases.

En consecuencia, cuando se utilizan las TIC, en los distintos procesos académicos, se está enseñando, pero a su vez también está aprendiendo de una era digital cambiante, Fierro (2017); desde esta perspectiva surgen las siguientes recomendaciones en los procesos académicos para directivos docentes, docentes y estudiantes, de la Institución Educativa Gabriel García Márquez del municipio San Carlos de Guaroa departamento del Meta, en cuanto a la utilización de herramientas didácticas (GeoGebra y OfiCalc) para la enseñanza y aprendizaje de los ángulos:

#### **Recomendaciones, para los directivos docentes**

Solicitar a los distintos entes, entre ellos: Ministerio de Educación Nacional, secretaría de educación departamental (Meta) y/o alcaldía distintos implementos entre ellos tecnológicos, como softwares educativos instalados que propicien y faciliten la enseñanza y aprendizaje de distintas áreas, en especial las matemáticas.

Propiciar y promover, espacios de capacitación docentes de las distintas áreas, en especial a los de las matemáticas, en el manejo de herramientas didácticas basadas en las TIC, que propicien el mejoramiento de los distintos procesos en el entornos educativos.

Propiciar dentro de la institución educativa, espacios de capacitación para los estudiantes, que vayan enfocados en el uso y manejo de herramientas tecnológicas, que facilitan el aprendizaje de las matemáticas, en especial el concepto de los ángulos.

### **Recomendaciones, para los docentes**

Capacitarse de forma permanente y continua, en el uso de las herramientas tecnológicas, para facilitar así la adquisición de competencias tanto académicas y digitales en los estudiantes.

Facilitar espacios de intercambio de herramientas didácticas basadas en las TIC, en los distintos entornos curriculares, entre ellos los internos como el aula y los externos a esta.

Apropiarse de cada una de las herramientas didácticas basadas en las TIC, con las que cuenta, la institución educativa para la enseñanza y aprendizaje del concepto de los ángulos.

Capacitar a los estudiantes, de forma permanente y continua en pro de mejorar las competencias digitales y académicas en el uso de las TIC.

Entender que como docentes no son la única fuente de conocimiento y que el papel que se debe asumir es del guía, frente a los distintos procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes.

### **Recomendaciones y para estudiantes**

Asistir a los espacios de capacitación sobre el uso y manejo de herramientas didácticas basadas en las TIC, propuesta por la institución educativa, desarrollada por los docentes que propician el aprendizaje y enseñanza de los ángulos.

Interesar a las diversas plataformas o redes de trabajo como: web como blogs, redes sociales y comunidades educativas, propuesta por la institución educativa, donde se encontrarán con enlaces de capacitación nuevas ideas, ejemplos de experiencias de semejantes que tienen procesos educativos similares.

Prestar toda la disponibilidad, de tiempo actitud y aptitud referente a los espacio de capacitación sobre las herramientas didácticas basadas en las TIC, dispuestos.

Compartir información o retroalimentar a sus compañeros estudiantes, con el aprendizaje adquirido, sobre las herramientas didácticas basadas en las TIC durante el tiempo de prácticas.

### **Trabajos a futuro**

Durante el desarrollo de este trabajo investigativo, han surgido algunas líneas futuras que se han dejado abiertas y son el resultado de cuestiones que han ido surgiendo durante la realización del mismo; a continuación se presentan algunos trabajos a futuros que pueden desarrollarse como resultado de esta investigación; entre los posibles trabajos futuros se destacan:

Diseño de una unidad didáctica de educación financiera basada en el enfoque de la educación matemática realista y el uso de GeoGebra y OfiCalc, enfocado en la aplicación de conceptos financieros a situaciones reales de los estudiantes de secundaria.

Desarrollo de una unidad didáctica sobre estadística y probabilidad utilizando GeoGebra y OfiCalc para estudiantes de educación secundaria, aplicada al análisis de datos reales de su comunidad.

Desarrollo de actividades didácticas basadas en la educación matemática realista y el uso de GeoGebra y OfiCalc para, enseñar geometría y trigonometría, aplicado a la construcción de estructuras ambientales reales para estudiantes de bachillerato.

## Referencias

- ¿Qué es un Recurso TIC? | TICenFID. (2022). Mesaticfid.cl. <https://mesaticfid.cl/que-es-un-recurso-tic/>
- Abrate (2006), formación docente revisiones desafíos y propuestas <https://cedoc.infed.edu.ar/wp-content/uploads/2020/12/7-Formaci%C3%B3n-docente-Liliana-Abrate-Final.pdf>
- Acaro, O. (2021). El GeoGebra en la enseñanza de la matemática en el colegio nacional Andrés Bello. [Tesis de Magíster en Educación, Facultad de Ciencias de la educación, Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Quito, Ecuador].
- Aldana, J. y Jiménez, H. (2020). El aplicativo GeoGebra como herramienta tecnológica para el fortalecimiento de los procesos de enseñanza – aprendizaje en los estudiantes de grado cuarto de primaria de la Institución Educativa Leticia de Montería, Córdoba, Colombia. [Tesis en Magíster en Pedagogía, Universidad Nacional Abierta a Distancia, Colombia]. <https://repository.unad.edu.co/handle/10596/36198>
- Alonso, C. y Gallegos, D. (2002). Tecnología de la información y comunicación. Revista Educación., 323. pp. 181-205.
- Álvarez, M., Almeida, B., & Villegas, E. (2014). El proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática. La Habana: Pueblo y Educación. [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_nlinks&pid=S1990-8644201900050010200001&lng=en](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_nlinks&pid=S1990-8644201900050010200001&lng=en)
- Andonegui, M. (2006). Desarrollo del pensamiento matemático. Cuaderno N° 12 Geometría: conceptos y construcciones elementales. Caracas, Venezuela: Federación Internacional Fe y Alegría.
- Aragón, E. (2009). Objetos de aprendizaje como recursos didácticos para la enseñanza de matemáticas. Revista Innovación educativa” 1 (1). <https://www.udgvirtual.udg.mx/apertura/index.php/apertura/article/view/123>
- Arias (2012); El Proyecto de Investigación Introducción a la metodología científica. (n.d.). <https://abacoenred.com/wp-content/uploads/2019/02/El-proyecto-de-investigaci%C3%B3n-F.G.-Arias-2012-pdf-1.pdf>
- Arias G, M. (2008). Diagnóstico participativo: un instrumento para el planeamiento estratégico en el desarrollo comunitario. Cátedra de Cooperación Internacional con Iberoamérica. España. <http://www.ciberoamericana.com/documentos.pdf>.
- August (1985), Ramírez-Serna, S. (2021). maestro en la prensa colombiana de finales del siglo XX (1985-1994). Praxis Pedagógica, 21(30), 200–221. <https://doi.org/10.26620/uniminuto.praxis.21.30.2021.200-221>

- Ausubel, D. (1976). *Psicología Educativa. Una perspectiva cognitiva*. Ed. Trillas. México.  
<https://cmappublic3.ihmc.us/rid=1H30ZSRPG-1HGWM5F-QZO/Teor/%C#%ADa%20del%20Aprendizaje%20Significativo%20partir%20de%20la%20Perspectiva%20de%20la%20Psicolog%C3%ADa%20Cognitiva.pdf>
- Ausubel, D., Novak J. y Hanesian H. (1997). *Psicología educativa. Un punto de vista cognitiva*. México. Trillas.
- Balanskat (2006), REICE. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*. (n.d.). <https://www.redalyc.org/pdf/551/55123361005.pdf>
- Ballester, S., et al. (2002). *Metodología de la enseñanza de la matemática (Tomo I)*. La Habana: Pueblo y Educación. [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_nlinks&pid=S1990-8644201900050010200001&lng=en](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_nlinks&pid=S1990-8644201900050010200001&lng=en)
- Barrantes, M. (2002). *Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje (Tesis de Doctorado)*. Departamento de Didáctica de la Ciencias Experimentales y de las Matemáticas. Facultad de Educación. Universidad de Extremadura. España.
- Barrantes, M. y Blanco, L. (2004). *Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar*. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(2), 241-250.
- Barroso, R. (2004). *Estado actual de la investigación sobre el estudio de la influencia del software de geometría dinámica en la visualización y descubrimiento de propiedades geométricas*. *Actas del VIII Simposio De La SEIEM*.
- Belloch, C. (2012). *Las Tecnologías de la Información y Comunicación en el aprendizaje*. <https://www.uv.es/bellohc/pedagogia/EVA1.pdf>
- Benítez (2017). *Influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes de primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería - 2016*. [Tesis de Doctorado en Educación, Universidad César Vallejo, Escuela de Postgrado].
- Bishop, A. J. (1988). *Mathematical enculturation. A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht Kluwer Academic Publishers. - References - Scientific Research Publishing. (2013). Scirp.org.  
[https://www.scirp.org/\(S\(351jmbntvnsjt1aadkposzje\)\)/reference/ReferencesPapers.aspx?ReferenceID=989032](https://www.scirp.org/(S(351jmbntvnsjt1aadkposzje))/reference/ReferencesPapers.aspx?ReferenceID=989032)
- Blanco (2004) estudio sobre la inserción laboral de los graduados en pedagogía en la universidad De Barcelona <https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/2563288/zj8>
- Bonilla, G. E. (2013). *Influencia de uso del programa GeoGebra en el rendimiento académico en Geometría Analítica Plana*. (Proyecto Socio Educativo presentado como requisito parcial para Optar por el Grado de Licenciatura en Ciencias de la Educación, Mención

Matemática y Física. Carrera de Matemática y Física). Quito: Universidad Central del Ecuador.

- Bressan y Gallego (2011) La modelación matemática en la educación matemática realista: un ejemplo a través de la producción y uso de modelos cuadráticos. Retrieved February 18, 2023, from <http://funes.uniandes.edu.co/2518/1/Lamodelaci%C3%B3nHenaoAsocolme2012.pdf>.
- Camargo, L., & Acosta, M. (2012). La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. *Tecné, Episteme Y Didaxis: TED*, 32, 4–8. [http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0121-38142012000200001](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-38142012000200001)
- Careaga Butter, M. (2001) Centro de educación y tecnología de Chile. Proyecto Enlaces. Elaborado por. Centro Zonal Sur-Austral. Unidad N° 2 Software y su uso pedagógico. Chile.
- Carrasco, C., Meza, J., Loyer, S., Morales, J., & García, F. (2016). Las Tecnologías de Información como apoyo al proceso de enseñanza y aprendizaje. Una experiencia en pedagogía universitaria. *REXE- Revista de Estudios Y Experiencias En Educación*, 2(3), 135–147. <http://www.rexe.cl/ojournal/index.php/rexe/article/view/266>
- Carrillo (2012). Enseñanza de las matemáticas. En, D., Gil Pérez., & M., De Guzmán Ozámiz (eds.). *La enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e innovaciones*. Madrid: Editorial Popular.
- Cataldi, Z. (2000). Una metodología para el diseño, desarrollo y evaluación de software educativo. Tesis para el Magister de Automatización de Oficinas. ISBN 960-34-0204-2. Disponible en [www.fi.uba.ar/laboratorios/lsi/cataldi-tesisdemagistereninformatica.pdf](http://www.fi.uba.ar/laboratorios/lsi/cataldi-tesisdemagistereninformatica.pdf) (Consultada 05-08-08)
- Catunta-Cuayla Piura, diciembre de 2015. [https://pirhua.udep.edu.pe/bitstream/handle/11042/3668/MAE\\_EDUC\\_220.pdf?sequence=2&isAllow](https://pirhua.udep.edu.pe/bitstream/handle/11042/3668/MAE_EDUC_220.pdf?sequence=2&isAllow)
- Catunta-Cuayla, Y. (2015). Aplicación de una metodología usando el software GeoGebra para desarrollar la visualización en el contenido de ecuación de la recta. [Tesis de Maestría, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Piura, Perú]. [https://pirhua.udep.edu.pe/bitstream/handle/11042/3668/MAE\\_EDU\\_220.pdf?sequence=2&isAllowed=y](https://pirhua.udep.edu.pe/bitstream/handle/11042/3668/MAE_EDU_220.pdf?sequence=2&isAllowed=y)
- Cazau (2006) INTRODUCCIÓN A LA INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS SOCIALES. [https://educacionparatodalavida.files.wordpress.com/2015/10/cazau\\_pablo\\_-\\_introduccion\\_a\\_la\\_investigacion.pdf](https://educacionparatodalavida.files.wordpress.com/2015/10/cazau_pablo_-_introduccion_a_la_investigacion.pdf)
- CCIT - Cámara Colombiana de Informática y Telecomunicaciones. (1993). CCIT - Cámara Colombiana de Informática Y Telecomunicaciones. <https://www.ccit.org.co/>

- Cerda (2011), LOS ELEMENTOS DE LA INVESTIGACIÓN. (2011, July). Biblioteca Digital Magisterio. <https://bibliotecadigital.magisterio.co/libro/los-elementos-de-la-investigaci-n>
- Chaparro, F. (2001). Conocimiento, aprendizaje y capital social como motor de desarrollo. *Ciencia da Información*, 30(1), 19-31. doi: 10.1590/S0100- 19652001000100004
- CIDSE: Centro de Investigación y desarrollo de software educativo. Métodos Numéricos. Costa Rica. Disponible en : <http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/NUMERICO/index.htm> (Con. 05-08)
- Ciprés, & Carlos, J. (2023). Concepto, tipos y dimensiones del conocimiento: configuración del conocimiento estratégico. *Revista de Economía Y Empresa*, 22(52), 175–196. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2274043.pdf>
- Coll, C. (2004). Psicología de la Educación y prácticas educativas mediadas por las tecnologías de la información y la comunicación: Una mirada constructivista. *Revista Electrónica Sinéctica*, 25, 1-24.
- Costa (2011) Corberán, R., Gutiérrez, A., Huerta, M., Jaime, A., Margarit, J., Peñas, A. y Ruiz, E. (1994). Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el Modelo de Razonamiento de Van Hiele. Madrid: C.I.D.E., M.E.C. Crowley, M. (1987). El Modelo de Van Hiele. Recuperado de [www.proyectosur.com/descarga%20innovacion/van\\_hiele.doc](http://www.proyectosur.com/descarga%20innovacion/van_hiele.doc).
- De, D. (2021). Definición de enseñanza - Definiciones. Definición. De. <https://definicion.de/ensenanza/>
- Del Pino Castro. (2013, July). Elementos de interés en la investigación didáctica y enseñanza de la dispersión estadística. ResearchGate; unknown. [https://www.researchgate.net/publication/253650045 Elementos de interes en la investigacion didactica y ensenanza de la dispersion estadistica](https://www.researchgate.net/publication/253650045_Elementos_de_interes_en_la_investigacion_didactica_y_ensenanza_de_la_dispersion_estadistica)
- Del Pino, J. (2013). El uso de GeoGebra como herramienta para el aprendizaje de las medidas de dispersión. En, J. M., Contreras, G. R., Cañadas, M. M., Gea & P., Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*, (pp. 243-250). Granada: Universidad de Granada.
- Downes, P. (2016, February 23). Précis of Downes, P. (2014) *Access to Education in Europe: A Framework and Agenda for System Change*. ResearchGate; University of Bergen Library. [https://www.researchgate.net/publication/297588439 Precis of Downes P 2014 Access to Education in Europe A Framework and Agenda for System Change](https://www.researchgate.net/publication/297588439_Precis_of_Downes_P_2014_Access_to_Education_in_Europe_A_Framework_and_Agenda_for_System_Change)
- Drijvers, P., & van. (2014). Jupri, A., Drijvers, P., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2014). Student difficulties in solving equations... ResearchGate; unknown. [https://www.researchgate.net/publication/277306211 Jupri A Drijvers P Van den Heuvel-](https://www.researchgate.net/publication/277306211_Jupri_A_Drijvers_P_Van_den_Heuvel-)

[Panhuizen M 2014 Student difficulties in solving equations from an operational and a structural perspective Mathematics Education 91 39-55](#)

Equipo Editorial Etecé. (2021). Concepto de Matemáticas. <https://concepto.de/matematicas/>

Escobar y Helena, S., & Esperanza, R. (2013). La reflexión docente y la construcción de conocimiento: una experiencia desde la práctica. *Sinéctica*, 41, 2–18.  
[https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-109X2013000200006&script=sci\\_arttext](https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-109X2013000200006&script=sci_arttext)

Espinoza y Rivera. (2019). Las TICs como herramientas didácticas del proceso de enseñanza-aprendizaje. *Conrado*, 15(66), 104–110.

Espinoza, F., Jaramillo, M y Pambi E. (2018). La implementación de las TIC en el proceso de enseñanza – aprendizaje. *Revista Metropolitana de Ciencias Aplicadas*. 1(3). 10-25.  
<https://remca.umet.edu.ec/index.php/REMCA>

Euroinnova. (2010.). La Geometría. <https://www.euroinnova.edu.es/blog/aplicación-de-la-geometría>.

Fernández (2013), didáctica de las estructuras matemáticas. (2017, August 15). Perso visiones; Perso visiones. <https://hagociencia.wordpress.com/2017/08/15/fenomenologia-didactica-de-las-estructuras-matematicas/>

Ferragina, R., & Luminacin, L. J. (2015, March 31). La noción de función mediada por entornos dinámicos. El caso del punto dinámico. Conferencia Interamericana de Educación Matemática. [https://www.academia.edu/21007504/La\\_noci%C3%B3n\\_de\\_funci%C3%B3n\\_mediada\\_por\\_entornos\\_din%C3%A1micos\\_El\\_caso\\_del\\_punto\\_din%C3%A1mico](https://www.academia.edu/21007504/La_noci%C3%B3n_de_funci%C3%B3n_mediada_por_entornos_din%C3%A1micos_El_caso_del_punto_din%C3%A1mico)

Fierro Evans, M. C. (2017). Convivencia Escolar: Una revisión del concepto. *Psico perspectivas. Individuo Y Sociedad*, 18(1). <https://doi.org/10.5027/psicoperspectivas-vol18-issue1-fulltext-1486>

Freudenthal H (1973) *Mathematics as an educational task*. Reidel Publishing, Dordrecht  
<http://www.revistaespacios.com/a20v41n26/a20v41n26p30.pdf>

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*, Kluwer, Dordrecht, Reidel Publishing Co. <http://www.revistaespacios.com/a20v41n26/a20v41n26p30.pdf>

Freudenthal, Riveros, (1983). Educación matemática realista y entornos interactivos para determinar el nivel cognitivo de estudiantes universitarios a partir del concepto de la integral definida y sus aplicaciones en ingeniería *Realistic Mathematical Education and Interactive Environments to determine the cognitive level of University students from the concept of the defined Integral and its applications in engineering. Educación • Education • Educação •*, 41. <http://www.revistaespacios.com/a20v41n26/a20v41n26p30.pdf>

- Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M.C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49-68), Jaén: SEIEM.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007) The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, Vol. 39 (1-2): 127-135.
- Gómez C. R., Galvis Panqueva, Á., y Mariño D, O. (1997). Ingeniería de software educativo con modelaje. Orientado por objetos: Un medio para desarrollar micro mundos interactivos. Proyecto LUDOMÁTICA. Avalado en Bibliografía 93 Universidad de Los Andes, Fundación Rafael Pombo e Instituto Colombiano de Bienestar Familiar.
- Gómez, F. (2019). El desarrollo de competencias matemáticas en la institución educativa Pedro Vicente Abadía de Guacarí, Valle del Cauca, Colombia. *Revista Universidad y Sociedad*. 11(1). [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2218-36202019000100162](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2218-36202019000100162)
- González (2013) Investigación cualitativa y sus particularidades dentro de la investigación <file:///Users/elkindelgado/Downloads/Investigaci%C3%B3n%20cualitativa.pdf>
- González, A. L., Herrero García, Noelia, González, A. L., & Herrero García, Noelia. (2019). Impacto de la tecnología en la sociedad: el caso de Ecuador. *Revista Universidad Y Sociedad*, 11(5), 176–182. [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2218-36202019000500176](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2218-36202019000500176)
- Gravemeijer, & Terwel, J. (2000, May 8). Gravemeijer & Terwel (2000) Hans Freudenthal a mathematician on didactics and curriculum theory. *Journal... ResearchGate; Taylor & Francis (Routledge)*. [https://www.researchgate.net/publication/46606480\\_Gravemeijer\\_Terwel\\_2000\\_Hans\\_Freudenthal\\_a\\_mathematician\\_on\\_didactics\\_and\\_curriculum\\_theory\\_Journal\\_of\\_Curriculum\\_Studies\\_32\\_no\\_6\\_777-796](https://www.researchgate.net/publication/46606480_Gravemeijer_Terwel_2000_Hans_Freudenthal_a_mathematician_on_didactics_and_curriculum_theory_Journal_of_Curriculum_Studies_32_no_6_777-796)
- Gravemeijer, K. & Terwel, J. (1999). Hans Freudenthal: A mathematician on didactics and curriculum theory, *Journal of Curriculum Studies*. 32:6, 777-796.
- Greenwood, Davydd. 2000. “De la observación a la investigación-acción participativa: una visión crítica de las prácticas antropológicas”.
- Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1991). El Modelo de razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la geometría. Un ejemplo: Los Giros. *Educación Matemática* 3(2), 49-65.
- Guzmán y valle, e. (2015). universidad nacional de educación. <https://repositorio.une.edu.pe/bitstream/handle/une/1112/tl%20cs-mi%20a21%202015.pdf?sequence=1&isallowed=y>

- Guzmán, O., M. y Gil Pérez, D. (1993). Enseñanza de las ciencias y de la matemática. Tendencias e Innovaciones. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Editorial Popular. ISBN: 84-7884-092-3. Disponible en <http://www.oei.org.co/oeivirt/ciencias.htm#Indice> (Consultado en 05-08)
- Hernández, C., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). Metodología de la investigación. Ciudad de México, México: Mc Graw Hill Education. Recuperado el 9 de Octubre de 2019, de <http://observatorio.epacartagena.gov.co/wp-content/uploads/2017/08/metodologia-de-lainvestigacion-sexta-edicion.compressed.pdf>
- Hernández, J., Gil, D. Ortiz, E., Sevillana, C. y Soler, V. (1980). La experimentación asistida con calculadora (EXAC): una vía para la educación científico-tecnológica. Disponible en [www.rieoei.org/deloslectores/553Soler.PDF](http://www.rieoei.org/deloslectores/553Soler.PDF) (Consultado 05-08)
- Hernández, V. y Villalba, M. (2001). Perspectivas en la enseñanza de la geometría para el siglo XXI. Documento de discusión para estudio ICMI. PMME-UNISON. Traducción del documento original. Recuperado de <http://www.euclides.org/menu/articles/article2.htm>
- Iglesias Castro-Pérez, M., & Morales-Ramírez, M. E. (2007). Los ambientes de aula que promueven el aprendizaje, desde la perspectiva de los niños y niñas escolares. Revista Electrónica Educare, 19(3). <https://doi.org/10.15359/ree.19-3.11>
- Importancia de los ángulos | Red Maestros de Maestros. (2019). [Www.rmm.cl](http://www.rmm.cl). <https://www.rmm.cl/portales/1949/articulos/importancia-de-los-angulos>
- IN3-UOC. (2004). La escuela en la sociedad red: Internet en el ámbito no universitario. Universitat Oberta de Catalunya. Barcelona, España. (Documento en línea) Disponible: <http://www.uoc.edu/in3/pic>. (Consulta 2004, Agosto 12).
- Instituto Internacional de Planeamiento de la Educación. IPE-UNESCO. (2006). La integración de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en los Sistemas Educativos. ISBN:950-00-0560-3. Disponible en: <http://unesdoc.unesco.org/images/0015/001507/150785s.pdf> (Consultado en 05-08)
- Iñiguez, J. (2015). El desarrollo de la competencia matemática en el aula de ciencias experimentales. Revista Iberoamericana de Educación. 67(2). PP. 167-170 <https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/177884/v.67n.2p.117-130.pdf?sequence=>
- Jerez, J. (2019). Las Tic para la enseñanza de la matemática en educación media general. RECITIUTM. 6(1).
- Jiménez J.G. & Jiménez S. (2016). Geogebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. Revista electrónica sobre tecnología, educación y sociedad. Vol. 4 No. 7. México. U. del Carmen. p. 13.

- Kateryna Sergieieva. (2022, January 14). Cultivo De Palma De Aceite: Gestión Y Consejos. EOS Data Analytics; EOS Data Analytics. <https://eos.com/es/blog/cultivo-de-palma-de-aceite/>
- Kilian Lavernia. (2021). René Descartes: Biografía, Pensamiento y Obras. Alejandra de Argos. <https://www.alejandradeargos.com/index.php/es/completas/42-filosofos/41832-rene-descartes-biografia-pensamiento-y-obras>
- La enseñanza de las matemáticas a través de “Geogebra” – Dirección de Docencia. (2017, November). Dido.uta.cl. <http://dido.uta.cl/2017/11/27/la-ensenanza-de-las-matematicas-a-traves-de-geogebra-2/>
- Las TICS en el ámbito educativo - Educrea. (2012, Septiembre 30). Educrea. <https://educra.cl/las-tics-en-el-ambito-educativo/>
- López-Morales, E. (2013). Gentrificación en Chile: aportes conceptuales y evidencias para una discusión necesaria. Revista de Geografía Norte Grande, 56, 31–52. <https://doi.org/10.4067/s0718-34022013000300003>
- López, O. (2019). Software Matemático. Facultad de Educación. Universidad de Concepción. Santiago de Chile. <http://www2.udec2.c.cl/ociellopez/software1.html>
- Losada, R. (2008). Geogebra, la eficiencia de la intuición. La Gaceta. [http://www.iespravia.com/mates/software/2005/geogebra/ayuda\\_para\\_Geogebra/geogebra.pdf](http://www.iespravia.com/mates/software/2005/geogebra/ayuda_para_Geogebra/geogebra.pdf)
- Marquès, P. (1996). El software educativo. Universidad Autónoma de Barcelona. [http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques\\_software/](http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques_software/). (Consultado en 05-08).
- Martínez, A y Ríos, R (2006). Los Conceptos de conocimiento, epistemología y paradigma, como base diferencial en la orientación metodológica del trabajo de grado. Cinta de Moebio, (25).0.
- Martínez, M. (2006). La Investigación cualitativa. (Síntesis Conceptual). IIPSI. 9(1)123-143. [https://sisbib.unmsm.edu.pe/bvrevistas/investigacion\\_psicologia/v09\\_n1/pdf/a09v9n1.pdf](https://sisbib.unmsm.edu.pe/bvrevistas/investigacion_psicologia/v09_n1/pdf/a09v9n1.pdf)
- Martínez, R., Palma, A., Velásquez, A., & Sociales, P. (2020). Revolución tecnológica e inclusión social Reflexiones sobre desafíos y oportunidades para la política social en América Latina. <https://repositorio.cepal.org/bitstrea>
- Marzon (2015). Estrategias Pedagógicas Mediadas Con Las Tic-Tac, Como Facilitadoras Del Aprendizaje Significativo Y Autónomo. Revista Palobra, “Palabra Que Obra,” 15. <https://doi.org/1657-0111>
- Mejía, M. (2004). La tecnología, la(s) cultura(s) tecnológica(s) y la educación popular en tiempos de globalización. Entre el pensamiento único y la nueva crítica(Palabras iniciales de un

- tema en construcción). Polis. Revista Latinoamericana, 7.  
<https://doi.org/http://journals.openedition.org/polis/6242>
- Melo, M. (2018). La integración de las TIC como vía para optimizar el proceso de enseñanza – aprendizaje en la educación superior en Colombia [Tesis de doctorado, Departamento de Organización de Empresas, Universidad de Alicante, España].  
[https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/80508/1/tesis\\_myriam\\_melo\\_hernandez.Pdf](https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/80508/1/tesis_myriam_melo_hernandez.Pdf)
- Mendoza (2011) Aproximaciones desde la vivencia la experiencia y la teoría pedagógica L., & Rotta, E. (n.d.). R<https://www.redalyc.org/pdf/6141/614165078010.pdf>
- Ministerio de Cultura y Educación. Revista Nueva Escuela. (1995). Los Métodos Numéricos en la Física. Argentina.
- Ministerio de Educación Nacional (1994). Ley 115 de febrero 8 de 1994.  
[https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-85906\\_archivo\\_pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-85906_archivo_pdf)
- Ministerio de Educación Nacional (2015). Guía 3 5 9 lineamientos para la aplicaciones muestral y censal 2015 2 v2. <https://es.slideshare.net/milena1016/guia-3-5-9-lineaminetos-para-las-aplicaciones-muestral-y-censal-2015-2-v2>
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2004). Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales. Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media. Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2004). Pensamiento variacional y tecnologías computacionales. Enlace Editores Ltda. Bogotá. <https://www.edu.mineeducacion.gob.co>
- Morales, U. (2019). Herramientas tecnológicas en el proceso de enseñanza-aprendizaje en estudiantes de educación superior. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educación, 10(19). doi:10.23913/ride.v10i19.494
- Mora, K., Cedillo, J., Bravo J y Saltos M. (2018). La matemática en el contexto de las Ciencias. RECIMUNDO. 2(2).
- Mora, V. (2002). Desarrollo de competencias digitales docentes en la educación básica. Apertura. 5(1) 88-97. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=68830443008>
- Moreno, L. (2002). Formación de docentes sobre el uso de nuevas tecnologías en el aula de matemáticas. [Seminario]. Incorporación de nuevas tecnologías en el currículo de educación media en Colombia. Ministerio de Educación Nacional. Colombia.  
[https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-81040\\_archivo.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-81040_archivo.pdf)
- Moreno, S. (2008). Validación de la versión española de la escala de la catastrofización ante el dolor (Pain Catastrophizing Scale) en la fibromialgia. Med. Clín (Ed. Impr.), 487–493.  
<https://pesquisa.bvsalud.org/portal/resource/pt/ibc-69465>

- National of Council of Teacher of Mathematics. (2003). Principios y estándares para la educación matemática. Traducción de Manuel Fernández Reyes. Original en inglés, 2000. España: Sociedad Andaluza de Educación Matemática.
- NCTM. (2016). Declaración de la NCTM sobre el uso de la tecnología. Retrieved February 18, 2023, from Icesi.edu.co website: <https://eduteka.icesi.edu.co/articulos/DeclaracionTech>.
- Nunja y Vasco, G. (2017). Basque Administration Web Portal. Euskadi.eus. <https://www.gazteaukera.euskadi.eus/observatorio-vasco-juventud/-/noticia/2021/guia-de-lectura-relacionada-con-el-taller-sobre-la-pedagogia-del-juego/>
- OCDE (2001). Informe Mundial sobre la Educación. Editorial Santillana/Ediciones UNESCO. Madrid. España.
- Organización de las Naciones Unidas para la educación, la Ciencia y la Cultura (2014). Enfoques estratégicos sobre las TIC en la educación en América Latina y el Caribe. [http://www.unesco.org/.../strategic\\_approaches\\_on\\_the\\_use\\_of\\_tics\\_in\\_education\\_in\\_latin\\_america](http://www.unesco.org/.../strategic_approaches_on_the_use_of_tics_in_education_in_latin_america)
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), (2021). La ciencia al servicio de la sociedad. <https://es.unesco.org/themes/ciencia-al-servicio-sociedad>
- Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos (OCDE) (2001). Los Desafíos de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones en la Educación. Ministerio de Cultura, Educación y Deporte. España.
- Ortiz (2007) Crespo, R. (n.d.). Aprender a escuchar Cómo desarrollar la capacidad de escucha activa. [http://www.aprenderaescuchar.es/images/AprenderaEscuchar\\_Preview.pdf](http://www.aprenderaescuchar.es/images/AprenderaEscuchar_Preview.pdf)
- Otero Diéguez, A. (2004). Un acercamiento a la influencia de la Informática en la enseñanza de la Matemática. Universidad de Holguín, Holguín, Cuba. Disponible en: <http://www.monografias.com/trabajos24/informaticamatematica/informaticamatematica.shtml> (Consultado 05-08)
- Pabón; Nieto y Gómez, C. (2015) Modelación matemática y GeoGebra <https://pirhua.udep.edu.pe/handle/11042/366>
- Peña, P., Albarrán Vergara, P., Errázuriz Cruz, M., & Lagos Paredes, C. (2016). Teorías implícitas sobre los procesos de escritura: Relación de las concepciones de estudiantes de Pedagogía Básica con la calidad de sus textos. Estudios Pedagógicos (Valdivia), 42(3), 7–26. <https://doi.org/10.4067/s0718-07052016000400001>
- Pérez, A. (2006). El profesorado de matemáticas ante las Tecnologías de la Información y la Comunicación. La Gaceta de la RSM. 9(2). 521 – 544.
- Piaget, J. (1970). Psicología y Pedagogía. Barcelona: Ariel.

- Ponce M. E. (2016). Self-managed learning in students within technology-mediated environments. *Diálogos Sobre Educación*, 12(0). <https://doi.org/10.32870/dse.v0i12.258>
- Poole, B. (1999). *Tecnología Educativa. Educar para la sociocultura de la comunicación y del conocimiento*. Editorial McGraw Hill. España.
- Portilla Chaves, Rojas, F., & Isabel Hernández Arteaga. (2014). INVESTIGACIÓN CUALITATIVA: UNA REFLEXIÓN DESDE LA EDUCACIÓN COMO HECHO SOCIAL. *UNIVERSITARIA: Docencia, Investigación E Innovación*, 86–100. <https://revistas.udenar.edu.co/index.php/duniversitaria/article/view/2192>
- Robert Goncalves, K. C. (2019). A Pedagogia Histórico- Crítica durante o governo de Roberto Requião (1991-1994). *Unioeste.br*. <http://tede.unioeste.br/handle/tede/4611>
- Rodríguez cortés 2012 y Gabriela, k., & paredes, r. (n.d.). recursos educativos para el aula del siglo XXI. Retrieved March 31, 2022, <https://www.adayapress.com/wp-content/uploads/2019/09/RecursosS21.pdf>
- Rodríguez, J. (2020). *Inclusión del software GeoGebra en las clases de Matemática*. [Tesis de Licenciatura, Departamento de Humanidades, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina].
- Rodríguez, M. (2017). *La matemática y su relación con las ciencias como recurso pedagógico*. NÚMEROS, 77.
- Roig-Vila, R., Mengual Andrés, Santiago, & Guerrero, S. (2014). Evaluación de la calidad pedagógica de los MOOC. *Rua.ua.es*. <https://doi.org/1138-414X>
- Rojas, R. (2020) Introducción del GeoGebra en el proceso de enseñanza – aprendizaje de geometría a docentes en formación. *Revista Caribeña de Investigación Educativa*. RECIE. 4(1). 124-134. <https://doi.org/10.32541/recie.2020.v4i1.pp124-134>
- Rotaèche, I. (2008). *La construcción del concepto de ángulo en estudiantes de secundaria*. [Maestra en Ciencias de las matemáticas, Centro de Investigación en ciencia aplicada y tecnología avanzada, Instituto Politécnico Nacional, México, D.F]. [http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/maestria/rotaeche\\_2008.pdf](http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/maestria/rotaeche_2008.pdf).
- Rubén, C. (2012). Uso del software Geogebra en el aprendizaje de la geometría analítica, en el 5º grado de educación secundaria de la I.E. “Julio Cesar Escobar” S.J.M. en el 2012. *Une.edu.pe*. <https://doi.org/>
- Ruiz y Cornejo, D., María Concepción & Luis Enrique Gómez-Quiroz. (2012). El factor de crecimiento de hepatocitos y su receptor C-MET en la protección contra el daño hepático inducido por el alcohol. *Revista de Educación Bioquímica*, 31(4), 118–126. <https://www.medigraphic.com/cgi-bin/new/resumenI.cgi?IDARTICULO=38544>

- Ruiz, N. (2013). Influencia del software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de primaria. [Trabajo de Investigación]. I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe. Santo domingo, república Dominicana. <http://funes.inianedes.edu.co/4266/>
- Rus Arias. (2022). Investigación exploratoria - Economipedia. Economipedia. <https://economipedia.com/definiciones/investigacion-exploratoria.html>
- Rus, J. (2021). La matemática como ciencia. <https://www.ilustrados.com/tema/8801/Matematica-como-Ciencia.html>
- Said, E. (2015). Hacia el fomento de las TIC en el sector educativo en Colombia. Editorial Universidad del Norte. <https://manglar.ininorte.edu.co/bitstream/handle/10584/5705/9789587416329%20eHacia%20el%20fomento%20de%20las%20TIC.pdf?sequence=1>
- Salinas, J. (2004). Nuevos ambientes de aprendizaje para una sociedad de la información. Revista Pensamiento Educativo. (20): 81-104. <http://www.uib.es/depart/gte/ambientes.htm>.
- Sánchez, A. (2012). Incorporación de las TIC en el aprendizaje de la matemática en el sector universitario. Educación Matemática, 27(3). <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/10206>
- Sánchez, J. (2000). Nuevas Tecnologías de la Información y Comunicación para la construcción del Aprender. Santiago: Universidad de Chile.
- Sarramona (2004). Factores e indicadores de calidad en la educación. Barcelona: Octaedro, 143 pp. Estudios Sobre Educación, 7, 160. <https://doi.org/10.15581/004.7.26157>
- Selltiz, (1980) Métodos de investigación en las relaciones sociales <http://tsmetodologiainvestigaciondos.sociales.uba.ar/wp-content/uploads/sites/175/2019/05/U6-Selltiz-metodos-de-investigacion.pdf>
- SENA. Servicio Nacional de Aprendizaje. Ministerio del Trabajo, Colombia. <https://www.sena.edu.co/es-co/Páginas/default.aspx>
- Serrano, G. (2003). Pedagogía Social. Construcción científica e intervención práctica. Madrid: Narcea. Contextos Educativos: Revista de Educación, 6, 365–366. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/1049563.pdf>
- Siemens (2004), Bates, T. (2015). 2.6 Conectivismo. Pressbooks.com; Pressbooks. <https://cead.pressbooks.com/chapter/2-6-conectivismo/>
- Significados. (2013, August 8). Paradigma. Significados; Significados. <https://www.significados.com/paradigma/>
- Significados. (2014, August 27). Significado de Didáctica. Significados; Significados.

- Técnico Profesional en Producción de Palma de Aceite distancia virtual por universidad nacional abierta y a distancia UNAD- educaweb.com.co. (2022). Educaweb.com.co.  
<https://www.educaweb.com.co/curso/tecnico-profesional-produccion-palma-aceite-distancia-virtual-196827/>
- Tejada Fernández, J., & Ruiz Bueno, C. (2010). Evaluación de competencias profesionales en educación superior: retos e implicaciones. *Educación XX1*, 19(1).
- Tello . (2007). Las tecnologías de la información y comunicaciones (TIC) y la brecha digital: su impacto en la sociedad de México. 4, 1698–1580.  
<https://rusc.uoc.edu/rusc/es/index.php/rusc/article/download/v4n2-tello/305-1221-2-PB.pdf>
- Tomala, O. (2016). Tipos de investigación - Oswaldo Tomala. Google.com.  
<https://sites.google.com/site/misitioweboswaldotomala2016/tipos-de-investigacion>
- Torres, A. (2016, Diciembre 13). La Teoría del Aprendizaje Significativo de David Ausubel. Retrieved February 16, 2022, from Psicologiyamente.com website:  
<https://psicologiyamente.com/desarrollo/aprendizaje-significativo-david-ausubel>
- Treffers, S. (1978). the Didactical Use of Models in Realistic. *Educational Studies in Mathematics*, 54, 9–35. <https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000005212.03219.dc>
- Treffers, S. (1987). *Realistic Mathematics Education*. Institute for Science and Mathematics Education Utrecht Universit., 1–5.
- Treffers, S. (1993). *Wiskobas and Freudenthal Realistic Mathematics Education (Vol.25)*
- UNESCO. (2004). División de Educación Superior "Las tecnologías de la información y la comunicación en la formación docente". Disponible en  
<http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001295/129533s.pdf>
- UOC. (2008). Memoria 2007-2008 – Universitat Oberta de Catalunya (UOC). Uoc.edu.  
[https://www.uoc.edu/portal/es/universitat/estrategia/memories/sintesi\\_memoria\\_0708/index.html](https://www.uoc.edu/portal/es/universitat/estrategia/memories/sintesi_memoria_0708/index.html)
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Drijvers, P. (2014). *Realistic Mathematics Education*. S. Lerman (ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*, DOI 10.1007/978-94-007-4978-8. p. 521-534.
- Villota y Guerrero. (2012). Competencias docentes en el uso de las tic en la universidad mariana. *UCV – Scientia* 4(2). Colombia
- Vive UNIR. (2020, Septiembre 17). Las TIC en educación: ventajas de usarlas en el aula. UNIR; UNIR. <https://www.unir.net/educacion/revista/tic-en-el-aula/>

Willay, P. (2012). [LAS TIC Y EL DESARROLLO HUMANO].

Wussing (1998) Lecciones de historia de las matemáticas. (2016). Google Books.

[https://books.google.com.co/books/about/Lecciones\\_de\\_historia\\_de\\_las\\_matem%C3%A1tica.html?id=IG3\\_b5Xm8PMC&redir\\_esc=y](https://books.google.com.co/books/about/Lecciones_de_historia_de_las_matem%C3%A1tica.html?id=IG3_b5Xm8PMC&redir_esc=y)

Zapata-Ros, M. (2015). Pensamiento computacional: Una nueva alfabetización digital. Revista de Educación a Distancia (RED), 46. <https://doi.org/10.6018/red/46/4>

Zaranis, N. (2017). Does the use of information and communication technology using realistic mathematics education help students to enhance their effectiveness in addition and subtraction? Pres and Prim Educ. 5(1), 46-62. doi: <http://dx.doi.org/10.12681/ppej.905>

## Apéndice

### Apéndice A

#### *Carta de permiso de la institución educativa*

San Carlos de Guaroa – Dep. del Meta, 15 de febrero de 2023.

Cordial saludo,

Señor:

**Miguel Ángel Gómez Munevar**

Rector de la Institución Educativa Gabriel García Márquez.

DEPARTAMENTO DEL META  
INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
GABRIEL GARCÍA MÁRQUEZ

**RECIBIDO**

No RADICADO: \_\_\_\_\_

FECHA: 15/2/23 HORA: 8:25 AM

DEPENDENCIA: \_\_\_\_\_

RECIBIDO POR \_\_\_\_\_

**Asunto: Solicitud de espacio para la aplicación de proyecto de investigación.**

**ELKIN ECCEHOMO DELGADO DELGADO**, identificado con cedula de ciudadanía N° 1.076.325.848 de Istmina- Chocó, docente de la institución, estudiante de Maestría en Educación de la UNAD (Universidad Nacional Abierta y/a Distancia), solicito de forma acomodada, un espacio para la aplicación del proyecto de investigación que tiene como título; OfiCalc y GeoGebra como herramientas didácticas, basadas en las TIC, para mejorar la comprensión, el uso y la aplicación de ángulos, en los estudiantes del 10º de la Institución Educativa Gabriel García Márquez del Municipio de San Carlos de Guaroa – Departamento del Meta.

Cordialmente,

*ELKIN E. DELGADO*  
**ELKIN ECCEHOMO DELGADO DELGADO**  
Docente que aplica el proyecto.  
CC. 1.076.325.848 de Istmina- Chocó

## Apéndice B

*Consentimiento informado de los padres de familia.*

### **Universidad Nacional Abierta y a Distancia- UNAD**

Consentimiento informado a padres de familia; OfiCalc y GeoGebra como herramientas didácticas, para la comprensión, el uso y la aplicación de ángulos, en los estudiantes del 10<sup>a</sup> de la Institución Educativa Gabriel García Márquez del Municipio de San Carlos de Guaroa – Departamento del Meta.

Por: Elkin Eccehomo Delgado Delgado - Maestría en Educación

Documento de autorización de uso de imagen sobre fotografías y fijaciones audiovisuales (videos) para uso público Atendiendo al ejercicio de la Patria Potestad, establecido en el Código Civil Colombiano en su artículo 288, el artículo 24 del Decreto 2820 de 1974 y la Ley de Infancia y Adolescencia, la I. E. Gabriel Garcia Márquez solicita la autorización escrita del padre/madre de familia o acudiente del (la) estudiante \_\_\_\_\_, identificado(a) con documento de identidad tipo: Registro Tarjeta de Identidad C.C. número \_\_\_\_\_, alumno de la Institución Educativa, matriculado en el grado para el año 2021, para que aparezca en la página institucional, plataforma institucional, Instagram institucional, revista institucional y cualquier otra publicación que la institución desarrolle con fines pedagógicos. Además, las imágenes sobre fotografías y fijaciones audiovisuales (videos) podrán ser publicadas en las plataformas del Portal Educativo Colombia Aprende, Ministerio de Educación, Red maestros Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD, así como podrá ser utilizado con fines demostrativos ante otros docentes. Sus fines son netamente pedagógicos, sin lucro y en ningún momento será utilizado para objetivos distintos. Autorizo la utilización de imagen sobre fotografías y fijaciones audiovisuales (videos) para uso público, de mi hijo(a) o acudido(a) por parte de la Institución Educativa Gabriel García Márquez, durante el año 2021.

\_\_\_\_\_  
Nombres y Apellidos Estudiante

\_\_\_\_\_  
Firma

\_\_\_\_\_  
Nombres y Apellidos Padre, Madre o Acudiente

\_\_\_\_\_  
Firma C.C. de:

Fecha : de \_\_\_\_\_ 2021

## Apéndice C

### *Encuesta para saber a los estudiantes*

#### **Universidad Nacional Abierta y a Distancia - UNAD**

Encuesta Pre saberes: OfiCalc y GeoGebra como herramientas didácticas, para la comprensión, el uso y la aplicación de ángulos, en los estudiantes del 10<sup>a</sup> de la Institución Educativa Gabriel García Márquez del Municipio de San Carlos de Guaroa – Departamento del Meta.

Por: Elkin Eccehomo Delgado Delgado - Maestría en Educación

1. ¿Qué entiende usted como un ángulo?
  - a. Es la parte del plano comprendida entre dos semirrectas que tienen el mismo origen.
  - b. Figura formada por dos elementos separados de un extremo a otro si me dio algunas.
  - c. Es la porción de una recta limitada por otras dos con un límite de distancia que no mismo.
2. ¿Cuáles son los tipos de ángulos que miden menos de  $90^\circ$ , más de  $90^\circ$  y exactamente  $90^\circ$ ?
  - a. Agudo, llano, completo
  - b. Agudo, cabo, llano
  - c. Agudo, obtuso, recto
3. ¿Dos ángulos suplementarios siempre suman?
  - a.  $80^\circ$
  - b.  $45^\circ$
  - c.  $120^\circ$
  - d.  $90^\circ$
4. ¿Dos ángulos complementarios suman?
  - a)  $90^\circ$
  - b)  $45^\circ$
  - c)  $270^\circ$
  - d)  $180^\circ$
5. ¿Los ángulos opuestos por el vértice son?
  - a) Suplementarios
  - b) Complementarios
  - c) Adyacentes

d) De igual medida

6. ¿El complemento del complemento de  $35^\circ$  es?

- a)  $35^\circ$
- b)  $15^\circ$
- c)  $55^\circ$
- d)  $45^\circ$

7. ¿Los ángulos consecutivos tienen en común?

- a) Un lado y el vértices
- b) Dos lados
- c) Dos vértices
- d) Un ángulo

8. ¿El suplemento de un ángulo de  $130^\circ$  es?

- a)  $-40^\circ$
- b)  $50^\circ$
- c)  $45^\circ$
- d)  $20^\circ$

9. ¿Dos ángulos correspondientes son?

- a) De igual medida
- b) Suplementarios
- c) De diferentes medidas.
- d) Complementarios

10. ¿Dos ángulos alternos internos son?

- a) Adyacentes
- b) Consecutivos
- c) De medidas diferentes
- d) De igual medida

11. ¿Los ángulos rectos miden?

- a) Más de  $90^\circ$
- b) Menos de  $90^\circ$
- c)  $80^\circ$
- d)  $90^\circ$

12. ¿Los ángulos agudos miden?

- a) Menos de  $90^\circ$
- b) Más de  $90^\circ$
- c)  $90^\circ$
- d)  $360^\circ$

13. ¿Un ángulo obtuso es un ángulo que mide más de  $90^\circ$  pero menos de  $180^\circ$ ?

- a) Verdadero
- b) Falso

## Apéndice D

### *Encuesta final a los estudiantes*

#### **Universidad Nacional Abierta y a Distancia - UNAD**

Encuesta de evaluación final: OfiCalc y GeoGebra como herramientas didácticas, para la comprensión, el uso y la aplicación de ángulos, en los estudiantes del 10<sup>a</sup> de la Institución Educativa Gabriel García Márquez del Municipio de San Carlos de Guaroa – Departamento del Meta.

Por: Elkin Eccehomo Delgado Delgado - Maestría en Educación

[https://docs.google.com/forms/d/1NcJalVYHILZ0IPU2sNe7C12rxhMAO\\_WwuSA0EYxrefg/pre  
fill](https://docs.google.com/forms/d/1NcJalVYHILZ0IPU2sNe7C12rxhMAO_WwuSA0EYxrefg/prefill)