

**Diseño de experiencias educativas integrando matemáticas aplicadas a la astronomía
esférica para el Planetario de Bogotá**

Adriana Mora Poveda

Asesora

Ximena Moreno Ojeda

Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD

Escuela de Ciencias de la Educación ECEDU

Licenciatura en Matemáticas

2023

Resumen

La Propuesta de Investigación Pedagógica planteada a continuación, se centra en el diseño, implementación y análisis de una unidad didáctica dirigida a estudiantes universitarios encargados de la divulgación astronómica de un planetario. El objetivo principal es abordar las deficiencias matemáticas en este grupo, mejorando tanto sus habilidades matemáticas como su capacidad para comunicar conceptos astronómicos. Esta investigación inicia abordando algunas falencias de conocimientos matemáticos entre los estudiantes universitarios que trabajan como Mediadores del Planetario de Bogotá, evidenciando la necesidad de integrar elementos básicos en matemáticas dentro de las capacitaciones. Para lograr esto, se diseñó una unidad didáctica adaptada a las características específicas de los participantes, considerando su diversa formación académica y enfoques hacia la astronomía. Después, se implementó la unidad didáctica con doce Mediadores, quienes participaron en sesiones dinámicas que vinculaban conceptos de geometría y trigonometría con la astronomía práctica. Los resultados posteriores a la implementación revelaron las preocupaciones iniciales de los estudiantes sobre la integración de las matemáticas, pero también evidenciaron una mejora significativa en las habilidades matemáticas y en la comunicación de las ciencias. La conexión entre matemáticas y astronomía motivó a los Mediadores a reconocer las herramientas prácticas y esenciales en su labor de divulgación de la astronomía. La planeación didáctica emerge como un elemento crucial para adaptarse a las necesidades específicas de los estudiantes, fomentando un aprendizaje significativo y esencial en el ámbito de la divulgación científica.

Palabras claves: Matemáticas, astronomía, pedagogía, divulgación, mediadores.

Abstract

The Pedagogical Research Proposal presented below focuses on the design, implementation, and analysis of a didactic unit aimed at university students in charge of the astronomical divulgation of a planetarium. The primary goal is to address mathematical deficiencies in this group, improving their mathematical skills and ability to communicate astronomical concepts. This research begins by addressing some shortcomings in mathematical knowledge among university students who work as Mediators of the Bogotá Planetarium, evidencing the need to integrate basic elements in mathematics within the training. To achieve this, a teaching unit was designed and adapted to the specific characteristics of the participants, considering their diverse academic backgrounds and approaches to astronomy. Afterward, the didactic unit was implemented with twelve Mediators, who participated in dynamic sessions that linked concepts of geometry and trigonometry with practical astronomy. Post-implementation results revealed students' initial concerns about mathematical integration, but also evidence of significant improvement in mathematical skills and science communication. The connection between mathematics and astronomy motivated the Mediators to perceive the practical and essential tools in their work to divulge astronomy. Didactic planning emerges as a crucial element to adapt to the specific needs of students, promoting significant and essential learning in the field of scientific outreach.

Keywords: Mathematics, astronomy, pedagogy, outreach, mediators.

Tabla de Contenido

Introducción	6
Diagnóstico de la Propuesta Pedagógica	8
Pregunta de Investigación.....	10
Diálogo entre la Teoría y la Propuesta Pedagógica	12
Marco de Referencia de la Planeación Didáctica	15
Planeación Didáctica.....	18
Enfoque Didáctico	27
Implementación.....	29
Reflexión y Análisis de la Práctica Pedagógica.....	39
Conclusiones	42
Referencias Bibliográficas	44
Apéndices.....	47

Lista de Apéndices

Apéndice A. Carpeta de Evidencias de la Práctica Pedagógica.....	47
Apéndice B. Enlace del Video de Sustentación.....	47

Introducción

La Propuesta de Investigación Pedagógica que se plantea a continuación es sobre el diseño de experiencias educativas donde se integran fundamentos matemáticos en la enseñanza de Astronomía esférica, para estudiantes universitarios que se dedican a la Divulgación de la Astronomía, trabajando como Mediadores en el Planetario de Bogotá.

Este tema de investigación se centra en el diseño e implementación de una propuesta pedagógica que busca incorporar conceptos matemáticos en la formación de los Mediadores, ya que la mayoría de este grupo de estudiantes que trabajan en el Planetario, carecen de bases sólidas en matemáticas aplicada a la astronomía, lo que limita un poco el manejo de algunos conceptos claves en astronomía básica; por lo tanto, se plantea una unidad didáctica, donde se tuvieron en cuenta las características y necesidades específicas de los Mediadores, para mejorar sus habilidades matemáticas relacionadas con la Astronomía y así poder comunicar al público, temas que ellos perciben más complejos de una forma más amena.

El enfoque de investigación abordará cómo la incorporación de elementos matemáticos en la enseñanza de astronomía observacional puede influir en la comprensión, en el desarrollo de habilidades matemáticas y en la efectividad de la divulgación astronómica realizada por los estudiantes universitarios. Se analizarán tanto los resultados de aprendizaje como la percepción de los estudiantes con respecto a la integración de las matemáticas en su formación.

Para esto, necesitamos de las bases de la trigonometría esférica, ya que para poder imaginar y comprender los movimientos de los astros, es necesario empezar a visualizar la bóveda celeste como una esfera.

De esta forma, la finalidad de la investigación en el quehacer docente es mejorar la enseñanza y el aprendizaje a través de experiencias educativas al tiempo que se ejercen prácticas

pedagógicas, buscando mejorar la formación de los Mediadores del Planetario para que se sientan más seguros al momento comunicar conceptos de astronomía.

Diagnóstico de la Propuesta Pedagógica

Se implementó la Propuesta de Investigación Pedagógica con una población de doce estudiantes universitarios que trabajan en el Planetario de Bogotá, con el perfil de “Mediadores”. Se caracterizan por estar matriculados en diversas carreras de universidades públicas, como lo son las licenciaturas; sea en física, biología, ciencias sociales, humanidades, historia, y pedagogía infantil. Proviene de diversos estratos socioeconómicos de la ciudad de Bogotá, específicamente de estratos 1, 2 y 3.

Los Mediadores al desempeñarse en la divulgación de la astronomía no implementan las matemáticas en la mayoría de los talleres o actividades que realizan dentro y fuera del Planetario, pero si se ha evidenciado que hay falencias en el procedimiento en algunos talleres en donde si se necesita realizar operaciones matemáticas básicas o implementación de la trigonometría; por lo tanto, ellos están interesados en la divulgación científica, pero la diversidad de formación académica que existe entre ellos puede variar en términos de enfoque, lo que influye en su comprensión y dirección hacia la astronomía y las matemáticas. Como son estudiantes universitarios, implica que están en una etapa de desarrollo cognitivo avanzado. Esto puede ser una base sólida para el análisis de conceptos matemáticos y astronómicos más complejos.

La mayoría de los Mediadores tiene un pensamiento crítico desarrollado y una curiosidad científica. Esto puede ser una ventaja para la introducción de conceptos matemáticos en las sesiones de fortalecimientos, ya que están dispuestos a explorar y cuestionar, y puede ser una fuente de motivación para adquirir conocimientos matemáticos que les permitan comprender mejor los conceptos astronómicos.

A través de esta investigación, se espera generar un interés más profundo en la astronomía observacional entre los Mediadores y despertar su curiosidad sobre cómo

implementar de manera práctica las matemáticas en sus actividades de divulgación. El objetivo es disminuir el temor que puedan tener al explicar conceptos matemáticos al público en general y, en su lugar, inspirar confianza en su capacidad para transmitir estos conceptos.

Pregunta de Investigación

El Planetario de Bogotá, como parte fundamental de su misión de divulgación científica y astronómica, cuenta con un equipo de Mediadores que son responsables de la divulgación y comunicación de las ciencias; sin embargo, se ha observado que la mayoría de los Mediadores carece de conocimientos previos en astronomía al inicio de su labor en el Planetario. Aunque han recibido capacitaciones proporcionadas por los Formadores del Planetario, estas sesiones se han centrado en una preparación sobre astronomía, pero sin profundizar en matemáticas básicas esenciales para un mejor entendimiento de los temas tratados en la institución.

El diagnóstico de la población revela que esta falta de enfoque en las bases matemáticas de la astronomía ha creado una brecha significativa en la formación de los mediadores. Aunque cuentan con conocimientos generales, su capacidad para entender y dar a conocer conceptos más complejos relacionados con la astronomía esférica ha sido limitada.

La astronomía esférica implica conceptos y cálculos matemáticos esenciales para la comprensión de la ubicación y el movimiento de los objetos celestes. Sin una base sólida en matemáticas, los Mediadores enfrentan dificultades significativas al abordar y transmitir estos conceptos de manera precisa, lo que dificulta la calidad de la divulgación astronómica en el Planetario de Bogotá.

Esta Propuesta de Investigación Pedagógica se centra en abordar este problema y diseñar una proposición pedagógica innovadora que integre de manera práctica conceptos matemáticos básicos, relevantes en la enseñanza de la astronomía esférica para estudiantes universitarios que trabajan como mediadores en el Planetario de Bogotá. Al hacerlo, se pretende cerrar la brecha existente en la formación de los Mediadores, mejorando sus habilidades matemáticas y así poder comunicar conceptos astronómicos complejos de manera amigable al público. En última

instancia, esta investigación aspira a elevar la calidad de la divulgación astronómica en el Planetario de Bogotá, enriqueciendo la experiencia de aprendizaje de sus visitantes y fomentando un mayor interés en la ciencia astronómica. Es por esto por lo que se planteó la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué actividades se pueden trabajar para mejorar las habilidades matemáticas aplicadas a la Astronomía esférica, al integrar elementos básicos de Trigonometría en el diseño de experiencias educativas con 12 estudiantes universitarios que trabajan como Mediadores del Planetario de Bogotá?

Diálogo entre la Teoría y la Propuesta Pedagógica

Cuando hablamos de astronomía, Portilla (2009) la define como el estudio del cosmos que busca explicar el universo, su estructura, evolución, origen, pero con un enfoque científico, lo que significa que sus metodologías y procedimientos descansan en las bases matemáticas que las sostienen. Por eso, Plazas (2012), destaca la utilidad de la trigonometría en la astronomía, especialmente en la medición de distancias astronómicas, lo que subraya la importancia de integrar elementos trigonométricos en la enseñanza de la astronomía.

Es necesario tener en cuenta, que poder integrar la trigonometría en las experiencias educativas con los Mediadores, se requiere tener nociones de geometría e incluirlas en las actividades de divulgación. Sáenz et al. (2017) mencionan que “El pensamiento geométrico es uno de los componentes de las matemáticas que se ve más afectado en su enseñanza y aprendizaje” (p. 54). De esta forma, para poder comprender mejor la Astronomía esférica, debemos iniciar por la geometría plana, profundizar en la trigonometría, terminando así con nociones de trigonometría esférica. Portilla (2012), en su libro de Elementos de Astronomía de Posición, menciona que la astronomía esférica es fundamental para comprender cómo se relacionan las direcciones de los astros con sus posiciones sobre la superficie de la denominada esfera celeste.

Para lograr esto, Cázares et al. (2020) enfatizan el papel crucial que tiene el docente en el aprendizaje autorregulado de los estudiantes, lo que respalda la importancia de una propuesta pedagógica efectiva.

El portal de la educación chilena, Educarchile (2023) en el marco metodológico de la enseñanza para la Comprensión (EpC), subraya que la comprensión no se trata solo de llegar a

resultados, sino de aplicar el conocimiento en la resolución de problemas reales, respaldando así el enfoque práctico de la propuesta.

Con relación a la investigación sobre la propia práctica, Cázares et al. (2020) hacen hincapié en la importancia de analizar y describir la práctica docente. Argumentan que este análisis es trascendental no solo para el desarrollo de los procesos metacognitivos del docente, sino también para la reflexión profesional de su quehacer. Estos autores sugieren que los docentes, al ser expertos en el contenido matemático, poseen una comprensión profunda de los temas que enseñan. Esto les permite presentar los contenidos utilizando diversas estrategias como en este caso, las experiencias educativas, puedan enriquecer el aprendizaje de los estudiantes.

Por otro lado, Sáenz et al. (2017) abordan la mejora de las prácticas pedagógicas desde una perspectiva diferente. Después de su investigación sobre el desarrollo de competencias matemáticas en el pensamiento geométrico, concluyen que el desarrollo de unidades didácticas, aplicadas de manera responsable y no improvisada, puede favorecer tanto las prácticas pedagógicas como el aprendizaje de los estudiantes. Esto sugiere que una planificación cuidadosa y una implementación efectiva de materiales y estrategias pedagógicas pueden ser claves para mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas.

Volviendo a la pregunta de investigación, se plantea la integración de elementos básicos de trigonometría en el diseño de experiencias educativas. Esto demuestra un interés en saber encontrar las estrategias pedagógicas específicas para mejorar las habilidades matemáticas aplicadas a la Astronomía de Posición. La elección de qué y cómo enseñar es fundamental en la práctica pedagógica.

Una de las formas de contribuir desde la práctica pedagógica, es en la autonomía de los estudiantes, potenciando su responsabilidad, libertad y capacidad para desenvolverse en la vida con criterio, es un objetivo valioso en la práctica pedagógica; animando a los estudiantes a hacer preguntas y buscar respuestas por sí mismos. También, proporcionando recursos y orientación para la investigación independiente y proyectos personales. Esto les ayudará a desarrollar su capacidad de búsqueda de información y toma de decisiones informadas.

Como apoyo a la investigación y a las prácticas pedagógicas, es importante llevar a la mano un diario de campo, ya que puede convertirse en un recurso valioso para el aprendizaje de la experiencia. En ellos, los docentes llevan registros de la práctica, de lo que funcionó bien en el aula y lo que no, permitiendo ajustar sus enfoques pedagógicos en el futuro, lo cual, puede ser una experiencia altamente beneficiosa para el desarrollo de las capacidades de los docentes. Además, también pueden ser herramientas útiles para la comunicación con otros profesores. Compartir observaciones y estrategias puede enriquecer la colaboración y el intercambio de buenas prácticas interdisciplinarias.

Marco de Referencia de la Planeación Didáctica

Se puede entender a la formación basada en competencias como un modelo educativo que se centra en el desarrollo de habilidades prácticas y capacidades que las personas aprenden y aplican para la vida, sabiendo cómo desenvolverse en su entorno, y no simplemente como en una adquisición de conocimientos teóricos. La formación basada en competencias busca equipar a los estudiantes con las habilidades y destrezas necesarias para enfrentar tareas y desafíos concretos en su vida laboral, social o en otras áreas de su vida.

Esta propuesta de investigación busca ajustarse a una educación basada en la formación de competencias, muchas de las cuales describe Medina (2010), enfatizando en la integración de saberes como, por ejemplo, el "saber ser" (iniciativa, valores, automotivación, y trabajo colaborativo), el "saber conocer" (interpretar, conceptualizar, argumentar) y el "saber hacer" (emplear procedimientos y tácticas). Con el fin de generar competencias que involucran múltiples dimensiones de conocimiento, pero también busca indagar en la aplicación en contextos variados, ya que la astronomía es un campo que se relaciona con varios contextos de las ciencias, incluyendo la comunidad y la vida cotidiana. Para la investigación sobre el "Desarrollo de las competencias matemáticas en el pensamiento geométrico", Sáenz et al. (2017) se basaron en el desarrollo de las competencias matemáticas en el pensamiento espacial. Para esta propuesta pedagógica también se enfoca en este pensamiento matemático, específicamente en las competencias de razonamiento y argumentación, y competencias de comunicación y representación. Es por lo que, para el diseño de la secuencia didáctica, se tuvieron en cuenta los indicadores de competencia de MEN (2006), por ejemplo: "Usa argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias" (p. 88) o "Identifica características de localización de objetos en sistemas de

representación cartesiana y geográfica” (p. 84), donde se tuvo en cuenta los Estándares Básicos de Competencias, ya que encaja con lo que queremos corroborar. En las Evidencias de aprendizaje encontradas en los Derechos básicos de Aprendizaje (DBA) Matemáticas (Medina et al., 2016) se destacan las siguientes: “Reconoce el significado de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo para ángulos agudos, en particular, seno, coseno y tangente” (p. 76) y “Compara objetos geométricos, a partir de puntos de referencia diferentes” y “Explora el entorno y lo representa mediante diversos sistemas de coordenadas” (p. 84).

Complementando con esto, la evaluación orientada al desempeño también es aplicable, ya que, al evaluar el aprendizaje de los estudiantes en la propuesta se pueden utilizar, evaluaciones basadas en el desempeño que valoren la capacidad para aplicar conceptos de trigonometría en la resolución de problemas astronómicos, implementando los procesos de autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación.

Al brindar a los estudiantes la oportunidad de desarrollar competencias integrales, según el enfoque de Tobón al considerar las competencias como procesos integrales de actuación en diversos contextos de la vida, donde se abarca la aplicación de conceptos de trigonometría en situaciones reales y la resolución de problemas astronómicos, se adquieren conocimientos y habilidades prácticas relacionadas con la Astronomía de Posición y la trigonometría y así aplicar estos conocimientos para resolver estos ejercicios.

Medina, (2010) también aclara que las competencias educativas no deben ser vistas como la solución mágica para resolver todos los problemas en educación. La posición sería la de valorar las competencias como un modelo valioso para mejorar el aprendizaje, pero al mismo tiempo ser consciente de que no son una solución universal y considerar otros factores en la enseñanza de las matemáticas.

Como docentes en formación, también debemos comprender que, aunque las competencias son importantes, no son la única consideración en la educación. Además, existen otros aspectos, como el contexto educativo, las necesidades individuales de los estudiantes y la pedagogía adecuada, que también desempeñan un papel crucial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Igualmente, debemos centrarnos en cómo aplicar de manera efectiva las competencias específicas relacionadas con las matemáticas y la creación de actividades y evaluaciones que fomenten el desarrollo.

Esta propuesta pedagógica integra el "saber" a través del conocimiento teórico, ya que se basa en la incorporación de elementos de trigonometría y geometría plana como base teórica. Esto representa el "saber" en términos de conocimiento teórico que los estudiantes deben adquirir para comprender la Astronomía de Posición. También implica la creación y aplicación de experiencias educativas que requieren la aplicación práctica de los conceptos de trigonometría y geometría plana. Los estudiantes deben utilizar estos conocimientos para resolver problemas y realizar mediciones astronómicas. Esto representa el "saber hacer" en términos de aplicar habilidades prácticas.

Por otra parte, la integración del "saber ser" en adultos jóvenes es un poco más complejo ya que son estudiantes universitarios de entre 22 y 39 años, pero también sigue siendo relevante al ser una parte del desarrollo personal y profesional de los Mediadores. Es importante resaltar que estos estudiantes ya tienen una base de experiencia y personalidad desarrollada, pero aún pueden ampliar habilidades relacionadas con el "saber ser". En el contexto de la Astronomía de esférica, se va a contribuir con actividades que inviten a los estudiantes a reflexionar sobre la importancia de esta disciplina en su formación académica, laboral y en su vida personal.

Planeación Didáctica

Para la propuesta de investigación se diseñó una la Secuencia Didáctica (SD) pensada para implementarse con doce estudiantes universitarios entre los 22 a 39 años, que trabajan como Mediadores del Planetario de Bogotá.

Secuencia Didáctica, La Astronomía desde Múltiples Dimensiones

Asignatura: Astronomía de Posición.

Docente: Adriana Mora Poveda.

Número de sesiones: 3 actividades, cada una con 1 sesión de 2 horas.

La actividad 1, “Planilandia”, es la introducción a la astronomía esférica. Trata sobre las nociones de la geometría plana y conceptos de múltiples dimensiones matemáticas, para luego pasar a la segunda actividad “Espaciolandia”, basada en la trigonometría aplicada a la astronomía, finalizando así, con la tercera actividad “Esferilandia”, la cual se realiza dentro del domo portátil para tratar sobre principios de trigonometría esférica y coordenadas celestes.

Actividad 1, Planilandia

Fecha: 18 de octubre de 2023

Número de sesiones: 1 Sesión presencial con duración de 2 horas.

Competencias matemáticas en el pensamiento espacial y sistemas geométricos.

Razonamiento y argumentación: “Modela objetos geométricos en diversos sistemas de coordenadas y realiza comparaciones y toma decisiones con respecto a los modelos” (MEN, 2006 p. 84).

Comunicación y representación: “Realiza construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales” (MEN., 2006, p. 80).

Aprendizajes esperados: “Exploro el entorno y lo represento mediante diversos sistemas de coordenadas” (Medina et al., 2016 p. 84). “Comparo objetos geométricos, a partir de puntos de referencia diferentes” (Medina et al., 2016 p. 84). “Descubro las caras y características de huellas dejadas por los cuerpos geométricos” (Sáenz et al., 2017, p. 57).

Momento de Inicio, Saberes Previos. Al iniciar la actividad, la docente dará la bienvenida al grupo e invitará a los participantes a responder un formulario de expectativas sobre las sesiones. Después de que diligencien el formulario, se realizará una lectura en voz alta con la participación de un voluntario, sobre un fragmento del primer capítulo del libro Flatland de Edwin A. Abbott, en donde el protagonista, un cuadrado que vive en Planilandia, se presenta y hace una descripción de su mundo y sus habitantes. Abbott, (1884).

Estrategia de evaluación: Análisis sobre las respuestas que se dan en el formulario de expectativas.

Recursos didácticos: Formulario de expectativas y la lectura del fragmento del primer capítulo de Planilandia.

Momento de Desarrollo de la Actividad, Gestión del Conocimiento. Analizando lo plasmado en la lectura grupal, se profundizará en lo mencionado en el texto, sobre las dimensiones 2D, 3D o 4D, iniciando con la definición de punto, la línea, el cuadrado, el cubo, pasando al hipercubo o también conocido como tesseracto. Para esto usaremos ayudas visuales con una presentación interactiva, tablero y ayudas didácticas con los personajes de Planilandia (cuadrado, triángulo y círculo) hechos en fomi.

En el momento que se trate el tema del cubo pasando al hipercubo cuando se agrega una cuarta dimensión, como es una idea más abstracta, pausaremos la presentación interactiva y nos

apoyaremos haciendo el ejercicio de visualizarlo con las láminas de jabón que se forman en el cubo hecho con pitillos.

Para esto sumergimos el cubo en agua con jabón y al sacarlo del agua podremos ver cómo sería la sombra en 3D de una figura que está en 4D.

Después continuaremos con la presentación donde abordaremos los conceptos de rectas, planos y espacio para hablar de dimensiones en R^1 , R^2 , R^3 , R^4 . Finalizamos la presentación con la pregunta, ¿Cómo serán las sombras de otras dimensiones?

Esta pregunta se responderá mediante una actividad donde se les pedirá a los mediadores escoger algún poliedro regular o también conocidos como sólidos platónicos, para hacer un dibujo de cómo se imaginarían que sería su sombra plasmada en 2D (hoja de papel), pero como si el poliedro perteneciera a la cuarta dimensión. La actividad se realizará en grupos.

Estrategia de evaluación: Preguntas y conversaciones que vayan generando los mediadores y los diagramas de los poliedros en R^4 .

Recursos didácticos: Tablero, presentación interactiva, figuras geométricas planas hechas en fomi, cubo fabricado con alambres y pitillos, hojas de blog, colores, recipiente con agua y jabón.

Momento de Cierre, Socialización. Cada grupo expondrá sus percepciones de cómo serían para ellos las sombras que representaron en los diagramas de los poliedros en otras dimensiones (R^4 en adelante).

Estrategia de evaluación: Percepciones de los mediadores sobre las dimensiones, en el momento en que expongan de forma oral sus diagramas.

Recursos didácticos: Hojas de blog y tablero.

Producto que debe lograr la población con la cual se implemente esta planeación:

Exposición de forma oral de los diagramas realizados en la actividad, recreando cómo serían para ellos las sombras de los poliedros en cuarta dimensión.

Actividad 2, Espaciolandia

Fecha: 24 de octubre de 2023

Número de sesiones: 1 Sesión presencial con duración de 2 horas.

Competencias matemáticas en el pensamiento espacial y sistemas geométricos.

Razonamiento y argumentación: “Usa argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias” (MEN., 2006, p. 88).

Aprendizajes esperados: “Reconozco el significado de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo para ángulos agudos, en particular, seno, coseno y tangente” (Medina et al., 2016 p. 76). “Modelo fenómenos periódicos a través de funciones trigonométricas” (Medina et al., 2016 p. 76)

Momento de Inicio, Saberes Previos. En esta sesión, se hará un breve repaso de la actividad anterior "Planilandia" para establecer una conexión con los conceptos de geometría plana. Se invitará a una discusión sobre lo que se aprendió en esa actividad y cómo se relaciona con la trigonometría y la astronomía.

Estrategia de evaluación: Evaluar el nivel de comprensión de los conceptos de geometría plana y su relación con la trigonometría, de las opiniones recogidas en discusión grupal.

Recursos didácticos: Tablero y marcadores.

Momento de Desarrollo de la Actividad, Gestión del Conocimiento. La docente dará la introducción a conceptos clave de trigonometría, como tipos de triángulos, ángulos, grados y

razones trigonométricas. Se utilizará el tablero y presentación interactiva para ejemplos visuales y ejercicios prácticos para que los mediadores comprendan estos conceptos.

Luego, la docente invitará a construir un cuadrante astronómico, en donde se dará la indicación del paso a paso del instrumento.

Un cuadrante astronómico es un instrumento que tiene marcado el primer cuadrante del plano cartesiano, es decir, que va desde 0° a 90° . Desde su vértice cuelga una plomada que indica la dirección vertical. Para medir la posición de un astro, se apunta hacia él mirando desde el otro extremo del cuadrante por una mirilla, y se registra la medida en grados donde se encuentra la marca de la plomada. De esta forma se puede calcular la altitud o el ángulo de elevación del astro sobre el horizonte. Cada mediador construirá su propio cuadrante astronómico siguiendo las instrucciones proporcionadas.

Estrategia de evaluación: Resultados de los ejercicios prácticos de trigonometría.

Precisión de construcción de los cuadrantes astronómicos.

Recursos didácticos: Presentación interactiva, celulares para el uso de calculadoras, cartulinas recicladas, marcadores, tijeras, pitillos, cinta adhesiva, plastilina, reglas, transportadores, cuerdas o pitas.

Momento de Cierre, Socialización. Una vez contruidos los cuadrantes astronómicos, la docente les explicará cómo utilizarlos para calcular alturas por medio de triángulos rectángulos y razones trigonométricas.

Después los mediadores conformarán parejas, donde utilizarán los cuadrantes y un decámetro, para medir la altura de árboles o edificios en el entorno cercano, aplicando los conceptos de trigonometría. Si es necesario, se puede utilizar Google Maps para edificios muy lejanos. Deberán llevar un registro de los datos recopilados y sus cálculos.

Estrategia de evaluación: Se evaluará la precisión de las mediciones realizadas por los grupos, utilizando sus cuadrantes astronómicos y las fórmulas trigonométricas.

Recursos didácticos: Cuadrantes astronómicos, calculadoras de los celulares, cuadernos, lápices, decímetros, aplicación de Google Maps.

Producto que debe lograr la población con la cual se implemente esta planeación:

La construcción individual del cuadrante astronómico y su uso para calcular con precisión la altura de objetos en su entorno. El producto final serán los registros de las mediciones y los resultados socializados.

Actividad 3, Esferilandia

Fecha: 24 de octubre de 2023

Número de sesiones: 1 Sesión presencial con duración de 2 horas.

Competencias matemáticas en el pensamiento espacial y sistemas geométricos.

Razonamiento y argumentación: “Identifica características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica” (MEN., 2006, p. 84).

Aprendizajes esperados: “Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales” (MEN., 2006, p. 82). “Exploro el entorno y lo represento mediante diversos sistemas de coordenadas” (Medina et al., 2016 p. 84). “Reconozco y utilizo distintos sistemas de coordenadas para modelar” (Medina et al., 2016 p. 84).

Momento de Inicio, Saberes Previos. Esta actividad se realizará dentro del domo portátil del Planetario de Bogotá utilizando un software astronómico tipo planetario, llamado Starry Night que sirve para hacer una simulación de una cúpula celeste. Este programa proporciona información detallada sobre estrellas, planetas, constelaciones y otros objetos celestes, así como herramientas para simular eventos astronómicos pasados, presentes y futuros.

La docente iniciará con una actividad rompehielos donde se invita a los mediadores a participar de una dinámica con una baraja de cartas de las constelaciones, las cuales contienen imágenes e información sobre estas regiones del cielo. Cada participante recibirá una carta, su tarea será identificar y marcar la ubicación de las estrellas que hacen parte de la constelación que le fue asignada, en el cielo estrellado proyectado en el domo inflable.

Después de unos minutos, cada mediador tendrá la oportunidad de compartir su hallazgo, señalar con un láser rojo y explicar cómo identificó y ubicó la constelación en el cielo estrellado.

Estrategia de evaluación: Observar la participación de los mediadores, su capacidad para identificar las constelaciones y describir cómo las ubicaron en el cielo proyectado.

Recursos didácticos: Domo inflable, recursos audiovisuales (software de astronomía), laser rojo, cartas de constelaciones.

Momento de Desarrollo de la Actividad, Gestión del Conocimiento. Se inicia este momento recordando brevemente la actividad anterior "Espaciolandia", donde los mediadores se familiarizarán con conceptos de trigonometría aplicada en astronomía.

Seguido a esto se presenta el concepto de trigonometría esférica. La docente explicará que, en astronomía, se utiliza la trigonometría esférica para medir ángulos entre objetos celestes para calcular distancias o hallar la ubicación de las estrellas. A esta área de la astronomía se le conoce como astronomía esférica y es fundamental para entender las bases de la astronomía observacional o de posición. Se realizarán algunos ejercicios prácticos como ejemplo.

Después se introduce al tema de coordenadas celestes, como lo son las coordenadas horizontales, ecuatoriales, eclípticas y galácticas. Se mostrarán ejemplos visuales de los sistemas de coordenadas, triángulos esféricos formados por estrellas, en la proyección del domo inflable.

Estrategia de evaluación: Se observa la participación y los argumentos sobre los conceptos de trigonometría esférica y su capacidad para aplicarlos a situaciones prácticas en el domo inflable. Se evalúa la comprensión de los mediadores sobre los sistemas de coordenadas celestes.

Recursos didácticos: domo inflable, software astronómico.

Momento de Cierre, Socialización. Para este momento final, se les pedirá a los mediadores que utilicen el cuadrante astronómico que construyeron en la actividad anterior. Se les da las instrucciones que cada uno va a buscar dentro del cielo estrellado proyectado en el domo, a las 3 estrellas que forman parte del llamado “triángulo de verano” (Vega, Deneb y Altair), que hacen parte de las constelaciones de la Lira, el Cisne y el Águila. Después de eso, calcular la altura de cada una de las estrellas y estimar sus coordenadas horizontales. Los mediadores deben registrar sus mediciones y cálculos en una hoja de trabajo.

Después se darán las coordenadas reales de las estrellas para realizar la comparación de sus cálculos. Se finaliza la actividad resaltando la importancia de la trigonometría esférica y las coordenadas celestes en la astronomía, y cómo esta habilidad puede ayudar a comprender mejor el cosmos.

Estrategia de evaluación: Se evalúa la precisión de las mediciones realizadas por los estudiantes y su capacidad para aplicar la trigonometría esférica en este contexto práctico. Se observa la capacidad para comunicar y explicar sus resultados.

Recursos didácticos: Domo inflable, software astronómico, cuadrantes, calculadoras, cuadernos, lápices, laser rojo.

Producto que debe lograr la población con la cual se implemente esta planeación:

Los mediadores, al finalizar esta actividad, deberán registrar sus mediciones y cálculos de la altura de las estrellas en una hoja de trabajo. Este registro documentará su aplicación de conceptos de trigonometría esférica y coordenadas celestes, y servirá como un reflejo tangible de su participación y su aprendizaje.

Enfoque Didáctico

Al identificar las deficiencias en matemáticas de los Mediadores y su formación educativa diversificada, se ha diseñado la secuencia didáctica para atender estas faltas, intereses y sus necesidades específicas. Se ha tenido en cuenta la diversidad de estilos y ritmos de aprendizaje de los Mediadores, esto se logra a través de actividades interactivas, presentaciones visuales y experiencias inmersivas, y también, analizando sus vivencias previas para que sea una experiencia significativa y motivadora.

La secuencia didáctica favorece al desarrollo de las competencias al integrar la teoría con la práctica y al permitir a los mediadores aplicar los conocimientos matemáticos en situaciones reales. Esto les ayuda a desarrollar competencias específicas, como el razonamiento y la comunicación. Además, fomenta el trabajo en equipo, la autorregulación del aprendizaje y la resolución de problemas, que son competencias esenciales en su formación y labor como divulgadores de astronomía. Tal como define Herrera et al. (2012), la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se refiere a un proceso deliberado en el cual las personas adquieren conocimientos matemáticos. “Proceso intencionado de apropiación del conocimiento matemático, que se inicia con la reflexión, comprensión, construcción y evaluación” (p. 255) de las estrategias educativas que fomentan la adquisición y mejora de habilidades y actitudes necesarias para un buen desempeño en matemáticas dentro de la sociedad.

Es necesario tener en cuenta los saberes previos en la planeación de la secuencia didáctica ya que reconocer y entender lo que los Mediadores ya saben y lo que necesitan aprender es fundamental para diseñar una experiencia de aprendizaje enriquecedora. Al abordar los saberes previos, se pueden identificar las carencias de conocimiento y las deficiencias que deben ser atendidas. Esto permite adaptar las actividades y estrategias de enseñanza para

satisfacer las necesidades específicas de los estudiantes, garantizando un proceso de aprendizaje más coherente y significativo.

Como futura docente, considero que continuar trabajando desde la secuencia didáctica es una buena estrategia, ya que ha sido diseñada para abordar las necesidades específicas de los estudiantes y así promover el desarrollo de competencias relevantes para formarse, como sugiere Medina (2010), en la concepción personal, cultural y sociolaboral. Al continuar trabajando desde esta secuencia, se puede asegurar una formación continua y un mejoramiento constante, y en este caso, en la divulgación de la astronomía. Además, la secuencia proporciona una base sólida para futuros desarrollos y adaptaciones en función de las necesidades cambiantes de los mediadores y de la institución.

Pienso que con esta planeación de secuencia didáctica se han alcanzado varios logros en este proceso, ya que se han identificado las necesidades específicas de los Mediadores, sus intereses y su contexto laboral. Esto ha permitido una planificación más precisa y específica, ya que se han diseñado actividades que abordan directamente sus necesidades de aprendizaje y los desafían a aplicar conceptos matemáticos en la astronomía. También, porque la secuencia integra la teoría con la práctica, lo que facilita la transferencia de conocimientos a situaciones reales.

Finalizando con este enfoque didáctico, me gustaría destacar lo que menciona Del Castillo (2017), sobre la esencia de la investigación-acción radica en la reflexión profunda que los docentes aplican a su propia práctica. Este ejercicio se enfoca en proponer secuencias didácticas, implementar las actividades, examinar la ejecución, desarrollar planes de acción y gradualmente hacer mejoras. En términos generales, la investigación-acción cooperativa ofrece un camino estructurado para reflexionar sobre la práctica con el objetivo de perfeccionar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Implementación

A continuación, se presenta la implementación de la Secuencia Didáctica, La Astronomía desde Múltiples Dimensiones.

Implementación Actividad 1, Planilandia

Grupo 1 - Sesión 1

Durante la implementación de la primera sesión en el Planetario de Bogotá, tuve inconvenientes debido a la programación de las actividades y la limitada disponibilidad de espacio para que los Mediadores pudieran asistir. Para asegurarnos de que la mayoría pudieran participar, decidimos realizar la primera sesión dos veces en el mismo día. Una por la mañana, en donde participaron cinco mediadores, y otra por la tarde, donde participaron otros cuatro. Sin embargo, quedaron pendientes tres mediadores por asistir a la primera actividad, ya que no lograron coincidir con la disponibilidad de horario.

Se inició la actividad 1, comentando un poco la intención de la Propuesta de Investigación Pedagógica y la presentación de esta primera actividad sin mencionar la pregunta de investigación. Después les compartí el formulario de expectativas para que lo respondieran antes de comenzar la actividad. La sesión se desarrolló en tres momentos clave. Comencé con la exploración de los saberes previos, que incluyó la lectura del fragmento del libro de Planilandia: Una novela de muchas dimensiones del autor Edwin Abbot. Se pidió a los mediadores que se situaran alrededor de una mesa y en la medida que se iba leyendo el texto, los participantes expresarían a su manera lo que fuera indicando la lectura, como, por ejemplo, ubicarse en una posición en donde su visión quedara al ras de la mesa. Se colocó una moneda en el centro de la mesa y se les preguntó ¿Qué ven exactamente? Luego se dispusieron varias figuras geométricas mientras los mediadores seguían en la misma posición y se les preguntó ¿Qué pueden ver desde

ahí? Los mediadores respondieron que se veían líneas de diferentes colores, y al levantarse se dieron cuenta que eran figuras geométricas lo que los sorprendió.

Durante la gestión de conocimiento, utilicé la presentación preparada para la actividad, y todos los participantes avanzaron sin dificultades. Se inició con el concepto del punto y porque es un objeto adimensional. Después se comentó cómo al hacer una sucesión de puntos se puede formar una línea que tiene dimensión 1 por lo que sólo se puede medir en una longitud. Luego al agregarle a la línea una altura, se puede formar un cuadrado que tiene dimensión 2 ya que se mide el largo y ancho, y por último si al cuadrado se le agrega profundidad se forma un cubo con dimensión 3 al cual se le puede medir el largo, ancho y el alto. Se realizó una pregunta para reflexionar ¿Si se le agrega otra dimensión al cubo qué figura se forma? Uno de los mediadores respondió que se formaría un hipercubo o tesseracto y pasó al tablero a representarlo. A esta respuesta se complementó comentando que la verdadera figura no se podría visualizar porque es un elemento de cuarta dimensión, pero se puede representar en menores dimensiones con las sombras de lo que creemos que sería la figura. Después, con ayuda de una linterna y un cubo hecho con pitillos, se procedió a proyectar la sombra para mostrar como una figura en 3D se representa en 2D. Esta idea se demostró al introducir el cubo de pitillos, en un tarro con agua y jabón y al retirarlo del agua, se pudo proyectar la sombra del hipercubo en 3D. Los mediadores se mostraron muy asombrados e intentaron verificar por sí mismos el experimento.

Después de la experiencia, se continuó con la presentación para hablar del plano cartesiano. Se comentó sobre cómo al cruzar dos rectas perpendicularmente se forman un plano y con tres rectas cruzadas perpendicularmente se forma un espacio. Luego se hizo la pregunta ¿Se podría cruzar otra línea perpendicular a las tres? Se concluyó con los participantes que es

imposible representar gráficamente dicha idea, pero muchos matemáticos lo han demostrado gracias a sus cálculos.

Luego se realizó la pregunta ¿Cómo serán las sombras de otras dimensiones? Para responder a esta pregunta, invité a los mediadores a escoger un poliedro regular, también conocidos como sólidos platónicos, e imaginar y representarlos por dibujos de cómo sería esta figura proyectada en una cuarta dimensión, (Previamente se repasó la idea de que los sólidos platónicos son poliedros tal que todas sus caras son polígonos regulares iguales entre sí, ya que la mayoría de los Mediadores están familiarizados con este concepto por uno de los talleres que realizan en el Planetario). Sin embargo, surgieron numerosas preguntas sobre cómo proyectar figuras de cuatro dimensiones en un dibujo bidimensional, pero esta era la idea de que muchos se empezaran a cuestionar. Para abordar esto, di ejemplos y consejos sobre cómo seguir un patrón de vértices y cómo al agregar otra dimensión, se puede encontrar que los vértices siguen una sucesión o serie. Entre estos ejemplos, uno consistió en formar el tesseracto o hipercubo a partir de analizar el patrón de aumento desde la dimensión 1 y como se iban multiplicando los vértices a medida que se aumentaba una dimensión hasta llegar a la cuarta: Primero una línea (1D) con dos vértices, luego pasando por un cuadrado (2D) con 4 vértices y por último pasando por un cubo (3D) con 8 vértices, así, los Mediadores dedujeron que al tesseracto le correspondía tener 16 vértices debido a que cuando se aumenta una dimensión el número de vértices se duplica.

En el producto final, un grupo de mediadores dibujó la sombra del tetraedro (simplejo) en 4D y el otro grupo representó el icosaedro, lo que se volvió bastante complejo por su número de vértices y caras.

En la socialización se evidenció que se alcanzaron los objetivos de aprendizaje, ya que el diseño de actividades que realicé y su implementación, permitió a los mediadores explorar

diversas representaciones geométricas en \mathbb{R}^4 de algunos poliedros regulares, relacionando la cantidad de vértices que la figura se representa en \mathbb{R}^1 , \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^3 . Esto se basó en su conocimiento previo sobre patrones y series. También, durante la socialización, observé que algunos estudiantes utilizaron métodos ingeniosos para comparar los poliedros que tenían como material didáctico (cubo, tetraedro e icosaedro) desde diferentes puntos de vista, lo que demostró su comprensión del concepto. Esta adaptación en la sesión fue esencial para satisfacer sus necesidades y fomentar el aprendizaje.

Utilicé varios materiales como referencia para ejemplificar conceptos de dos, tres y cuatro dimensiones. Estos recursos didácticos resultaron extremadamente útiles, ya que cuando se abordan conceptos abstractos, como la proyección de sombras de figuras geométricas en un plano con la ayuda de la linterna del celular, o las películas de jabón generadas en el cubo, los estudiantes podían visualizar mejor los conceptos. Además, al final decidí utilizar de recurso un video sobre cómo se visualizarán los poliedros en 4D y el uso de un tablero para representar los lados del hipercubo, utilizando marcadores de colores, lo cual resultó efectivo para facilitar la comprensión. Además de que el tiempo planteado en la propuesta fue una sesión de dos horas, se ajustó perfectamente a los diferentes momentos de la actividad, y pudimos concluir la sesión según lo planeado.

Considero que la estrategia de evaluación responde muy bien a las necesidades educativas de los mediadores ya que la astronomía se vuelve compleja al pensar que lo que vemos desde la tierra siempre fue considerado como algo proyectado en una esfera estática pero es más complejo al saber que existen distancias que nuestra mente no puede estimar a simple vista, y al estar acostumbrados en nuestro entorno a desplazarnos de cierta forma, siempre se vuelve confuso al tratar temas de profundidad en la esfera celeste.

La implementación cumplió con los objetivos de aprendizaje, como se evidencia en las respuestas de los mediadores en los videos adjuntos. Compararon los poliedros utilizados en los recursos didácticos, como el tetraedro, el cubo y el icosaedro, y utilizaron estas comparaciones como puntos de referencia para proyectar sombras en una cuarta dimensión. También destacaron la importancia de tener en cuenta las caras y las características de huellas proyectadas de estos cuerpos geométricos.

Durante la socialización de sus productos, la mayoría de los mediadores lograron modelar objetos geométricos en diversas dimensiones y realizar comparaciones, tomando decisiones con respecto a las estrategias para representar los diferentes modelos. Además, utilizaron los poliedros regulares o sólidos platónicos como referencias tridimensionales en dibujos o representaciones geométricas bidimensionales.

Grupo 2 - Sesión 1

Para esta sesión, trabajé con el segundo grupo de Mediadores en la cual participaron cuatro mediadores. También presenté de qué trataba la actividad sin mencionar directamente la pregunta de investigación, introduciéndonos al tema y solicitando su colaboración para responder el formulario de expectativas.

De manera similar a la primera actividad, implementé los tres momentos planteados. Comenzamos con la lectura de un fragmento del libro de Planilandia para abordar los saberes previos. Luego, durante la gestión de conocimiento, utilicé la presentación diseñada para la actividad. Sin embargo, en este grupo, se notó una mayor falta de conocimientos en geometría plana. Durante el ejercicio de la representación de las sombras en 4D, surgieron aún más preguntas en comparación con el primer grupo, particularmente al tratar de imaginar cómo podrían proyectar figuras de cuatro dimensiones en un dibujo bidimensional. Nuevamente,

proporcione ejemplos y consejos para guiarlos en la comprensión. Noté que, aunque les comentaba que estábamos solo basándonos en las dimensiones matemáticas, era muy difícil para ellos desligar la idea de que la cuarta dimensión en este caso no se refería al tiempo, seguían pensando en el tiempo como una cuarta variable.

Durante la socialización, observé que cada participante empleó estrategias diferentes para modelar su figura en la cuarta dimensión. A pesar de las confusiones y dificultades, lograron completar el producto utilizando sus propias estrategias.

Para abordar la complejidad del tema, recurrí a los mismos recursos didácticos que en la actividad anterior.

El tiempo asignado en la planificación resultó nuevamente adecuado para llevar a cabo los tres momentos de la actividad. Asimismo, la estrategia de evaluación fue consistente con la retroalimentación de los Mediadores, quienes buscaron la manera de aplicar el pensamiento matemático. En la socialización de sus productos, la mayoría de los mediadores lograron modelar objetos geométricos en diversas dimensiones y realizar comparaciones, tomando decisiones sobre cómo representar los diferentes modelos. Además, emplearon los poliedros regulares o sólidos platónicos como referencias tridimensionales en dibujos o representaciones geométricas bidimensionales.

Implementación Actividad 2, Espaciolandia

Sesión 1

Durante la implementación de la actividad 2, no hubo la necesidad de dividir a los participantes en dos grupos ya que se logró programar a todos los mediadores incluidos los que habían faltado a la actividad 1 con un total de 12 participantes para esta ocasión. Para esto, se

aprovechó el momento inicial para contextualizar a los que faltaban y hacer un repaso rápido de la actividad anterior, donde algunos participaron con un resumen de lo que recordaban.

En el momento de gestión de conocimiento, se introdujeron conceptos trigonométricos clave, como tipos de triángulos, ángulos, grados y razones trigonométricas, utilizando recursos visuales y ejercicios prácticos. Además, se construyeron cuadrantes astronómicos para medir la altura de diferentes objetos. Para la construcción de estos cuadrantes, se repartió a cada participante, materiales como: figuras de cartón reciclado de otros talleres que se realizan en el Planetario, en forma de $\frac{1}{4}$ de círculo, 10 cm de cuerda, plastilina y un pitillo. Se dio instrucciones del paso a paso donde inicialmente debían marcar en la cartulina de 0° a 90° con ayuda del transportador, y luego en uno de los bordes rectos, pegar el pitillo y ajustar la cuerda en el cuadrante de tal forma que al final de ella, adherir un pedazo de plastilina como especie de plomada y así indicar los grados, dependiendo la inclinación que se produzca al mirar la altura de un objeto. Después de esto se explicó cómo realizar el cálculo de la altura de un objeto, con la ayuda de un decámetro o la aplicación de Google Maps, y con operaciones trigonométricas sencillas, hallar el resultado.

La planeación de la sesión tuvo en cuenta las necesidades educativas de los participantes al proporcionar una introducción práctica y visual a la trigonometría. También se permitió a los participantes aplicar estos conceptos en un contexto real al medir alturas fuera del Planetario, en su entorno cercano, lo que facilitó la comprensión y la conexión con la competencia y los aprendizajes esperados.

Los materiales sugeridos en la planeación, como los cuadrantes astronómicos y el decámetro, junto con la organización de los estudiantes en grupo, facilitaron la implementación

de la actividad. La distribución de los materiales y las instrucciones paso a paso para construir los cuadrantes ayudaron a los mediadores a comprender y aplicar los conceptos.

El tiempo establecido en la planeación resultó adecuado, ya que permitió la introducción de conceptos trigonométricos, la construcción de los cuadrantes y la medición de alturas en el entorno sin sentirse apresurados.

La estrategia de evaluación respondió a las necesidades educativas al requerir que los participantes aplicaran los conceptos aprendidos para medir alturas, demostrando así emplear las razones trigonométricas y su capacidad para resolver problemas en un contexto real.

Tanto la estrategia de evaluación como las acciones realizadas durante la intervención promovieron el aprendizaje esperado al permitir a los participantes comprender y aplicar las razones trigonométricas en un contexto práctico, modelando fenómenos a través de funciones trigonométricas y utilizando argumentos geométricos para resolver problemas.

Los recursos didácticos utilizados, como los cuadrantes astronómicos, aportaron al logro del aprendizaje esperado al proporcionar a los participantes las herramientas necesarias para aplicar los conceptos de trigonometría en la medición de alturas de manera práctica.

Implementación Actividad 3, Esferilandia

Sesión 1

Para la implementación de la actividad 3, participaron los 12 mediadores en la misma sesión por lo que no fue necesario dividirlos en grupos.

En el momento de inicial, se utilizó un software astronómico llamado Starry Night dentro del domo portátil del Planetario de Bogotá para simular la cúpula celeste. Se inició con una dinámica rompehielos en la que los mediadores utilizaron cartas de constelaciones para identificar los asterismos en el cielo estrellado proyectado, para poder ir reconociendo el espacio

de la esfera celeste que vamos a utilizar en el ejercicio de socialización. Se repartió una carta a cada Mediador con una constelación que se vería esa misma noche. La idea es que cada mediador buscará y reconociera una constelación en la esfera celeste, los cuales respondieron muy bien al ejercicio al hallar cada uno la constelación que se le había asignado.

En el segundo momento, se hizo una introducción a la trigonometría esférica donde por medio de imágenes dentro del domo, se comentaron conceptos como, por ejemplo, al dividir una esfera con planos se forman círculos máximos o menores. Se puso de ejemplo a la Tierra y los círculos que forman el ecuador, los trópicos de cáncer o capricornio y los círculos polares. Después se habló de cómo se forman esos triángulos esféricos al dividir gracias a los círculos máximos una esfera, continuando con las coordenadas horizontales, acimut, altura, coordenadas ecuatoriales absolutas y eclípticas.

En el momento final, los mediadores utilizaron los cuadrantes astronómicos que construyeron en la actividad anterior para medir la altura de las estrellas del "triángulo de verano" las cuales fueron Vega, Deneb y Altair y también estimaron su acimut. Luego compararon las mediciones en el domo con las coordenadas reales de las estrellas a esa misma hora, gracias a la aplicación de Stellarium. Esto demostró la importancia de la trigonometría esférica y las coordenadas celestes en la astronomía.

Al final de la actividad, los mediadores registraron sus mediciones y cálculos en una hoja de trabajo, lo que documentó su aplicación de conceptos de trigonometría esférica y coordenadas celestes, y reflejó su participación y aprendizaje en el contexto del domo inflable de astronomía.

Esta implementación de la actividad "Esferilandia" permitió a los mediadores explorar sistemas de coordenadas celestes y aplicar la trigonometría esférica en la ubicación de estrellas en la cúpula celeste simulada, cumpliendo con la competencia y los aprendizajes planteados y

esperados. Los recursos didácticos utilizados, como el software y los cuadrantes astronómicos, contribuyeron al logro de los objetivos de aprendizaje.

Reflexión y Análisis de la Práctica Pedagógica

Al realizar la implementación de las actividades, del resultado del cuestionario de expectativas, encontré que el 66% de los mediadores tenían preocupaciones iniciales sobre la integración de las matemáticas en las capacitaciones del Planetario, mientras que el 8.3% estaba indeciso y el 25% no tenía preocupaciones. Todos los estudiantes coincidieron que alguna vez han experimentado que les hace falta bases matemáticas para comprender algunos conceptos de astronomía. Entre estos casos existen algunos ejemplos donde se sintieron limitados por la falta de habilidades matemáticas, por ejemplo, al momento de comprender las coordenadas celestes, algunos dijeron que no entendían y a veces les generaba tensión o ansiedad. Otros hablaron de casos específicos como al momento de realizar el taller del medidor angular, explicar las leyes de Kepler, hablar de distancias astronómicas, calcular próximos eclipses, etc. También, que creían que el fortalecimiento en matemáticas mejoraría su capacidad para cumplir su rol de mediador, ya que es una base sólida para comprender los conceptos matemáticos relacionados a la astronomía. Agregaron que esto les permitirá sentirse más seguros en su conversación con el público.

Para esta propuesta didáctica tuve como fortaleza, el conocimiento previo sobre los estudiantes, lo que me permitió diseñar actividades dinámicas y atractiva para ellos, ya que conocía sus falencias e intereses, lo que me ayudó a abordar temas que sabía con antelación que necesitaban y así mantener su atención. Pero, considero que podría mejorar en próximas implementaciones, que se garantice la programación sincronizada de los estudiantes para que todos puedan participar al mismo tiempo y compartir en grupo sus opiniones respecto a los temas. También, poder tener tiempo adicional para realizar ejercicios de profundización.

SED (2005) destaca la importancia de no solo adquirir conocimiento matemático, sino también desarrollar la capacidad de aplicarlo y razonar sobre los conceptos matemáticos en un contexto real y significativo. En relación con mi pregunta de investigación, las habilidades matemáticas se desarrollan al aplicar conceptos matemáticos para resolver problemas astronómicos, entender las matemáticas detrás de los fenómenos astronómicos y comunicar eficazmente estas ideas a otros. Por lo tanto, en futuras investigaciones y prácticas educativas, quiero destacar el desarrollo de estas habilidades como un objetivo esencial para fomentar un aprendizaje significativo en astronomía y matemáticas.

Según los resultados del cuestionario final, la mayoría de los participantes (54,5%) se sintieron muy bien, y el 45,5% se sintieron excelentes con las tres actividades. Los momentos que más recuerdan los mediadores son la medición de la altura de las estrellas con el cuadrante dentro del domo portátil, las coordenadas celestes, el ángulo diedro, las dimensiones matemáticas, y los ejercicios prácticos. La mayoría de los mediadores comentaron que sintieron que las sesiones ayudaron a aclarar conceptos matemáticos relacionados con la astronomía, como el resolver dudas con el uso de instrumentos astronómicos, diferenciar los conceptos de coordenadas horizontales y ecuatoriales, y ampliar la percepción sobre las dimensiones matemáticas. Ellos comentan que notaron una mejoría en sus habilidades matemáticas en relación con la astronomía después de participar en estas sesiones, al momento de comprender el uso de las ecuaciones trigonométricas o realizar operaciones matemáticas. Unos comentaron que, aunque el pensamiento matemático a veces es un poco complicado para ellos, al momento de ver las proyecciones esféricas en el domo portátil, sintieron más cercanía a los conceptos y comprendieron mucho mejor la astronomía esférica. También reconocieron la importancia de continuar fortaleciendo estas habilidades. Un participante comentó que teniendo en cuenta que su

formación disciplinar está relacionada con las matemáticas, sin embargo, le sirvió para articularlos con la Astronomía. Pero un mediador manifiesta que siente que no ha mejorado con sus habilidades matemáticas.

Considero que varios aspectos de mi intervención influyeron en los resultados de aprendizaje de los participantes. Uno de los factores clave fue mi enfoque en evitar una enseñanza tradicional y que se sigan ejercicios repetitivos. En cambio, diseñé actividades que fomentaron el pensamiento crítico y creativo, alentando a los participantes a ir más allá de lo visible y explorar conceptos desde una perspectiva diferente.

Al conectar la teoría con la práctica y demostrar cómo las matemáticas son herramientas útiles y accesibles para resolver problemas reales, los participantes se sintieron más seguros y motivados para involucrarse en las actividades.

La planeación didáctica es una de las bases más importantes para la práctica pedagógica por diversas razones. En primer lugar, proporciona un marco para establecer objetivos de enseñanza específicos. Como señala Castro & Romero (2017), la planeación es esencial para evaluar la capacidad de los estudiantes en áreas clave, como la traducción de problemas cotidianos a lenguaje matemático, la comprensión de conceptos, la resolución de problemas y la aplicación de aprendizajes en situaciones nuevas.

Díaz & Hernández (2002) subrayan la importancia de una evaluación continua que aproveche y aplique los conocimientos previos de los alumnos. Esto destaca la necesidad de una planificación efectiva para orientar la evaluación puntual al iniciar un tema o una clase, lo que resulta fundamental para entender y abordar las necesidades de los estudiantes en tiempo real.

Conclusiones

Al desarrollar la Propuesta de Investigación Pedagógica sobre el diseño de experiencias educativas, integrando matemáticas aplicadas a la astronomía esférica para el Planetario de Bogotá, se evidenció la importancia de la planeación de una unidad didáctica para los estudiantes universitarios, donde fue necesario adicionar algunos fundamentos de geometría y trigonometría en la enseñanza de la astronomía esférica, ya que esta secuencia didáctica buscó dotar a los Mediadores de las herramientas necesarias para mejorar sus habilidades matemáticas y así poder encontrar alternativas donde expresaran de una mejor manera, conceptos astronómicos relacionados con la ubicación y el movimiento de los objetos celestes. De esta forma se destacó que la planificación didáctica es crucial para evaluar y abordar las necesidades de los estudiantes.

La planeación diseñada se adecuó a la población, contexto y necesidades educativas. El conocimiento previo sobre los estudiantes permitió una planificación dinámica y atractiva.

Al evaluar el impacto de la implementación de las matemáticas en las capacitaciones de astronomía esférica de los mediadores del Planetario de Bogotá en términos de su capacidad para divulgar la astronomía a diversos públicos, se analizó en como la mejoría de sus habilidades matemáticas se traduce en una comunicación más clara, contribuyendo así a una experiencia de divulgación más enriquecedora para el público. Es necesario seguir con una evaluación continua, aprovechando los conocimientos previos puesto que es esencial en la enseñanza de matemáticas.

Desde el inicio del diplomado, hubo cambios hacia enfoques más dinámicos y participativos, alejándose de métodos tradicionales. El enfoque no tradicional, centrado en el pensamiento crítico, influyó en los participantes, ya que la conexión entre teoría y práctica motivó a los estudiantes a ver las matemáticas como herramientas útiles dentro de sus actividades en el Planetario.

Se destaca la noción de comprensión matemática como clave para un aprendizaje significativo en astronomía y matemáticas. La comprensión va más allá de adquirir conocimiento, incluyendo la aplicación y el razonamiento en contextos reales.

Las principales dificultades incluyeron preocupaciones iniciales por parte de los estudiantes por el temor que tenían sobre incluir matemáticas en sus sesiones de formación, aunque todos los mediadores manifestaron la necesidad de tener bases matemáticas en astronomía, ya que habían presentado alguna dificultad al momento de realizar una actividad o taller con los asistentes al Planetario. Pero en el transcurso de las actividades se sintieron cómodos al ver que podían aplicarlas en sus talleres de una forma más amigable y no tan intimidante como ellos la recordaban en la academia.

Destacaron momentos clave de aprendizaje relacionados con las coordenadas celestes, ángulos, dimensiones matemáticas y ejercicios prácticos.

Es importante poder tener una programación sincronizada para que todos los participantes puedan estar en las mismas sesiones y conocer las opiniones de sus compañeros sobre diferentes temas en la retroalimentación.

También se proyecta la necesidad de tiempo adicional en próximas actividades, para profundizar en conceptos y realizar más ejercicios. Esto sugiere una continuación y expansión de la propuesta pedagógica.

Referencias Bibliográficas

- Abbott, E. (1884) Flatland. Planilandia. Una novela de muchas dimensiones.
<http://mimosa.pntic.mec.es/jgomez53/docencia/abbott-planilandia.pdf>
- Castro, E., Romero, R. (2017). Conocimiento matemático, comprensión y evaluación. *Innova research journal* 2017, vol 2, no. 6, 35-51. unirioja.es.
<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/117838.pdf>
- Cázares, M., Páez, D., & Pérez, M. (2020). Discusión teórica sobre las prácticas docentes como mediadoras para potencializar estrategias metacognitivas en la solución de tareas matemáticas. *Educación matemática*, 32(1), 221-240. Epub 06 de diciembre de 2021.
<https://doi.org/10.24844/em3201.10>
- Del Castillo, E. (2017). Implementación de una propuesta didáctica para contribuir a mejorar el proceso enseñanza – aprendizaje de la cátedra de astronomía en el programa de Topografía de la Facultad de Tecnologías de la Universidad del Tolima. Ibagué: Universidad del Tolima, 2017. <https://repository.ut.edu.co/entities/publication/a24e518e-7541-47ca-90d8-42edbbe4fe17>
- Díaz, F., Hernández, G. (2002). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista. (McGraw-Hill, Ed.) (2a ed.). México, D.F.
- Educarchile. (2023). Enseñanza para la comprensión. Educarchile.cl.
<https://www.educarchile.cl/innovaciones-educativas/ensenanza-para-la-comprension-epc>
- Herrera, N., Montenegro, W. y Poveda, S. (2012). Revisión teórica sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, núm. 35, febrero-mayo, 2012, pp. 254-287

- Medina, A., Salas, G., Rey, J., Blanco, J., Giménez, J., Castaño, J., Molina, J., Agudelo, L., Vanegas, M., Bonilla, M., Ministerio de Educación Nacional, Parra, M., Botero, O., Santafé, O., Rendón, P., Vergel, R., González, S., Universidad de Antioquia y Sanabria, Y. (2016). *Derechos básicos de Aprendizaje (DBA) Matemáticas V2*. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional de Colombia
- Medina, E. (2010). *Formación integral y competencias. Pensamiento complejo, currículo, didáctica y evaluación*, 3a ed., Centro de Investigación en Formación y Evaluación CIFE, Bogotá, Colombia, Ecoe Ediciones, 2010. *Revista Interamericana de Educación de Adultos*, 32(2),90-95. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=457545095007>
- Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos de Competencias*. Ministerio de Educación Nacional. https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Plazas, L. (2012). *Enseñanza de elementos básicos de trigonometría en la astronomía: una propuesta para trabajar con estudiantes de educación media*. Universidad Nacional de Colombia. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/11171>
- Portilla, J. (2009). *Elementos de Astronomía de Posición*. Observatorio Astronómico Nacional. Facultad de Ciencias. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, Colombia. <https://dokumen.tips/science/elementos-astronomia-de-posicion-primeraedicion.html?page=14>
- Sáenz, E., Patiño, M. y Robles, J. (2017). *Desarrollo de las competencias matemáticas en el pensamiento geométrico, a través del método heurístico de Pólya*. *Panorama*, 11(21), 53-

Secretaría de Educación Distrital (2005). Pruebas Comprender de Matemáticas Evaluación del Pensamiento Aleatorio Grados 5° y 9° Guía de orientación para maestros. Secretaría de Educación Distrital. Alcaldía mayor de Bogotá.

https://repositoriosed.educacionbogota.edu.co/bitstream/handle/001/1312/matemaquintoy_noveno.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Apéndices

Apéndice A. Carpeta de Evidencias de la Práctica Pedagógica

https://unadvirtualedu-my.sharepoint.com/personal/amorapo_unadvirtual_edu_co/_layouts/15/onedrive.aspx?id=%2Fpersonal%2Famorapo%5Funadvirtual%5Fedu%5Fco%2FDocuments%2FDiplomado%20Adriana%20Mora%2FEvidencias%20de%20implementaci%C3%B3n&ga=1

Apéndice B. Enlace del Video de Sustentación

Enlace: <https://youtu.be/TTIyNm0G458>