

**Geometría y teorema de Pitágoras como herramienta para la comprensión del concepto de  
número irracional**

Juan Pablo Paredes Ardila

Asesor

Natalia del Pilar Pascuas Muñoz

Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD

Escuela de Ciencias de la Educación ECEDU

Diplomado Práctica e Investigación Pedagógica

2024

## Resumen

En esta propuesta pedagógica se tiene como objetivo utilizar conceptos geométricos y el teorema de Pitágoras para determinar si su uso como herramienta de enseñanza, repercute en el aprendizaje de conceptos relacionados con el conjunto de los números irracionales y de qué manera repercute en este proceso. La implementación se llevó a cabo con estudiantes del grado octavo de la institución educativa La libertad, en el municipio Valle del Guamuez. Se hace uso de la geometría dinámica y de material didáctico que busca que los estudiantes, a partir de material manipulativo, doten de significado conceptos matemáticos.

En el desarrollo del proceso de investigación se plantea un instrumento de caracterización y de diagnóstico que sirven como base para el diseño de las actividades que se proponen en tres guías de trabajo. Para su implementación se usa la observación participante con el fin de realizar el acompañamiento pertinente en el desarrollo de las actividades propuestas. Además, se proponen actividades con material manipulativo con el fin de que los estudiantes determinen conclusiones acerca del teorema de Pitágoras y se posibilite el desarrollo del proceso e conjeturar.

Con el uso del material en mención, los estudiantes mediante el uso de éste en grupos de trabajo colaborativo de dos integrantes, logran percibir de una manera más clara el significado del teorema de Pitágoras, así como emplearlo para determinar la medida del lado de un triángulo rectángulo o la medida del área de un cuadrado construido en el lado del triángulo. Luego el uso de la geometría dinámica, el material manipulable, el acompañamiento asertivo del docente y el trabajo colaborativo, arrojan resultados satisfactorios comparados con el uso de la metodología tradicional.

**Palabras clave:** Pitágoras, triángulo, irracionales, geometría, área.

### **Abstract**

This pedagogical proposal is aimed to use geometric concepts and the Pythagorean theorem to determine if its use as a teaching tool has an impact on the learning of concepts related to the set of irrational numbers and how it impacts this process. The implementation was carried out with eighth grade students from the La Libertad Educational Institution, in the Valle del Guamuez municipality. Dynamic geometry and teaching material are used to ensure that students, using manipulative material, give meaning to mathematical concepts.

In the development of the research process, a characterization and diagnosis instrument is proposed to serve as a basis for the design of the activities carried out in three work guides. For its implementation, participant observation is used in order to provide relevant support in the development of the activities. In addition, activities with manipulative material are proposed so that students determine conclusions about the Pythagorean theorem and enable the development of the conjecture process.

With the use of the material in question, students, through its use in collaborative work groups of two members, are able to perceive more clearly the meaning of the Pythagorean theorem, as well as use it to determine the measurement of the side of a triangle. rectangle or the measure of the area of a square built on the side of the triangle. Then the use of dynamic geometry, manipulable material, the assertive accompaniment of the teacher and collaborative work, yield satisfactory results compared to the use of traditional methodology.

**Keywords:** Pythagoras, triangle, irrational numbers, geometry, area.

## Tabla de Contenido

Introducción .....	6
Diagnóstico de la Propuesta Pedagógica .....	8
Pregunta de Investigación.....	9
Objetivos.....	10
Objetivo General .....	10
Objetivos Específicos.....	10
Diálogo entre la Teoría y la Propuesta Pedagógica .....	11
Marco de Referencia de la Planeación Didáctica .....	14
Planeación Didáctica.....	18
Enfoque Didáctico .....	22
Implementación.....	26
Reflexión y Análisis de la Práctica Pedagógica.....	31
Conclusiones.....	35
Referencias Bibliográficas .....	37
Apéndices.....	41

**Lista de Apéndices**

<b>Apéndice A</b> <i>Carpeta de la Práctica Pedagógica</i> .....	41
--	----

## Introducción

Dentro de los subconjuntos numéricos que conforman al conjunto de los números reales se encuentra el conjunto de los números irracionales, los cuales son los últimos que se estudian en educación básica, si se tienen en cuenta lo establecido en los estándares básicos de competencias en matemáticas. Por lo tanto, es importante que los estudiantes tengan conocimiento de estos ya que se considera según la experiencia de docentes de matemáticas, que son un concepto previo de la enseñanza del álgebra e incluso el paso de la aritmética al álgebra.

En esta propuesta pedagógica se involucra la geometría y el Teorema de Pitágoras como medio para introducir el conjunto de los números irracionales en los estudiantes de grado octavo de la institución educativa La libertad, la cual está ubicada en el municipio Valle del Guamuez, departamento de Putumayo y cuenta con el título de mejor institución educativa del municipio según los resultados obtenidos en pruebas externas. Por lo tanto, tiene dentro de sus metas continuar con un desempeño académico que le permita seguir ubicada en dicha posición, y esto se logra a partir del trabajo en el aula y en cada asignatura específica.

Así las cosas, los estudiantes se enfrentan a la necesidad de desarrollar sus competencias de tal manera que redunde en buenos resultados individuales y, en consecuencia, para su institución educativa. Por esto es necesario que los procesos de enseñanza cuenten con una preparación y fundamentación que permita que los estudiantes desarrollen sus competencias y construyan el conocimiento de manera significativa, lo cual implica salirse de lo tradicional y del conductismo, a partir de la construcción del concepto; por lo que es necesario el uso del área de cuadrados y triángulos, así como del teorema de Pitágoras.

El objetivo de la propuesta es que los estudiantes de grado octavo de la Institución educativa La libertad, partan del concepto de área de triángulos y cuadrados, para lograr concluir

y corroborar la veracidad del teorema de Pitágoras, para luego construir y comprender el concepto de números irracionales. La importancia de esta propuesta radica en que los estudiantes son quienes, a partir de actividades propuestas, preguntas orientadoras, con el papel del docente como facilitador y mediador, logran conjeturar, construir nociones de conceptos en matemáticas y determinar la veracidad del teorema de Pitágoras gráficamente, algebraicamente y numéricamente.

En este sentido, es posible encontrar a nivel nacional antecedentes relacionados con la investigación en el aprendizaje de los números irracionales, como es el caso de (Fuentes, 2016), de la UPTC de Tunja, donde se tuvo como objetivo la construcción del concepto de número irracional a partir de la interacción grupal con una serie de actividades grupales de tipo exploratorio. Otra propuesta (Naranjo, 2016) se relaciona con la enseñanza de los números irracionales a partir del desarrollo histórico y epistemológico, y el uso de la tecnología, llevado a cabo en la ciudad de Cali.

La propuesta inicia con el planteamiento de un diagnóstico que permita evidenciar el conocimiento por parte de los estudiantes, de conceptos previos al cálculo de áreas y a conceptos de geometría y luego plantear actividades que permitan poner en un mismo nivel conceptual a todo el grupo. El objetivo de la primera actividad es que los estudiantes determinen el área de cuadrados y de triángulos, y concluyan la relación existente entre potenciación y radicación.

Las actividades propuestas en la secuencia didáctica tienen también como objetivo, que los estudiantes construyan figuras geométricas con regla y compás y a partir de la observación, determinen conjeturas, las corroborarlas de manera numérica y algebraica, reconozcan la veracidad del teorema de Pitágoras y determinen las características y la noción de número irracional algebraico.

### **Diagnóstico de la Propuesta Pedagógica**

Los estudiantes con quienes se desarrollará la propuesta pertenecen al grado octavo de la Institución Educativa La Libertad del municipio Valle del Guamuez, en la población de La Hormiga, departamento de Putumayo. Dicha institución se encuentra en el casco urbano, aunque acoge estudiantes que también residen en veredas aledañas, con la ventaja de que la institución cuenta con una ruta de transporte.

En cuanto a las características de la población, en la parte familiar se presentan diferentes tipos de familias, como son nuclear biparental, nuclear monoparental y ensamblada; además, en cuanto a la estratificación social, no se cuenta como tal con este criterio en el municipio, solamente se diferencia lo rural de lo no rural, sin embargo, hay una brecha grande entre estudiantes cuya familia cuenta con ingresos considerablemente altos y otros cuyos ingresos son limitados.

La institución educativa se encuentra clasificada en el primer lugar del municipio a partir de los resultados obtenidos en pruebas externas como la prueba saber. Esto repercute en la exigencia que tienen los estudiantes para que el nivel en mención no se vea afectado, así como en los procesos de aprendizaje, lo cual genera cierta presión en ellos ya que, si algún estudiante no es promovido, pierde la oportunidad de ser parte de la institución.

Por otro lado, el plan de estudios apunta a que haya una educación integral al involucrar disciplinas que lo complementan, fortaleciendo además los valores, la ética y el sentido de pertenencia en los estudiantes. Se da espacio a la ciencia, la tecnología, el deporte, el arte y la cultura, resaltando la participación en actividades que buscan que sobresalga el nombre de la institución, en el municipio como tal.

### **Pregunta de Investigación**

¿De qué manera el uso de construcciones geométricas y la implementación del teorema de Pitágoras, repercuten en el aprendizaje y la comprensión del concepto de los números irracionales con los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa La libertad del municipio de Valle del Guamuez?

## **Objetivos**

### **Objetivo General**

Determinar de qué manera el uso de la geometría y la implementación del teorema de Pitágoras, repercute en la comprensión y el aprendizaje del concepto de los números irracionales, a partir del uso de elementos de geometría euclidiana y dinámica, con estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa La libertad, en el municipio de Valle del Guamuez.

### **Objetivos Específicos**

Identificar en los estudiantes el nivel de conocimiento sobre conceptos geométricos relacionados con triángulos rectángulos, a partir del uso de geometría como introducción al teorema de Pitágoras.

Implementar el teorema de Pitágoras con el uso de material manipulable, con el fin de construir segmentos cuya medida sea un número irracional para comprender el concepto de los mismos.

Analizar el impacto de la implementación del teorema de Pitágoras en el aprendizaje del concepto de número irracional.

## **Diálogo entre la Teoría y la Propuesta Pedagógica**

Para la enseñanza de un concepto matemático el maestro debe tener en cuenta el papel relevante de la matemática para el desarrollo de otras disciplinas y ciencias. Por ejemplo, la matemática posibilita que se desarrollen estudios en biología, en astronomía, en desarrollo tecnológico, arquitectura, ingeniería e incluso estudios sociales. Esto permite que los estudiantes visualicen y evidencien la relación que hay entre la matemática y las aplicaciones que puede tener; siendo esto una base de la concepción constructivista (Batanero, 2003, p 20).

El papel de la didáctica en el proceso de investigación educativa es crucial, como es el caso de esta propuesta y sus características. Al ser una propuesta con la que se quiere poner en práctica el conocimiento matemático en la enseñanza y mejor aún, la construcción de conceptos matemáticos saliendo de lo tradicional y del conductismo, la didáctica, como lo menciona Guerrero (2011), tiene un carácter de ciencia aplicada, que busca mejorar los procesos de aprendizaje y enseñanza (p. 2). Esto se logra realizando un proceso concienzudo de planeación, ejecución y evaluación de las unidades didácticas que se deseen implementar.

Otro aspecto relevante a tener en cuenta es la interacción entre el maestro y sus estudiantes junto con el medio que permite que se construya el aprendizaje, desde la perspectiva de Brousseau, es lo que se considera como didáctica. Esta interacción es mediada por el maestro, quien da las herramientas a sus estudiantes con el fin de que sean ellos quienes, a partir de dichas herramientas, se apropien de un saber matemático ya existente. La mediación proporcionada es una responsabilidad que se vuelve recíproca cuando los estudiantes, gracias al maestro, quedan en contacto con el medio de aprendizaje. (Ávila, 2001, p. 9).

Dentro de la interacción mencionada se contempla el proponer a los estudiantes la solución de problemas, ya que es una herramienta potente para el proceso de enseñanza de las

matemáticas. Con ella los estudiantes aprenden de manera activa, mediante la manipulación de objetos matemáticos y desarrollan una serie de habilidades que repercuten incluso en aspectos emocionales. Como lo menciona De Guzmán (1992), la enseñanza por resolución de problemas permite al estudiante incluso adquirir confianza en sí mismo, se divierte, reflexione, se prepare para problemas de ciencias, entre muchas otras ventajas (p. 10).

Además de lo anterior, el quehacer pedagógico también involucra aspectos relacionados con la planeación, el diagnóstico, las actividades que direccionan al estudiante y le permiten apropiarse del conocimiento y en lo posible, que lo pueda construir. Cuando el maestro investigador hace parte del entorno de estudio, observa y participa, propone, analiza y concluye, como en este caso, se puede afirmar que corresponde a la investigación desde la práctica pedagógica; a diferencia de quienes investigan desde fuera, como lo menciona Pérez (2003).

Se mencionan dos tipos de investigación que se diferencian en si se participa o no en el entorno de investigación y se interrelaciona el investigador con los objetos de estudio (Pérez, 2003, p. 72). Teniendo en cuenta además la pregunta de investigación, se puede afirmar que constituye una investigación que se realiza dentro del contexto del que se hace parte como maestro, pues se quiere identificar la forma en que se repercute en el aprendizaje de los estudiantes, el uso de determinadas herramientas y conceptos específicos a partir de actividades orientadas por el mismo investigador.

En este tipo de investigación se contempla el carácter político de la investigación, entre otros aspectos. Para Pérez (2003) se especifica que el contexto en el que se encuentra el estudiante se debe tener en cuenta como posible variable que interviene en el proceso de enseñanza, y que al estar en determinado contexto y ser parte de él, se puede interpretar la realidad, se pueda transformar y se pueda dar solución a situaciones del contexto (p. 72).

Antes de esto, se debe hacer un diagnóstico para tener un punto de partida; luego, determinar las fortalezas, los aspectos a mejorar y nivelar con el fin de que todos los estudiantes cuenten con las mismas bases de preconceptos para poder abordar de mejor manera el concepto a construir y a partir de las actividades propuestas y con el rol del maestro facilitador, utilizando preguntas orientadoras y encaminado al estudiante a que concluya y conjeture.

Nuestro rol como maestros redunda en la responsabilidad que tenemos al momento de llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje. Por esto es de resaltar que nos interesamos en todas las posibles herramientas teóricas y prácticas que nos permitan cumplir nuestra función de docentes de la mejor manera. Dentro de estas posibles herramientas están los tipos de aprendizaje y la teoría del aprendizaje significativo es una de las más interesantes que históricamente se han querido implementar, ya que rompe con el conductismo implantado en la escuela desde hace mucho tiempo, pero como lo menciona Rodríguez (2011), es importante reconocer que muchas veces lo que se cree que se está haciendo como aprendizaje significativo, en realidad apenas se acerca a esta teoría.

### **Marco de Referencia de la Planeación Didáctica**

Desde el ministerio de educación nacional se organizan los documentos necesarios para dar inicio a la planeación didáctica, en este caso específico, para el área de matemáticas. Dicha planeación requiere como punto de partida, de la organización legal que se presenta en los documentos desarrollados por el ministerio a través de los años y que buscan un mejoramiento en el proceso de enseñanza y aprendizaje en las instituciones educativas, con el fin de que todos marchemos hacia la misma dirección y que se garanticen calidad y equidad educativa.

Por esto, es pertinente que haya una conexión entre los diferentes niveles de formación académica de los estudiantes, ya que la formación basada en competencias “promueve la continuidad entre todos los niveles educativos y entre éstos y los procesos laborales y de convivencia; fomenta la construcción del aprendizaje autónomo” (Medina y Tobón, 2010, p. 91) y no se presenten posibles vacíos en el proceso. Por esto, los estándares básicos de competencias (EBC), los derechos básicos de aprendizaje (DBA) y lineamientos curriculares, son el insumo legal necesario para dar inicio a la planeación didáctica.

Esto, gracias a que en ellos se organizan de manera estandarizada, jerárquica y disciplinar, las directrices necesarias para construir los planes de estudio y, en consecuencia, las secuencias didácticas, planeaciones y herramientas para llevar a la práctica las actividades que permitan fomentar el aprendizaje y el desarrollo de competencias en cada nivel o ciclo de enseñanza.

Dentro de estos documentos en mención cabe resaltar la formación basada en competencias, la cual está fundamentada en el aprendizaje significativo y busca que haya una formación en los estudiantes de tal manera que no solo se aprendan conceptos, sino que se tengan en cuenta, se desarrollen y potencien tanto el sentir como el actuar, es decir, una

formación humana integral (Medina y Tobón, 2010, p. 95). Además, integrar la teoría con la práctica.

El aprendizaje por competencias busca entonces que haya una integración entre el saber, el saber ser y el saber hacer; involucrando, además, según Medina y Tobón (2010) el saber convivir, ya que se debe apuntar a la formación humana y no solo al intelecto (p. 92). En el caso de las matemáticas, aún en la condición de ciencia exacta, la enseñanza de la misma involucra el desarrollo de la formación humana, teniendo en cuenta que corresponde a un constructo cultural ya que ha pasado de una generación a otra, tanto en educación como en investigación; involucrando además aspectos de la formación humana.

Ahora, teniendo en cuenta que la enseñanza del teorema de Pitágoras, como herramienta para la comprensión del concepto de números irracionales forma parte de la enseñanza de las matemáticas, se puede afirmar que, con la implementación de esta propuesta pedagógica y las actividades que contiene, se busca desarrollar el aprendizaje por competencias en los estudiantes de grado octavo de la institución educativa La libertad.

Primero, porque la base de su construcción está en los EBC, los DBA, los lineamientos y las competencias mismas de matemáticas; segundo, porque permite la construcción de conceptos matemáticos, la implementación de dichos conceptos en la práctica y el desarrollo de aspectos socioafectivos como la disciplina, la autoestima y las interacciones entre pares que promueven el aprendizaje colaborativo, el liderazgo entre otros, e intentando anular sentimientos negativos que en ocasiones se presentan en los estudiantes ante el aprendizaje de la matemática.

El uso del modelo por competencias permite construir e implementar propuestas que buscan mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje; aun así, hay vacíos en la conceptualización de las competencias que no permiten o dificultan su desarrollo, como lo

menciona Medina y Tobón (2010), debe haber una visión integral del estudiante; un “todo integral y holístico” (p. 95). Claramente, no es el modelo que soluciona todas las dificultades, pero sí es una senda para la construcción del conocimiento.

Involucrando el saber como parte del aprendizaje por competencias, este implica la parte cognitiva; es decir, los conocimientos que se tienen y los que se adquieren. Para el caso de esta propuesta pedagógica, el saber se refleja en el desarrollo de actividades que permiten a los estudiantes conectar los conceptos previos que tienen en su red conceptual, con los conceptos nuevos o que han sido olvidados, como es el caso del área de un triángulo, de un cuadrado y sus relaciones entre sí.

Ahora, una vez adquiridos los conceptos, es en el momento en que se ponen en práctica que se logra el saber hacer. En el caso de las actividades propuestas, se muestra una actividad específica en la que se propone a los estudiantes determinar el área de algunos rectángulos a partir de ciertas medidas dadas. Aquí deben hacer un proceso de razonamiento para poner en práctica los conceptos adquiridos de área. En otra de las actividades se solicita implementar el teorema de Pitágoras para hallar la medida de un segmento.

En matemáticas como en las demás disciplinas la comunicación de las ideas es muy importante, ya que con ellas se construye también el conocimiento, se expresan ideas, se verifican o refutan conjeturas y se determinan conclusiones. En el caso de las actividades propuestas en la secuencia didáctica, la comunicación de los resultados está presente en el momento final de las actividades, al solicitarle a los estudiantes que determinen conclusiones o socialicen los resultados obtenidos. Aquí se involucran habilidades sociales, actitudes y emociones.

En el caso del proceso de enseñanza, es muy importante que, como docente, se cuente con una serie de competencias que le permitan ejercer su rol de mediador y facilitador, que realice las instrucciones de manera asertiva, las preguntas orientadoras pertinentes, la organización de los estudiantes provechosa, entre otras.

Medina y Tobón (2010) menciona algunas competencias docentes dentro de las que se mencionan la planeación del proceso educativo, que en este caso es evidente pues el proceso se ha venido realizando para su implementación; la mediación del aprendizaje, que se ve reflejado en el aula con los estudiantes, la producción de materiales pues para esta secuencia didáctica se requiere un material tangible para la verificación del teorema de Pitágoras; el uso de las TIC, al involucrar el software de GeoGebra (p. 94)..

### **Planeación Didáctica**

Para que la enseñanza de las matemáticas redunde en el aprendizaje de estas, se requiere de un proceso de planeación por parte del maestro, que de paso garantiza el derecho a la educación de calidad a los estudiantes. Es importante tener en cuenta ciertos elementos que no dejen cabida al azar, sino que, con un orden específico, aunque no único, unos elementos teóricos, pedagógicos y didácticos; la implementación de una secuencia didáctica repercute en el desarrollo de competencias matemáticas a partir de la construcción del aprendizaje de un concepto.

El conjunto de números irracionales es el concepto matemático que sirve como motivo para desarrollar competencias matemáticas y se quiere llegar a él mediante la geometría. Para lograrlo, se lleva a cabo la planeación de las actividades que permitan el cumplimiento de los objetivos propuestos. Significa que, para construir la planeación, se realiza un proceso en retrospectiva partiendo del concepto en mención, analizando de qué manera se quiere llegar a la construcción de este y en lo posible, que el aprendizaje se dé de manera significativa.

Se proponen los objetivos, generales y específicos, y para formularlo se consideran: la pregunta de investigación, los estándares básicos de competencias en matemáticas para octavo y noveno, ya que es en el grado octavo de la institución educativa La libertad en el municipio Valle del Guamuez, Putumayo, donde se implementará la secuencia didáctica; así como los derechos básicos de aprendizaje estipulados por el Ministerio de Educación Nacional. De esta manera ya se tiene un contexto y una base para continuar con la planeación.

Luego, se proponen tres actividades y cada una se organiza en tres momentos. En el caso de la actividad número 1, se organizan los estudiantes en parejas para propiciar el trabajo colaborativo, se usa el momento inicial para proponer ejercicios de construcción geométrica que

permitan al docente, motivar a los estudiantes y evidenciar el manejo de conceptos previos para conectarlos con los nuevos conceptos, que para esta primera actividad corresponden a triángulos rectángulos y sus características, pasando así al momento de desarrollo.

Con los ejercicios propuestos para el momento de desarrollo de la primera actividad se quiere que los estudiantes determinen un algoritmo o expresión que permita calcular el área de un triángulo rectángulo. Para esto se utiliza el concepto de área de un rectángulo y de unidad de medida de centímetro cuadrado con la geometría dinámica y el programa de GeoGebra, en el que al manipular figuras geométricas y observar casos particulares se logra el proceso de generalización para calcular el área de triángulos rectángulos y el área de cuadrados buscando una relación entre el área de un cuadrado y la medida de su lado, así como entre el cuadrado de la medida de un lado y la raíz cuadrada de su área.

Cada momento de la actividad tiene una estrategia de evaluación y para las 3 actividades el desarrollo de la competencia comunicar, representar y modelar es la base del proceso, por lo que se propone socializar los resultados obtenidos por los grupos de trabajo como estrategia de evaluación, para identificar obstáculos, errores y dificultades, y unificar conceptos y algoritmos necesarios para calcular los resultados solicitados. El uso de la tecnología es parte del proceso de verificación de los resultados obtenidos con GeoGebra.

La planeación de la segunda actividad se basa en los resultados esperados de la actividad número 1 para iniciar la deducción y formalización del teorema de Pitágoras. A su vez, se vincula con la actividad número 3, pues el teorema de Pitágoras permite la construcción de números irracionales geoméricamente. Para el momento inicial se plantea un ejercicio que busca que los grupos de trabajo utilicen la medida de las áreas de dos cuadrados como información

explícita dada para que deduzcan la información implícita solicitada que corresponde al área de dos rectángulos.

En el momento de desarrollo de la segunda actividad se propone el uso de material didáctico manipulativo construido por los estudiantes que consta de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 6 y 8 centímetros y la hipotenusa mide 10 centímetros; tres cuadrados, uno de 6cm de lado, otro de 8 cm de lado y el tercero de 10 cm de lado; cuatro trapezoides congruentes entre sí, contruidos sobre un cuadrado de 8cm de lado.

El docente dará las indicaciones y hará preguntas orientadoras para encaminar a los grupos de trabajo a que conjeturen las propiedades del teorema de Pitágoras. El proceso en el que se darán estas indicaciones y las preguntas orientadoras se planea de modo que en la práctica haya espacio para posibles preguntas de los estudiantes y que se modifiquen las orientadoras según las necesidades del grupo. En el momento de cierre se propone que los grupos de trabajo socialicen ante sus compañeros los resultados obtenidos en el proceso de ejecución de la actividad y se verifique con geometría dinámica.

El objetivo de la actividad 3 es que los estudiantes reconozcan las características de los números irracionales y determinen la medida de un lado de un triángulo rectángulo, conociendo la medida de los otros dos lados o el área de los cuadrados que hay en sus lados según sea el caso. En el momento inicial la información explícita dada corresponde a la medida del área de los cuadrados que hay en los catetos de un triángulo rectángulo y la información implícita solicitada corresponde a la medida del área del cuadrado de la hipotenusa y en el siguiente nivel, a la medida del cateto.

En el momento de desarrollo se propone a los grupos de trabajo que, usando regla, compás y hojas blancas, construyan un segmento cuya medida sea un número irracional. Esto

requiere una serie de indicaciones y preguntas orientadoras, e involucrar los conceptos ya construidos como el Teorema de Pitágoras y las características de un número irracional. Como momento de cierre se propone la socialización de los resultados obtenidos.

### **Enfoque Didáctico**

La experiencia docente permite reconocer que la improvisación de sesiones de clase no produce los mismos frutos que aquellas sesiones en las que se realizó una planeación pertinente y ojalá concienzuda. La creatividad desarrollada por la experiencia permite complementar las actividades planeadas con preguntas orientadoras y ejercicios surgidos de las circunstancias momentáneas de la clase, pero es pertinente y necesario tener una ruta y un punto de partida para realizar dicha planeación.

En ese sentido, la planeación permite, entre otros aspectos, organizar los momentos de una sesión de clase y optimizar el tiempo para lograr los objetivos de aprendizaje propuestos, los cuales tienen su punto de partida en los estándares básicos de competencias, los derechos básicos de aprendizaje y los lineamientos curriculares. Martínez et al. (2012) menciona que el aprendizaje por competencias repercute de manera directa en las evidencias de los resultados de aprendizaje en los estudiantes (p, 335).

En la guía de los estándares básicos de competencias el MEN (2006) resalta la importancia de los saberes previos entre otros aspectos, para “desarrollar las competencias en su plena expresión” (P. 17). Luego, dentro de la sesión de clase, se propone un momento inicial de actividades que, además de motivar al estudiante, activan sus conocimientos previos y sirven al maestro como diagnóstico para determinar una estrategia que garantice que éste cuente con los elementos necesarios en su estructura conceptual y su conexión con el nuevo conocimiento.

Díaz Barriga (2013) resalta la importancia de proponer inicialmente una situación o un interrogante que permita a los estudiantes, al enfrentarse a él, visualizar una razón por la cual hay un sentido para aprender los que se está haciendo. “La secuencia demanda que el estudiante realice cosas, no ejercicios rutinarios o monótonos, sino acciones que vinculen sus

conocimientos y experiencias previas” (p. 20). Además, menciona las actividades de apertura, desarrollo y cierre en un orden de complejidad creciente, y un proceso de evaluación en cada etapa; no solo una evaluación que asigne una calificación y también una formativa.

Para llevar a cabo los momentos mencionados se utilizan estrategias didácticas que posibiliten el aprendizaje en los estudiantes. El aprendizaje colaborativo busca que los integrantes del grupo aporten al desarrollo de la actividad de manera conjunta, a diferencia del trabajo cooperativo que divide el trabajo asignado entre los integrantes y luego lo ensamblan. En esta secuencia didáctica la inclinación por el aprendizaje colaborativo radica en que éste “No se trata, pues, de la aplicación circunstancial de técnicas grupales, sino de promover el intercambio y la participación de todos en la construcción de una cognición compartida” (Roselli, 2016, p 224).

Al trabajar de esta manera los estudiantes construyen su conocimiento mediante la interacción social, permitiendo que el conocimiento llegue a la memoria a largo plazo. Esto se puede afirmar con base a la teoría del constructivismo, lo que conlleva al aprendizaje activo como estrategia didáctica empleada ya que posibilita la construcción del conocimiento por parte de los estudiantes y no la mera transmisión de éste por parte del docente. Aquí los estudiantes tienen un papel activo que promueve la autonomía y el docente cumple un rol de facilitador (Cambridge International Education, 2019).

Otra ventaja de la planeación es que se pueden aprovechar las estrategias pedagógicas con el fin de romper los esquemas, motivar a los estudiantes y favorecer el aprendizaje; “En el proceso de enseñanza-aprendizaje se hace necesario no sólo lograr la motivación en el estudiante, sino también, construir conceptos que puedan ser utilizados para generar una posible solución a una situación problemática (Gamboa et al., 2013, p. 103).

Los elementos mencionados permiten construir la secuencia didáctica de forma asertiva, al utilizar una estructura que también involucra la caracterización de la población en el proceso de diagnóstico. Éste fue el insumo para diseñar las actividades del momento inicial o de apertura de la primera sesión, que en su solución son la base para la implementación del momento de desarrollo, identificando características sociales, cognitivas, de aprendizaje, y motrices en los estudiantes del grupo.

Gracias al reconocimiento del contexto y los elementos identificados en él, logrado por medio del proceso de diagnóstico, se diseñan las actividades que promueven la participación de los estudiantes con el fin de dejar de lado el ser un agente pasivo y participar en la construcción del conocimiento, teniendo como consecuencia el alcanzar los aprendizajes esperados y desarrollar las competencias propuestas, potencializando la inteligencia lógica matemática; “las fibras nerviosas capaces de activar el cerebro necesitan ser construidas, y lo son por los retos y estímulos a que está sometido el ser humano” (Gamboa et al., 2013, p 108).

Díaz Barriga (2013) sugiere vincular y aprovechar las ventajas que brindan los recursos tecnológicos y aplicaciones que no existían hace un par de décadas. Por esto afirmo que la educación no puede continuar como hace tantos años, aún con los cambios sociales, culturales y tecnológicos ocurridos en ese período. Sin embargo, sigue reinando el modelo tradicional en muchas aulas, donde en la planeación y el papel quedan las competencias y en la práctica y la evaluación quedan procedimientos y conceptos; razones de peso para continuar con la planeación de secuencias didácticas en mi ejercicio docente.

El ideal es salir del modelo tradicional, salir de la zona de confort y apostarle a romper el paradigma conductual que se basa en el estímulo - respuesta, que sigue, como ya se mencionó, vigente y aferrado a las aulas. Es urgente salir de él, ya que las necesidades de los estudiantes

difieren actualmente de las de años atrás y es pertinente que su rol sea de constructor y experimentador, actos que se potencian con las habilidades propuestas en las que la manipulación de material concreto, el uso de la tecnología y la formulación de preguntas orientadoras se abordan los diferentes ritmos de aprendizaje.

Al ser el estudiante el centro del proceso de enseñanza y aprendizaje y no el concepto mismo y su transmisión mediante un informador, las actividades diseñadas buscan que, mediante la participación, la creatividad, la relación entre los participantes por medio del aprendizaje colaborativo, entre otros aspectos, “el sujeto y el objeto de estudio van a interactuar de forma tal, que se influyen mutuamente; la persona que estudia y el conocimiento son inseparables” (Valenciano, 2022, p. 156), los estudiantes construyan el conocimiento más allá de las diferencias en las necesidades de aprendizaje.

El ser maestro permite realizar un constante proceso de autoevaluación dentro del ejercicio docente y en este caso, a partir del proceso de planeación de la secuencia didáctica, permite evidenciar la necesidad de contar con una serie de características sin las cuales corremos el riesgo de ser transmisores y no mediadores. Dentro de las que menciono solo algunas: la creatividad; el amor hacia la enseñanza; la vocación dentro y fuera del aula; la disposición para el cambio ante las circunstancias, contextos y variedad de individuos en pensar y sentir, la preparación en la disciplina propia, en aspectos teóricos y legales articulados con la experiencia adquirida; el desarrollo de competencias y de habilidades blandas.

## Implementación

La secuencia didáctica se implementó en la Institución Educativa La Libertad del municipio Valle del Guamuez del departamento de Putumayo, con el grado octavo. La primera sesión se implementó con el acompañamiento del docente que les imparte la asignatura de matemáticas al grupo 8-2 que cuenta con 30 estudiantes, de los cuales 18 son niñas y 12 niños. Se organizaron los estudiantes en grupos de trabajo de dos integrantes y se hizo entrega de la guía de actividades correspondiente, dando las indicaciones para las actividades del momento de inicio.

Se realizó el proceso de socialización del momento de inicio y se unificaron los elementos necesarios para construir la definición de triángulo y determinar la característica necesaria para que un triángulo se clasifique como triángulo rectángulo. En el momento de desarrollo se empleó más tiempo del planeado para que los estudiantes desarrollaran la actividad, pues se evidenció presión en los estudiantes al darles un tiempo límite que no les permitiera desenvolverse de manera natural; se debe considerar para futuras actividades la flexibilidad en el tiempo de ejecución sin llegar al extremo de dar un tiempo ilimitado.

Para verificar los resultados expresados por los estudiantes en el momento inicial fue importante el uso de geometría dinámica, en este caso del entorno de GeoGebra, ya que permitió visualizar y comprender de mejor manera el comportamiento de elementos geométricos y llegar a observar generalidades y conjeturar. Así mismo, el uso de una guía de trabajo permitió a los estudiantes organizar el tiempo para su desarrollo, su rol como individuo dentro de la pareja de trabajo resaltando la importancia del trabajo colaborativo desde la discusión, los acuerdos y las conclusiones mutuas; así como la importancia de la notación en matemáticas para evitar ambigüedades.

La socialización como parte de la estrategia de evaluación permitió a los estudiantes participar con sus aportes para construir las conclusiones, sin dejar de lado la evidencia escrita de una evaluación ya que los resultados a los que llegaron los estudiantes en la guía de actividades son parte de la estrategia de evaluación. Además, se potenció la competencia comunicativa al buscar que las ideas se dieran con claridad, cohesión y de manera concisa en lo posible para evitar ambigüedades y contradicciones.; al presentarse el caso de refutar alguna idea, se hizo con argumentos válidos a partir de los conceptos y la teoría y no solamente desde las opiniones.

En la implementación se reconoce la importancia de los aprendizajes esperados, las acciones que se tomaron desde el rol de maestro realizando las preguntas orientadoras pertinentes que encaminaron a los estudiantes, promoviendo el logro de los aprendizajes que se han propuesto, dejando de lado el rol de maestro tradicionalista y procurando el de facilitador del proceso de enseñanza y aprendizaje. Aquí también jugó un papel importante el uso de recursos didácticos, ya que fueron un medio para la construcción del aprendizaje pues al involucrar la manipulación se dotó al concepto de mayor significado.

En el desarrollo de la primera actividad no se partió con dar definiciones, sino que, a partir de construcciones geométricas, observación y razonamiento, se lograron determinar conclusiones y utilizarlas para dar solución a situaciones planteadas. En las estrategias de evaluación, se logró potenciar la competencia de comunicar, representar y modelar, así como la de razonar y argumentar, quedando registrado en las respuestas dadas por escrito y en la socialización de los resultados.

Una dificultad que se evidenció en el desarrollo de la actividad fue que a muchos estudiantes no les es fácil visualizar un triángulo rectángulo en una posición no habitual a la que están acostumbrados a verla. Es decir, tener la hipotenusa como base. Esto dificultó el cálculo

del área de dicho triángulo; pero en el proceso de socialización se aclaró que un triángulo rectángulo también puede tener esa posición en el plano y sus catetos se pueden tomar como base y altura para determinar su área.

Para continuar la implementación e investigación, en la segunda actividad se organizaron los estudiantes en las mismas parejas de la sesión anterior, aunque por la ausencia de 2 estudiantes y la asistencia de otra ausente, 3 estudiantes trabajan individualmente. La actividad propuesta en el momento de inicio permitió corroborar y aclarar procesos algorítmicos relacionados con conceptos previos al teorema de Pitágoras, como el cálculo de áreas, y la determinación de la medida del lado de un cuadrado a partir del área dada.

Otro aspecto a tener en cuenta para suplir las necesidades educativas de los estudiantes correspondió a las estrategias de evaluación, de tal manera que no solamente por escrito se verificó el aprendizaje, sino que también en la presentación de resultados de manera oral por parte de los estudiantes ante el grupo. Se plantearon preguntas por parte del docente al pasar por cada grupo de trabajo, que llevaron a los estudiantes a argumentar el proceso que realizaron, así como al momento de manipular el material concreto, para no dar cabida a respuestas dadas al azar o aleatorias.

En la implementación se evidenció la necesidad de romper con los esquemas de las clases tradicionales, llegando al desorden intencionado y enfocado que permitió a los estudiantes el trabajo cooperativo, la discusión en los grupos de trabajo, la manipulación en este caso de material concreto y se logró avanzar en el proceso de generalización. Se resalta que en la implementación se realizaron algunos cambios en la marcha, como agregar preguntas extra que surgieron de las necesidades y aclaraciones conceptuales.

Desde la experiencia como docente se puede afirmar que la improvisación no suele tener un norte más allá de lo procedimental; en cambio, si se realiza un proceso de planeación a conciencia, considerando una estructura que involucra como norte las competencias y objetivos, para luego tomar los conceptos como pretexto para llegar a desarrollar las competencias y el material didáctico como herramienta para abordar a los estudiantes, de modo que, al momento de ellos manipularlos doten de significado los conceptos, se evidencie que estos son aprendidos y logren aplicarlos en contextos específicos, y así mismo las competencias sean desarrolladas.

Aunque al momento de la implementación algunos aspectos se modificaron según las circunstancias, a partir de lo planeado, las estrategias de evaluación utilizadas en esta sesión coincidieron con lo propuesto en la planeación, ya que se buscó el desarrollo de competencias y el cumplimiento de los aprendizajes propuestos. Por ejemplo, para la competencia comunicar, representar y modelar, en la estrategia de evaluación se buscó que los estudiantes expresaran de manera oral los resultados con el fin de evidenciar el manejo de conceptos específicos de matemáticas, el uso apropiado del lenguaje matemático y el proceso de generalización.

Los recursos didácticos que desde la planeación se propusieron, fueron utilizados según las indicaciones dadas por el docente, de tal manera que mediante su manipulación los estudiantes lograron determinar igualdad de áreas entre figuras geométricas, deducir la medida de áreas a partir de la medida del lado de un cuadrado, o la medida del lado a partir del área dada. Esto no se habría logrado seguramente sin la manipulación de los recursos didácticos en el mismo porcentaje que se logró, pues sin el uso de material concreto los conceptos en ocasiones se memorizan, pero pocas veces se aprenden, mientras que el hacer posibilita el aprendizaje.

Al implementar la secuencia didáctica, se evidenció en los estudiantes que el uso de material didáctico despertó su interés, fomentó el trabajo en equipo y permitió que relacionaran

de una mejor manera los conceptos con su significado. Así, el aprendizaje fue más evidente. El uso de material didáctico les permitió formar cuadrados con fichas dadas y deducir que las áreas son iguales; además, al sumar áreas e igualar la suma obtenida con una tercera, determinaron conclusiones que se relacionaron directamente con los aprendizajes esperados. Esto no se considera posible sin el uso de material didáctico.

El rol del maestro facilitador del proceso de enseñanza y aprendizaje, así como las actitudes tomadas, permitieron que los estudiantes percibieran la clase de manera diferente, los motivaron a participar de manera activa; a diferencia de cuando se recibe una clase de manera magistral, en la que muchas veces no hay planeación, no hay uso de material didáctico y se puede afirmar que reina lo tradicional.

El pasar por los diferentes grupos de trabajo fue percibido por los estudiantes como algo motivante ya que hay alguien que les presta atención y muestra interés en su aprendizaje y en despejar sus dudas, teniendo en cuenta además que la parte emocional juega un papel crucial en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Todos estos aspectos y acciones redundan en los resultados y en los aprendizajes esperados.

Para concluir, el aprendizaje por competencias tiene un alto nivel de exigencia para los docentes, pero los resultados obtenidos por parte de los estudiantes son considerables, comparados con los resultados del aprendizaje dado por contenidos temáticos. Además, es importante una planeación que contemple las competencias como norte, que use material manipulativo en sus actividades para construir las redes conceptuales y un proceso de autoevaluación del docente hacia la implementación realizada, para modificar lo necesario para una futura implementación.

### **Reflexión y Análisis de la Práctica Pedagógica**

Al traer a la memoria un maestro de la época de primaria o secundaria que produjo un impacto positivo, se recuerda aquel maestro que, además de posibilitar que los estudiantes aprendieran lo que él estaba enseñando, permitió ver que no era tan difícil, que se identificaba con el sentir de sus estudiantes e incluso transmitía agrado hacia aquello que enseñaba. Ser maestro no solamente se limita a dirigirse a un grupo de aprendices o estudiantes para impartir una disciplina o “transmitir” conocimiento. Es más, el conocimiento mismo se debe construir para ser aprendido.

Por otro lado, el proceso de enseñanza implica que el maestro esté en constante aprendizaje, así como en un proceso de reflexión, autocrítica, evaluación e investigación continuos, por mencionar algunos. La implementación de la secuencia didáctica permite afirmar, coincidiendo con Rico & Ponce (2021), que no solo se trata de transmitir conocimiento o como docente manejarlo; se deben tener habilidades y competencias que potencien en los estudiantes la creatividad, el interés y el aprendizaje activo. El rol de docente debe ser de facilitador.

Revisando la implementación de las actividades de la secuencia didáctica desde el rol docente, para identificar fortalezas y aspectos a mejorar para una futura implementación, cabe destacar que participar en el trabajo colaborativo como estrategia da espacio a la discusión de los estudiantes; el uso de material concreto tiene la función de ser el medio para que los estudiantes logren llegar a la representación simbólica y a la generalización; el planteamiento de actividades del momento inicial permitieron una conexión entre los saberes previos y los nuevos conceptos, así como el desequilibrio cognitivo, especialmente en la actividad de la segunda sesión.

Aunque el material utilizado posibilita el proceso de generalización a partir de su manipulación y las preguntas orientadoras, es posible mejorar esta parte de la actividad

proponiendo algunas actividades intermedias que permitan a los estudiantes familiarizarse más con el mismo, así como relacionar otros conceptos geométricos como perpendicularidad, relación entre el área de un cuadrilátero y un triángulo, aunque es posible aprovechar para otras secuencias didácticas este material para tal fin y con un poco más de tiempo.

Este análisis, además de permitir identificar aspectos a resaltar o a fortalecer de la secuencia didáctica, permite también algo muy importante y es reconocer la relevancia que tiene tanto para la profesión docente como para el proceso de enseñanza y lo que este implica, el hecho de que un maestro debe tener siempre un espíritu investigativo. No es posible ser maestro sin ser investigador, no basta solamente con saber acerca de la disciplina, en este caso matemáticas, “sino también en un investigador íntegro, capaz de reconocer que no basta con abordar la ciencia y los saberes como un recurso para ser transmitidos” (Hernández & Moreno, 2021, p. 9).

El uso de la tecnología de manera intencionada repercute de manera positiva en la implementación de la secuencia didáctica, ya que permitió la verificación de propiedades de los triángulos rectángulos como la suma de los ángulos internos que equivale a 180 y la verificación misma del teorema de Pitágoras, a partir de la suma de las áreas usando la aplicación de GeoGebra. Para mejorar este aspecto y aprovechar las bondades de la tecnología en el aula de clase, hay que tener mayor espacio para que los estudiantes manipulen la aplicación, exploren y determinen conclusiones a partir de ella. Una desventaja en este sentido está relacionada con aspectos logísticos y de acceso.

Un objetivo implícito en la implementación de la secuencia didáctica fue tener como base elementos del aprendizaje significativo, que permitiera evidenciar las capacidades de los estudiantes a partir de las actividades del momento inicial, para implementar estrategias para

vincular los conceptos previos con la construcción de los nuevos, motivarlos a participar en el proceso y a que socialicen los resultados obtenidos en el desarrollo, “En este proceso los nuevos contenidos adquieren significado para el sujeto produciéndose una transformación de su estructura cognitiva” (Guamán & Venet, 2019, p 219).

Así como la planeación requiere de una inversión de tiempo, conocimiento e indagación, la intervención en el aula requiere de una participación pertinente del maestro que permita a los estudiantes avanzar en el proceso, de tal manera que no se vea forzado, sino que el conocimiento se vaya construyendo a partir de las actividades propuestas y las preguntas orientadoras apropiadas de la manera más natural posible. Esto fue posible gracias a la relación bidireccional que se logró entre maestro y estudiantes, resaltando lo mencionado por (Rico & Ponce, 2022, p. 15) “de relación horizontal construida con base en el contexto, contra la visión tradicional y autoritaria del docente”.

Es necesario resaltar y afirmar que toda actividad a implementar debe tener un proceso de planeación que cumpla con una serie de etapas según sea el caso. No es recomendable ni mucho menos justo con el proceso de enseñanza y aprendizaje, ni con el derecho mismo a la educación de calidad de los estudiantes que se sigan realizando actividades sin planeación alguna, simplemente siguiendo un currículo, improvisando y proponiendo actividades que solo llevan a la memorización, ejecución de procedimientos y no dan espacio al pensamiento crítico ni a la construcción del conocimiento. Se debe ser coherente con el ser maestro y el ejercicio de la profesión.

Para finalizar, en el aula de clases un maestro se encuentra con variedad de estudiantes en aspectos culturales, sociales y cognitivos; razón por la cual es necesario llevar a cabo un proceso a conciencia de planeación desde aspectos de diagnóstico hasta la propuesta de una secuencia

didáctica, todo muy minucioso y bien realizado. Lo que no es justo es que sean los estudiantes que se encuentren con variedad de maestros. Unos con vocación y otros por intereses personales y económicos, que continúan llevando a cabo procesos que no permiten la construcción del conocimiento.

## Conclusiones

En la práctica pedagógica diaria el tiempo invertido para la planeación de las actividades se ve retribuido en la implementación ya que no hay espacio para la improvisación, la cual reduce el tiempo de la sesión de clase en actividades no intencionadas y no permite optimizar las decisiones que lleven al cumplimiento de los objetivos propuestos. La planeación de esta propuesta pedagógica fue esencial para determinar las actividades pertinentes, partiendo de una estructura establecida y una organización jerárquica que aumenta de manera significativa la eficacia del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Una de las etapas de dicha planeación y que se debe considerar como punto de partida para el diseño de la propuesta pedagógica es el proceso de diagnóstico pues este garantiza que todos los participantes cuenten con los preconceptos necesarios para la conexión con los nuevos conceptos. De la misma manera el uso del material concreto posibilitó la adquisición del aprendizaje mediante la manipulación por parte de los estudiantes, facilitando la observación de regularidades matemática y la posibilidad de conjeturar; resaltando también la importancia del uso de preguntas orientadoras.

Para lograr el objetivo de la propuesta se consideró el uso del teorema de Pitágoras como medio, partiendo de la construcción del mismo a través de la manipulación del material concreto para que los estudiantes concluyeran este hecho matemático verificando su veracidad. Esto permitió que la comprensión de este concepto y su uso se diera de forma significativa, a diferencia de lo ocurrido cuando se enseña el teorema de Pitágoras como una fórmula sin reconocer su origen, lo cual no la dota de significado. Esto permite concluir que es significativo manipular, observar, conjeturar y comprobar, y no escribir una fórmula y usarla sin un sentido. En este orden de ideas, el comprender el teorema de Pitágoras, permitió a los estudiantes del

curso 8-2 de la institución educativa La libertad, lograr comprender el concepto de números irracionales cuya característica no permite que sea posible escribirlos como una razón.

El proceso de socialización de los resultados como método de evaluación permitió que se potenciara en los estudiantes la competencia matemática de comunicación, representación y modelación, ya que al momento de expresar sus conclusiones e ideas utilizan los resultados escritos y gráficos y procuran utilizar lenguaje matemático acorde a la situación de forma verbal, como lo respaldan las evidencias. El uso de la tecnología, en este caso del entorno de GeoGebra, permite respaldar la verificación de las conclusiones y los resultados que los grupos de trabajo obtenían.

A partir del diseño y la implementación de la secuencia didáctica en el espacio del diplomado, puedo afirmar que es necesario y pertinente hacer este ejercicio en todas las prácticas pedagógicas desde el campo de la docencia. Esto, porque al hacerlo se optimiza el tiempo que en clase en ocasiones es reducido, las actividades que se propongan tienen un norte y una intención específica que permite el aprendizaje significativo, el proceso de evaluación se realiza de forma continua, permanente e integral, es utilizada en términos de procesos de pensamiento y no solo en términos de contenidos; permitiendo el cumplimiento de objetivos propuestos y generando aprendizaje significativo.

### Referencias Bibliográficas

- Ávila A., (2001). *El maestro y el contrato en la teoría Brousseauiana*. Revista Educación matemática, 13(3), 5 – 21. <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol13/02Avila.pdf>
- Batanero. G. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Recuperado de: [http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1\\_Fundamentos.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf)
- Cambridge Assessment International Education, (2019). *Evaluación para el aprendizaje*. UCLES. Recuperado de <https://www.cambridgeinternational.org/Images/579619-assessment-for-learning-spanish-.pdf>
- De Guzmán, M. (1992). *Tendencias innovadoras en educación matemática*. Olimpiada Matemática Argentina. Recuperado de <https://www.acasinhadamatematica.pt/cm/af29/trabalhos/s7/Textos/TIEMat.pdf>
- Díaz Barriga, Á. (2013). *Secuencias de aprendizaje. ¿Un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas?* Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado, 17(3), 11-33. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/567/56729527002.pdf>
- Fuentes, E. y Saiz-Sáenz, M. (2016). *Investigación en el aula: el aprendizaje de los números irracionales*. quaest.disput, 9 (19), 46-63. Recuperado de <http://revistas.ustatunja.edu.co/index.php/qdisputatae/article/view/1109/1074>
- Gamboa, M. C., García, Y., & Beltrán, M. (2013). *Estrategias pedagógicas y didácticas para el desarrollo de las inteligencias múltiples y el aprendizaje autónomo*. Revista de

Investigaciones UNAD, 12(1), 101-128. Sitio web:

<https://doi.org/10.22490/25391887.1162>

Guerrero, O. (2011). *La didáctica de la matemática como referente en la formación (inicial y permanente) del profesor de matemática*, 1-35. Recuperado de:

[https://www.researchgate.net/publication/312155080\\_LA\\_DIDACTICA\\_DE\\_LA\\_MATEMATICA\\_COMO\\_REFERENTE](https://www.researchgate.net/publication/312155080_LA_DIDACTICA_DE_LA_MATEMATICA_COMO_REFERENTE)

[EN LA FORMACION INICIAL Y PERMANENTE DEL PROFESOR DE MATEMATICA](#)

Guamán, V. & Venet, R. (2019). *El aprendizaje significativo desde el contexto de la planificación didáctica*. Revista Conrado, 15(69), 218-223. Sitio web:

<http://scielo.sld.cu/pdf/rc/v15n69/1990-8644-rc-15-69-218.pdf>

Hernández, R., & Moreno, S. M. (2021). *Formación de maestros investigadores: un reto para la universidad de hoy*. Revista Habitus: Semilleros de investigación, 1(1), e12671. Sitio web:

[https://revistas.uptc.edu.co/index.php/semilleros\\_investigacion/article/view/12671/10768](https://revistas.uptc.edu.co/index.php/semilleros_investigacion/article/view/12671/10768)

Martínez, A., Cegarra, J. & Rubio, J. (2012). *Aprendizaje basado en competencias: una propuesta para la autoevaluación del docente*. Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado, 16(2), 325-338. Sitio web:

<https://www.redalyc.org/pdf/567/56724395018.pdf>

Medina, E. y Tobón, S. (2010). *Formación integral y competencias. Pensamiento complejo, currículo, didáctica y evaluación*. 3a ed., Centro de Investigación en Formación y Evaluación CIFE, Bogotá, Colombia, Ecoe Ediciones, 2010. Revista Interamericana de Educación de Adultos, 32(2),90-95.

<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=457545095007>

- Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos de Competencias Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanía*. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional de Colombia. [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)
- Naranjo, L., (2016). *Una propuesta para la enseñanza de los números irracionales tomando como referencia su desarrollo histórico y epistemológico haciendo uso de las TIC*. [Trabajo de grado para optar por el título de licenciado en matemáticas y física, Universidad del Valle]. Recuperado de <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/12970/3487-0525559.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Pérez Abril, M. (2003). *La investigación sobre la propia práctica como escenario de cambio escolar*. *Pedagogía y Saberes*, 18, 70–74. <https://doi-org.bibliotecavirtual.unad.edu.co/10.17227/01212494.18pys70.74>
- Rico, M. & Ponce, A. (2022). *El docente del siglo XXI: perspectivas según el rol formativo y profesional*. *Revista mexicana de investigación educativa*, 27(92), 77-101. Sitio web: [https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1405-66662022000100077](https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-66662022000100077)
- Rodríguez, M. (2011). *La teoría del aprendizaje significativo: una revisión aplicable a la escuela actual*. IN. *Revista Electrónica d'Investigació i Innovació Educativa i Socioeducativa*, V. 3, n. 1, PAGES 29-50. Recuperado de [https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/97912/rodriguez.pdf%20?sequence=1#:~:text=Ausubel%20\(1976%2C%202002\)%2C,y%20sustantiva%20o%20no%20literal](https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/97912/rodriguez.pdf%20?sequence=1#:~:text=Ausubel%20(1976%2C%202002)%2C,y%20sustantiva%20o%20no%20literal)

Roselli, N. (2016). *El aprendizaje colaborativo: Bases teóricas y estrategias aplicables en la enseñanza universitaria*. *Propósitos y Representaciones*, 4(1), 219-280. Sitio web:

<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5475188>

Universidad Nacional Abierta y a Distancia, UNAD. (2017). *Componente práctico*. Sitio web:

<https://academia.unad.edu.co/componente-practico>

Valenciano Canet, G. (2022). *Alcances del constructivismo como paradigma en la investigación*.

*Wimblu*, 17(2), 151–168. Sitio web:

<https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/wimblu/article/view/53581/54148>

## Apéndices

### Apéndice A

*Carpeta de la Práctica Pedagógica*

Evidencias\_implementación\_secuencia\_did\_Juan\_P\_Paredes