

**Análisis de contenido de los libros de texto universitarios sobre el concepto de derivada:  
una perspectiva desde la ciencia de datos**

Luis Eduardo Reyes Pérez

Asesor

Rafael Roberto Ruiz Escorcía

Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD  
Escuela de Ciencias Básicas Tecnología e Ingenierías ECBTI  
Especialización en Ciencia de Datos y Analítica  
2025

## Resumen

La enseñanza de las matemáticas en el nivel universitario enfrenta múltiples desafíos, destacando la falta de efectividad en el discurso matemático escolar de los docentes. Esta problemática afecta la comprensión y aplicación de conceptos fundamentales debido principalmente a la ausencia de claridad, estructura y vinculación con contextos prácticos. Frecuentemente, las metodologías tradicionales centradas en la transmisión unidireccional restringen el aprendizaje significativo y limitan el desarrollo de habilidades críticas en los estudiantes. Ante este panorama, la ciencia de datos surge como una alternativa innovadora que permite analizar libros de texto y materiales educativos mediante un enfoque basado en evidencia. A través del análisis avanzado de datos textuales y patrones discursivos, es posible identificar debilidades en la presentación de los contenidos matemáticos, facilitando la formulación de recomendaciones concretas para mejorar la comunicación en el aula. Este enfoque genera un discurso matemático más claro, coherente y efectivo, favoreciendo una comprensión profunda y aprendizaje significativo. Uno de los temas más complejos en matemáticas universitarias es la derivada. Su enseñanza requiere comprender profundamente los factores epistemológicos, semióticos y socioepistemológicos implicados en el aprendizaje.

La dificultad radica no solo en la abstracción del concepto, sino en la manera en que se presenta a los estudiantes. Un discurso matemático efectivo debe integrar rigor teórico con ejemplos concretos y aplicaciones contextualizadas, permitiendo visualizar su utilidad en diversas disciplinas. Este estudio aporta una perspectiva innovadora y práctica para enfrentar desafíos actuales en educación superior. Al usar herramientas de análisis de datos para evaluar y optimizar el discurso matemático escolar, se desarrollan estrategias didácticas más dinámicas y

pertinentes. Así, la enseñanza no solo transmite conocimientos, sino que inspira a los estudiantes a desarrollar competencias analíticas y críticas.

***Palabras clave:*** Análisis de contenido, Derivada, Libros de texto Universitarios, Procesamiento de datos textuales, Ciencia de datos, Patrones narrativos.

## Abstract

The teaching of mathematics at the university level faces multiple challenges, notably the lack of effectiveness in teachers' mathematical discourse. This issue affects the understanding and application of fundamental concepts primarily due to the absence of clarity, structure, and connection to practical contexts. Traditional methodologies, frequently centered on unidirectional transmission, restrict meaningful learning and limit the development of critical skills among students. Given this scenario, data science emerges as an innovative alternative that allows analyzing textbooks and educational materials through an evidence-based approach. By performing advanced analysis of textual data and discursive patterns, it becomes possible to identify weaknesses in the presentation of mathematical content, thus facilitating concrete recommendations to enhance classroom communication.

This approach generates a clearer, more coherent, and effective mathematical discourse, fostering deep understanding and meaningful learning. One of the most complex topics in university mathematics is the derivative. Teaching it requires a thorough comprehension of the epistemological, semiotic, and socio-epistemological factors involved in learning. The difficulty lies not only in the abstraction of the concept but also in the manner it is presented to students. An effective mathematical discourse must integrate theoretical rigor with concrete examples and contextualized applications, allowing students to visualize its utility across various disciplines. This study provides an innovative and practical perspective to address current challenges in higher education. By using data analysis tools to evaluate and optimize teachers' mathematical discourse, it is possible to develop more dynamic and relevant teaching strategies. Thus, instruction not only conveys knowledge but also inspires students to develop analytical and critical competencies.

**Keywords:** Content analysis, Derivative, University Textbooks, Textual data processing, Data science, Narrative patterns.

## Tabla de Contenido

Introducción .....	12
Planteamiento del Problema .....	14
Sistematización del Problema .....	16
Justificación .....	18
Objetivos .....	20
Objetivo General .....	20
Objetivos Específicos .....	20
Marco de Referencia .....	21
Estado del Arte .....	21
Introducción .....	21
El Método .....	21
Búsqueda y Selección Preliminar de Documentos .....	22
Selección Definitiva de Documentos .....	23
Presentación del Estado de la Investigación .....	23
Discusión .....	31
Conclusiones .....	33
Marco Contextual .....	34
Marco Teórico .....	35
Sobre la Derivada .....	35
El discurso Matemático Escolar .....	35
Marco Conceptual .....	37
Marco Normativo .....	39

Metodología .....	41
Tipo de Estudio .....	41
Recolección de Datos .....	41
Recolección y Curación del Corpus .....	43
Preprocesamiento y Limpieza de Datos .....	44
Análisis Exploratorio y Extracción de Características .....	45
Modelado de Temas y Embeddings .....	45
Interpretación de Hallazgos y Validación .....	45
Resultados y Discusión .....	47
Primer Resultado .....	47
Segundo Resultado .....	50
Temas Propuestos Para el Libro de Stewart .....	53
Tema 0 Graficación y Evaluación de Funciones .....	53
Tema 1 Fundamentos y Conceptos Clave del Cálculo Diferencial .....	53
Tema 2 Usos del Cálculo (Velocidad y Cambios en Razón) .....	54
Tema 3 Reglas de Derivación (Producto, Cadena y Cociente) .....	54
Tema 4 Modelado Matemático y Solución de Problemas .....	55
Reflexión .....	82
James Stewart .....	82
Courant y Robbins .....	84
Tom Apóstol .....	86
Larson y Edwards .....	88
Conclusiones .....	96

Recomendaciones .....	99
Referencias.....	101

## Lista de Tablas

<b>Tabla 1</b> <i>Matriz de Sistematización</i> .....	16
<b>Tabla 2</b> <i>Análisis de Contenido Según Bardin</i> .....	38
<b>Tabla 3</b> <i>Recolección de Datos</i> .....	41
<b>Tabla 4</b> <i>Criterios Para el Uso de Libros de Texto</i> .....	47

## Lista de Figuras

<b>Figura 1</b> <i>Método de Revisión y Sistematización de Fuentes</i> .....	22
<b>Figura 2</b> <i>Nube de Palabras Resultados y Hallazgos</i> .....	24
<b>Figura 3</b> <i>Nube de Palabras Clave</i> .....	25
<b>Figura 4</b> <i>Número de publicaciones por año</i> .....	26
<b>Figura 5</b> <i>Porcentaje de Artículos con Información en Cada Categoría</i> .....	27
<b>Figura 6</b> <i>Presencia (1) y Vacío (0) por Artículo y Categoría</i> .....	28
<b>Figura 7</b> <i>Distribución Agrupada de Tipos de Estudio</i> .....	29
<b>Figura 8</b> <i>Tipos de Estudio</i> .....	30
<b>Figura 9</b> <i>Distribución Global de Temas Stewart</i> .....	57
<b>Figura 10</b> <i>Distribución de Probabilidad de Temas (KDE) Stewart</i> .....	59
<b>Figura 11</b> <i>Distribución de Temas por Documento Stewart</i> .....	61
<b>Figura 12</b> <i>Word Cloud Tema 0 Libro de Stewart</i> .....	62
<b>Figura 13</b> <i>Distribución de Temas Courant y Robbins</i> .....	63
<b>Figura 14</b> <i>Distribución Global de Temas Courant y Robbins</i> .....	64
<b>Figura 15</b> <i>Mapa de Calor Courant y Robbins</i> .....	66
<b>Figura 16</b> <i>Word Cloud Libro de Courant y Robbins</i> .....	67
<b>Figura 17</b> <i>Distribución Global de Temas Apóstol</i> .....	68
<b>Figura 18</b> <i>Distribución de Probabilidad de Temas Apóstol</i> .....	70
<b>Figura 19</b> <i>Mapa de Calor Apóstol</i> .....	71
<b>Figura 20</b> <i>Word Cloud Apóstol</i> .....	72
<b>Figura 21</b> <i>Distribución Global de Temas Larson y Edwards</i> .....	75
<b>Figura 22</b> <i>Distribución de Probabilidad Para el Libro de Larson y Edwards</i> .....	77

<b>Figura 23</b> <i>Mapa de Calor Larson y Edwards</i> .....	78
<b>Figura 24</b> <i>Word Cloud Larson y Edwards</i> .....	79
<b>Figura 25</b> <i>Boxplot Larson y Edwards</i> .....	82

## Introducción

La enseñanza del cálculo, particularmente del concepto de derivada, representa uno de los desafíos más significativos en la educación matemática universitaria (Tall, 1993). Este concepto fundamental, pilar del cálculo infinitesimal, desempeña un papel crucial no solo en el desarrollo del razonamiento matemático, sino también en la formación de competencias para la resolución de problemas en diversos contextos académicos y profesionales (Pepin et al., 2013).

La derivada, como concepto matemático que describe la tasa de cambio instantánea de una función respecto a una variable, ha sido abordada desde diferentes perspectivas pedagógicas a lo largo del tiempo (Furinghetti y Karp, 2018). Sin embargo, la manera en que se presenta este concepto en los libros de texto ha evolucionado sin un análisis sistemático que permita evaluar estas transformaciones y su impacto en el aprendizaje de los estudiantes (Gueudet, 2008).

El discurso Matemático Escolar (dME), entendido como el conjunto de prácticas, normas y significados que influyen en la enseñanza de las matemáticas, juega un papel determinante en la comprensión de conceptos complejos como la derivada (Cantoral et al., 2015). Como señalan Soto y Cantoral (2014), este discurso frecuentemente se caracteriza por ser hegemónico, utilitario y desprovisto de marcos de referencia, lo que puede limitar la participación activa de los estudiantes en la construcción del conocimiento matemático.

En este contexto, los libros de texto constituyen un elemento crucial en la conformación del dME, funcionando como andamiaje institucional que moldea tanto la secuencia argumental como el léxico que posteriormente se reproduce en las aulas (Bravo y Cantoral, 2012). Sin embargo, diversos estudios han señalado que las dificultades en la comprensión de la derivada se deben, en parte, a enfoques didácticos que priorizan la formalización sobre la intuición (Orton, 1983).

La ciencia de datos emerge como una herramienta innovadora para analizar estos materiales educativos con un enfoque basado en la evidencia. Mediante técnicas como el Procesamiento de Lenguaje Natural (PLN), el modelado de temas (Topic Modeling) y análisis de patrones narrativos, es posible identificar inconsistencias en la presentación de los contenidos matemáticos y generar recomendaciones para optimizar la comunicación de conceptos en el aula (Bardin, 2011; Batista et al., 2021).

Este estudio se propone realizar un análisis de contenido de libros de texto universitarios de cálculo centrado en el concepto de derivada, utilizando técnicas de ciencia de datos para identificar tendencias, patrones y evolución en su presentación y tratamiento. Se parte de la hipótesis de que los textos privilegian reglas procedimentales sobre fundamentos conceptuales y modelado, lo que podría estar limitando una comprensión más profunda y significativa de este concepto matemático esencial.

## Planteamiento del Problema

El concepto de derivada es fundamental en el cálculo y su comprensión es esencial para los estudiantes de ciencias e ingeniería. Sin embargo, la manera en que se presenta este concepto en los libros de texto universitarios ha cambiado a lo largo del tiempo sin un análisis sistemático que permita evaluar estas transformaciones. La falta de estudios que utilicen técnicas de ciencia de datos para examinar estas tendencias dificulta la identificación de enfoques más efectivos en la enseñanza y su impacto en el discurso del profesor y el aprendizaje de los estudiantes.

Se destacan que el discurso del profesor en la enseñanza de las matemáticas carece de concreciones analíticas que permitan evaluar su impacto en la construcción del conocimiento. Si bien existen enfoques sociales en educación matemática que analizan discursos específicos, aún se requiere un marco detallado para evaluar la efectividad de dicho discurso en la comunicación de la matemática escolar. En su estudio, analizaron aspectos como la coherencia del discurso, la selección y adaptación de ejemplos, la interacción con los discursos de los estudiantes y la eficacia en la comunicación de los contenidos matemáticos (Planas et al., 2017).

Por otro lado, se señala las dificultades que enfrentan los docentes para articular teorías del aprendizaje con sus prácticas pedagógicas, ya sea por desconocimiento o falta de aceptación de estas teorías. Además, plantea que los profesores pueden resistirse a la innovación si sienten que pierden el control sobre sus métodos tradicionales (Montiel Espinosa, 2010). Un factor adicional es la ambigüedad de la profesión docente en matemáticas, pues la falta de reconocimiento de un campo de saber específico puede dificultar la adopción de nuevos enfoques y la adaptación a reformas curriculares.

Ante este panorama, la ciencia de datos ofrece una herramienta innovadora para analizar libros de texto y evaluar la evolución del discurso matemático en la enseñanza de la derivada. A

través del procesamiento de datos textuales, es posible identificar patrones narrativos, estructuras discursivas y posibles inconsistencias en la presentación de los contenidos. Esto permitiría generar recomendaciones basadas en evidencia para mejorar la claridad, coherencia y efectividad en la enseñanza del cálculo, optimizando la manera en que los docentes presentan el concepto de derivada y promoviendo un aprendizaje más significativo para los estudiantes.

El análisis del contenido en los libros de texto mediante la ciencia de datos puede contribuir significativamente a la mejora de la enseñanza de la derivada. Este enfoque facilitaría la identificación de estrategias más efectivas, ayudando a los docentes a superar barreras en la comunicación del conocimiento y fomentando un aprendizaje más estructurado y contextualizado en el aula universitaria. Según lo anterior nos preguntaremos lo siguiente:

*¿Cómo difiere el tratamiento del concepto de derivada en libros universitarios seleccionados, en términos de enfoque conceptual, estructura discursiva y recursos didácticos?*

### Sistematización del Problema

La matriz que se muestra a continuación traduce la pregunta de investigación en un conjunto de decisiones técnicas: variables, indicadores, fuentes y herramientas, que permiten medir con precisión los fenómenos que queremos estudiar. Al exponerla, buscamos que el lector aprecie la coherencia lógica entre el problema, los objetivos y el procedimiento analítico.

**Tabla 1**

*Matriz de Sistematización*

Sub-pregunta	Variables	Indicadores	Fuente datos	Técnicas / Herramientas	Producto
Identificar los temas latentes principales vinculados a la derivada	topic_0 ... topic_4 (cinco columnas de probabilidades por documento) Lista de palabras clave de cada tema (stdout del script y <i>lda_stewart.html</i> )	Conjunto de cinco temas con sus 10 palabras más representativas	stewart_topics.c sv + lda_stewart.htm 1 Cabe resaltar que Stewart_topics es un archivo general basado en el código python	SpaCy (lematizar), Gensim LDA ( $k = 5$ ), pyLDAvis	Temas y palabras clave
Medir la relevancia global de cada tema en el libro	Probabilidad de cada topic_k en todos los documentos	Suma total de probabilidad es por tema ( $\sum prob$ )	stewart_topics.c sv Stewart_topics es un archivo general basado	pandas (df_topics.sum)	Gráfico de barras “Peso global de cada tema”

Sub-pregunta	Variables	Indicadores	Fuente datos	Técnicas / Herramientas	Producto
		% de participación de cada tema en el total	en el código python		
Analizar la dinámica temática a lo largo del texto	Probabilidad de topic_k por doc_id	Tendencia (curva de suavizado) de cada tema sobre la secuencia de documentos	stewart_topics.csv Stewart_topics es un archivo general basado en el código python	pandas + matplotlib	Evolución de los temas en el capítulo de derivada
Detectar secciones con mayor densidad procedimental vs. conceptual	Tema con mayor probabilidad en cada fila	Conteo de documentos donde dominan temas operativos (p. ej. reglas) vs. conceptuales (p. ej. fundamentos)	stewart_topics.csv Stewart_topics es un archivo general basado en el código python	pandas (value_counts)	Tabla de frecuencias + comentario interpretativo

## Justificación

La presente investigación se justifica por la necesidad de comprender cómo ha evolucionado la enseñanza del concepto de derivada y su impacto en la formación de estudiantes de ciencias e ingeniería. La derivada no solo es un pilar del cálculo infinitesimal, sino que también desempeña un papel clave en el desarrollo del razonamiento matemático y la resolución de problemas en contextos académicos y profesionales (Tall, 1993).

A pesar de su importancia, la presentación del concepto de derivada en los libros de texto de cálculo no siempre ha sido consistente ni ha reflejado las innovaciones pedagógicas contemporáneas. Diversos estudios han señalado que las dificultades en su comprensión se deben, en parte, a enfoques didácticos que priorizan la formalización sobre la intuición (Orton, 1983). Además, investigaciones previas han abordado la evolución de la enseñanza de la derivada desde metodologías tradicionales, con un alcance limitado para caracterizar tendencias a gran escala (Gueudet, 2008).

En este contexto, la incorporación de técnicas de ciencia de datos y análisis de contenido representa una oportunidad innovadora para detectar patrones de cambio en el lenguaje, la estructura y el contenido de los libros de texto a lo largo del tiempo (Pepin et al., 2013). Este enfoque permitirá identificar cómo ha variado la enseñanza de la derivada en diferentes periodos y enfoques pedagógicos, proporcionando evidencia empírica que respalde mejoras en la elaboración y selección de materiales didácticos.

De esta manera, los hallazgos de este estudio contribuirán a una formación matemática más sólida y pertinente, ayudando a superar barreras en la enseñanza del cálculo y promoviendo estrategias didácticas que favorezcan una mejor comprensión del concepto de derivada. Con ello,

se busca facilitar el aprendizaje significativo y la aplicación efectiva de este concepto en diversos campos del conocimiento.

En el contexto colombiano, donde los cursos de Cálculo diferencial continúan estructurándose casi íntegramente alrededor de manuales traducidos como los de Stewart, Larson entre otros, realizar un análisis de contenido de estos libros resulta no solo viable sino estratégico. Estudios sobre discurso matemático escolar indican que el libro de texto actúa como “andamiaje institucional” que moldea tanto la secuencia argumental como el léxico que después reaparecen en las clases (Bravo y Cantoral, 2012). Por ello, aplicar técnicas de minería de texto y modelado de temas a estas obras permitirá detectar con precisión los énfasis procedimentales, las lagunas conceptuales y la proporción de ejemplos contextualizados que hoy configuran la enseñanza de la derivada.

## Objetivos

### Objetivo General

Realizar un análisis de contenido de los libros de texto de cálculo centrado en el concepto de derivada, utilizando técnicas de ciencia de datos para identificar tendencias, patrones y evolución en su presentación y tratamiento.

### Objetivos Específicos

Recopilar una muestra representativa de libros de texto universitarios de cálculo diferencial que abarquen diferentes períodos históricos y enfoques pedagógicos

Implementar un pipeline LDA para cuantificar la distribución temática del concepto de derivada en libros de texto universitarios de cálculo diferencial, generando visualizaciones comparativas que identifiquen patrones entre enfoques procedimentales y conceptuales.

Identificar los cambios en la terminología, definiciones, ejemplos y aplicaciones relacionados con el concepto de derivada a lo largo del tiempo usando algoritmos de minería de texto, como TF-IDF (Term Frequency-Inverse Document Frequency) y Word Embeddings (como Word2Vec o GloVe)

## **Marco de Referencia**

### **Estado del Arte**

#### ***Introducción***

A través del análisis sistemático de un cuerpo significativo de artículos científicos relacionados con el análisis de contenido en libros de texto, se busca mostrar cómo la producción académica se ha consolidado en los últimos años, destacando los temas más abordados, los métodos predominantes y las oportunidades para futuras investigaciones. En particular, se hace énfasis en la exhaustividad con la que los estudios presentan aspectos relevantes como objetivos, preguntas de investigación, variables, metodología y resultados, así como en la diversidad metodológica aplicada.

Este estado del arte no solo presenta una panorámica actual de los conocimientos, sino que también permite detectar vacíos teóricos y metodológicos, así como posibles líneas emergentes capaces de orientar futuras investigaciones. Al generar este tipo de revisión actualizada, se contribuye a la creación de una base sólida que respalde el desarrollo de nuevos estudios rigurosos, innovadores y con relevancia académica y social.

#### ***El Método***

Para llevar a cabo esta revisión, Figura 1, se empleó un método empírico y sistemático según Torres Corrales e Hinojos Ramos, (2023) que comprendió varias etapas: búsqueda y selección preliminar de documentos en bases de datos académicas reconocidas; aplicación de criterios de inclusión y exclusión centrados en investigaciones relevantes publicadas en el periodo 2016-2025; análisis y síntesis individual de los artículos seleccionados, extrayendo datos sobre población, objetivos, fundamentos teóricos y metodológicos, técnicas de recolección, análisis de datos y principales hallazgos. Se utilizaron herramientas cuantitativas para analizar la

distribución temporal, categórica y la presencia de información en las principales dimensiones, complementadas con técnicas de visualización como mapas de calor, gráficos radar y nubes de palabras para una comprensión integral.

### Figura 1

#### *Método de Revisión y Sistematización de Fuentes*



*Nota.* Tomado de Torres Corrales e Hinojos-Ramos, J. E. (2023). La formación matemática de ingenieros desde la Matemática Educativa. Estado del arte. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 25, e21, 1-16. <https://doi.org/10.24320/redie.2023.25.e21.4804>

### **Búsqueda y Selección Preliminar de Documentos**

La búsqueda inicial de documentos se realizó de forma manual para asegurar la inclusión de artículos relevantes relacionados con el análisis de grandes volúmenes de datos, minería de información y sus aplicaciones en contextos sociales y educativos. Se recopilaron documentos publicados entre 2016 y 2025, en idioma español e inglés, provenientes de diversas fuentes académicas y revistas especializadas. En total, se consideraron 23 artículos para el análisis. Los documentos fueron organizados y registrados en una base de datos en Excel, lo que permitió

establecer un marco inicial para el estudio del corpus y su distribución temporal, temática y metodológica

### **Selección Definitiva de Documentos**

Para la selección definitiva, se aplicaron criterios que garantizaron la pertinencia temática y la calidad de la información reportada en cada estudio. Se priorizaron artículos que contaban con información clara y completa en categorías clave, como pregunta de investigación, objetivo general, tipo de estudio, resultados y hallazgos, así como variables principales, instrumentos usados y técnicas de análisis. Esta depuración permitió identificar un conjunto representativo y diverso, con una cobertura adecuada de aspectos teóricos y metodológicos. La muestra definitiva abarcó 23 artículos, con un equilibrio entre estudios en español e inglés, y un rango temporal concentrado principalmente entre 2016 y 2025, reflejando la dinámica actual de la investigación en la materia.

### **Presentación del Estado de la Investigación**

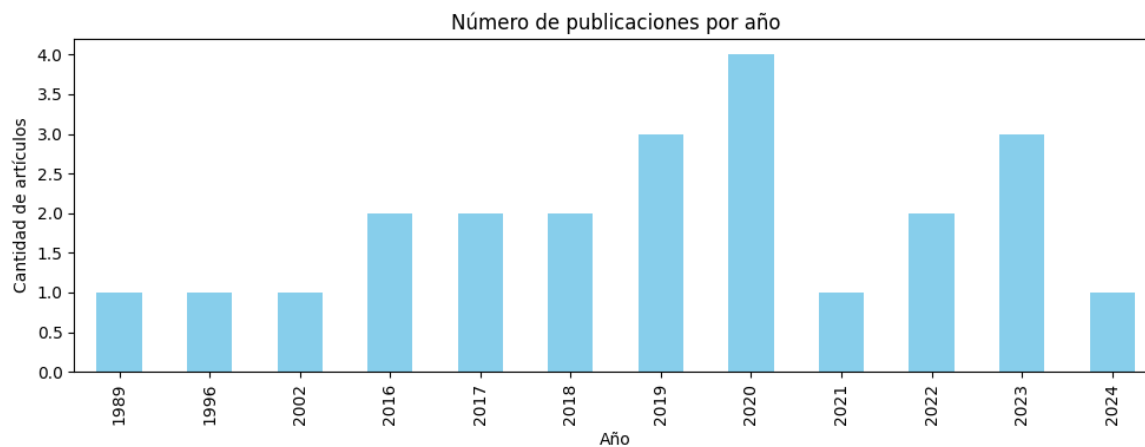
La presentación del estado de la investigación ofrece una visión integral y actualizada del desarrollo científico en el análisis de grandes volúmenes de datos y sus aplicaciones en ámbitos sociales y educativos. A partir de la selección rigurosa y el análisis sistemático de un conjunto representativo de artículos, este apartado sintetiza las principales tendencias temporales, temáticas y metodológicas identificadas en la literatura. Además, evalúa la calidad y exhaustividad con la que los estudios reportan elementos clave, tales como preguntas de investigación, objetivos, métodos, resultados y hallazgos, para ofrecer un panorama claro sobre la madurez, vacíos y oportunidades del campo investigativo. Esta síntesis permite no solo comprender el estado actual del conocimiento, sino también identificar las líneas emergentes y áreas prioritarias para futuras investigaciones





**Figura 4**

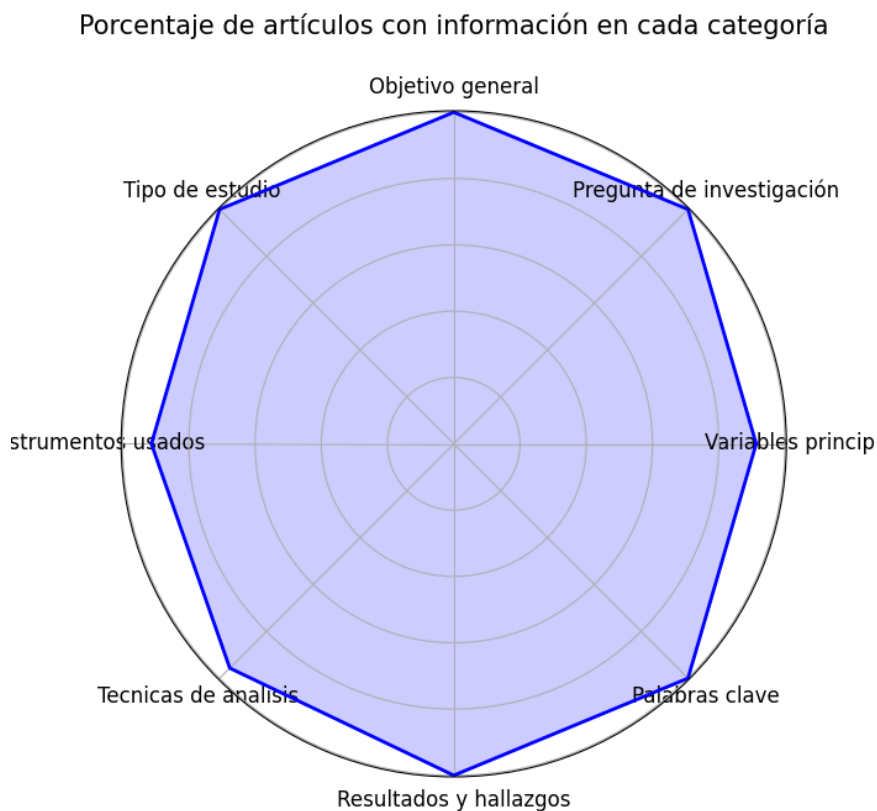
*Número de publicaciones por año*



La distribución temporal de las publicaciones, Figura 4, evidenciada en el histograma, muestra un interés creciente en la temática durante los últimos años, especialmente a partir de 2016, con picos notables en 2019 y 2020. Esta tendencia indica una expansión significativa de la producción científica, reflejando tanto la consolidación del campo como la aparición de nuevas líneas de investigación. La baja producción en años anteriores podría deberse a que el área es emergente o que ha recibido menor atención hasta fechas recientes. Este patrón temporal también puede estar asociado a avances tecnológicos o metodológicos que han impulsado nuevas aplicaciones y enfoques investigativos.

## Figura 5

### *Porcentaje de Artículos con Información en Cada Categoría*

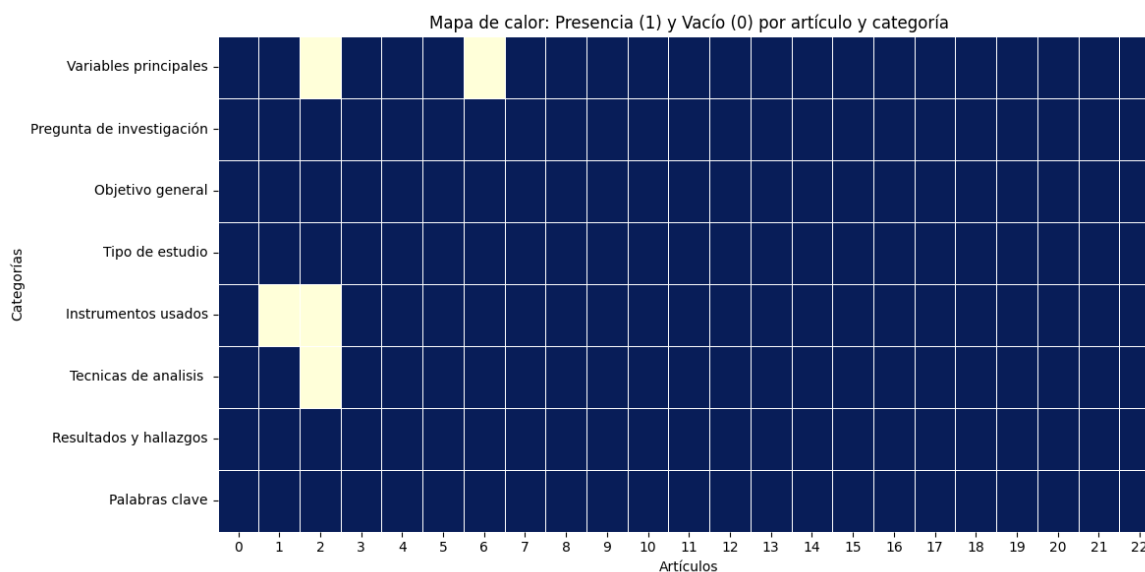


El gráfico de radar, Figura 5 que representa el porcentaje de artículos que contienen información en categorías clave revela la solidez y consistencia del corpus analizado. La mayoría de las categorías, incluyendo objetivo general, pregunta de investigación, tipo de estudio, resultados y hallazgos, así como palabras clave, están presentes en prácticamente la totalidad de los artículos, evidenciando una uniformidad en la estructuración de las investigaciones revisadas. No obstante, categorías como variables principales e instrumentos usados, aunque con una alta cobertura superior al 85%, presentan ligeros vacíos que pueden señalar una falta de profundidad metodológica o un menor énfasis en la descripción detallada de estos elementos. Esta forma casi

circular del radar refleja una literatura que es, en líneas generales, completa y bien fundamentada, aunque con oportunidades de mejora en aspectos metodológicos específicos.

## Figura 6

*Presencia (1) y Vacío (0) por Artículo y Categoría*

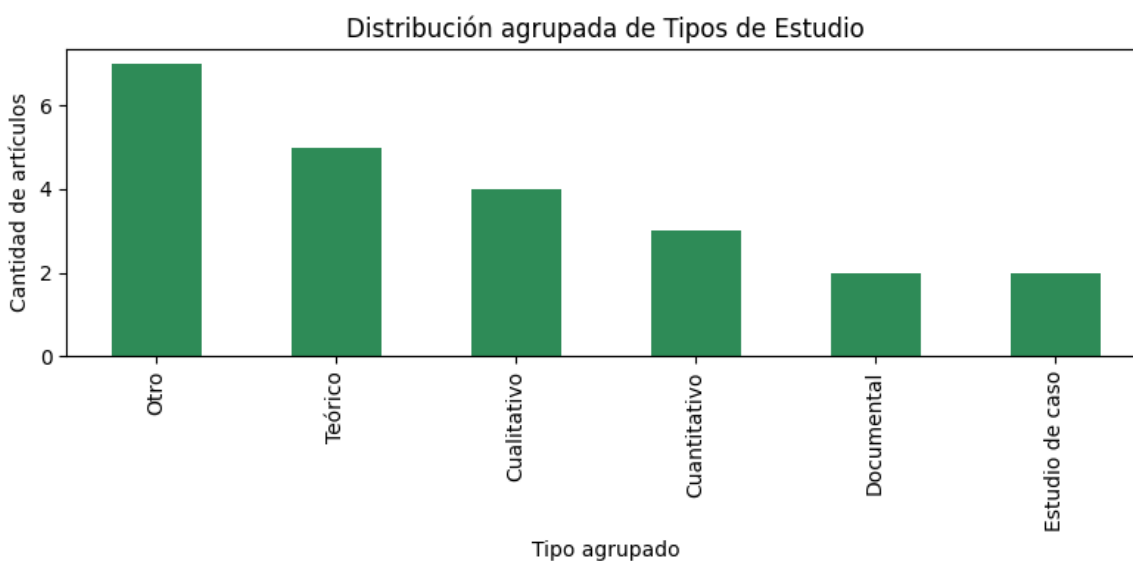


El mapa de calor, Figura 6, presenta una visualización clara y detallada sobre la disponibilidad de información en diversas categorías clave a lo largo de los artículos analizados. En esta representación, el color azul oscuro indica la presencia efectiva de información, mientras que las áreas más claras reflejan vacíos o ausencia de datos en una categoría determinada para un artículo específico. La predominancia del azul oscuro a lo largo de casi todas las filas y columnas evidencia que la mayoría de los artículos reportan de manera consistente información en categorías fundamentales como variables principales, pregunta de investigación, objetivo general, tipo de estudio, instrumentos usados, técnicas de análisis, resultados y hallazgos, y palabras clave. Sin embargo, la presencia de algunos espacios claros, aunque poco frecuentes, destaca vacíos puntuales en aspectos metodológicos y descriptivos, especialmente en categorías

como variables principales e instrumentos usados. Estas ausencias pueden indicar variabilidad en el nivel de detalle o en el rigor metodológico entre los estudios revisados. En conjunto, el mapa sugiere un cuerpo literario robusto y bien documentado en términos generales, pero que aún tiene oportunidades para mejorar en la estandarización y exhaustividad del reporte de ciertos elementos metodológicos. Estos hallazgos apuntan a la necesidad de fortalecer futuras investigaciones en cuanto a la claridad y completitud en la descripción de variables y procedimientos, lo cual contribuirá a una mayor replicabilidad y solidez científica del campo. Así, este mapa de calor no solo refleja la calidad y cobertura actual de la literatura, sino que también señala áreas críticas para la profundización y mejora continua del conocimiento.

### Figura 7

#### *Distribución Agrupada de Tipos de Estudio*

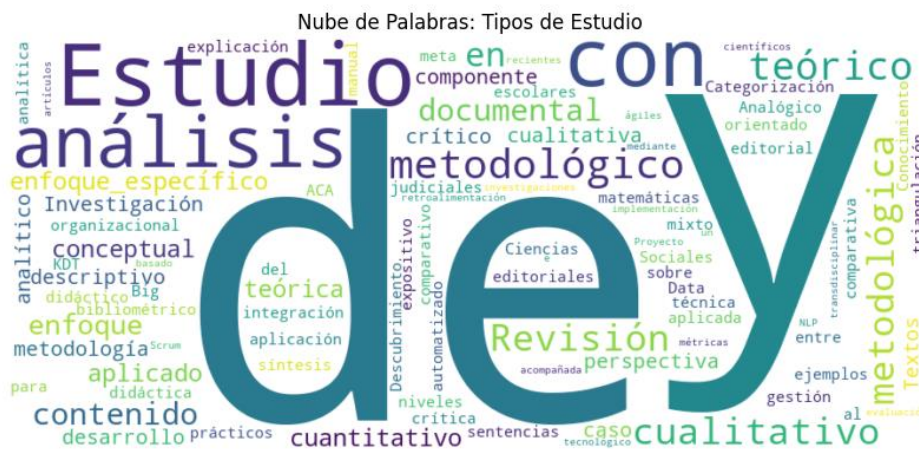


El gráfico que representa la distribución agrupada de tipos de estudio, Figura 7, ofrece una visión sintetizada de la diversidad metodológica en el corpus. La categoría “Otro”, que agrupa una variedad de enfoques menos recurrentes o no claramente categorizados, concentra el

mayor número de artículos, lo que indica una heterogeneidad metodológica y la presencia de aproximaciones innovadoras o poco convencionales. Las categorías “Teórico” y “Cualitativo” tienen una representación destacada, reflejando un énfasis fuerte en la fundamentación conceptual y en métodos de análisis profundos y detallados. Las menores frecuencias en “Cuantitativo”, “Documental” y “Estudio de caso” sugieren posibles vacíos o áreas con menor desarrollo, que podrían explorarse para diversificar y enriquecer el campo. En conjunto, esta distribución permite identificar tendencias predominantes y vacíos metodológicos, ofreciendo una base para direccionar futuras investigaciones hacia enfoques menos explotados o emergentes.

## Figura 8

### *Tipos de Estudio*



La nube de palabras correspondiente a los tipos de estudio, Figura 8, refleja la terminología más empleada en la descripción metodológica de los artículos. La prominencia de términos como “estudio”, “análisis”, “metodológico”, “documental”, “teórico”, “cualitativo” y “contenido” confirma la diversidad terminológica y la riqueza conceptual identificada en la agrupación previa. Esta heterogeneidad explica la necesidad de agrupar manualmente para

obtener una interpretación coherente y clara. La nube enfatiza la centralidad de la investigación metodológica y conceptual en el campo, destacando la importancia de enfoques variados y complementarios para abordar las problemáticas estudiadas. Asimismo, aporta una visión rápida y sintética que facilita la identificación de tendencias y enfoques clave, apoyando la construcción de un panorama integrador y comprehensivo del estado del arte.

### ***Discusión***

Los resultados obtenidos en el análisis del corpus de artículos demuestran una sólida base documental y metodológica en el tema de estudio, pero también presentan ciertas oportunidades y desafíos que deben ser abordados para reforzar la investigación en el futuro.

En primer lugar, el mapa de calor que muestra la presencia y ausencia de información en las categorías prioritarias indica que la mayoría de los trabajos presentan una alta tasa de completitud en aspectos fundamentales como la pregunta de investigación, el objetivo general, el tipo de estudio, los resultados y los hallazgos. Esta consistencia en el análisis sugiere un cuerpo literario ordenado y con orientaciones teóricas y empíricas bien definidas. Sin embargo, la aparición de vacíos en categorías como variables principales e instrumentos utilizados refleja heterogeneidad en la profundidad metodológica y en el grado de especificidad reportado, lo cual puede restringir la replicabilidad y el rigor científico en algunos casos. Estos resultados destacan la necesidad de impulsar estándares más exigentes para la documentación metodológica en futuras investigaciones.

El análisis del porcentaje de artículos que reportan información en cada categoría, como se presenta en el gráfico radar, confirma la solidez general del campo. No obstante, los pequeños vacíos detectados en algunas categorías metodológicas indican áreas con margen de mejora.

Estos aspectos son cruciales para establecer la calidad y la replicabilidad de los estudios, y deben ser una prioridad en el diseño y publicación de futuras investigaciones.

La distribución temporal de los artículos muestra una curva ascendente en la producción científica, especialmente en los últimos años. Esto permite inferir que el área se está expandiendo y que el interés académico se ha consolidado, probablemente impulsado por el progreso tecnológico y el creciente atractivo del tema. Esta dinámica creciente es saludable, aunque también implica la necesidad de un monitoreo constante para evaluar la consolidación y madurez alcanzadas.

Las nubes de palabras basadas en las palabras clave y en los resultados y hallazgos reflejan la riqueza y multidisciplinariedad del campo, con un fuerte enfoque en el análisis de grandes cantidades de datos, inteligencia artificial, minería de datos y aplicaciones sociales y educativas. La prevalencia de términos relacionados con análisis, modelos y desafíos atestigua el carácter tanto aplicado como exploratorio de la investigación. Este escenario abre la puerta a nuevas oportunidades de investigación que integren enfoques tecnológicos con problemáticas sociales específicas.

Por otro lado, el análisis de la agrupación de tipos de estudio evidencia una amplia diversidad metodológica. La frecuente utilización de categorías como “Otro” revela la existencia de un amplio rango de enfoques y la ausencia de una consolidación en una única visión metodológica. La significativa presencia de trabajos teóricos y cualitativos destaca el énfasis en la fundamentación conceptual y el análisis en profundidad, mientras que las vertientes cuantitativas, documentales y de estudio de caso son menos representadas, sugiriendo posibles lagunas y oportunidades para diversificar el arsenal metodológico y enriquecer el campo investigativo.

## ***Conclusiones***

La presentación investigación muestra que la mayoría de los estudios presentan una estructura sólida, con una alta cobertura de elementos fundamentales como la formulación de objetivos, preguntas de investigación, resultados y hallazgos, lo que indica una base documental robusta y bien organizada.

No obstante, se identifican vacíos metodológicos en la documentación y reporte de variables principales, instrumentos usados y técnicas de análisis, lo que evidencia heterogeneidad en la profundidad y sistematización metodológica. Este aspecto constituye un desafío para la replicabilidad y la calidad científica, sugiriendo la necesidad de fomentar estándares más rigurosos en la presentación y desarrollo de los procesos investigativos.

Además, la diversidad terminológica y metodológica detectada, con predominancia de categorías heterogéneas y la agrupación “Otro”, refleja un campo en proceso de consolidación que demanda mayor claridad y estandarización para facilitar la comparación y síntesis de resultados. La fuerte presencia de términos vinculados a Big Data, minería de datos, inteligencia artificial y análisis social evidencia la relevancia interdisciplinaria y tecnológica del área, y apunta hacia un creciente interés en la aplicación de estos enfoques para resolver problemáticas sociales complejas.

Por otro lado, se reconoce la importancia de avanzar hacia investigaciones más integradas, que combinen rigor metodológico, diversidad conceptual y pertinencia aplicada, con el fin de maximizar el impacto académico y social. Para ello, es crucial promover la formación investigativa, la estandarización metodológica y la apertura a nuevas líneas temáticas que amplíen el alcance y profundidad del conocimiento en este campo emergente.

## Marco Contextual

En Colombia, los programas de ciencias e ingeniería de la mayoría de las universidades siguen estructurando sus cursos de Cálculo diferencial alrededor de manuales de referencia como Stewart, Larson entre otros. Aunque el Ministerio de Educación Nacional, mediante las reformas curriculares por competencias, insta a privilegiar el razonamiento geométrico, el modelado contextual y la integración de TIC, estos textos, traducidos del inglés y con un sesgo marcadamente procedimental, continúan dictando la secuenciación de contenidos, los ejemplos prototípicos y el tono formal del curso (Ministerio de Educación Nacional, 2022).

Esta situación genera una dependencia pedagógica, el discurso del profesor se ve permeado por la narrativa editorial del libro, de modo que las clases reproducen el orden argumental y la terminología de la obra seleccionada. Como consecuencia, las actividades en el aula tienden a girar en torno a los “problemas tipo” propuestos en los ejercicios, limitando la exploración de variantes contextualizadas al entorno colombiano. Además, las evaluaciones suelen reflejar la misma carga algorítmica, lo que contribuye a mantener tasas de reprobación cercanas al 40 % en Cálculo diferencial en donde se confirma la magnitud de este problema: de los 99 estudiantes que reprobaron el taller de refuerzo previo, el 46 % volvió a reprobador Cálculo Diferencial, y el 40 % reprobó simultáneamente el taller, el primer corte y la nota definitiva del curso (Perilla Monroy et al., 2022). El estudio, basado en registros oficiales de calificaciones, muestra además que el 78 % falla la prueba diagnóstica inicial, lo que indica que los exámenes y cortes parciales mantienen la misma carga algorítmica que caracteriza a los manuales tradicionales, reforzando patrones de evaluación centrados en la técnica y no en la comprensión conceptual.

## **Marco Teórico**

### ***Sobre la Derivada***

El concepto de derivada es uno de los pilares fundamentales del cálculo matemático, siendo esencial para comprender fenómenos de cambio y variación en disciplinas como la ingeniería, las ciencias exactas y las ciencias sociales. La enseñanza de este concepto ha evolucionado a lo largo del tiempo, reflejando cambios en las teorías pedagógicas y en las metodologías empleadas para su transmisión. Sin embargo, los enfoques tradicionales, caracterizados por una exposición unidireccional y poco contextualizada, a menudo generan barreras para el aprendizaje significativo de los estudiantes.

Cabe resaltar que Fermat fue el primero en utilizar la derivada, empleando un ingenioso enfoque algebraico para determinar máximos y mínimos de funciones polinómicas. Newton utilizó una nomenclatura que dificultó la comprensión de su descubrimiento, al referirse a cantidades fluentes, fluxión y momentos, equivalentes a funciones, derivadas y diferenciales. En contraste, Leibnitz introdujo la notación  $dx/dy$  para la derivada y utilizó el triángulo diferencial. La fase de desarrollo de la derivada avanzó con Euler y Lagrange, culminando en la definición actual de la derivada como un límite gracias a Cauchy (Furinghetti y Karp, 2018).

### **El discurso Matemático Escolar**

El *discurso Matemático Escolar* (dME) no solo transmite contenidos matemáticos, sino que también modela formas de pensar y de razonar matemáticamente. Este enfoque es crucial para entender cómo se construye el conocimiento matemático en el aula y cómo se pueden superar los obstáculos epistemológicos y semióticos que los estudiantes enfrentan al aprender conceptos complejos como la derivada (Cantoral et al., 2015). Se puede definir el dME como la manifestación del conocimiento normado por creencias de los actores del sistema educativo

sobre lo que es la enseñanza y lo que es la matemática (Astudillo Ugalde et al., 2023). Es un sistema de razón que norma las prácticas y representaciones sociales de los actores del sistema educativo .

Por otra parte, se plantea que el *discurso Matemático Escolar* (dME) se caracteriza por ser hegemónico, utilitario y desprovisto de marcos de referencia, lo que impone significados, argumentos y procedimientos centrados en los objetos matemáticos (Soto y Cantoral, 2014). Esta característica del dME evita reconocer la naturaleza funcional del conocimiento matemático, el cual se construye de manera colectiva en la comunidad. Por lo tanto, se plantea que el dME ha excluido a los individuos de la construcción del conocimiento matemático, limitando su participación y diversidad de enfoques. Además, estos autores afirman que, si el dME se presenta de forma estática y no constructiva, donde el conocimiento matemático se percibe como algo fijo y no sujeto a modificaciones por parte de los individuos. Esta característica puede llevar a que los actores educativos, como profesores y estudiantes, sean vistos como meros transmisores y receptores de un conocimiento preestablecido, sin la posibilidad de participar activamente en su construcción.

Finalmente, el *discurso Matemático Escolar* (dME) se refiere al conjunto de elementos que conforman la forma en que se aborda y se enseña la matemática en el contexto escolar. Este discurso engloba las prácticas, normas, valores y significados que influyen en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en las aulas. Incluye no solo los contenidos matemáticos presentes en los libros de texto y en los programas educativos, sino también las estrategias de enseñanza y evaluación que se utilizan en el aula para transmitir esos contenidos (Lezama, 2016). Es decir, que el dME abarca todo el entramado de aspectos que rodean la enseñanza de las

matemáticas en el ámbito escolar, desde los contenidos curriculares hasta las metodologías pedagógicas empleadas para su transmisión y evaluación.

### **Marco Conceptual**

*Análisis de contenido:* Es una técnica sistemática para describir, clasificar e interpretar manifestaciones comunicativas (textos, imágenes, audios) mediante reglas explícitas de codificación. Su propósito es transformar información cualitativa, palabras, frases, símbolos, en datos categorizados que puedan compararse, cuantificarse y relacionarse con preguntas de investigación (Bardin, 2016).

En el ámbito educativo, permite detectar patrones discursivos (qué se dice, cómo se dice y con qué frecuencia) y vincularlos con objetivos curriculares o con la comprensión de un concepto; en este caso, la derivada. El valor del método radica en dos ideas clave:

*Sistematicidad y objetividad:* la codificación debe seguir reglas explícitas que cualquier investigador pueda reproducir.

*Inferencia contextual:* los resultados no se quedan en contar palabras; sirven para interpretar cómo y por qué se generaron los mensajes y qué efectos pueden tener en quien los recibe.

Según Batista et al. (2021) adopta íntegramente el esquema clásico de Bardin detalla tres grandes fases secuenciales, cada una con tareas y criterios (p.57). Cabe resaltar que lo anteriormente mencionado está sintetizado en la siguiente tabla 2:

**Tabla 2***Análisis de Contenido Según Bardin*

Fase (Bardin, 2011)	Actividades centrales	Criterios y reglas de calidad
Pré-análisis	Lectura “flotante” del material	Regla de exhaustividad (cobertura total del tema)
	Formulación de objetivos e hipótesis	Regla de representatividad (muestra fiel al universo)
	Selección y organización del corpus	Regla de homogeneidad (misma técnica de recolección)
		Regla de pertinencia (ajuste a los objetivos)
		Regla de exclusividad (cada fragmento en una sola categoría)
Exploración del material	Codificación o categorización de las unidades de registro (palabra, tema, evento, personaje)	Coherencia entre unidades de registro y objetivos
	Aplicación de categorías <i>a priori</i> (teóricas) y ajuste con categorías <i>a posteriori</i> emergentes	Reducción sistemática de datos para facilitar el recuento e interpretación
Tratamiento de resultados, inferencia e interpretación	Organización de los resultados (tablas, gráficos)	Hermenéutica controlada:
	Inferencias sobre sentidos manifiestos y latentes	inferencia lógica y justificada
	Validación de hipótesis y elaboración de conclusiones	Vinculación de hallazgos con el marco teórico

*Ciencia de datos:* Disciplina que emplea técnicas de procesamiento de datos, como el Procesamiento de Lenguaje Natural (PLN), para extraer información valiosa y patrones significativos de grandes volúmenes de texto. Herramientas como LDA (Latent Dirichlet Allocation) para el modelado de temas y TF-IDF (Term Frequency-Inverse Document Frequency) para la identificación de términos relevantes son fundamentales en este enfoque.

*Libros de texto universitarios:* Material pedagógico que constituye un medio principal de transmisión de conceptos matemáticos. Su análisis crítico permite identificar la evolución del discurso matemático y las estrategias utilizadas para presentar contenidos complejos como la derivada.

*Derivada:* Concepto matemático que describe la tasa de cambio instantánea de una función respecto a una variable. Su enseñanza efectiva requiere un equilibrio entre definiciones formales, interpretaciones gráficas y aplicaciones prácticas.

*Patrones narrativos y lingüísticos:* La estructura y el lenguaje empleados en los textos matemáticos son determinantes para la comprensión del estudiante. La coherencia, claridad y conexión con contextos reales potencian el aprendizaje.

## **Marco Normativo**

El análisis de contenido de libros de texto mediante técnicas de ciencia de datos se encuentra respaldado por diversos marcos normativos internacionales. La división de servicios de supervisión interna (2023) ha establecido directrices para la evaluación sistemática de materiales educativos, reconociendo su papel fundamental en la implementación del currículo. Paralelamente, la OCDE (2019) proporciona marcos de referencia para la alfabetización matemática que influyen en la estructura de los textos de cálculo. En el ámbito metodológico, el Committee on Professional Ethics of the American Statistical Association (2022) ofrece

lineamientos éticos para el análisis de datos aplicables a técnicas como el modelado de temas y el procesamiento de lenguaje natural. Estas normativas se complementan con las directrices de la International Commission on Mathematical Instruction sobre el análisis de materiales curriculares y su influencia en el discurso matemático escolar, permitiendo así un análisis riguroso y éticamente fundamentado de los libros de texto desde la perspectiva de la ciencia de datos.

## Metodología

### Tipo de Estudio

El presente trabajo se enmarca en un estudio documental de métodos mixtos con diseño convergente, donde los resultados cuantitativos, obtenidos mediante un análisis de contenido que cuantifica frecuencias y patrones en el corpus, se triangulan de forma concurrente con un abordaje cualitativo de fragmentos representativos de los textos. El propósito es articular, en una interpretación integral, las tendencias numéricas y las profundidades semánticas del discurso, ofreciendo así una descripción y comprensión más rica de los fenómenos estudiados sin manipular variables ni establecer relaciones causales.

### Recolección de Datos

A continuación, se presenta la ruta para la recolección de datos la cual va a guiar sobre cómo se ha presentado y evolucionado el concepto de derivada en los libros de texto de cálculo. En este punto, se enuncian también las hipótesis que orientarán el análisis, si existe una variación significativa en el uso de terminología, ejemplos y definiciones, así como posibles diferencias entre los enfoques pedagógicos y la época de publicación.

### Tabla 3

#### *Recolección de Datos*

Fase	Lo que exige la teoría	Para realizar	Outputs
	Lectura flotante, fijar objetivos, delimitar corpus y unidades	Conformar el corpus: Stewart (2012, págs. 143-273), Larson & Edwards (2010, cap. 2-3), Apostol (1984, cap. 3-4) y Courant & Robbins (1979, cap.	Tabla “descripción del corpus” (libro, edición, n° págs, tamaño en tokens).

Fase	Lo que exige la teoría	Para realizar	Outputs
Pré-análisis		<p>VI). Unidad de registro = párrafo extraído por PyPDF</p> <p>Hipótesis: los textos privilegian reglas procedimentales sobre fundamentos y modelado.</p> <p>Verificamos las 5 reglas:</p> <p>Exhaustividad: incluye todas las secciones de derivada.</p> <p>Representatividad: cuatro textos usados realmente en programas colombianos.</p> <p>Homogeneidad: todas las fuentes en PDF/OCR.</p> <p>Pertinencia: sólo capítulos de derivada.</p> <p>Exclusividad: cada párrafo se asignará a un único tema dominante.</p>	
Exploración del material	Codificación y categorización sistemática	<p>Ejecutar el pipeline spaCy → Gensim-LDA (<math>k = 5</math>).</p> <p>Se Obtiene stewart_topics.csv y equivalentes para los demás libros.</p> <p>Define categorías:</p> <p>Tema 0: Graficación</p> <p>Tema 1: Fundamentos/definición</p> <p>Tema 2: Aplicaciones (velocidad, razón de cambio)</p> <p>Tema 3: Reglas de derivación</p>	<p>Matriz de datos (párrafo × variables) con códigos numéricos.</p> <p>Tabla de frecuencias de cada tema por libro.</p> <p>Heat-map de distribución temática.</p>

Fase	Lo que exige la teoría	Para realizar	Outputs
Tema 4: Modelado			
Tratamiento, inferencia e interpretación	Organizar resultados, inferir significados, validar hipótesis	<p>Suma probabilidades por tema y libro → gráfico de barras “peso global”.</p> <p>Cuenta páginas donde tema_dominante = 3 (reglas) vs. tema_dominante = 1 (fundamentos) → proporción procedimental / conceptual.</p> <p>Contrasta FK con proporción de ejemplos contextualizados: ¿los libros más “densos” ofrecen menos contexto?</p> <p>Discute: • ¿Confirman los datos la hipótesis de sesgo procedimental?</p> <p>¿Dónde se observan brechas (p.ej. graficación &lt; 10 %)?</p>	<p>Tabla de brechas temáticas.</p> <p>Comentario interpretativo</p>

### Recolección y Curación del Corpus

En la segunda etapa se realiza la búsqueda y selección de los libros de texto relevantes. Se establecen los criterios de inclusión, tales como periodo histórico, idioma, editorial, enfoque pedagógico y disponibilidad en formato digital. Una vez identificados y adquiridos los textos, se procede a su curación, que consiste en verificar la integridad de los archivos, la calidad de digitalización y la consistencia en los metadatos (autor, fecha de publicación, edición, etc.). Este

paso es fundamental, ya que la calidad del conjunto de datos incidirá directamente en la precisión y validez de los análisis posteriores.

Después de depurar un inventario inicial de más de cuarenta manuales universitarios de cálculo, mediante filtros de periodo histórico, presencia de un capítulo íntegro sobre la derivada, diversidad de enfoques pedagógicos y disponibilidad digital completa, quedó un corpus de cuatro libros de texto, cabe resaltar que esta depuración se muestra en los resultados. Algunos criterios de escogencia fueron los siguientes:

Representatividad temporal: Las obras cubren desde la tradición expositiva de mediados del siglo XX hasta los planteamientos intuitivo-gráficos del siglo XXI, lo que posibilita rastrear la evolución de la enseñanza de la derivada.

Variedad pedagógica: El conjunto incluye un texto de divulgación conceptual (Courant y Robbins, 1979) un tratado axiomatizado (Apostol, 1984), un manual estándar con enfoque mixto formal-aplicado (Larson y Edwards, 2010) y un best seller con fuerte apoyo visual (Stewart, 2012).

Trazabilidad digital: Los cuatro libros están disponibles como PDF íntegro con OCR verificado ( $\geq 97\%$ ), por lo que cualquier resultado del modelado de lenguaje puede vincularse sin ambigüedades a su fuente primaria.

### **Preprocesamiento y Limpieza de Datos**

Para preparar los textos antes de ser analizados, se llevan a cabo diversas, tareas de limpieza, que facilitan su lectura por los programas. En primer lugar, cada oración se divide en palabras individuales (tokenización). A continuación, se eliminan las palabras de poco contenido, tales como “el”, “la” o “de”, para conservar únicamente la información relevante. Todo el texto se pasa a minúsculas y se suprimen signos o caracteres extraños. Finalmente, cada término se

reduce a su forma básica (por ejemplo, “corriendo” o “corrieron” se convierten en “correr”). Con este procedimiento, el material queda ordenado y libre de ruido, de modo que los modelos trabajen con datos claros y consistentes y los resultados sean más fiables.

### **Análisis Exploratorio y Extracción de Características**

En esta fase, se realizan análisis descriptivos con herramientas como conteos de frecuencias (por ejemplo, TF-IDF), nubes de palabras y gráficos de distribución. El objetivo es identificar patrones iniciales que orienten las etapas de modelado más avanzado. También se pueden extraer características específicas, como la longitud promedio de los párrafos que tratan la derivada, la densidad de ecuaciones o el énfasis en aplicaciones prácticas. Esta etapa equivale a “tomar el pulso” del dataset y descubrir indicadores tempranos de la estructura narrativa y conceptual presente en los textos.

### **Modelado de Temas y Embeddings**

Con el fin de profundizar en la identificación de tendencias y agrupamientos semánticos, se emplean técnicas de modelado de temas como Latent Dirichlet Allocation (LDA), que permiten detectar automáticamente temas o categorías recurrentes en los libros de texto (p.ej., definiciones formales, aplicaciones físicas o históricas, resolución de problemas).

Adicionalmente, se construyen embeddings (Word2Vec, GloVe) para analizar la relación semántica entre términos clave (por ejemplo, “derivada” y “límite”) y observar cambios en la forma de presentarlos. Este paso es vital para desentrañar la estructura interna y la evolución del discurso matemático que se ha venido utilizando para explicar la derivada a través del tiempo.

### **Interpretación de Hallazgos y Validación**

Una vez obtenidos los resultados de los modelos, se comparan y contrastan con la literatura previa y con criterios pedagógicos propios del discurso matemático escolar (p. ej., uso

de ejemplos, secuencia de explicación, profundidad teórica vs. aplicada). Aquí, se triangulan los resultados cuantitativos con un análisis cualitativo de fragmentos representativos de los textos.

Para validar la consistencia de los hallazgos, se pueden realizar revisiones de expertos en educación matemática y contrastar los resultados con teorías consolidadas sobre la enseñanza de la derivada.

## Resultados y Discusión

### Primer Resultado

Para cumplir el primer objetivo de la investigación, recopilar una muestra representativa de libros de texto de cálculo que abarque diferentes períodos históricos y enfoques pedagógicos, se elaboró la matriz que se presenta a continuación.

La matriz funciona como un embudo metodológico, parte de un inventario amplio de diecinueve manuales reconocidos y, mediante filtros sucesivos, documenta por qué cada título se conserva o se descarta. Las columnas permiten seguir con transparencia (1) el periodo histórico que cubre cada obra, (2) su enfoque didáctico predominante, (3) la presencia de un capítulo completo dedicado a la derivada, (4) la calidad técnica del archivo digital (PDF íntegro y OCR-legible) y (5) la justificación específica de inclusión o exclusión.

Aplicando estos criterios se obtiene un corpus final de cuatro libros, Courant y Robbins (1979), Apóstol (1984), Larson y Edwards (2010) y Stewart (2012). A continuación, se muestra la siguiente tabla con los libros que se van a analizar.

**Tabla 4**

*Criterios Para el Uso de Libros de Texto*

Libro	Periodo histórico representado	Histórico representado Enfoque pedagógico dominante	Cap. derivada completo	PDF íntegro y OCR $\geq 97\%$	Motivo de inclusión / exclusión
Courant y Robbins – What Is Mathematics? (1941 / 1996 rev.)	1901-1950	Conceptual-histórico, divulgativo	SI	SI	Único texto clásico accesible que expone la derivada con contexto histórico y

Libro	Periodo histórico representado	Histórico representado Enfoque pedagógico dominante	Cap. derivada completo	PDF íntegro y OCR $\geq 97\%$	Motivo de inclusión / exclusión
<a href="#">Por analizar</a>					riguroso; cubre periodo temprano
Apostol – Calculus, Vol. I (1967) <a href="#">Por analizar</a>	1951-1990 (“New Math”)	Rigor axiomatizado / primero integral	SI	SI	Aporta formalismo y demostraciones exhaustivas, representando la ola estructuralista de los 60-70.
Edwards y Penney – Calculus with Analytic Geometry (ET) (2002)	1991-2025 (transición TIC)	Mixto formal-aplicativo	SI	SI	Intermedia entre rigor y aplicación, con énfasis en geometría analítica y problemas graduados; complementa variedad metodológica
Stewart – Calculus (Early Transcendentals, 9. <sup>a</sup> ed., 2020) <a href="#">Por analizar</a>	1991-2025	Intuitivo-gráfico, problem-solving	SI	SI	Texto contemporáneo más adoptado; fuerte visualización y tecnología
Thomas et al. – Thomas’ Calculus (2022)	1991-2025	Tradicional-expositivo	SI	SI	Periodo y estilo ya cubiertos por Stewart; redundante.

Libro	Periodo histórico representado	Histórico representado Enfoque pedagógico dominante	Cap. derivada completo	PDF íntegro y OCR $\geq 97\%$	Motivo de inclusión / exclusión
Larson y Edwards – Calculus (2017) <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Por analizar</span>	1991-2025	Problem-solving visual	SI	SI	Muy usado para la enseñanza, es similar con el enfoque de Stewart
Anton et al. – Calculus (11. <sup>a</sup> )	1991-2025	Tradicional mezclado	SI	NO	PDF carece de 43 págs.
Briggs et al. – Calculus	1991-2025	Visual-numérico	SI	NO	OCR 92 %; < 97 %.
Spivak – Calculus (4. <sup>a</sup> )	1951-1990	Rigor-teórico	SI	SI	Cobertura temporal y rigor ya representados por Apóstol; evitar sobrepeso formal.
Rudin – Principles of Mathematical Analysis	1951-1990	Análisis puro	NO	SI	No contiene capítulo didáctico completo sobre derivada; fuera del alcance.
Euler – Institutiones calculi differentialis (1755)	< 1850	Fundacional histórico	SI	SI	Latín arcaico; no se ajusta a corpus moderno de enseñanza universitaria.
Marsden y Tromba –	1991-2025	Multivariable especializado	SI	SI	Foco principal no es derivada elemental;

Libro	Periodo histórico representado	Histórico representado Enfoque pedagógico dominante	Cap. derivada completo	PDF íntegro y OCR $\geq 97\%$	Motivo de inclusión / exclusión
Vector Calculus					fuera de criterio temático.
OpenStax – Calculus (Vols. 1-3)	2016-2018	Libre, balanceado	SI	SI	Ya cubierto periodo-enfoque por Stewart; mantiene acceso abierto como recurso secundario
Strang – Calculus (MIT OCW, 2020)	1991-2025	Conceptual-aplicado	SI	SI	Contenido en módulos web; preferencia por PDFs completos para procesamiento automático.
UBC CLP series (2017)	1991-2025	Libre académico	SI	SI	Periodo cubierto; similar filosofía a OpenStax; excluido para ajustar n = 4.

## Segundo Resultado

Para complementar los demás objetivos y teniendo en cuenta la matriz anterior, la sección actual del documento se creó utilizando un enfoque computacional de análisis de contenido aplicado a libros de texto relacionados principalmente al cálculo y específicamente con la derivada. Se elaboró una estructura en lenguaje Python que combinó la extracción de texto y su procesamiento lingüístico junto al modelado de temas y la creación de visualizaciones para

facilitar la interpretación de los resultados. En primer lugar, se extrajo el texto del archivo PDF del libro de James Stewart titulado “Cálculo de una variable trascendentes tempranas”, séptima edición; específicamente entre las páginas 143 y 273 donde se abordan los conceptos del cálculo diferencial.

Esta extracción se llevó a cabo utilizando la librería PyPDF en Python para navegar por las páginas indicadas y recuperar el contenido textual; posteriormente este fue segmentado y etiquetado según el número de página correspondiente. Este texto se guardó en un archivo de texto sin formato que se utilizó como punto de partida para las etapas siguientes del análisis.

Luego se llevó a cabo un proceso de preprocesamiento lingüístico utilizando la biblioteca `spacy` y el modelo `es_core_news_md` para cada fragmento de texto se realizaron cambios como la tokenización, la normalización léxica y la eliminación de palabras vacías signos de puntuación y términos no alfabéticos. Como resultado se crearon dos archivos uno conteniendo los tokens procesados por documento (`docs_tokens.csv`) y otro que incluye el texto limpio y unificado listos para utilizarse en el modelado de temas. El modelado de temas se realizó utilizando el algoritmo Latent Dirichlet Allocation (LDA), implementado mediante la biblioteca Gensim. Inicialmente se definieron cinco temas como parámetro y luego se entrenó el modelo usando el corpus lematizado. A partir de este proceso se obtuvo la distribución de probabilidad de cada documento con relación a los temas, lo que resultó en una matriz documento-temática exportada como archivo bajo el nombre de “`stewart_topics.csv`”. Esta matriz fue fundamental para crear diversas visualizaciones cuantitativas y explicativas. Para explorar y presentar de manera visual los descubrimientos del modelo LDA se crearon diferentes representaciones gráficas.

En primer lugar, se diseñó un gráfico de barras que ilustraba la distribución global de los temas en el corpus mediante la suma total de probabilidades por tema; esto permite identificar

qué temas son más prominentes en el libro. Además, se elaboró un mapa de calor que muestra la intensidad temática por documento y revelando cómo se distribuyen los contenidos a lo largo de las secciones del libro. En una etapa posterior del análisis se creó una representación visual de las palabras clave relacionadas al Temario 0 mediante la selección de términos más relevantes basados en su peso probabilístico en el modelo correspondiente. Por último, se generó un gráfico de densidad KDE, el cual facilitó la visualización de la distribución continua de las probabilidades asociadas a cada tema entre todos los documentos analizados; esto posibilitó la identificación de los temas predominantes y aquellos que presentaban una presencia más dispersiva en el conjunto de datos examinado. Además de utilizar el análisis LDA como una de las estrategias de análisis textual en este contexto específico se han implementado otras técnicas como la medición del TF-IDF para identificar los términos más relevantes por documento y el desarrollo de un modelo Word2Vec para explorar las relaciones semánticas entre palabras clave como “derivada” o “límite”. Estos análisis suplementarios han contribuido a mejorar la comprensión temática del contenido al facilitar la conexión entre términos y sus respectivos contextos de aplicación. En su totalidad, esta táctica ofreció una mirada organizada y objetiva del material del libro, permitiendo comprender no solo la frecuencia de aparición de los conceptos, sino también su disposición temática y su importancia relativa en el desarrollo de ideas planteado por el autor. A continuación se presenta la oportunidad de explorar el contenido temático del libro “Cálculo de una variable trascendentes tempranas” de James Stewart utilizando técnicas de procesamiento del lenguaje natural (PLN) y modelado de temas. Este enfoque de análisis del contenido no solo facilitará la identificación de los temas más comunes o predominantes en el libro; también permitirá comprender cómo se distribuyen en sus diferentes secciones y contribuirá así a una visión más profunda de la estructura interna de dicho material didáctico.

## **Temas Propuestos Para el Libro de Stewart**

A través del uso de Latent Dirichlet Allocation (LDA) para analizar el contenido extraído del libro “Cálculo” de James Stewart se encontraron cinco temas clave que se repiten a lo largo del material examinado de forma consistente y recurrentemente el cual emergen en el texto procesado por el modelo LDA; revelando patrones de palabras y significados que indican la presencia de temas estructurales coherentes agrupados probabilísticamente. Tras analizar detalladamente las palabras clave vinculadas a cada uno de estos temas específicos se procedió a su explicación y clasificación para destacar claramente su conexión realzando los conceptos y enfoques educativos abordados en el escrito.

### **Tema 0 Graficación y Evaluación de Funciones**

Este tema se destaca por la frecuencia alta de palabras como “gráfica”, “curva”, “continuo”, “asíntota”, “punto”, “encuentre” y “tangente”. Estas palabras destacan la importancia de estudiar las funciones desde un enfoque visual y geométrico. Específicamente hace referencia a cómo entender el comportamiento de las funciones a través de sus representaciones gráficas y examinar la continuidad, los puntos críticos y el concepto de tangencia. Este tema resultó ser esencial en el cambio del pensamiento algebraico al funcional al proveer recursos para representar de manera visual los conceptos fundamentales del cálculo diferencial.

### **Tema 1 Fundamentos y Conceptos Clave del Cálculo Diferencial**

Las palabras clave principales en este tema son “definición”, “derivada”, “pendiente”, “límite”, “cantidad” y “demostrar”, se refieren al desarrollo formal de los principios del cálculo matemático. Este tema aborda secciones donde el autor presenta definiciones precisas junto a justificaciones teóricas y criterios de derivación. Se pone énfasis en los aspectos más conceptuales del cálculo aquí presente y que están relacionados con el razonamiento lógico-

matemático y la argumentación formal. En esta sección también se incluyen las descripciones destinadas a desarrollar la idea intuitiva de límite y derivada; conceptos fundamentales para comprender el resto del material presente en el libro.

### **Tema 2 Usos del Cálculo (Velocidad y Cambios en Razón)**

Este tema engloba contenidos relacionados con la aplicación del cálculo en situaciones contextualizadas específicamente en fenómenos de cambio. Palabras como “rapidez”, “proporción”, “transformación”, “normativa”, “unidad” y “promedio” hacen referencia a ejemplos y problemas que tienen que ver con la cinemática y la variación de magnitudes en el tiempo. Su inclusión indica un enfoque educativo que busca unir conceptos matemáticos con su utilidad práctica en la vida cotidiana o en otras áreas del conocimiento como la física. Este tema desempeña un papel fundamental en la creación de significado en el campo del cálculo como una herramienta para representar y comprender fenómenos en movimiento.

### **Tema 3 Reglas de Derivación (Producto, Cadena y Cociente)**

Este tema gira en torno a términos como “norma”, “resultado”, “secuencia”, “obtener”, “coseno”, “senoidal” y “logaritmo”. Se centra en la creación de métodos operativos para encontrar la derivada de funciones que abarca desde las reglas del producto y el cociente hasta la regla de la cadena; además de la derivación de funciones trigonométricas y las funciones exponenciales y logarítmicas. Este asunto está relacionado con la etapa práctica del aprendizaje de cálculo en la cual se enfatiza en adquirir habilidades técnicas y en automatizar procesos algorítmicos. Es considerada una de las partes más complejas del texto en cuanto a carga de trabajo y ejemplos resueltos se refiere.

#### **Tema 4 Modelado Matemático y Solución de Problemas**

El tema 4 se enfoca en términos como “dilema”, “patrón”, “interpretación”, “solución”, “táctica” y “entorno”. Esto sugiere un enfoque práctico hacia la resolución de problemas matemáticos desde una perspectiva aplicada. Los pasajes relacionados a este tema ilustran cómo las operaciones matemáticas se emplean como instrumentos para representar situaciones del mundo real y establecer conexiones entre distintas variables. Además de eso también ayudan a interpretar los resultados y tomar decisiones fundamentadas con base en el análisis realizado. La inclusión de este tema resalta la naturaleza práctica del libro y subrayando su utilidad como herramientas para fomentar el pensamiento matemático aplicado. Estos cinco temas en conjunto facilitan la comprensión de la estructura conceptual del libro y revelan las estrategias discursivas y pedagógicas que dirigen su desarrollo. La presencia de temas teóricos y prácticos junto a elementos visuales y aplicados muestra un equilibrio deliberado entre la comprensión conceptual y la practicidad con los objetivos formativos del aprendizaje del cálculo diferencial a nivel universitario.

Después de desarrollar y abordar los temas vinculados a la derivada y emplear los algoritmos previamente mencionados arriba en el texto anteriormente mencionado se procederá a analizar algunos resultados. La representación gráfica de barras que muestra la distribución global de temas, Figura 9, permite visualizar de manera general cuáles son los conceptos principales predominantes en el corpus analizado. Esta representación se genera sumando las probabilidades asignadas por el modelo LDA a cada tema en todos los documentos para reflejar la presencia relativa de cada tópico a lo largo del texto y así ofrecer una visión panorámica sobre la temática del libro. Los resultados indican que los temas más relevantes son el Tema 2 (Usos del cálculo como velocidad y tasa de cambio) y el Tema 3 (Reglas de derivación como producto

y cociente). Estos dos temas abarcan una parte considerable de las probabilidades totales lo cual sugiere que una gran parte del libro está enfocada en la aplicación práctica y procedimental del cálculo. La importancia de estos temas sugiere un enfoque educativo que destaca el cálculo como una herramienta para resolver problemas en situaciones cotidianas, así como el desarrollo de habilidades técnicas para encontrar diferentes funciones derivadas.

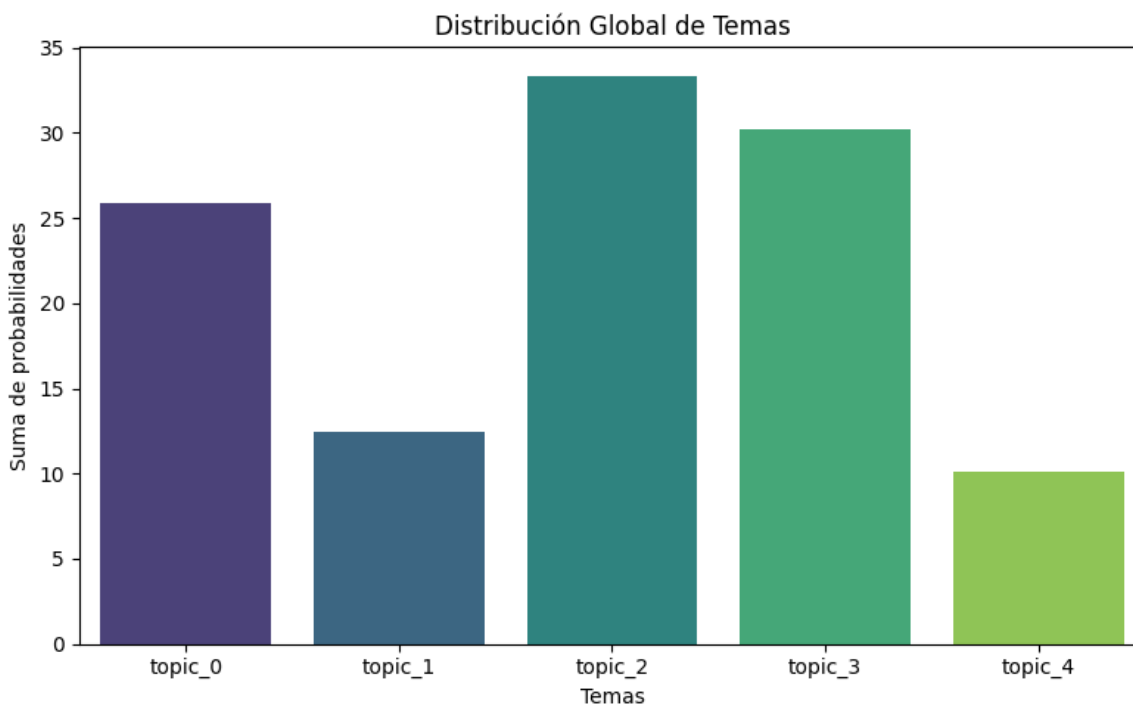
Por el contrario, los conteos de aparición para el Temario 1 (Definiciones teóricas del análisis diferencial), y el Temario 4 (Modulación matemática y solución contextualizada de inconvenientes), exhiben un acumulado considerablemente menor. Esta discrepancia cuantificable podría ser interpretada como una demostración de la orientación pedagógica del texto; en este escenario los preceptos teóricos y conceptuales, aunque están presentes actúan como bases introductorias o complementarias para los métodos pragmáticos. La representación más básica del tema de la modelación también puede atribuirse al hecho de que la modelación suele necesitar la integración de diversos conocimientos previos y se suele desarrollar en etapas más avanzadas del aprendizaje. Esta distribución de temas demuestra que el enfoque del libro de Cálculo de James Stewart no se limita únicamente a lo teórico o abstracto, más bien se centra en la comprensión práctica del cálculo al destacar la aplicabilidad de los conceptos matemáticos en diferentes situaciones y proporcionar a los estudiantes un conjunto sólido de herramientas operativas. Esta guía se alinea perfectamente con los objetivos de la enseñanza del cálculo en los entornos educativos universitarios; especialmente en las áreas de ingeniería, ciencias aplicadas y economía. En estos campos, el cálculo no se aborda solo como una disciplina formal, sino también como un lenguaje funcional para el análisis y resolución de problemas cuantitativos. Se observará claramente una tendencia hacia el desarrollo de habilidades prácticas. Esto no solo evidencia una estrategia de enseñanza efectiva, sino también un enfoque que busca fomentar la

motivación del estudiante al vincular los conceptos matemáticos con sus aplicaciones en contextos significativos.

A continuación, se presenta la siguiente ilustración que resume lo anteriormente mencionado.

### Figura 9

*Distribución Global de Temas Stewart*



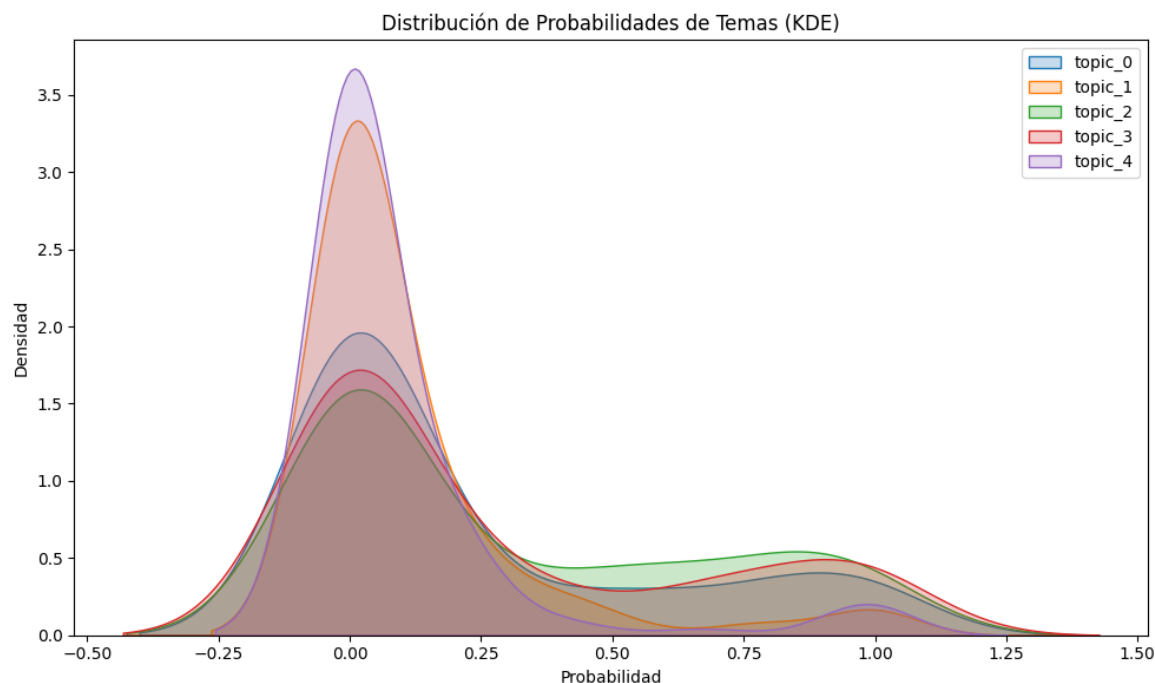
Ahora utilizando el modelo de distribución de probabilidades de temas (KDE), Figura 10, se representa la distribución continua de las probabilidades asignadas a los temas en los documentos del corpus. Tomando como referencia este gráfico en particular, cada curva representa un tema y su forma indica la dispersión y la intensidad en la que ese tema se manifiesta a lo largo de los segmentos del libro. Las curvas que presentan picos altos y concentrados indican que ese tema se destaca en pocos documentos específicos en comparación

a una curva más suave y dispersamente distribuida que indica una presencia más uniformemente repartida a lo largo del texto. En el análisis llevado a cabo en este caso específico de estudio de las curvas relacionadas al Temario 2 (aplicaciones del cálculo) y al Temario 3 (reglas de derivación), muestra una mayor concentración en los rangos de probabilidad más altos, dando la idea de que estos temas no solo son comunes, sino también prominentes en varios pasajes del libro. Esto implica que hay múltiples textos donde estos temas son el centro principal del contenido. Por el contrario, los temas 1 (definiciones teóricas) y 4 (modelación contextualizada), muestran distribuciones más uniformes centradas en probabilidades moderadas o bajas. Esto sugiere que estos temas no son los principales focos de atención en la mayoría de los documentos (en este caso los documentos se están refiriendo a cada hoja de la segmentación) aunque estén presentes.

En particular el Tema 1 aparece en partes específicas mientras que el Tema 4 se distribuye de forma más secundaria lo cual puede estar relacionado con su papel transversal en la resolución de problemas o su aparición al final de los capítulos. La Temática 0 (representación gráfica) exhibe una distribución moderada que sugiere su presencia a lo largo de distintas secciones aunque de forma menos marcada en comparación a los temas operativos y aplicados; este gráfico de densidad respalda la interpretación del enfoque educativo presente en el texto: un diseño orientado hacia los aspectos prácticos del cálculo respaldado por bases visuales y teóricas y finalizado mediante aplicaciones específicas y contextualizadas que se presentan a continuación en la figura.

**Figura 10**

*Distribución de Probabilidad de Temas (KDE) Stewart*



A continuación, el mapa de calor creado a partir de la matriz que muestra la distribución de temas por documento, Figura 11, ofrece una representación visual detallada de cómo se organizan temáticamente los diversos segmentos del libro “Cálculo” de James Stewart. En esta representación gráfica, cada fila representa un documento o fragmentos del texto (obtenidos mediante el proceso de segmentación durante la extracción), mientras que cada columna corresponde a uno de los temas identificados por el modelo LDA. La tonalidad de cada casilla muestra la fuerza de la probabilidad de que un documento pertenezca a un tema específico; cuanto más fuerte sea el colorido de la casilla mayor será la proporción del contenido del documento relacionado a dicho tema presentado visualmente en esta herramienta es muy útil

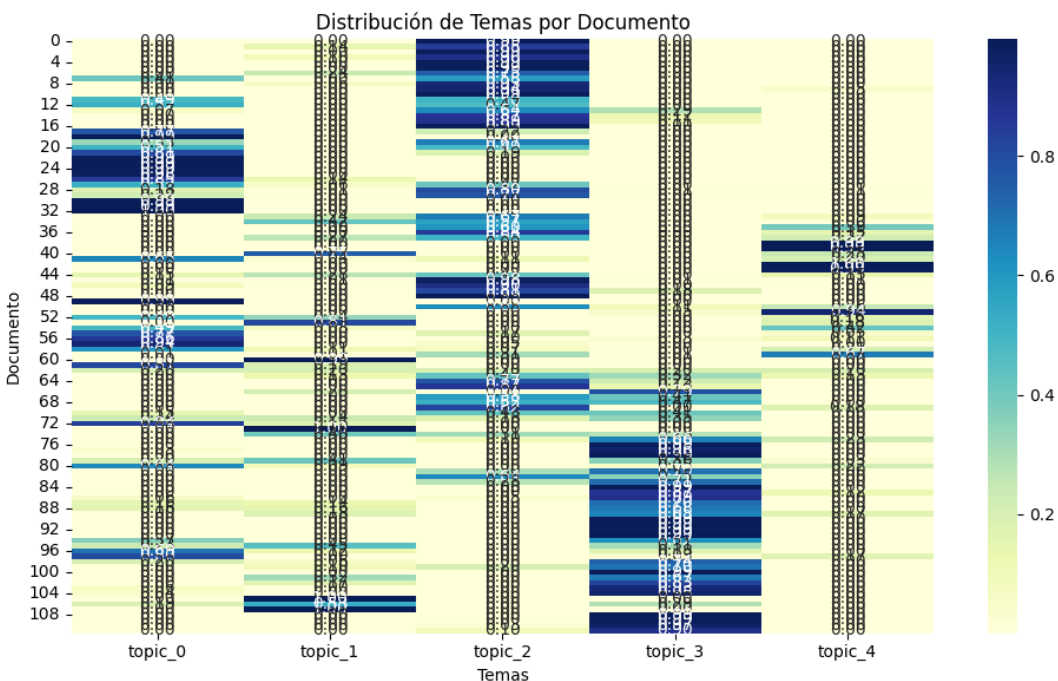
para analizar patrones de concentración temática especialmente enfocados en recurrencias o cambios y superposiciones de información.

Desde la revisión del mapa de calor se puede notar que los temas no están equitativamente distribuidos. Se pueden identificar bloques de textos en los que un tema predomina claramente, lo cual podría indicar secciones específicas centradas en un tema en particular, mientras que hay otros donde se entrelazan distintos temas, demostrando una combinación de enfoques o una transición fluida través de las unidades didácticas. Por ejemplo, en los primeros textos del conjunto de documentos es evidente que hay un enfoque particular en la Temática 0 (representación visual), lo que sugiere que el libro comienza abordando la interpretación visual de las funciones para el lector. Más adelante, podemos notar un aumento significativo en la Temática 1 (definiciones formales), seguido por una notable predominancia de la Temática 3 (reglas de derivación) y de la Temática 2 (usos prácticos), en las partes centrales. Al acercarse al final del libro se observan documentos que resaltan más el Temario 4 (modelado y resolución en contextos específicos), lo cual sugiere que la obra concluye con una aproximación práctica e integradora al cálculo. Esta secuencia indica que el texto presenta una disposición educativa planeada deliberadamente: empieza por contenidos visuales e intuitivos para luego adentrarse en fundamentos teóricos y procedimientos técnicos antes de finalizar en aplicaciones y modelación.

En su totalidad, el mapa de calor verifica que la organización del libro se ajusta a un método de aprendizaje progresivo y acumulativo.

**Figura 11**

*Distribución de Temas por Documento Stewart*



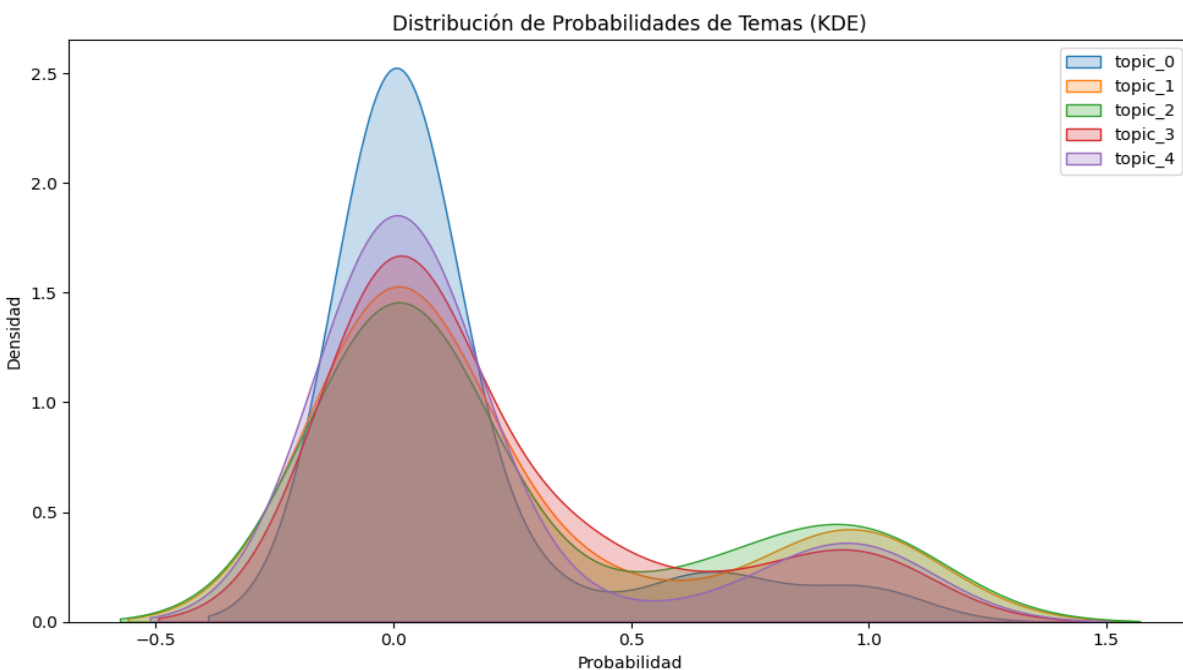
Finalmente, dentro del estudio del contenido temático del libro de Cálculo de James Stewart se crearon nubes de palabras, Figura 12, para mostrar de forma resumida las palabras más importantes de cada tema identificado por el modelo LDA. En esta sección se examina la nube de palabras relacionada al Tema 0 que fue descrito como “Representación Gráfica y Análisis de Funciones”. La nube de palabras se creó utilizando los términos más significativos en la distribución de probabilidades del tema según lo determinado por el modelo. Los términos más relevantes que se muestran en mayor tamaño incluyeron “gráfica”, “curva”, “continuo”, “línea asintótica”, “punto”, “hallar” y “línea tangente”. Estas palabras indican que este tema se enfoca en examinar las funciones desde un punto de vista visual y en analizar su comportamiento tanto a nivel local como global. En especial el uso frecuente de la palabra “gráfica” da indicios



cálculo. Tema 3: Lógica y precisión matemática. En el modelo KDE, Figura 13, se puede notar que los Temas 2 y 1 tienen distribuciones que se extienden hacia valores altos de probabilidad; esto indica que no solo son frecuentes, sino que también tienen una presencia intensiva en diversos documentos. Por otro lado, los Temas 3 y 4 muestran curvas más concentradas hacia valores bajos; esto sugiere una presencia más dispersa o secundaria, posiblemente limitada para introducciones, secciones filosóficas o conclusiones.

### Figura 13

#### *Distribución de Temas Courant y Robbins*

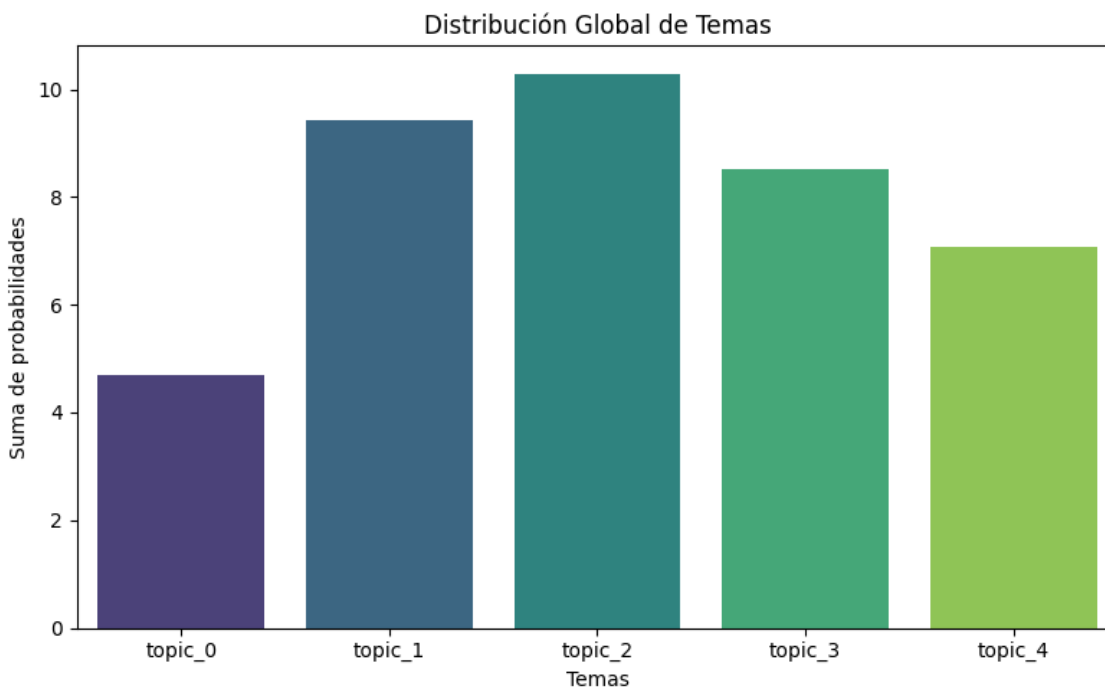


Para el gráfico de barras, Figura 14, que muestra la distribución global de temas en el corpus, se puede apreciar la prevalencia de distintos tópicos en el libro. Destacan principalmente los temas relacionados al movimiento y velocidad (Tema 2), geometría analítica (Tema 1), y fundamentos del cálculo (Tema 0). Estos resultados reflejan la importancia que se le da en el texto a la aplicación del cálculo en contextos físicos, así como a la visualización de funciones y

los principios básicos que subyacen al análisis matemático. Los temas 3 y 4 muestran una frecuencia más baja en comparación; esto podría indicar que los aspectos de lógica matemática y abstracción estructural son tratados de forma más específica o transversal en el texto.

### Figura 14

*Distribución Global de Temas Courant y Robbins*



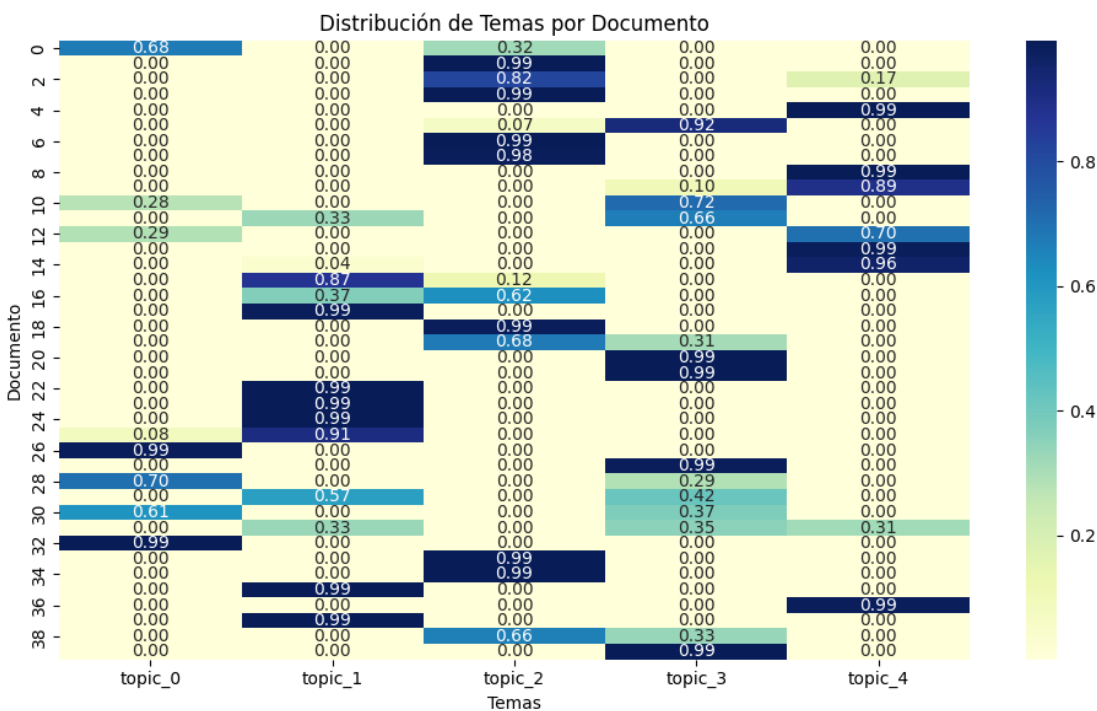
Siguiendo el análisis del mapa de calor, Figura 15, es importante destacar que la columna relacionada con el tema 1 presenta una distribución más focalizada en ciertos fragmentos documentales, especialmente entre los documentos (haciendo referencia a las páginas de la segmentación) 8 y 34. Esta agrupación sugiere que el libro reserva secciones específicas para explorar gráficamente las funciones y analizar las curvas desde un enfoque geométrico. En estos fragmentos se destaca la conexión entre las matemáticas visuales y algebraicas, con un enfoque especial en la interpretación gráfica de conceptos como tangentes, pendientes o rectas secantes.

En el tema 2 presenta apariciones más concentradas y destacadas en ciertos documentos específicos indicando una alta probabilidad en ellos de manera aislada. Esto sugiere que las aplicaciones del cálculo en la física como velocidad instantánea o aceleración están abordadas en secciones específicas del texto; probablemente mediante problemas situacionales o discusiones sobre la utilidad del cálculo en el mundo real. La fuerte presencia del color azul intenso en algunas células señala su importancia en capítulos que abordan contenido aplicado de forma destacada. El tema destacado en secciones densamente pobladas sugiere la naturaleza rigurosa y formal del texto en su enfoque matemático. Esto puede incluir demostraciones detalladas, definiciones formales extensivas, pruebas exhaustivas o razonamientos lógicos complejos.

Courant y Robbins son conocidos por su estilo meticuloso y este patrón se ajusta a un texto que pretende familiarizar al lector con el pensamiento lógico inherente a las matemáticas como ciencia. Finalmente se describe que el tema 4 aparece ocasionalmente, pero de manera intensiva en algunos puntos específicos del contenido del libro; esto podría implicar la introducción de conceptos más abstractos como estructuras matemáticas generales (por ejemplo: funciones como entidades formales o espacios numéricos) así como una continuidad conceptual más allá de lo visualmente representado en gráficos. Estas menciones señalan que el contenido del libro va más allá de presentar solo matemáticas prácticas; presenta al lector vislumbres sobre la estructura subyacente en el pensamiento matemático profundo.

Figura 15

## Mapa de Calor Courant y Robbins



La representación visual del vocabulario más significativo del Temático 0, Figura 16, se muestra a través de una nube de palabras cualitativa. Palabras como “borde”, “zona”, “Leibniz”, “Newton”, “regla”, “curva” que indican claramente una conexión sólida con los inicios históricos del cálculo y la construcción conceptual de sus bases. A pesar de no ser el tema más frecuente en términos de aparición repetida.

**Figura 16**

*Word Cloud Libro de Courant y Robbins*



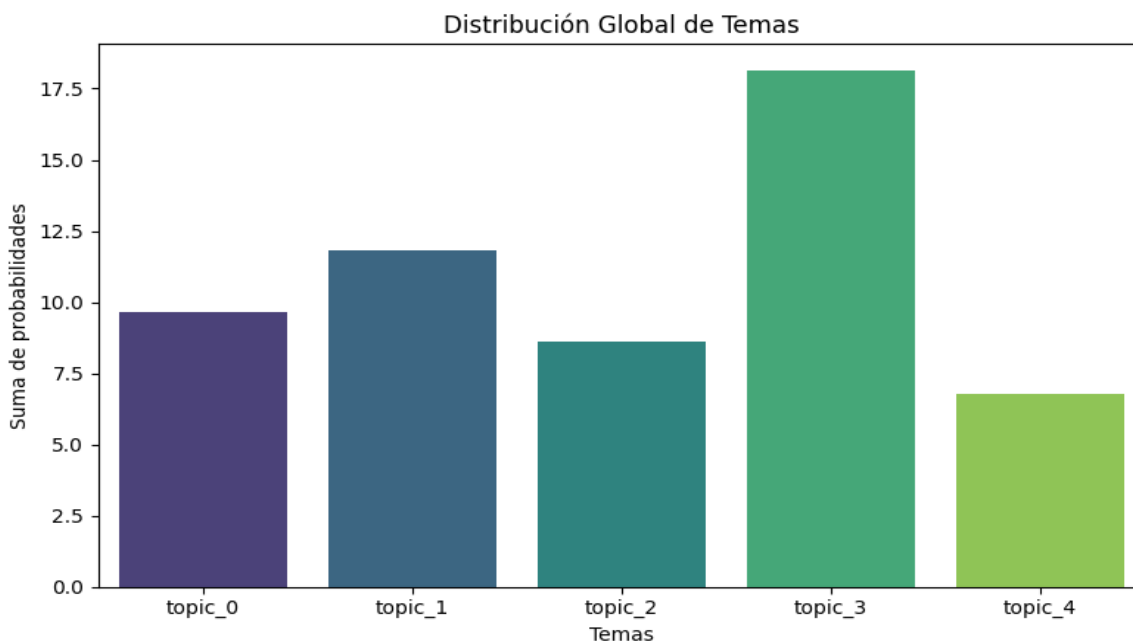
Por otro lado, para el libro de Tom Apóstol, que aborda el tema del cálculo de funciones de una sola variable junto a una introducción al álgebra lineal en su primer volumen; mediante la división del contenido en secciones y su posterior análisis utilizando técnicas de procesamiento del lenguaje natural; se descubrieron cinco temas subyacentes que estructuran de manera recurrente y sistemática el contenido del libro. Cada uno de estos temas fue interpretado a partir de las palabras clave más representativas y luego comparado con la estructura interna del texto.

Los temas identificados son: Tema 0: sobre las normas de derivación y el cálculo simbólico que se refiere a los métodos algebraicos para encontrar la derivada de funciones mediante el empleo de fórmulas matemáticas específicas y operaciones fundamentales en esta disciplina. El Tema 1: fundamentos teóricos del cálculo abarcan los conceptos fundamentales y las definiciones formales que conforman la estructura lógica del análisis matemático; estos elementos son distintivos del enfoque meticuloso de la obra de Apóstol. El Tema 2 trata sobre la

representación visual y geométrica e involucra ideas vinculadas al análisis gráfico de funciones, tangentes, áreas y curvas que funcionan como apoyo visual para la comprensión de conceptos abstractos. El tema 3 relaciona las reglas de derivación. El tema 4 concierne con aplicaciones físicas, a continuación, en la Figura 17, se presenta el resultado.

**Figura 17**

*Distribución Global de Temas Apóstol*



El gráfico de densidad (KDE), Figura 18, representa la distribución de probabilidades de cada tema en todos los documentos. En otras palabras, permite visualizar cómo se comporta la intensidad temática de cada tópico a lo largo del texto, y si existen documentos en los que ciertos temas se manifiestan con mayor fuerza.

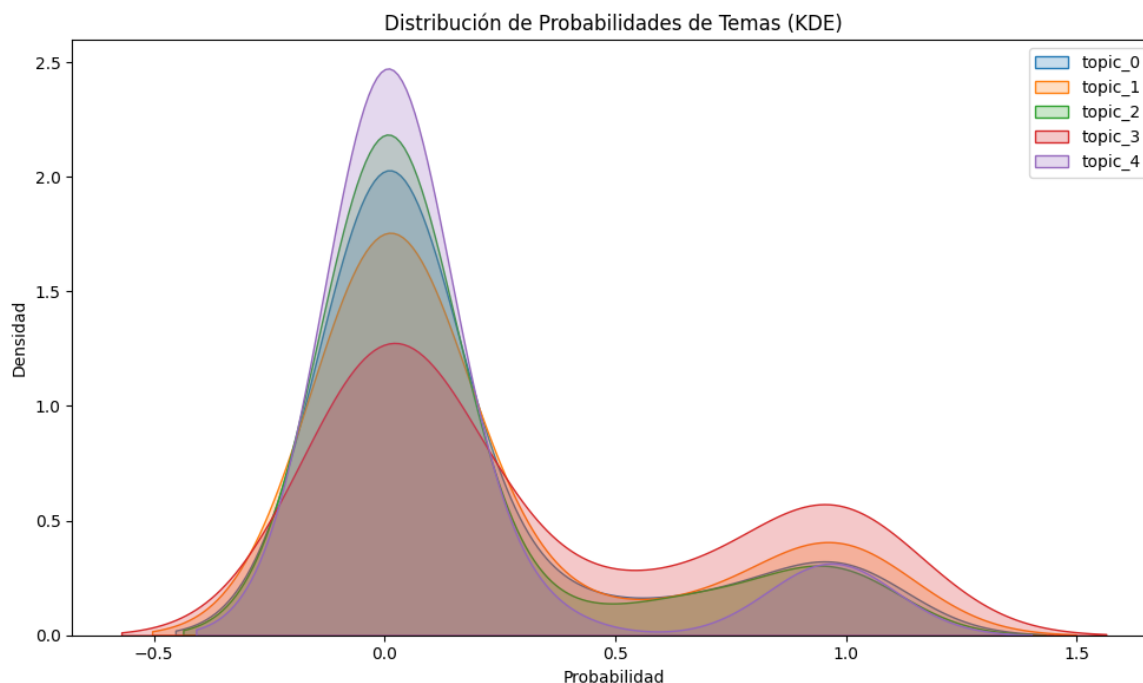
El análisis de esta gráfica muestra que todos los temas presentan una distribución asimétrica con una moda cercana a valores bajos (probabilidades entre 0.0 y 0.2), lo cual es característico en modelos LDA cuando un único tema predomina por documento. Sin embargo,

el Tema 3 presenta una curva más extendida hacia valores intermedios y altos (hasta 0.8), lo que implica que en un número significativo de documentos este tema no solo está presente, sino que lo hace con intensidad. Esto refuerza la idea de que el libro destina secciones completas a la resolución de problemas, lo que coincide con su enfoque pedagógico constructivista y basado en la práctica.

El Tema 1 también presenta una distribución ligeramente más densa que el resto, indicando que las definiciones, teoremas y estructuras teóricas están presentes de forma recurrente a lo largo del texto. Esto es consistente con la propuesta de Apóstol de presentar primero los fundamentos conceptuales antes de introducir técnicas operacionales o aplicaciones.

Los Temas 0, 2 y 4 presentan curvas más concentradas cerca de cero, aunque con pequeñas colas extendidas, lo que indica que en ciertos documentos estos temas adquieren mayor relevancia. Por ejemplo, la curva del Tema 2 muestra que, aunque la representación gráfica no sea el centro del discurso, sí se utiliza como apoyo conceptual en algunos momentos clave del libro.

En conjunto, este gráfico sugiere una arquitectura temática donde los tópicos centrales (teoría y problemas) estructuran la narrativa, mientras que los otros actúan como ejes complementarios o de apoyo.

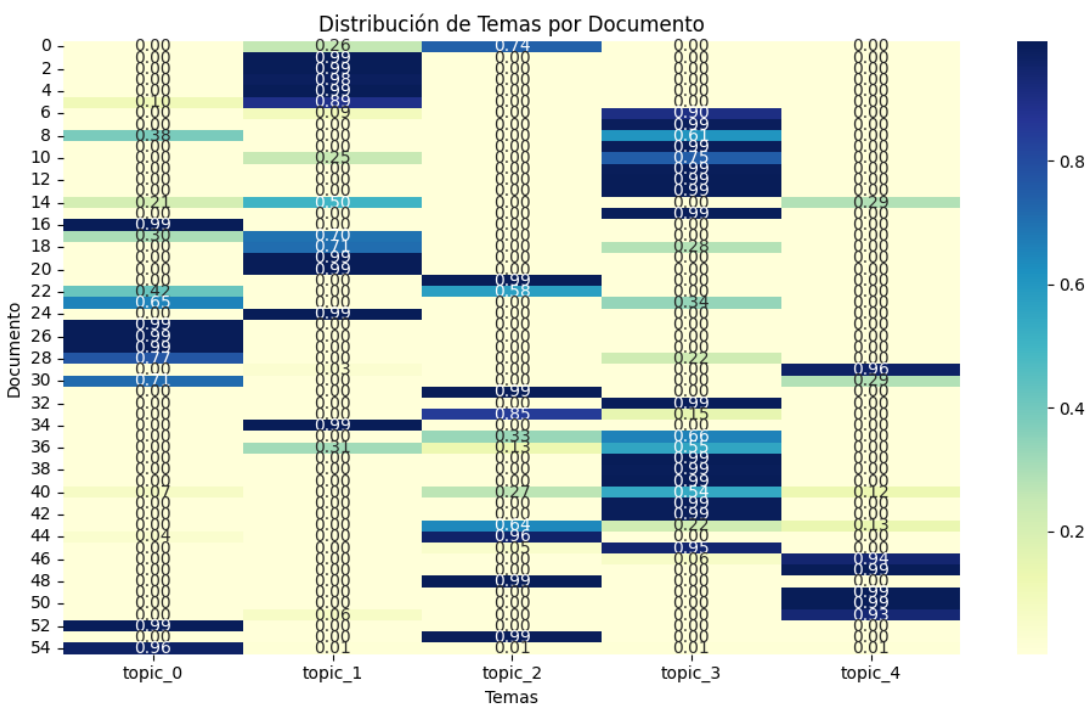
**Figura 18***Distribución de Probabilidad de Temas Apóstol*

La representación visual del mapa de calor, Figura 19, muestra cómo se distribuyen los temas con relación a cada documento del libro, asignando a cada fila un documento y a cada columna uno de los cinco temas disponibles en el análisis temático. La observación de esta representación permite identificar varios patrones relevantes en primer lugar; es posible distinguir documentos que están fuertemente enfocados en un solo tema gracias a la presencia de colores más oscuros alineados verticalmente. Este fenómeno resulta especialmente evidente en el Tema 3; algunos documentos muestran valores de probabilidad cercanos a 1 severamente altos lo cual sugiere que hay partes del libro donde las aplicaciones prácticas y la resolución de problemas son el centro temático exclusivo y posiblemente correspondiente a capítulos dedicados a ejercicios prácticos o resolución de problemas.

Se pueden encontrar documentos en los que convergen dos o más temas de forma equilibrada lo que indica una transición entre contenidos o la fusión de teoría y práctica en una misma sección. Por ejemplo, textos que abarcan los Temas 1 y el Tema 0 podrían corresponder a partes donde se introduce un concepto y luego se explica cómo aplicarlo mediante instrucciones operacionales. La representación también muestra que ciertos temas como el Tema 4 (Aplicaciones físicas) tienen una distribución más variada con valores bajos en la mayoría de los documentos. Esto confirma que el libro incorpora ejemplos vinculados a la física o al movimiento; sin embargo, estos ejemplos son utilizados como ilustraciones aisladas en lugar de constituir el núcleo estructural del texto.

**Figura 19**

*Mapa de Calor Apóstol*





Finalmente, relacionando los libros de texto a estudiar, se han descubierto cinco temas principales en el libro “Cálculo” de Ron Larson y Bruce Edwards en su novena edición, Figura 21. Estos temas revelan patrones semánticos recurrentes que muestran cómo los autores estructuran y presentan los conceptos matemáticos fundamentales del campo del Cálculo. Los cinco temas que se señalan en el libro son los siguientes: Se enfoca en explicar detalladamente los pasos prácticos para calcular derivadas, poniendo énfasis en particular en las derivadas de funciones trigonométricas y en el uso formal de la notación diferencial. Términos clave incluyen “norma”, “derivada”, “ $dx$ ”, “ $dy$ ”, “seno”, “coseno” y “pendiente”.

Referente a los temas identificados tenemos. Tema 0 sobre Reglas y Métodos de Derivación. Tema 1 - Límites y Continuidad. Contiene ideas fundamentales sobre límites matemáticos y continuidad con relación a los puntos críticos y expone la formalización matemática de estos conceptos esenciales en el estudio de las matemáticas. Términos clave incluyen: “límite”, “continuidad”, “rango”, “establecer” y “punto”. Tema 2 - Utilización del Cálculo en Situaciones Físicas Incluye ejemplos prácticos y usos del cálculo que se centran en conceptos físicos como velocidad, aceleración y otros fenómenos que involucran cambios en el tiempo. Términos clave a considerarse son “velocidad”, “tiempo”, “cambio de razón” y “movimiento”. Tema 3 - Enfoque en la Resolución y Modelación de Problemas Prácticos Se mencionan partes del libro que presentan desafíos y situaciones que necesitan análisis matemático y capacidades para interpretar contextos prácticos, destacando términos como “dilema”, “enfoque”, “resolución” y “entorno”. Tema número 4 sobre el análisis gráfico y la geometría de las derivadas. Se centra en la representación visual del cálculo matemático y el análisis de curvas y rectas tangentes para comprender las funciones derivadas de manera visualmente clara y detallada. La representación gráfica de la distribución de temas proporciona

una visión general de la importancia relativa de cada uno de los cinco temas identificados a través del análisis LDA en el cuerpo textual extraído del libro escrito por Larson y Edwards.

Esta representación visual resulta especialmente útil para identificar qué aspectos o ideas son destacadas por el autor a lo largo de su trabajo literario. Al observar las barras de forma detenida se puede notar claramente que el tema más destacado en general es el Tema 2: Utilización del Cálculo en Contextos Físicos. Esto sugiere que los autores dedican una considerable cantidad de espacio en su trabajo a mostrar ejemplos y ejercicios donde el cálculo diferencial e integral se emplean directamente en situaciones reales vinculadas a la física y otras disciplinas aplicadas como el análisis del movimiento y la rapidez instantánea y aceleración. Este descubrimiento muestra de manera evidente la inclinación práctica y aplicada que define este libro al resaltar la importancia de vincular la teoría matemática con situaciones cotidianas reales.

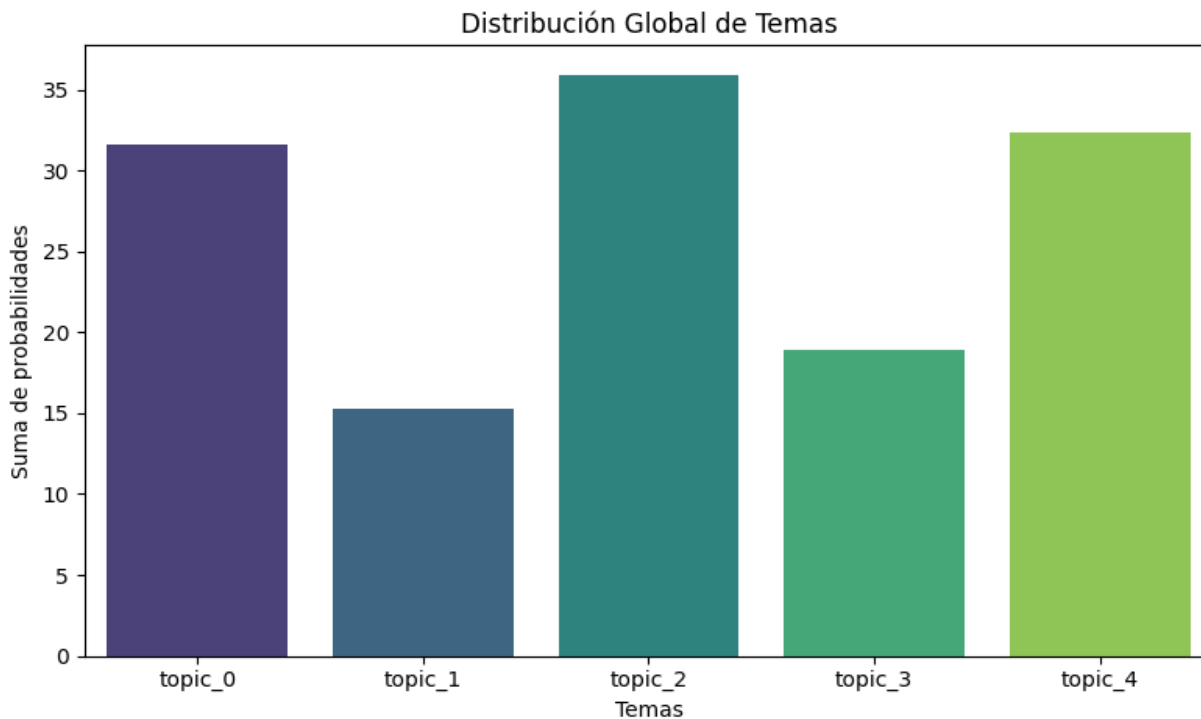
En una jerarquía de relevancia ascendente figura como prioritario el Tema 3 sobre la Resolución y Modelado de Problemas Aplicados; un tema que también destaca bastante en frecuencia de aparición en el análisis realizado hasta la fecha y por tanto no resultaría sorprendente para los observadores académicos familiarizados por completo mediante las aportaciones del autor que han conseguido una distinción reconocida por la presentación regular de variados ejemplos prácticos orientados a facilitar al estudiante un camino efectivo para mejorar habilidades interpretativas y resolver dilemas prácticos reales mediante el uso constante de técnicas matemáticas especializadas en modelación y simulación computacional.

La notable preeminencia otorgada a este particular punto temático corrobora el hecho palpable de que más allá del contexto puramente físico y matemático tradicionalmente asociado al autor mencionado, Larson, ha sabido introducir otras aplicaciones interdisciplinarias relevantes dentro de contextos educativos diversos procurando así fortalecer y asegurar una formación

integral y plena del estudiante ávido por aprender más allá de lo ordinariamente establecido. En el tercer puesto se encuentra el Tema 0 sobre Reglas y Métodos de Derivación que tiene una importancia moderada en este contexto particular. Llamativamente vinculado a la estrategia procedimental del cálculo diferencial; destaca la relevancia que Larson concede a las directrices prácticas; en especial aquellas ligadas a las funciones trigonométricas y la simbolización empleada para la derivación de funciones.

### Figura 21

*Distribución Global de Temas Larson y Edwards*



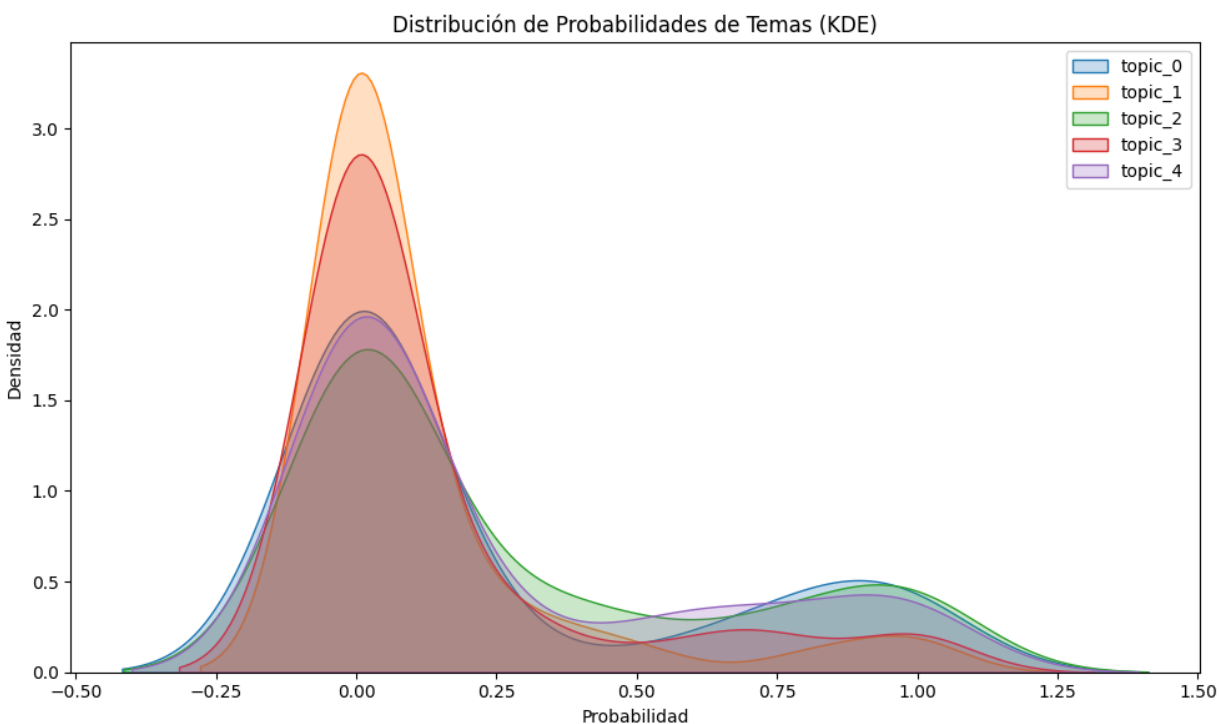
El gráfico de densidad (KDE), Figura 22, nos muestra cómo cambia la frecuencia de los temas en todo el conjunto. Tal representación nos ayuda no solamente en detectar la presencia de los temas sino también en valorar la fuerza y frecuencia que ciertos documentos tienen sobre ellos. Al observar las curvas de distribución de probabilidad en los diferentes temas analizados

en el estudio mencionado anteriormente, se puede notar que la mayoría de los temas presentan un pico en los valores bajos de probabilidad, lo cual es una característica común en los modelos LDA.

Esto sugiere que generalmente cada documento está influenciado por solo unos pocos temas dominantes. No obstante, algunos temas destacan por tener distribuciones más amplias que llegan a valores más altos. Específicamente, se destaca el Tema 2 relacionado con las Aplicaciones del Cálculo en Contextos Físicos y el Tema 3 dedicado a la Resolución y Modelado Matemático. Estas curvas más pronunciadas muestran documentos o capítulos concretos altamente centrados en estos temas clave, destacando que la aplicación práctica es común y vigorosa. En contraste, el primer tema (Limitaciones y Continuidad), se aborda de manera más generalizada en pequeñas partes a lo largo del libro sin llegar a dominar secciones extensas. Esto concuerda con el hecho de que este tema, aunque esencial, funciona más como punto de partida conceptual que como un núcleo recurrente de la temática. Los temas 0 y 4 tienen distribuciones intermedias en el libro analizado. El Tema 0 (Normativas de Derivación), presenta una densidad moderada indicando su constante relevancia como principal eje de operación; en cambio el Tema 4 (Análisis Visual), es menos frecuente resaltando su función de apoyo y refuerzo visual más que como punto central del texto.

**Figura 22**

*Distribución de Probabilidad Para el Libro de Larson y Edwards*



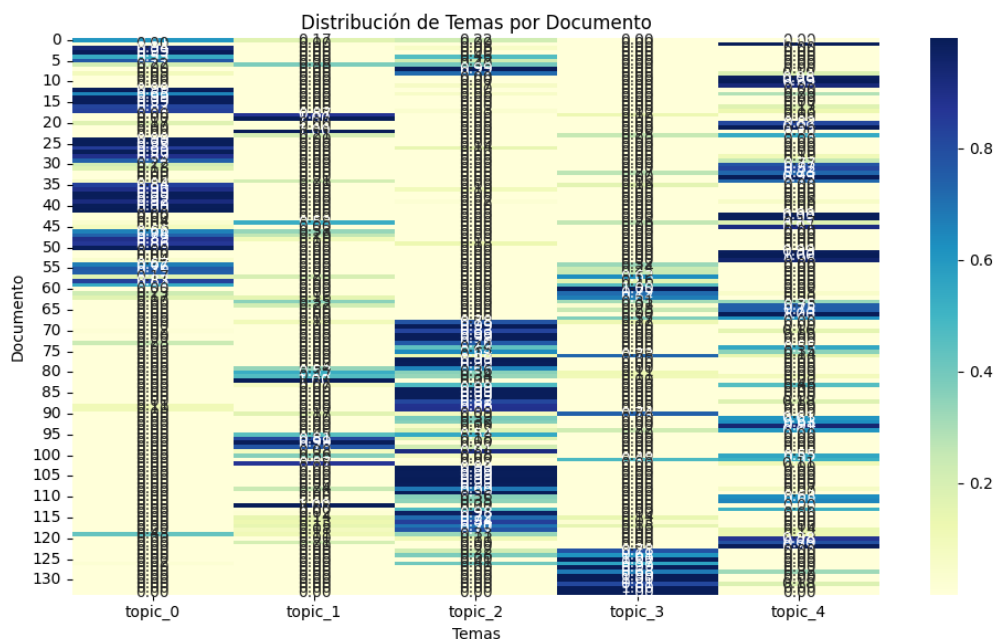
El mapa de calor, Figura 23, visualiza la fuerza de presencia de cada tema en los diversos documentos analizados del libro mediante segmentos individuales. Es posible ver patrones de concentración y dispersión temática a través de la probabilidad mostrada en cada celda del mapa de calor con relación a la asociación entre un documento dado y un tema específico. La evaluación de este mapa de calor reveló aspectos internos del libro que resultan sumamente interesantes. Es evidente la presencia de documentos con una fuerte concentración en un solo tema. Por ejemplo, se pueden identificar varios segmentos que se enfocan intensamente en el Temas 2 (Aplicaciones en Contextos Físicos), mostrando capítulos o secciones donde Larson explora detalladamente ejemplos físicos del cálculo. Esto indica una estructura organizativa en la que ciertos capítulos tienen una temática muy marcada, lo que facilitaría al estudiante

concentrarse en conceptos específicos durante el aprendizaje. Asimismo, es posible notar que hay documentos que presentan una alta probabilidad para el Tema 3 (Modelado Matemático), lo cual señala que hay capítulos enfocados en plantear y resolver ejercicios prácticos aplicados. Esto subraya la naturaleza práctica del texto y contribuye a afianzar los conceptos al llevar la teoría a situaciones concretas. Por otra parte, temas como el Tema 0 (Reglas de Derivación) y el Tema 1 (Límites y Continuidad) muestran distribuciones más diversas, siendo mencionados en diversos documentos y a veces en conexión complementaria con otros temas.

Esto sugiere que los enfoques metodológicos y teóricos se tratan de manera integral, a menudo sirviendo de fundamento previo para la implementación. Al finalizar el análisis de los documentos individuales se observó que el Tema 4 (Análisis Gráfico), aunque fundamental para la comprensión visual del cálculo, es utilizado principalmente como un apoyo conceptual y no como el tema central predominante.

### Figura 23

*Mapa de Calor Larson y Edwards*





Por último, en el boxplot, Figura 25, en el que también se mostrarán algunos resultados. La categoría del Tema 1 tiene una dimensión menor con relación al nivel de probabilidad que ocupa en términos generales; por ende, no se destaca como dominante sino más bien se aborda de manera superficial o introductoria en los escritos analizados. La presencia de numerosos valores atípicos por encima del rango estipulado, representados como puntos apartados, sugiere que hay pocos fragmentos o documentos particulares donde los límites y continuidad adquieren una relevancia excepcionalmente significativa.

Sin embargo, este fenómeno se presenta de forma esporádica, lo que indica que este tema suele evitar ser utilizado como base o introducción conceptual en el libro en lugar de ser el núcleo temático central. El segundo tema muestra una distribución extensa y equitativa en la que destaca una mediana más alta en comparación con otros temas presentados en el libro. La presencia constante de aplicaciones físicas del cálculo se hace evidente a lo largo del texto mediante numerosos ejemplos donde la probabilidad es bastante elevada. Además de eso se nota que este tema tiene pocos valores atípicos lo que sugiere un tratamiento estable en su desarrollo.

Esta característica resalta de manera evidente la importancia que el libro otorga al cálculo con situaciones y problemas reales del mundo en contextos físicos específicos. La caja del Tema 3 es bastante pequeña en comparación a las otras cajas del gráfico visualizado en niveles inferiores; esto sugiere que hay menos énfasis o detalle sobre este tema en la mayoría de los documentos analizados aquí en esta área de estudio específica del texto académico presente en el conjunto de datos examinado hasta ahora a nivel general.

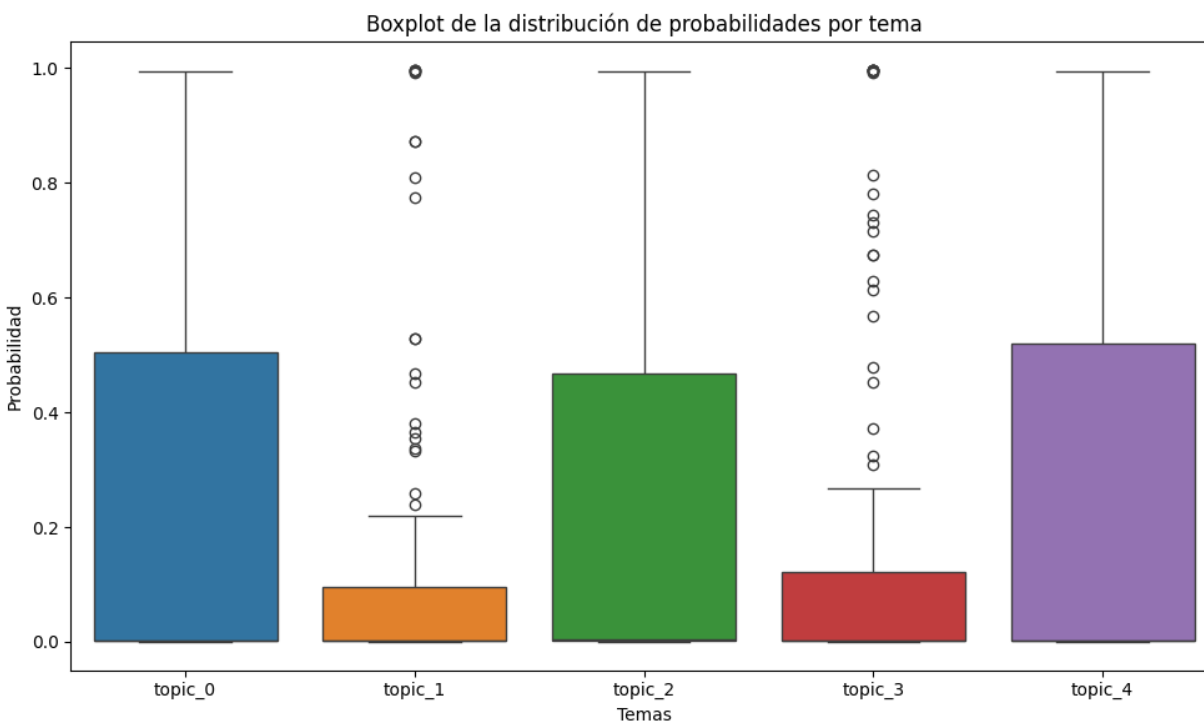
No obstante, destaca la presencia notable de varios valores extremos elevados representados como puntos dispersos alrededor de la caja principal; estos valores excepcionales sugieren que hay segmentos específicos dentro del contenido dedicados a una discusión o

tratamiento detallado sobre resolución de problemas matemáticos o modelado matemático en particular. Aunque no sea un tema recurrentemente abordado a lo largo de todo el texto bajo análisis desde una perspectiva integral; esto sugiere que hay ciertas partes dentro del texto donde este tema es explorado detalladamente, pero limitado a segmentos más específicos sin ser un tópico dominante durante toda la extensión textual. Estos puntos álgidos podrían representar secciones particulares centradas en la resolución práctica y modelado; en otros fragmentos del texto este tema se mantiene en un segundo plano. La caja del Tema 4 muestra una gran variabilidad similar al Tema 0 en cuanto al análisis gráfico a lo largo del libro; su mediana es relativamente baja pero el rango superior se extiende hasta probabilidades muy altas indicando así la importancia fundamental del análisis gráfico en varios documentos específicos.

La ausencia de valores atípicos destacados sugiere una distribución uniformemente constante. La importancia continua del análisis visual y geométrico en el estudio del cálculo se subraya en esta configuración, ya que es fundamental para enriquecer y profundizar tanto la comprensión teórica como la práctica de los conceptos involucrados.

## Figura 25

### *Boxplot Larson y Edwards*



## Reflexión

### *James Stewart*

El método de enseñanza utilizado por James Stewart en sus textos de cálculo se enfoca en la práctica y las aplicaciones de manera didáctica. Al analizar las secciones de cálculo diferencial de Stewart mediante el modelo de temas latentes (Latent Dirichlet Allocation - LDA), se han identificado cinco temas recurrentes que incluyen la representación gráfica de funciones matemáticas; conceptos y definiciones fundamentales del cálculo; aplicaciones prácticas como la velocidad y la razón de cambio; reglas de derivación; y la resolución de problemas mediante modelos matemáticos. Los datos cuantitativos revelan que los principales temas abordados en el libro son el uso del cálculo en situaciones reales y las técnicas de derivación prácticas.

Se observa una menor presencia de temas relacionados con definiciones teóricas formales y la modelación matemática. Esto sugiere que si bien Stewart introduce conceptos fundamentales como límites y derivabilidad junto a algunos ejemplos de modelado; estos desempeñan un papel más introductorio o secundario; dejando gran parte del enfoque en explicar cómo calcular derivadas y su aplicación en problemas prácticos. La preeminencia de contenidos procedimentales y prácticos en Stewart refleja un enfoque matemático centrado en la resolución de problemas y el dominio técnico. El texto se centra en equipar al estudiante con un “conjunto sólido de herramientas prácticas” y en establecer conexiones entre el cálculo y situaciones significativas en el mundo real. Para ello, Stewart proporciona una gran cantidad de ejemplos, ejercicios y aplicaciones a situaciones físicas o de la vida cotidiana, motivando al alumno mediante la utilidad del cálculo.

La manera en que se presentan gráficos de funciones como tangentes y asíntotas junto a curvas es bastante relevante ya que ayuda significativamente en la comprensión visual de conceptos como continuidad y derivada matemática; sin embargo, el enfoque formal riguroso que incluiría demostraciones completas de teoremas y desarrollos axiomáticos es escaso en este caso específico de Stewart. En general el método utilizado por Stewart no se limita únicamente al ámbito abstractos o teórico, sino que está más dirigido hacia una comprensión práctica del cálculo al hacer hincapié en la utilidad de los conceptos y la automatización de los procedimientos. Estos métodos han sido exitosos en cursos de ingeniería o ciencias a gran escala en los que se enseña el cálculo como una herramienta para resolver problemas en lugar de como una teoría.

### ***Courant y Robbins***

Courant y Robbins desde un enfoque conceptual y geométrico e histórico. "El famoso libro ¿Qué es la matemática?" escrito por Courant y Robbins proporciona una visión única y reflexiva del cálculo diferencial en el contexto más amplio de las matemáticas. Un análisis de los temas tratados en este texto revela cinco principales áreas de enfoque: los fundamentos del cálculo diferencial (notación, conceptos de derivada y límite), geometría analítica y representación gráfica de funciones matemáticas; aplicaciones físicas del cálculo como movimiento y velocidad; el uso de lógica y rigor matemático; así como la importancia de la abstracción y la estructura en las matemáticas. En contraste con un manual convencional, Courant y Robbins combinan la explicación del análisis matemático incluyendo contextos históricos y filosóficos relevantes. Sus secciones acerca del análisis se centran en los conceptos fundamentales que formaron las bases del análisis, por ejemplo, la noción de área bajo la curva, tangentes, las contribuciones de Newton y Leibniz, junto a la interpretación geométrica de las funciones.

Las palabras repetidas en el texto como "máximo", "región", "Leibniz", "Newton" muestran esta relación con los orígenes históricos del cálculo y el desarrollo conceptual de sus bases fundamentales. En lo que respecta a la distribución de contenidos, Courant y Robbins otorgan mucha importancia tanto a la representación visual geométrica como a la aplicación práctica del cálculo. Los temas más destacados en el texto son precisamente el análisis gráfico de funciones (visión geométrica) y las nociones de movimiento y cambio asociadas a la derivada. Esto indica que el libro dedica amplias secciones a explorar el cálculo como una herramienta para comprender fenómenos naturales (como velocidad instantánea, aceleración, etc.), basándose en gran medida en gráficos e intuición geométrica para respaldar las ideas. Por otro lado, los

elementos de precisión lógica formal y abstractismo elevado se presentan de manera menos frecuente en el texto de Courant y Robbins.

En lugar de abrumar al lector con demostraciones extensivas o formalidades rigurosas, ellos introducen cuidadosamente el razonamiento lógico-matemático característico de la disciplina. Las secciones coinciden con pasajes donde se exploran argumentos matemáticos más profundos o donde se discuten las bases conceptuales con más estructura. Estos breves momentos de formalidad ocasional que se dan al explicar detalladamente conceptos como el límite o al presentar una prueba ilustrativa tienen la finalidad de guiar al lector en el mundo del pensamiento matemático riguroso sin transformar el texto en un tratado puramente axiomático.

Además, se vislumbran pinceladas de mayor abstracción en ciertos puntos del libro - como por ejemplo en el tema 4, lo cual sugiere que la obra proporcionara destellos de la estructura profunda del pensamiento matemático al discutir funciones como entidades formales o generalidades; siempre manteniendo presente la idea de ser comprensible para todos los lectores.

El enfoque de Courant y Robbins equilibra la intuitiva visualización y aplicación práctica junto al rigor matemático necesario. Se destaca por su cuidado y profundidad en el discurso matemático al presentar el cálculo no solo como un conjunto de técnicas sino como una parte esencial de la matemática considerada como una ciencia lógica. Este texto impactante fomentará el aprendizaje al promover una comprensión conceptual sólida al vincular las ideas del cálculo en un contexto histórico-, geométrico y físico que cultivará en el estudiante un aprecio por el razonamiento matemático.

Si bien no cuenta con el amplio abanico de ejercicios de un libro de texto tradicional, su valor educacional radica en fomentar la comprensión cualitativa y contextual del cálculo, que

puede inspirar a estudiantes a comprender el “por qué” subyacente, más allá del “cómo” puramente calculador.

### ***Tom Apóstol***

Tom Apóstol y su enfoque en la combinación de rigurosidad teórica con aplicación práctica. El enfoque de Tom M. Apóstol en su libro “Cálculo Vol.I” es muy diferente al de autores como Stewart o Larson.

Apóstol concibe el cálculo como un sistema lógico sólidamente fundamentado y lo presenta de manera rigurosa, pero al mismo tiempo lo integra abundantemente con ejemplos y problemas. El análisis LDA identifica cinco temas centrales en su libro de manera equitativa: normas de derivación y cálculo simbólico (procedimientos algebraicos), bases teóricas del cálculo (definiciones formales y teoremas), representación geométrica (interpretación gráfica de funciones y curvas), uso de las matemáticas en la resolución de problemas prácticos (ejecución de ejercicios y problemas puramente matemáticos) y aplicación del cálculo en contextos físicos relacionados al movimiento como velocidad y ciencias. La inclusión de estos temas confirma la naturaleza completa de la obra de Apóstol, abarcando desde lo más teórico hasta lo aplicado. En Apóstol se destaca la presencia de dos ejes temáticos principales en su contenido: la resolución de problemas y los fundamentos teóricos. Resultó sorprendente que el tema más recurrentemente abordado fuese el relacionado al uso de aplicaciones para resolver problemas matemáticos. Este enfoque refleja que Apóstol no trata los problemas como simples ejercicios que se resuelvan al final del capítulo, sino como elementos esenciales para el proceso de aprendizaje. Una característica fundamental de su enfoque pedagógico es la utilización sistemática de ejemplos y ejercicios progresivamente desafiantes para consolidar cada concepto.

En segundo lugar, destaca el énfasis en el desarrollo de los conceptos teóricos del cálculo (definiciones y teoremas). Esta prioridad refuerza la naturaleza rigurosa del libro de Apóstol; él incluye demostraciones formales para construir la teoría del cálculo (como definiciones de límite y la prueba del Teorema Fundamental), lo cual ayuda al estudiante a comprender las razones detrás de cada resultado. Según Apóstol en su análisis, "no solo considera el cálculo como una técnica computacional simple sino como un sistema lógico sólidamente fundamentado", destacando la importancia de formalizar conceptos y demostrar teoremas.

El aspecto procedimental (métodos de derivación) se sitúa en un tercer plano de importancia en el texto mencionado por el usuario; lo que sugiere que a pesar de la presencia de múltiples fórmulas y procedimientos (como la regla del producto o las derivadas trigonométricas), estos elementos se encuentran supeditados a una comprensión más profunda del tema abordado por Apóstol. En otras palabras, el autor introduce y emplea las técnicas de cálculo para enriquecer los conceptos presentados en lugar de dar prioridad a dichos métodos sobre la comprensión conceptual misma. Por otro lado, se aprecia que la representación gráfica y las aplicaciones prácticas en contextos físicos posee una relevancia menos significativa en comparación al resto del contenido abordado.

La disminución en la frecuencia de referencias visuales en Apóstol se debe al enfoque preferente hacia una presentación formal y algebraica de las ideas en lugar de depender tanto de la intuición gráfica (aunque no deja de utilizar figuras y conceptos geométricos cuando son pertinentes). Además de eso, las aplicaciones prácticas en campos como la física o la ingeniería se abordan en menor medida que en los libros de Stewart o Larson. Apóstol sigue un acercamiento más abstracto y general que se centra en las matemáticas puras; esto contrasta fuertemente con manuales que suelen utilizar ejemplos físicos para motivar constantemente.

Sin embargo, existen estas dimensiones en cuestión de hecho: el texto aborda secciones relacionadas con la interpretación geométrica de la derivada y los problemas de movimiento; no obstante, siempre lo hace después de haber establecido detalladamente la teoría previa.

El libro de Apóstol logra un equilibrio entre la teoría y la práctica de manera excelente y muestra una cierta inclinación hacia la formalización lógica en su enfoque general. El impactante efecto que tiene en el proceso de aprendizaje universitario es la creación de estudiantes altamente capacitados en términos conceptuales y habilidades de razonamiento sólidas. Aquellas personas que estudian utilizando el material de Apóstol adquieren un profundo entendimiento del cálculo; comprendiendo el origen de las diferentes fórmulas y cómo se llegan a demostrar los resultados mientras se enfrentan a desafiantes problemas que fortalecen sus habilidades matemáticas. Sin embargo, este método puede ser bastante complicado; la complejidad teórica necesita un entendimiento profundo en matemáticas y puede presentar dificultades para estudiantes con menos experiencia previa en el tema. A pesar de esto, en el largo plazo proporcionará una base más robusta para estudios avanzados en matemáticas y áreas que demanden un análisis minucioso.

### ***Larson y Edwards***

Ron Larson y Bruce Edwards se caracterizan por ofrecer numerosos ejemplos y adoptar un enfoque práctico. El libro de cálculo escrito por Ron Larson y Bruce Edwards sigue la misma línea general que el enfoque de Stewart en cuanto a ser accesible y centrado en el estudiante común; sin embargo, presenta matices propios. La novena edición del análisis temático del texto identifica los siguientes cinco temas principales: reglas y estrategias de derivación (que incluyen derivadas trigonométricas y notación diferencial formal), límites y continuidad (bases conceptuales iniciales), utilización del cálculo en escenarios físicos (tales como velocidad y

aceleración), resolución y modelado de situaciones prácticas a los problemas presentados y análisis visual de funciones y sus derivadas. Este conjunto de temas muestra que Larson y Edwards abordan los conceptos comunes del análisis matemático (como límites y derivadas) pero destacan especialmente la aplicación práctica de estas ideas en situaciones del mundo real.

La distribución general de temas muestra que Larson y Edwards dan prioridad a las aplicaciones prácticas sobre los aspectos más formales en su libro de texto sobre el cálculo. El tema más destacado en la obra es el uso del cálculo en situaciones físicas cotidianas. Los autores dedican bastante espacio al análisis de ejemplos relacionados al movimiento físico, problemas de velocidad y aceleración, crecimiento demográfico, optimización, y en general al empleo que se le puede dar al cálculo para modelar gráficamente situaciones reales.

Le sigue cercanamente en importancia el tema del modelado y solución de problemas prácticos en diversos contextos. En tercer lugar, se examina en profundidad el tema de las técnicas de derivación en sí mismas dentro del libro (aspectos procedimentales), otorgándoles una importancia intermedia en el contenido tratado. Se detallan las normativas relativas a la derivación (producto, cociente, cadena), destacando la importancia de habilidades como distinguir funciones trigonométricas o manejar adecuadamente la notación  $dx, dy$ .

Estos ejemplos ponen de relieve la importancia que los autores otorgan tanto a la comprensión algorítmica como al dominio simbólico por parte del estudiante; sin embargo, no separan estas habilidades de su contexto ya que siempre van acompañadas de ejemplos y aplicaciones que les dan significado. Por último, los temas de límites / continuidad y análisis gráfico resultan ser menos recurrentes en general. No es que se pasan por alto, de hecho, son fundamentales en el libro; pero tienden potencialmente a concentrarse en capítulos introductorios o para el refuerzo, en lugar de impregnar todo el texto. Por ejemplo, al comienzo se aborda el

tratamiento sobre límites y definiciones formales como base teórica (en el capítulo del precálculo y principio del cálculo), sin embargo, una vez establecido esto, la narrativa avanza hacia problemas más prácticos y tangibles.

De manera similar, la interpretación geométrica de la derivada (la inclinación de la tangente, la forma del gráfico) se introduce en el momento adecuado para proporcionar una cierta intuición, pero Larson no se extiende demasiado en largas discusiones visuales aisladas. Más bien actúan como una ayuda adicional para comprender en lugar de ser el punto central de la discusión. En el ámbito pedagógico el libro de Larson y Edwards influye en la enseñanza al ofrecer una amplia gama de ejercicios y la vinculación a lo tangible para facilitar el aprendizaje de los estudiantes en donde buscan beneficiarse de la diversidad de problemas planteados y resueltos además de las ilustraciones y recursos visuales que ayudan con una comprensión más rápida.

El enfoque en ejemplos cotidianos puede motivar al mostrar la relevancia del cálculo al igual que en el caso de Stewart, una posible desventaja es que el enfoque formal riguroso se relegue a un segundo plano; las pruebas y justificaciones profundas no son tan comunes, lo que podría resultar en lagunas en la comprensión de aspectos teóricos más sutiles. Sin embargo, para los cursos introductorios de matemáticas en muchas disciplinas, este método procedimental y aplicado ha demostrado ser eficiente para ayudar a la mayoría de los estudiantes a adquirir las habilidades básicas para derivar funciones y resolver problemas estándar, estableciendo así una base sólida.

Reflexionando sobre los cuatro textos examinados se puede observar que todos tienen en común el propósito de enseñar cálculo diferencial en la universidad; sin embargo, presentan diferencias significativas en sus enfoques discursivos ya sea teórico o aplicado; formal o

intuitivo; visual o algebraico; procedimental o conceptual, estas variaciones afectan de manera distinta al proceso de aprendizaje de los estudiantes. Tom Apóstol destaca por su enfoque riguroso y teórico en el ámbito matemático. En su obra se destaca la importancia de la demostración de teoremas y la construcción lógica de conceptos como pilares fundamentales de la enseñanza. Esto ayuda en la formación de estudiantes que poseen una sólida capacidad de razonamiento matemático. Aunque este método puede resultar exigente, ya que requiere que el estudiante se adentre en la comprensión y reproducción de argumentos formales, resultando beneficioso para aquellos interesados en profundizar sus conocimientos en matemáticas puras o teóricas. Courant y Robbins también aprecian la teoría de manera similar, pero adoptan un enfoque más comprensible al introducir el pensamiento lógico de forma gradual para evitar abrumar al lector, su atención se centra en la estructura matemática y la abstracción para proporcionar al estudiante un marco conceptual que amplía la comprensión de los procedimientos realizados. En contraste Stewart junto a Larson tienden a dejar de lado el formalismo estrictamente definido al presentar las definiciones en teoremas mayormente como herramientas prácticas en lugar de objetos de estudio profundo. Estas características hacen que sus libros sean más accesibles para un amplio público; sin embargo, existe el riesgo de que el estudiante adquiera habilidades de cálculo sin una comprensión completa de las demostraciones o la teoría subyacente. A pesar de ello y para muchos estudiantes en el campo de la ciencia y la ingeniería, esta disminución inicial en formalidad facilita el aprendizaje al principio al enfocarse en lo práctico antes de profundizar en aspectos más sutiles. Stewart y Larson comparten la firme creencia de que enseñando el cálculo a través de sus aplicaciones en la vida real se logra un mejor aprendizaje. En sus libros se incluyen problemas de física economía, biología, ingeniería, entre otros campos, lo cual ayuda a los estudiantes a traducir situaciones reales al lenguaje

matemático. Un análisis detallado reveló que en ambos textos se da gran importancia a las aplicaciones prácticas y la modelización. Estos aspectos benefician de forma positiva la motivación y la capacidad de los estudiantes para resolver problemas reales mediante el cálculo y así desarrollar una competencia fundamental en carreras aplicadas. Courant y Robbins resaltan las conexiones del cálculo con fenómenos naturales a través de narrativas que exploran el movimiento físico y las áreas bajo la curva junto a reflexiones científicas que dan significado a los conceptos matemáticos en su obra. En Apóstol por otro lado balancea el peso incorporando ejemplos físicos como movimientos y ejercicios sobre tasas de cambio, pero en menor medida. Hace énfasis en los problemas intramatemáticos como demostrar propiedades calcular expresiones complejas y problemas ingeniosos en lugar del extenso contexto externo. Esto puede dar la impresión de que su libro es más "abstracto".

Énfasis visual versus algebraico: Otra diferencia radica en la utilización de representaciones gráficas y visuales en lugar de solamente algebraicas para explicar conceptos matemáticos. Stewart y Larson incluyen una cantidad significativa de gráficos y figuras de funciones en sus explicaciones porque reconocen la importancia educativa de utilizar diferentes tipos de representaciones (visuales, numéricas, simbólicas).

En el análisis realizado sobre el trabajo de Stewart se encontró un apartado que se enfoca en la interpretación gráfica de funciones y continuidad; aunque no es el tema principal del texto, sí está presente en varias secciones del mismo. En apóstol se sitúa en el otro extremo: aunque no descarta las interpretaciones geométricas (incluyendo figuras y discusiones de curvas), no las utiliza tanto desde un enfoque didáctico; en su lugar, prefiere una presentación algebraica y analítica donde la figura completa el análisis. Desde la perspectiva educativa, la inclusión de una variedad de apoyos visuales tiende a facilitar la comprensión de conceptos como el límite

(mediante la noción de aproximación en el gráfico) o la derivada (la pendiente de la curva). Los estudiantes que tienen estilos de aprendizaje visual obtienen beneficios significativos especialmente. Sin embargo, si confiamos demasiado en la percepción sin respaldo formal puede haber fallos en nuestra comprensión, por eso lo más conveniente es unir la comprensión intuitiva del concepto con su definición simbólica y su aplicación práctica.

Énfasis en el proceso de aprendizaje: Si bien es fundamental que todos los materiales de cálculo diferencial enseñen a los estudiantes a calcular derivadas de forma precisa y correcta; existen variaciones en cuanto a la importancia otorgada a la práctica mecánica. Larson y Stewart priorizan claramente el desarrollo de habilidades procedimentales al dedicar capítulos completos a las reglas de derivación y las técnicas matemáticas pertinentes junto a una amplia gama de ejemplos resueltos detalladamente paso a paso. Este enfoque fomenta en los alumnos una confianza operativa al proporcionarles las herramientas necesarias para saber qué regla aplicar y cómo llevarla a cabo; habilidades imprescindibles para abordar problemas tanto en evaluaciones como en situaciones profesionales. Apóstol también aborda las técnicas de una manera que involucra principios antes de integrarlas y a menudo explica por qué funcionan las reglas en lugar de simplemente presentar los cálculos sin contexto claro ni fundamento sustancial detrás de ellos. Su enfoque práctico es más serio y desafiante al ofrecer menos ejercicios repetitivos y más problemas que requieren reflexión crítica para resolverlos. Courant y Robbins tocan ligeramente la parte práctica del tema sin enfocarse en la práctica excesiva y repetitiva típica de los libros de texto convencionales.

En lo que respecta al impacto de la enseñanza de procedimientos intensivos como en Larson y Stewart, se asegura la competencia técnica para que los estudiantes puedan calcular derivadas de funciones complejas fácilmente. Sin embargo, si no se equilibra adecuadamente

podría promover un aprendizaje mecánico donde los alumnos aprendan a derivar mediante “recetas” sin comprender completamente el concepto. Por otro lado, si solo se lee a Courant y Robbins (que carece de muchos ejercicios), hay un énfasis insuficiente en la práctica procedimental, lo que deja al estudiante con una buena comprensión conceptual pero poca habilidad para operar rápida y precisamente. Por lo tanto, el equilibrio es crucial. Por lo que, cada enfoque presenta ventajas y desventajas. Los textos de Stewart y Larson son conocidos por su capacidad para llegar a una audiencia amplia y diversificada, lo que hace que el cálculo sea accesible, relevante y práctico; aunque corren el riesgo de parecer superficiales desde el punto de vista teórico, han demostrado ser eficientes para enseñar habilidades básicas de cálculo en entornos universitarios masivos.

Por otro lado, Apóstol, caracterizado por su rigor y exhaustividad, forma a estudiantes dotándolos de un entendimiento profundo y habilidades que van más allá de lo común; aunque posiblemente requiera entornos académicos donde se pueda dedicar el tiempo y recibir el apoyo necesario para aprovecharlo al máximo. Courant y Robbins ofrecen una visión profunda y significativa que puede inspirar a apreciar las matemáticas; sin embargo, no reemplaza la importancia de practicar de manera intensiva en un entorno académico formal. ¿Cuál enfoque produce mejores resultados? Determinar cuál enfoque es el “mejor” depende del criterio de eficacia que elijamos y del contexto educativo particular. Si consideramos la eficacia en términos de un aprendizaje completo del cálculo, es decir lograr tanto habilidades técnicas como comprensión conceptual y motivación, entonces la evaluación indica que lo ideal sería una mezcla equilibrada de los diferentes enfoques disponibles. Un texto realmente efectivo sería aquel que tiene bases sólidas y rigor suficiente para no construir sobre una base débil y al mismo tiempo tiene la capacidad de conectarse directamente y brindar ejercicios prácticos variados para

los estudiantes al estilo de Stewart/Larson. Además de esto incorporar la visión semigeométrica e histórica de Courant y Robbins puede proporcionar un contexto cultural más profundo al aprendizaje del cálculo y convertirlo en una aventura intelectual en lugar de simplemente un conjunto de reglas.

En la enseñanza universitaria, muchos profesores eligen libros como Stewart o Larson debido a su demostrada facilidad de uso y variedad de ejercicios disponibles. Estos recursos son útiles para que la mayoría de los estudiantes adquieran habilidades de cálculo y resolución de problemas convencionales, cumpliendo así los objetivos básicos del curso. Sin embargo, considerando esta comparación en profundidad, se podría sostener que la mejor estrategia es aquella que no descuida ningún ámbito del saber; ni el entendimiento teórico, ni la destreza práctica, ni la aplicación efectiva, ni la visión visual intuitiva. Un enfoque equilibrado de este tipo ayuda a los estudiantes a comprender completamente el cálculo, tanto como teoría, como herramienta y como lenguaje.

## Conclusiones

El análisis de contenido realizado sobre libros de texto de cálculo desde la perspectiva de la ciencia de datos ha permitido identificar patrones significativos en la presentación del concepto de derivada, revelando diferencias sustanciales en los enfoques pedagógicos adoptados por los autores estudiados. Estas diferencias impactan directamente en la forma en que se construye el conocimiento matemático en el aula y en el desarrollo del pensamiento analítico de los estudiantes.

En primer lugar, se confirma la hipótesis inicial de que existe un sesgo procedimental en la mayoría de los textos analizados. Los resultados del modelado de temas (LDA) demuestran que tanto en Stewart como en Larson y Edwards, los temas dominantes están relacionados con las reglas de derivación y las aplicaciones prácticas, mientras que los aspectos teóricos y conceptuales ocupan un espacio significativamente menor. Este hallazgo corrobora lo señalado por Soto y Cantoral (2014) respecto a la naturaleza utilitaria del discurso Matemático Escolar predominante.

El análisis comparativo entre los cuatro textos estudiados (Stewart, Courant y Robbins, Apóstol, Larson y Edwards) revela una evolución histórica en la enseñanza del cálculo: desde enfoques teóricos y formales representados por Apóstol, hacia metodologías más intuitivas y aplicadas como las de Stewart y Larson. Esta transición refleja un cambio paradigmático en la educación matemática universitaria, que ha pasado de priorizar el rigor axiomático a enfatizar las aplicaciones y la resolución de problemas contextualizados.

Los mapas de calor generados para cada libro de texto evidencian diferencias estructurales en la organización del contenido. Mientras que Apóstol y Courant y Robbins presentan una distribución más equilibrada entre conceptos teóricos y aplicaciones, Stewart y

Larson muestran una marcada concentración en secciones procedimentales y prácticas. Esta distribución temática tiene implicaciones pedagógicas importantes, ya que determina el tipo de pensamiento matemático que se fomenta en los estudiantes.

El análisis de las nubes de palabras por tema reveló diferencias significativas en el vocabulario técnico empleado por cada autor. Apóstol utiliza un lenguaje más formal y abstracto, con términos como "normativa", "secuencia" y "diferencial", mientras que Stewart y Larson incorporan más referencias a aplicaciones prácticas como "velocidad", "cambio" y "problema". Esta variación léxica refleja distintas concepciones epistemológicas sobre el cálculo y su enseñanza.

En cuanto a la representación visual del concepto de derivada, se identificó que todos los textos incorporan elementos gráficos, pero con diferentes propósitos y énfasis. Courant y Robbins destacan por su enfoque geométrico e intuitivo, mientras que Stewart utiliza las visualizaciones como apoyo a la comprensión procedimental. Esta diversidad de aproximaciones visuales responde a distintas teorías sobre el aprendizaje matemático y la construcción de significados.

Los resultados cuantitativos del análisis de distribución global de temas confirman que en los textos contemporáneos (Stewart y Larson), más del 50% del contenido se centra en aspectos procedimentales y aplicaciones, mientras que menos del 20% aborda los fundamentos conceptuales de la derivada. Este desequilibrio puede explicar, en parte, las dificultades que enfrentan los estudiantes para desarrollar una comprensión profunda del concepto, como lo señaló Orton (1983) en su estudio sobre las dificultades en la comprensión del cálculo.

El análisis de la evolución temática a lo largo de los textos permitió identificar patrones secuenciales en la presentación del concepto de derivada. En general, se observa una progresión

desde lo visual e intuitivo hacia lo procedimental, con las aplicaciones contextualizadas hacia el final. Esta estructura didáctica responde a un modelo de aprendizaje progresivo, pero que no necesariamente favorece la integración conceptual.

La aplicación de técnicas de ciencia de datos, como el modelado de temas (LDA) y el análisis de distribución probabilística (KDE), ha demostrado ser una metodología efectiva para examinar objetivamente el discurso matemático en los libros de texto. Estas herramientas han permitido identificar tendencias y patrones que difícilmente serían perceptibles mediante métodos tradicionales de análisis textual.

Por último, este estudio contribuye significativamente a la comprensión de cómo ha evolucionado la enseñanza del concepto de derivada y sugiere la necesidad de un enfoque más equilibrado que integre los aspectos conceptuales, procedimentales y contextuales del cálculo. Un discurso matemático escolar efectivo debería combinar el rigor teórico de Apostol, la intuición geométrica de Courant y Robbins, y las aplicaciones prácticas de Stewart y Larson, proporcionando así una base sólida para el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes universitarios.

## Recomendaciones

A partir del análisis realizado sobre el tratamiento del concepto de derivada en los libros de texto de cálculo y los resultados obtenidos mediante técnicas de ciencia de datos, se proponen diversas recomendaciones orientadas a mejorar la enseñanza y el aprendizaje de este concepto fundamental en el ámbito universitario.

Los hallazgos de esta investigación sugieren la necesidad de implementar un enfoque pedagógico equilibrado que integre elementos de diferentes tradiciones didácticas. Se recomienda combinar el rigor formal característico de Apóstol, la intuición geométrica de Courant y Robbins, y las aplicaciones prácticas que destacan en obras como las de Stewart y Larson. Esta integración permitiría abordar las diversas dimensiones del concepto de derivada y atender a los diferentes estilos de aprendizaje presentes en las aulas universitarias.

Cuando se utilicen libros con marcado énfasis procedimental, como suele ocurrir con Stewart o Larson, resulta fundamental complementar estos textos con materiales adicionales que profundicen en los fundamentos conceptuales y en la construcción histórica del concepto de derivada. Esta complementariedad puede materializarse mediante el desarrollo de secuencias didácticas integradoras que vinculen explícitamente los tres aspectos fundamentales identificados en el estudio: la representación gráfica, la fundamentación teórica y las aplicaciones contextualizadas.

El diálogo entre distintos enfoques constituye una estrategia valiosa en el aula. Se sugiere organizar discusiones donde se contrasten las diferentes aproximaciones al concepto de derivada, promoviendo la reflexión metacognitiva sobre las ventajas y limitaciones de cada enfoque. Esta práctica favorece una comprensión más profunda y matizada del concepto, superando las limitaciones inherentes a una visión unidimensional.

Para autores y editores de libros de texto, se evidencia la necesidad de equilibrar los contenidos procedimentales y conceptuales, desarrollando materiales didácticos que dediquen un espacio equitativo a los fundamentos teóricos, los procedimientos operativos y las aplicaciones contextualizadas. El sesgo procedimental identificado en los textos contemporáneos limita el desarrollo de un pensamiento matemático integral. Asimismo, se recomienda incorporar una perspectiva histórico-epistemológica, al estilo de Courant y Robbins, para promover una comprensión más profunda del significado y evolución del concepto de derivada.

La optimización de la secuenciación temática resulta crucial para facilitar la integración conceptual. Se sugiere estructurar los contenidos alternando entre teoría, práctica y aplicación, en lugar de segmentar estos aspectos en secciones aisladas. Esta aproximación favorece la construcción de conexiones significativas entre las diferentes dimensiones del concepto. Paralelamente, se recomienda diversificar las representaciones semióticas, ampliando el uso de múltiples registros (verbal, simbólico, gráfico y numérico) para el concepto de derivada, facilitando la traducción entre estos registros y promoviendo una comprensión más integral.

El refinamiento y ampliación de las técnicas computacionales empleadas en este estudio podría conducir al desarrollo de herramientas automáticas que permitan a docentes e investigadores evaluar de manera eficiente y objetiva la calidad didáctica de los materiales educativos. Este análisis de contenido podría enriquecerse significativamente al vincularlo con estudios de aula que examinen cómo estos materiales son efectivamente utilizados por docentes y estudiantes, identificando las prácticas de apropiación y transformación del discurso matemático escolar.

## Referencias

- Apóstol, T. (1984). *Calculus* (2.<sup>a</sup> ed., Vol. 1). Reverte.
- Astudillo Ugalde, J., Soto Soto, D., & Bobadilla Abarca, G. (2023). La resignificación del discurso Matemático Escolar. Una mirada al volumen desde la teoría socioepistemológica. *Revista UCMaule*, 64, 39-65.  
<https://doi.org/10.29035/ucmaule.64.39>
- Bardin, L. (2016). *Análise de conteúdo*. Edições 70.
- Bravo, A., & Cantoral, R. (2012). *Los libros de texto de cálculo y el fenómeno de la transposición*. *Educación matemática*, 24(2), 32.
- Cantoral, R., Montiel, G., & Reyes-Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolaren los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 9-28.  
<https://doi.org/10.35763/aiem.v1i8.123>
- Committee on Professional Ethics of the American Statistical Association. (2022). *Ethical Guidelines for Statistical Practice*. *American Statistical Association*.  
<https://www.amstat.org/docs/default-source/amstat-documents/EthicalGuidelines.pdf?v=0525>
- Courant, R., & Robbins, H. (1979). *¿Qué es la matemática? Una exposición elemental de sus ideas y métodos*. (1 ed). Aguilar.
- División de servicios de supervisión interna. (2023). *Manual de evaluación de la UNESCO*. Oficina de evaluación. [https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000383948\\_spa](https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000383948_spa)
- Furinghetti, F., & Karp, A. (Eds.). (2018). *Researching the History of Mathematics Education*. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-68294-5>

- Gueudet, G. (2008). Investigating the secondary–tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 237-254. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9100-6>
- Larson, R. E., & Edwards, B. H. (2010). *Cálculo* (9a ed). McGraw. Hill.
- Lezama, J. (2016). Experiencia docente en matemáticas: Narrativas para la construcción de un discurso académico. *Perfiles Educativos*, XXXVIII (Número especial), 14.
- Ministerio de Educación Nacional. (2022). Ministerio de educación nacional viceministerio de educación para la educación preescolar, básica y media dirección de calidad para la educación preescolar, básica y media.
- Montiel Espinosa, G. (2010). Hacia el rediseño del discurso: Formación docente en línea centrada en la resignificación de la matemática escolar. 13.
- OCDE. (2019). Estrategia de Competencias de la OCDE 2019: Competencias para construir un futuro mejor. Fundación Santillana. <https://doi.org/10.1787/e3527cfb-es>
- Orton, A. (1983). Students' understanding of integration. *Educational Studies in Mathematics*, 14(1), 1-18. <https://doi.org/10.1007/BF00704699>
- Pepin, B., Gueudet, G., & Trouche, L. (2013). Re-sourcing teachers' work and interactions: A collective perspective on resources, their use and transformation. *ZDM*, 45(7), 929-943. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0534-2>
- Perilla Monroy, S. M., Valencia Martínez, H. Y., & Chacón Chaquea, M. Y. (2022). Factores que afectan el desempeño en Cálculo Diferencial en la Universidad Santo Tomás. *Revista Interamericana de Investigación Educación y Pedagogía RIIEP*, 15(2). <https://doi.org/10.15332/25005421.6624>
- Planas, N., Arnal-Bailera, A., & García-Honrado, I. (2017). The teacher's mathematical discourse: How is it produced in the classroom and how can it be researched? *Enseñanza*

de las Ciencias. *Revista de investigación y experiencias didácticas*, 36(1), 45-60.

<https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2240>

Soto, D., & Cantoral, R. (2014). Discurso Matemático Escolar y Exclusión. Una Visión

Socioepistemológica. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 28(50), 1525-1544.

<https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a25>

Stewart, J. (2012). *Single variable calculus: Early transcendentals* (7th ed., Student ed).

Brooks/Cole Cengage Learning.

Tall, D. (1993). Students' Difficulties in Calculus. *Proceedings of Working Group 3 on Students'*

*Difficulties in Calculus*, 13, 15.

Torres-Corrales, D. D. C., & Hinojos-Ramos, J. E. (2023). La formación matemática de

ingenieros desde la Matemática Educativa. Estado del arte. *Revista Electrónica de*

*Investigación Educativa*, 25, 1-16. <https://doi.org/10.24320/redie.2023.25.e21.4804>