

Resolución de triángulos rectángulos con Geogebra, una plataforma interactiva de matemáticas, aplicando las tres funciones trigonométricas fundamentales: seno, coseno y tangente

Camilo Leal Leal

Asesor

Karen Lorena Lucuara Castro

Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD

Escuela de Ciencias de la Educación ECEDU

Licenciatura en Matemáticas

2025

Resumen

Este documento es el resultado de un ejercicio de investigación formativa, desarrollado como opción de grado, que permitió reflexionar sobre la práctica pedagógica y la investigación educativa. El presente estudio se llevó a cabo en el Liceo Nuestra Señora Milagros Milagrosa, ubicado en Soacha, San Mateo, con estudiantes de grado décimo, entre 14 y 16 años. El objetivo general es fortalecer el aprendizaje de las soluciones de triángulos rectángulos mediante el uso de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente, por medio de la aplicación y herramienta de GeoGebra, utilizando un enfoque cualitativo y experimental en el que se puso en juego la aplicación de las funciones trigonométricas, reconociendo sus efectos en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático.

Palabras clave: Geogebra, triángulo, rectángulo, funciones, aprendizaje.

Abstract

This document is the result of a formative research exercise, developed as a degree requirement, which allowed reflection on pedagogical practice and educational research. The present study was carried out at Liceo Nuestra Señora Milagros Milagrosa, located in Soacha, San Mateo, working with tenth-grade students between 14 and 16 years old. The general objective was to strengthen the learning of right triangle solutions through the use of the trigonometric functions sine, cosine, and tangent, using a qualitative and experimental approach in which the application of trigonometric functions was put into practice, recognizing its effects on the development of logical-mathematical thinking.

Keywords: GeoGebra, right, triangle, functions, learning.

Tabla de Contenido

Introducción	7
Caracterización	9
Planteamiento del Problema	10
Pregunta de Investigación.....	11
Objetivos.....	12
Objetivo General.....	12
Objetivos Específicos	12
Marcos de Referencia	13
Referentes Conceptuales.....	13
Referentes Teóricos	14
Referentes Técnicos.....	17
Referentes Legales.....	18
Referentes Éticos	20
Herramientas y Métodos	21
Enfoque y Tipo de Estudio	21
Unidad de Análisis.....	21
Técnicas para la Recolección de Datos	22
Categorías para el Análisis de Datos	24
Resultados	26
Acercamiento de la Población a la Variable.....	26
Experimentación	27
Identificación de Variaciones	27

Análisis y Discusión	29
Conclusiones y Recomendaciones	34
Referencias Bibliográficas	36
Apéndices.....	40

Lista de Apéndices

Apéndice A <i>Muestras de investigación</i>	40
--	----

Introducción

El presente trabajo investigativo se llevó a cabo en el Liceo Nuestra Señora Milagros Milagrosa, institución enclavada en el municipio de Soacha, sector San Mateo, territorio en el que conviven la promesa de un desarrollo urbano acelerado con las persistentes fisuras de índole social y económica que condicionan la vida cotidiana de sus habitantes y, en particular, la experiencia escolar.

La investigación se centró en un grupo de educandos de grado décimo, con edades entre catorce y dieciséis años. Estos adolescentes, con diversa situación socioeconómica, reflejan los contrastes del país, algunos hogares dependen de trabajos informales y precarios, mientras otros pueden acceder más fácilmente a recursos didácticos. Esta situación muestra desigualdades que influyen en el aprendizaje y exige explorar alternativas pedagógicas para fortalecer competencias matemáticas.

El objetivo de esta investigación fue fortalecer el aprendizaje de las soluciones de triángulos rectángulos mediante el uso de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente, aplicando un enfoque cualitativo y experimental con estudiantes de grado décimo de la I.E, con edades entre 14 y 16 años.

En el que se diseñaron ejercicios para superar la enseñanza mecánica, buscando articular conceptos matemáticos con situaciones concretas, asimismo se pretendió vincular la abstracción matemática con la vida cotidiana de los estudiantes.

Los hallazgos revelan que, al usar propuestas didácticas significativas, los alumnos muestran mayor disposición hacia el conocimiento matemático. Esto genera avances palpables en el razonamiento lógico y la resolución de problemas. Se puede afirmar que una pedagogía

basada en la experiencia y no en la repetición vacía abre un horizonte fértil así, la matemática recupera su naturaleza de saber vivo, más allá de ser un artificio escolar.

Caracterización

El estudio se desarrolló en el Liceo Nuestra Señora Milagros Milagrosa, en Soacha, en el sector San Mateo. Caracterizado por su población y diversidad cultural. Es un asentamiento urbano donde convergen familias de diferentes regiones, muchas de ellas en situación de vulnerabilidad. Este contexto impacta los procesos educativos, pues presenta retos como la permanencia escolar y el acceso a recursos académicos, en el que exige fortalecer competencias para la educación superior y el trabajo.

La población participante corresponde a estudiantes de grado décimo, con edades entre 14 y 16 años, quienes conforman la unidad de análisis de este estudio, son adolescentes que transitan hacia grados superiores y deben consolidar las bases del pensamiento lógico-matemático. El grupo es diverso en entornos familiares y socioeconómicos, con acceso limitado a actividades extracurriculares y tecnología, lo que afecta su acercamiento a los contenidos matemáticos.

En este contexto, se identifican demandas de aprendizaje para comprender y aplicar funciones trigonométricas en triángulos rectángulos, en que se evidencia dificultad tanto en la interpretación de conceptos como en la resolución de problemas. Por ello, es necesario implementar estrategias pedagógicas para fortalecer la comprensión conceptual y promover la aplicación práctica de los contenidos.

El aprendizaje de los estudiantes depende de factores externos como la vulnerabilidad económica familiar, la falta de acceso a recursos tecnológicos y la escasa participación en actividades extracurriculares. Estas condiciones limitan las oportunidades de reforzar los contenidos y afectan la motivación hacia las matemáticas, que ya representan un reto en la trayectoria escolar.

Planteamiento del Problema

Los estudiantes de grado décimo del Liceo Nuestra Señora Milagros han demostrado interés y disposición hacia el aprendizaje de las matemáticas, especialmente cuando logran relacionar los contenidos con situaciones de la vida cotidiana. Dentro de sus fortalezas se resalta la capacidad de trabajo en grupo, motivación por superar las dificultades y la apertura a nuevas metodologías que faciliten la comprensión de los temas. Pese a las limitaciones propias del contexto, se evidencia que los estudiantes poseen habilidades básicas en operaciones algebraicas y geométricas, lo cual constituye un punto de partida importante para avanzar hacia el estudio de la trigonometría.

En la mediación del aprendizaje, los docentes han usado estrategias tradicionales como la explicación magistral y la resolución de ejercicios. Estas metodologías ayudan a algunos estudiantes a comprender procedimientos básicos, sin embargo, no todos logran un aprendizaje significativo. Persisten dificultades para interpretar problemas, usar representaciones gráficas y aplicar conceptos trigonométricos. Ejemplos prácticos y cercanos motivan a los estudiantes, pero la repetición mecánica de ejercicios no resulta efectiva.

Ante esta situación, surge el interés por introducir una variable de mediación basada en el uso pedagógico de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente para la resolución de triángulos rectángulos, orientada a fortalecer el pensamiento lógico-matemático de los estudiantes. Se parte de la hipótesis de que la aplicación de estrategias didácticas innovadoras, apoyadas en la contextualización y el aprendizaje activo, puede mejorar significativamente la comprensión de la trigonometría y, con ello, potenciar el desempeño académico en matemáticas.

Pregunta de Investigación

¿Cómo fortalecer el aprendizaje de la resolución de triángulos rectángulos por parte de estudiantes de grado décimo del Liceo Nuestra Señora Milagros Milagrosa de Soacha (Cundinamarca) a través del aplicativo de Geogebra del uso de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente durante el segundo semestre del 2025?

Objetivos

Objetivo General

Fortalecer el aprendizaje de la resolución de triángulos rectángulos a través del aplicativo Geogebra en estudiantes de grado décimo del Liceo Nuestra Señora Milagros Milagrosa de Soacha (Cundinamarca) a través de la aplicación de funciones trigonométricas seno, coseno y tangente haciendo uso del GeoGebra durante el segundo semestre del 2025.

Objetivos Específicos

Aplicar GeoGebra como recurso didáctico para que los estudiantes de grado décimo del Liceo Nuestra Señora Milagros Milagrosa comprendan y resuelvan triángulos rectángulos mediante las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente.

Fortalecer el pensamiento lógico-matemático en los estudiantes de grado décimo a través de la experimentación con funciones trigonométricas en GeoGebra, promoviendo el aprendizaje activo y significativo.

Evaluar el impacto del uso de GeoGebra en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes de grado décimo, identificando los avances en la aplicación de funciones trigonométricas a la resolución de problemas geométricos.

Marcos de Referencia

Referentes Conceptuales

La trigonometría se define como aquella rama de la matemática que estudia las relaciones entre ángulos y lados de los triángulos, además de constituirse en una herramienta fundamental para el análisis de fenómenos periódicos a través de las funciones trigonométricas (OpenStax, 2015). Comprender estos conceptos permite a los estudiantes no solo resolver problemas geométricos, sino también interpretar situaciones de la vida cotidiana, como el análisis de ondas, los ciclos astronómicos y diversas aplicaciones tecnológicas. De esta manera, la enseñanza de la trigonometría adquiere un carácter significativo al integrar saberes abstractos con contextos reales.

En la educación media, el aprendizaje de la trigonometría se considera un eje fundamental para articular los conocimientos con la geometría analítica y el cálculo, contribuyendo al desarrollo de competencias de razonamiento lógico, abstracción y aplicación. Desde la perspectiva ontosemiótica de la enseñanza matemática, estas competencias favorecen la capacidad de los estudiantes para establecer relaciones, formular conjeturas, argumentar procesos y resolver problemas de manera estructurada, lo cual facilita la comprensión y la aplicación de modelos matemáticos en diversos contextos (Godino & Batanero, 1994).

Asimismo, la incorporación de herramientas tecnológicas como GeoGebra ha potenciado el proceso de enseñanza-aprendizaje de la trigonometría. GeoGebra es un software dinámico que integra geometría, álgebra y cálculo, permitiendo visualizar y manipular representaciones matemáticas de manera interactiva (Hohenwarter & Lavicza, 2007). Su uso favorece la exploración autónoma, la construcción de significados y la comprensión profunda de los conceptos, fortaleciendo así las habilidades lógico-matemáticas de los estudiantes.

Referentes Teóricos

La enseñanza de la trigonometría, y en particular la resolución de triángulos rectángulos, se ha nutrido de diversos enfoques pedagógicos que permiten comprender cómo se construye el conocimiento matemático en la escuela. En primer lugar, el aprendizaje significativo propuesto por Ausubel (1983) sostiene que todo nuevo saber debe enlazarse de manera coherente con los conocimientos previos del estudiante para garantizar su permanencia. En el caso de la trigonometría, este principio resulta esencial, ya que nociones como el seno, coseno o tangente difícilmente pueden adquirirse de forma aislada; requieren partir de experiencias concretas, visuales y contextualizadas que funcionen como anclajes para su formalización algebraica. De este modo, se evita que las funciones trigonométricas se conviertan en fórmulas mecánicas y se promueve que los estudiantes las reconozcan como herramientas útiles en la interpretación de fenómenos reales.

De manera específica, Godino y Batanero (1994) destacan que el aprendizaje matemático no debe limitarse a la transmisión de algoritmos, sino que debe surgir de la manipulación de objetos y de la interacción con problemas significativos. Esta postura se articula con la perspectiva sociocultural de Vygotsky (1978), quien subraya el valor de la mediación pedagógica y de la Zona de Desarrollo Próximo. En este sentido, el papel del docente y de los pares es decisivo para que el estudiante avance hacia niveles más altos de comprensión, pues el acompañamiento oportuno le permite superar obstáculos cognitivos y apropiarse de nuevos conceptos.

Por su parte, Piaget (1975) plantea que el aprendizaje se genera a partir de situaciones que provocan desequilibrios cognitivos, los cuales obligan al estudiante a reorganizar sus esquemas previos. Bajo esta mirada, los problemas trigonométricos se convierten en escenarios

privilegiados para suscitar procesos de construcción activa del conocimiento. Tales desafíos motivan al alumno a confrontar sus ideas iniciales y a transformarlas en comprensiones más elaboradas, dando lugar a aprendizajes duraderos. En esta misma línea, investigaciones recientes como la de Covelo (2020) muestran que el uso de recursos tecnológicos —en particular GeoGebra— potencia estos procesos, ya que posibilita visualizar triángulos y funciones en tiempo real, facilitando el tránsito de lo concreto a lo abstracto.

Asimismo, Duval (2006) aporta al señalar que una de las principales dificultades en el aprendizaje matemático radica en la incapacidad de los estudiantes para traducir un concepto de un registro de representación a otro, por ejemplo, de lo gráfico a lo algebraico. Superar este obstáculo exige diseñar actividades que promuevan el cambio entre diferentes representaciones, favoreciendo una comprensión más integral de la trigonometría. De forma complementaria, Brousseau (2002) propone la teoría de las situaciones didácticas, que concibe los problemas no como simples ejercicios de aplicación, sino como oportunidades para que el conocimiento matemático cobre sentido al convertirse en la clave para resolver situaciones retadoras. En consecuencia, la enseñanza de la trigonometría debe articular los conceptos con problemas auténticos que despierten el interés y la motivación de los estudiantes.

En el ámbito de la resolución de problemas, Polya (1945, citado por Schoenfeld, 1992) constituye un referente ineludible. Su propuesta de cuatro pasos —comprender el problema, diseñar un plan, ejecutar la estrategia y reflexionar sobre el proceso— no solo aporta un método estructurado para abordar los desafíos trigonométricos, sino que también fomenta habilidades de pensamiento crítico y autorregulación. Estas competencias resultan fundamentales en la formación matemática, pues permiten a los estudiantes asumir una actitud activa frente al conocimiento, alejándose de la mera repetición y acercándose a una comprensión profunda.

En este marco, la teoría de Van Hiele (1986) sobre los niveles de razonamiento geométrico ofrece un marco útil para comprender cómo los estudiantes avanzan en la conceptualización de los triángulos y sus propiedades. Reconocer que cada nivel implica formas distintas de razonamiento geométrico permite al docente ajustar su enseñanza, garantizando una progresión adecuada y significativa en el aprendizaje de la trigonometría.

En síntesis, estos referentes teóricos no se presentan como marcos abstractos desvinculados de la práctica, sino como fundamentos que orientan la investigación. Todos ellos confluyen en una idea común: el aprendizaje de la trigonometría debe ser un proceso activo, contextualizado y mediado, en el que el estudiante asuma un rol protagónico y desarrolle no solo habilidades procedimentales, sino también competencias de razonamiento lógico y crítico. Bajo este enfoque, herramientas tecnológicas como GeoGebra se consolidan como aliadas estratégicas que integran lo visual, lo simbólico y lo algebraico, facilitando un aprendizaje verdaderamente significativo.

Vygotsky y la "ayuda justa", Uno de nuestros guías principales es Vygotsky. Él nos enseñó que cada estudiante tiene una "Zona de Desarrollo Próximo", un espacio donde el aprendizaje se hace posible con la ayuda adecuada. Es como un puente: por sí mismos, los estudiantes tal vez no puedan cruzarlo, pero con una mano amiga, un compañero que sabe un poco más o el apoyo del profesor, pueden llegar al otro lado. Nuestra estrategia se basa en ser esa mano amiga, creando actividades donde los estudiantes se ayuden mutuamente para resolver problemas, haciendo que la trigonometría sea un logro colectivo.

Piaget y el "¡ah!", También tomamos las ideas de Piaget, que nos ayudan a entender ese momento mágico del "¡ah!" Los estudiantes llegan a clase con sus propias ideas de cómo funciona el mundo. Cuando se topan con un problema de trigonometría que sus viejas ideas no

pueden resolver, su mente se "desequilibra". Nuestra tarea no es darles la respuesta, sino darles herramientas para que reorganicen sus ideas y construyan un entendimiento nuevo y más sólido. Es el proceso que convierte las fórmulas en un conocimiento propio y significativo.

Referentes Técnicos

En la actualidad, la educación enfrenta el reto de responder a las transformaciones sociales, tecnológicas y culturales de un mundo en constante cambio. Por ello, es fundamental asumir las orientaciones establecidas por el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2016), que proponen dejar atrás los métodos tradicionales centrados en la repetición mecánica, para abrir paso a estrategias activas e innovadoras que integren el uso de tecnologías y promuevan aprendizajes significativos. Estas orientaciones plantean que la enseñanza debe propiciar escenarios donde el estudiante asuma un rol activo, desarrollando competencias que trasciendan el aula y que sean aplicables en contextos reales.

Desde esta perspectiva, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) establecen que la formación matemática debe contribuir al desarrollo del razonamiento lógico, la resolución de problemas, la comunicación matemática y la modelación de fenómenos reales. En el caso particular de la trigonometría, los estándares señalan que los estudiantes deben comprender y aplicar las relaciones entre ángulos y lados en triángulos rectángulos y no rectángulos, así como interpretar fenómenos periódicos mediante funciones trigonométricas. Estos saberes se articulan con la geometría analítica y el cálculo, fortaleciendo la capacidad de los estudiantes para representar y resolver situaciones tanto matemáticas como cotidianas.

De igual manera, los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) en matemáticas para educación media enfatizan la importancia de que los estudiantes usen la trigonometría para modelar y resolver problemas en distintos contextos, comprendan el significado de las razones

trigonométricas y apliquen funciones seno, coseno y tangente en la interpretación de fenómenos periódicos (MEN, 2016). Este enfoque orienta la planeación pedagógica hacia el desarrollo progresivo de habilidades, garantizando que todos los estudiantes tengan acceso a aprendizajes fundamentales y equitativos.

En los referentes técnicos del área de matemáticas, el MEN plantea que la enseñanza debe centrarse en el desarrollo de competencias y no únicamente en la transmisión de contenidos. En este sentido, la trigonometría se considera un eje articulador entre la geometría, el álgebra y el análisis, favoreciendo la integración de distintos sistemas de representación y la comprensión profunda de conceptos (MEN, 2016). La implementación de recursos tecnológicos, como GeoGebra, fortalece este proceso al permitir representaciones dinámicas que potencian el razonamiento espacial y la exploración autónoma.

Por lo tanto, estos recursos no deben verse como una obligación, sino como oportunidades para transformar la clase en un espacio más dinámico, participativo y significativo, en el que los estudiantes asumen un papel protagónico en la construcción de su propio aprendizaje. De este modo, se responde de manera coherente a los lineamientos nacionales y se fortalece el desarrollo de competencias matemáticas esenciales para la formación integral.

Referentes Legales

La fundamentación legal de este estudio se enmarca, en primer lugar, de acuerdo con la Constitución Política de Colombia (1991, art. 67), la educación es un derecho fundamental y un servicio público con función social reconoce la educación como un derecho fundamental y un servicio público con función social. Este principio obliga al Estado y a las instituciones educativas a garantizar condiciones de calidad, equidad y acceso, lo que implica diseñar

propuestas pedagógicas que respondan a las necesidades reales de los estudiantes. En este contexto, la enseñanza de la trigonometría no puede limitarse a una transmisión mecánica, sino que debe procurar aprendizajes significativos que favorezcan el desarrollo integral.

De manera complementaria, la Ley General de Educación (Ley 115 de 1994) establece los fines de la educación y señala la obligatoriedad de áreas como las matemáticas, reafirmando su papel en la formación integral del ciudadano. Esta ley subraya la importancia de preparar a los estudiantes no solo en competencias técnicas, sino también en capacidades de análisis y resolución de problemas que contribuyan a su vida personal, académica y laboral.

En lo relativo a la evaluación, el Decreto 1290 de 2009 otorga autonomía a las instituciones educativas para definir sus sistemas de evaluación, lo que permite ajustar los procesos de valoración a los objetivos formativos de cada institución. Así, en investigaciones como la presente, la evaluación no se reduce a una calificación, sino que se convierte en un mecanismo para valorar los avances en el pensamiento lógico-matemático y en la comprensión de la trigonometría.

Por otro lado, en lo referente a la protección de datos y al manejo responsable de la información de los estudiantes, la Ley 1581 de 2012 y su reglamentación a través del Decreto 1377 de 2013 garantizan el derecho a la privacidad y establecen que toda recolección de datos debe realizarse bajo consentimiento informado. Esto asegura que la investigación respete la identidad y la confidencialidad de los participantes. Finalmente, la Ley 1620 de 2013, que regula la convivencia escolar, promueve la construcción de ambientes seguros y pacíficos, condición indispensable para que los procesos de aprendizaje, incluidos los de naturaleza matemática, se desarrollen en un clima de respeto y confianza.

Referentes Éticos

El componente ético constituye una base esencial de cualquier investigación educativa, especialmente cuando involucra a adolescentes en etapa escolar. En este caso, el trabajo se ajusta a la Resolución 8430 de 1993 del Ministerio de Salud, que establece las normas científicas, técnicas y administrativas para la investigación con seres humanos. Esta normativa resalta los principios de autonomía, respeto y confidencialidad, lo que implica que la información recogida sea utilizada únicamente con fines académicos y sin poner en riesgo la integridad de los participantes.

En coherencia con lo anterior, la Ley 1098 de 2006 (Código de Infancia y Adolescencia) garantiza la protección de los derechos de los menores de edad, entre ellos el derecho a participar en actividades educativas y de investigación en condiciones seguras y respetuosas. Este marco legal asegura que la investigación no solo se centre en los aprendizajes matemáticos, sino que también promueva el bienestar integral de los estudiantes. A su vez, la Ley 1581 de 2012 sobre protección de datos personales obliga a implementar protocolos para el manejo responsable de la información, lo que refuerza el compromiso de resguardar la privacidad y la identidad de los participantes.

De manera transversal, los principios de la UNESCO (2016) en materia de ética de la investigación educativa señalan la necesidad de garantizar ambientes inclusivos, equitativos y respetuosos de la diversidad. Esto significa que la enseñanza de la trigonometría, además de ser rigurosa en lo académico, debe estar guiada por valores democráticos que promuevan la participación, la igualdad de oportunidades y la humanización de los procesos pedagógicos. En síntesis, los referentes éticos no se conciben como un requisito formal, sino como un compromiso integral con la dignidad, la seguridad y la formación de los estudiantes.

Herramientas y Métodos

Enfoque y Tipo de Estudio

El proyecto se ubica dentro de un enfoque cualitativo, debido a que busca comprender la manera en que los estudiantes del grado decimo asimilan los conceptos trigonométricos cuando se utilizan herramientas digitales como GeoGebra. A diferencia del enfoque cuantitativo, que se centra en la medición y análisis de variables numéricas, lo cualitativo permite explorar significados, percepciones y experiencias de los sujetos en su propio contexto educativo. Esta característica resulta indispensable, ya que el propósito principal no es únicamente verificar si los estudiantes responden correctamente a un cuestionario, sino identificar cómo construyen su conocimiento, qué obstáculos encuentran en el proceso y de qué manera la mediación tecnológica favorece o dificulta su aprendizaje.

El tipo de estudio corresponde a la investigación-acción pedagógica, la cual se justifica porque no se limita a describir un problema, sino que busca generar transformaciones en la práctica docente. En este caso, el interés está en introducir un recurso tecnológico innovador y analizar su incidencia en la enseñanza de la trigonometría. Este tipo de investigación permite que el docente-investigador reflexione sobre su quehacer, identifique fortalezas, debilidades y proponga mejoras que repercutan directamente en el aprendizaje de sus estudiantes. Además, la investigación-acción se alinea con la naturaleza del diplomado, que pretende vincular la teoría con la práctica en contextos reales, lo que refuerza la pertinencia de su elección.

Unidad de Análisis

La unidad de análisis está constituida por los estudiantes de grado décimo de la institución educativa seleccionada. Este grupo fue escogido porque, de acuerdo con los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias, en este nivel se aborda de

manera formal la trigonometría, específicamente los triángulos rectángulos y sus razones trigonométricas. Ello convierte a este grado en el escenario ideal para implementar la propuesta, ya que los estudiantes cuentan con la madurez cognitiva suficiente para trabajar procesos de abstracción y, al mismo tiempo, requieren de estrategias pedagógicas innovadoras que faciliten la comprensión de un tema que suele resultar complejo y poco motivador.

De igual manera, la elección de esta unidad de análisis permite observar la diversidad de aprendizajes que se generan en un mismo grupo, considerando factores como el ritmo de trabajo, las habilidades previas y la motivación frente a las matemáticas. Analizar a este colectivo en particular posibilita reflexionar sobre la pertinencia del uso de herramientas tecnológicas en la enseñanza y sobre cómo estas pueden contribuir a cerrar brechas en el aprendizaje. Así, la unidad de análisis no solo delimita el campo de observación, sino que también orienta la interpretación de los resultados hacia realidades concretas y significativas.

Técnicas para la Recolección de Datos

Para lograr una comprensión amplia y profunda del fenómeno estudiado, se implementarán varias técnicas de recolección de datos, seleccionadas de acuerdo con los objetivos de investigación y con la naturaleza cualitativa del estudio.

En primer lugar, se aplicará la observación directa, entendida como una técnica que permite obtener información de manera sistemática a través de la percepción y el registro de comportamientos en el entorno natural de los participantes (Hernández, Fernández & Baptista, 2014), que permitirá analizar de manera sistemática cómo los estudiantes interactúan con la herramienta digital durante las actividades diseñadas. Esta técnica es fundamental porque ofrece información sobre las actitudes, los comportamientos y las estrategias que los estudiantes

despliegan en tiempo real, lo que facilita identificar fortalezas y dificultades en el proceso de aprendizaje.

En segundo lugar, se utilizarán entrevistas semiestructuradas, entendidas como una técnica que combina preguntas previamente diseñadas con la posibilidad de explorar nuevas temáticas que surgen durante el diálogo, permitiendo obtener información profunda y flexible (Hernández, Fernández & Baptista, 2014). Estas entrevistas se aplicarán tanto a estudiantes como a docentes. Su uso permitirá indagar en las percepciones sobre la utilidad de GeoGebra, la claridad de los conceptos trigonométricos y los cambios que experimentan en la motivación hacia las matemáticas. Se opta por el carácter semiestructurado porque ofrece un equilibrio entre la sistematicidad de las preguntas y la flexibilidad para profundizar en temas emergentes durante la conversación

Asimismo, se incorporarán diarios reflexivos, entendidos como una estrategia escrita mediante la cual los estudiantes registran de forma sistemática sus experiencias, pensamientos y aprendizajes, favoreciendo la autorreflexión y el seguimiento de su propio proceso formativo (Álvarez-Gayou, 2003). Estos diarios serán elaborados por los estudiantes, en los cuales registrarán sus avances, dudas y aprendizajes a lo largo de la experiencia. Este recurso aporta una visión subjetiva y personal de los procesos de aprendizaje, y permite valorar la forma en que cada estudiante percibe su evolución en el tema.

Finalmente, se aplicarán cuestionarios posexperiencia, entendidos como instrumentos estructurados que permiten recolectar datos de manera sistemática a través de preguntas previamente diseñadas, con el fin de obtener información sobre percepciones, conocimientos o actitudes de los participantes al finalizar una intervención educativa (Hernández Sampieri et al., 2014). Estos cuestionarios tienen como propósito recoger información sobre los cambios en la

comprensión conceptual y en la actitud frente a la trigonometría después de la intervención. Funcionan como un mecanismo de contraste entre las percepciones iniciales y las finales, aportando evidencia sobre la pertinencia de la estrategia implementada.

En conjunto, estas técnicas posibilitan la triangulación de la información, lo que incrementa la validez de los resultados y proporciona una visión integral del fenómeno estudiado.

Categorías para el Análisis de Datos

El análisis de los datos recolectados se estructurará en torno a categorías previamente definidas, con el fin de dar coherencia al proceso interpretativo y de mantener un vínculo directo con los objetivos de investigación.

La primera categoría será la comprensión conceptual de la trigonometría, la cual permitirá identificar hasta qué punto los estudiantes logran apropiarse de las nociones de seno, coseno y tangente, así como de sus aplicaciones en la resolución de triángulos rectángulos. Esta categoría es clave, ya que el objetivo central del proyecto es mejorar la comprensión de estos conceptos a través de un recurso tecnológico.

La segunda categoría es el uso pedagógico de GeoGebra, que busca analizar cómo esta herramienta digital influye en la enseñanza y en el aprendizaje. Dentro de esta categoría se examinará la manera en que los estudiantes utilizan la aplicación para visualizar, manipular y comprender los conceptos, y también cómo el docente adapta su práctica para aprovechar sus potencialidades.

Una tercera categoría corresponde a las actitudes y motivación hacia las matemáticas. Con ella se pretende explorar los cambios en el interés, la confianza y la disposición de los

estudiantes frente a la asignatura, reconociendo que la motivación es un factor determinante en la consolidación de aprendizajes duraderos.

Finalmente, se incluye la categoría de transformaciones en la práctica docente, que permitirá reflexionar sobre las modificaciones metodológicas que surgen en el profesor a partir de la implementación del recurso tecnológico. Esta categoría no solo se centra en los estudiantes, sino también en el docente como agente que media, guía y reconfigura su práctica para responder a las nuevas dinámicas educativas.

En conjunto, estas categorías constituyen un marco interpretativo que facilitará el análisis profundo de los resultados y que, al mismo tiempo, garantizará la coherencia entre la pregunta de investigación, los objetivos planteados y las conclusiones que se obtengan al finalizar el proceso.

Resultados

En esta sección se presentan de manera clara y detallada los hallazgos obtenidos en la investigación, organizados en tres apartados clave en coherencia con los objetivos específicos dispuestos: el acercamiento inicial de la población a la variable, los resultados derivados de la experimentación con la variable, y las variaciones observadas tras su implementación. Los hallazgos se presentan a continuación:

Acercamiento de la Población a la Variable

En la fase inicial, se buscó identificar cómo los estudiantes de grado décimo del Liceo Nuestra Señora Milagros Milagrosa se relacionaban con los conceptos trigonométricos y con el uso de herramientas digitales como GeoGebra. A través de un cuestionario abierto, se evidenció que la mayoría de los estudiantes tenía una noción básica sobre los triángulos rectángulos y las funciones seno, coseno y tangente. Expresaron que un triángulo rectángulo es aquel que posee un ángulo de 90° , y relacionaron la trigonometría con el cálculo de lados y ángulos a partir de razones trigonométricas, sin embargo, también manifestaron dificultades al aplicar correctamente las fórmulas y al identificar los catetos y la hipotenusa según cada caso, lo cual generaba confusiones en la resolución de ejercicios.

En cuanto al uso de GeoGebra, varios estudiantes señalaron que nunca habían trabajado con esta herramienta y mostraron curiosidad por su enfoque visual. Por ejemplo, algunos destacaron que “les ayuda a entender mejor al mostrar gráficamente los ejercicios”, mientras que otros mencionaron que esperaban “aprender a usar las fórmulas de manera más práctica”. En general, se notó una actitud positiva y de expectativa frente a la implementación de esta herramienta digital como apoyo para la comprensión de la trigonometría.

Experimentación

Durante la fase de experimentación, los estudiantes participaron en actividades prácticas guiadas en el aula utilizando GeoGebra. Al iniciar, muchos se sintieron sorprendidos por la variedad de funciones y herramientas disponibles en la aplicación. Lo primero que llamó su atención fueron las representaciones gráficas inmediatas de los triángulos y las funciones trigonométricas, lo que les permitió visualizar de manera dinámica las relaciones entre lados y ángulos. Varios manifestaron sentirse motivados al obtener resultados correctos en pantalla y, cuando se equivocaban, tomaban la oportunidad de revisar los pasos o consultar con sus compañeros y el docente.

Se observó un trabajo colaborativo constante: los estudiantes se apoyaban mutuamente, formulaban preguntas y compartían procedimientos para superar dificultades técnicas o conceptuales. Por ejemplo, algunos comentaron que al no entender cómo usar una herramienta, buscaban tutoriales o preguntaban a sus compañeros para lograr avanzar. Asimismo, la interacción con el docente fue clave para aclarar dudas sobre las funciones trigonométricas y su aplicación en GeoGebra. En esta etapa, la herramienta permitió que los estudiantes exploraran, graficaran triángulos y comprobaran resultados de manera visual y práctica, favoreciendo un aprendizaje más activo.

Identificación de Variaciones

Al finalizar la implementación de GeoGebra, se evidenciaron cambios significativos en la manera en que los estudiantes se aproximaban a la resolución de ejercicios trigonométricos. A través de los diarios reflexivos, manifestaron que ahora comprendían mejor las relaciones entre el seno, coseno y tangente, especialmente al poder observar cómo cambian los valores al modificar los ángulos en el círculo trigonométrico. Comentaron que la herramienta les permitió

“entender mejor los temas” y resolver ejercicios “de forma más sencilla y rápida” en comparación con el cuaderno, donde el proceso resultaba más largo y propenso a errores.

También se notó un avance en el desarrollo de habilidades digitales y en la autonomía para resolver problemas. Muchos expresaron que al principio tuvieron dificultades para manejar la aplicación, pero con la práctica lograron familiarizarse con las herramientas y mejorar su desempeño. En general, la experiencia con GeoGebra fortaleció la comprensión conceptual de la trigonometría y fomentó una actitud más participativa y reflexiva frente al aprendizaje. Los estudiantes recomendaron continuar utilizando esta herramienta en futuras clases, resaltando que hace que los temas sean más claros, visuales e interactivos.

Análisis y Discusión

En coherencia con los objetivos propuestos, el análisis de los resultados permitió evidenciar cómo la incorporación del aplicativo GeoGebra fortaleció el aprendizaje de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente en los estudiantes de grado décimo del Liceo Nuestra Señora Milagros Milagrosa. Este proceso investigativo no solo respondió a la necesidad de mejorar la comprensión de los triángulos rectángulos, sino que también permitió observar cambios en la actitud, la motivación y la forma en que los estudiantes se relacionan con la matemática. Los resultados obtenidos reflejan que cuando el aprendizaje se aborda desde la experimentación y la interacción con herramientas tecnológicas, los estudiantes desarrollan una comprensión más profunda y significativa. De esta manera, el análisis se orienta a reflexionar sobre el papel de la tecnología como mediadora del conocimiento y sobre cómo esta propuesta contribuyó a transformar un aprendizaje tradicional, centrado en la repetición, en una experiencia dinámica y participativa que favoreció el pensamiento lógico-matemático y la resolución de problemas.

Partiendo del diagnóstico inicial, se identificó que los estudiantes tenían nociones básicas acerca de la trigonometría, pero sus conocimientos estaban limitados a la aplicación mecánica de fórmulas sin comprensión real de los conceptos. Este hallazgo permitió visualizar la necesidad de una propuesta pedagógica que acercara la matemática a la vida cotidiana de los aprendices, promoviendo un aprendizaje más vivencial y menos memorístico. A pesar de las dificultades iniciales, se observó una actitud positiva hacia el uso de GeoGebra, ya que los estudiantes lo percibieron como una herramienta diferente, capaz de facilitar la comprensión de temas complejos a través de lo visual y lo interactivo. Este primer acercamiento fue decisivo para orientar la intervención, puesto que evidenció que los estudiantes estaban dispuestos a explorar

nuevas formas de aprender. En consecuencia, la propuesta se proyectó como una oportunidad para romper la rutina del aprendizaje tradicional y fomentar la curiosidad, la participación y la apropiación de los contenidos matemáticos desde una perspectiva más moderna e inclusiva.

A partir de ese interés inicial, la fase de experimentación se consolidó como el eje central del proceso investigativo. En este espacio, los estudiantes utilizaron GeoGebra para resolver ejercicios, visualizar triángulos y comprobar la validez de las funciones trigonométricas en tiempo real. Este tipo de aprendizaje experimental permitió que los estudiantes construyeran su propio conocimiento a partir de la manipulación directa de los elementos y la observación de los resultados, lo que coincide con la propuesta de Ausubel (1983) sobre el aprendizaje significativo. Asimismo, se observó que el trabajo colaborativo fue un componente fundamental durante esta etapa, ya que los estudiantes se apoyaron entre sí para superar dificultades técnicas o conceptuales. Esta interacción constante reflejó los principios de la teoría sociocultural de Vygotsky (1978), quien destaca que el aprendizaje se potencia mediante la mediación y la cooperación con los demás. De esta manera, la experimentación con GeoGebra no solo fortaleció la comprensión de los contenidos, sino que también estimuló el trabajo en equipo, la argumentación y la capacidad de análisis matemático.

En estrecha relación con los resultados anteriores, se evidenciaron transformaciones importantes en el aspecto ontológico de los estudiantes, especialmente en su forma de percibirse a sí mismos como aprendices de matemáticas. Al inicio del proceso, predominaban sentimientos de inseguridad y la idea de que la trigonometría era un tema inaccesible; sin embargo, después de la intervención, los estudiantes expresaron mayor confianza, autonomía y satisfacción frente a sus logros. A través de los diarios reflexivos se identificó que el uso de GeoGebra les permitió comprender los temas de manera más práctica y real, reconociendo la utilidad de las funciones

trigonométricas en distintos contextos. Este cambio se interpreta como un avance hacia una postura más crítica y consciente del propio aprendizaje, tal como lo plantea Piaget (1975), al señalar que el conocimiento se construye cuando el individuo reorganiza sus esquemas mentales frente a nuevas experiencias. En este sentido, la experiencia con GeoGebra contribuyó a fortalecer el pensamiento lógico, la autoconfianza y el compromiso del estudiante con su proceso formativo, generando aprendizajes duraderos y con sentido.

En comparación con investigaciones anteriores, los resultados de esta propuesta coinciden con los hallazgos de Hohenwarter y Lavicza (2007), quienes demostraron que GeoGebra mejora la comprensión conceptual al permitir representar visualmente los fenómenos matemáticos. De igual forma, se reafirma lo expuesto por Duval (2006) sobre la importancia de transitar entre distintos registros de representación, pues los estudiantes lograron pasar de lo gráfico a lo algebraico sin perder el significado de los conceptos. Estos resultados también se relacionan con los aportes de Covelo (2020), quien señala que las herramientas tecnológicas fortalecen la motivación y la autonomía en el aprendizaje matemático. Por tanto, esta investigación confirma que la implementación de GeoGebra no solo favorece el aprendizaje de la trigonometría, sino que además potencia competencias transversales como la observación, la argumentación y el razonamiento lógico. Así, los resultados obtenidos reafirman que la tecnología puede convertirse en una aliada efectiva en el proceso de enseñanza-aprendizaje, siempre que se integre con un propósito pedagógico bien estructurado.

A pesar de los avances obtenidos, el proceso no estuvo exento de limitaciones que es necesario reconocer. En primer lugar, el tiempo destinado a la implementación de la propuesta fue limitado, lo que impidió profundizar en otros aspectos del pensamiento trigonométrico. En segundo lugar, no todos los estudiantes contaban con las mismas condiciones tecnológicas, lo

que dificultó la continuidad del trabajo fuera del aula. De igual manera, el estudio se desarrolló con un solo grupo de grado décimo, lo que restringe la posibilidad de generalizar los resultados a otros contextos educativos. Sin embargo, estas limitaciones no afectan la validez de los hallazgos, sino que evidencian la necesidad de ampliar la experiencia a mayor escala y de asegurar la disponibilidad de recursos tecnológicos equitativos. En consecuencia, se plantea la importancia de planificar futuras investigaciones que profundicen en el impacto de las herramientas digitales a largo plazo, evaluando su influencia no solo en el aprendizaje, sino también en el desarrollo de habilidades cognitivas y socioemocionales.

Como resultado del proceso investigativo, se puede afirmar que la propuesta cumplió con el objetivo general de fortalecer el aprendizaje de la resolución de triángulos rectángulos a través del uso de GeoGebra y de las funciones trigonométricas. Los estudiantes demostraron avances significativos en la comprensión conceptual, en la aplicación de las razones trigonométricas y en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. En este sentido, la principal implicación práctica de los resultados radica en la posibilidad de continuar implementando estrategias de enseñanza que integren la tecnología como apoyo al aprendizaje, promoviendo la exploración, la observación y el análisis. De igual forma, los hallazgos evidencian que el uso de recursos digitales no solo mejora la comprensión, sino que también incrementa la motivación y el sentido de logro en los estudiantes. Por lo tanto, esta experiencia invita a seguir diseñando actividades que combinen la práctica tecnológica con la reflexión matemática, logrando así una enseñanza más significativa, participativa y coherente con las necesidades actuales de la educación.

En síntesis, el análisis desarrollado permitió confirmar que el uso de GeoGebra generó un impacto positivo en el aprendizaje de las funciones trigonométricas, fortaleciendo tanto el razonamiento lógico como la motivación hacia las matemáticas. Los resultados obtenidos

evidencian que los estudiantes, al interactuar con herramientas tecnológicas, asumen un papel más activo en su proceso educativo y logran comprender de manera más efectiva los conceptos teóricos. A partir de esta experiencia, se considera pertinente continuar investigando sobre el uso de aplicaciones digitales en otras áreas del conocimiento, ampliando el tiempo de intervención para evaluar los efectos a largo plazo. Finalmente, esta propuesta reafirma la importancia de combinar la innovación pedagógica con el acompañamiento docente, promoviendo una enseñanza que conecte la teoría con la práctica y que contribuya al desarrollo integral de los estudiantes como pensadores críticos, autónomos y reflexivos.

Conclusiones y Recomendaciones

El uso de GeoGebra propició una relación más cercana entre el estudiante y el conocimiento, fomentando la curiosidad y la reflexión crítica frente a los procedimientos matemáticos. Este proceso permitió que los estudiantes dejaran de depender únicamente de la explicación del docente para convertirse en protagonistas activos de su propio aprendizaje. Asimismo, la incorporación de la tecnología contribuyó a disminuir el miedo hacia las matemáticas, promoviendo un cambio de actitud que repercute directamente en su desempeño académico y en la manera en que enfrentan nuevos retos de aprendizaje.

La incorporación de la tecnología contribuyó a disminuir el miedo hacia las matemáticas, promoviendo un cambio de actitud que repercute directamente en su desempeño académico y en la manera en que enfrentan nuevos retos de aprendizaje.

El trabajo permitió comprobar que la integración de herramientas tecnológicas en la enseñanza no es un recurso accesorio, sino una necesidad en la educación actual, donde los estudiantes requieren metodologías más activas, dinámicas y participativas.

Los hallazgos de esta investigación pueden ser tomados como punto de partida para futuras propuestas didácticas, orientadas a consolidar una enseñanza más significativa y adaptada a las exigencias de la sociedad digital. De esta manera, se reafirma que la innovación educativa debe entenderse como un compromiso permanente de los docentes con la mejora de los procesos formativos y con la construcción de aprendizajes que trasciendan el aula.

En concordancia con las conclusiones expuestas, se recomienda continuar fortaleciendo el uso de herramientas tecnológicas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. De igual forma, se sugiere incluir en los planes de formación docente espacios de capacitación en el manejo de aplicaciones como GeoGebra, con el fin de garantizar un uso

pedagógico adecuado y contextualizado. Esto permitirá no solo mejorar la enseñanza de la trigonometría, sino también la de otros temas de la matemática que pueden beneficiarse del aprendizaje visual y manipulativo.

En articulación con la recomendación anterior, se considera pertinente ampliar el alcance de esta propuesta hacia otros niveles educativos y áreas del conocimiento, de manera que se puedan analizar los efectos del uso del GeoGebra en contextos diferentes. Además, sería conveniente extender el tiempo de aplicación del proyecto y aumentar el número de estudiantes participantes, para obtener resultados más representativos y comparables. De esta forma, se podrían establecer conclusiones más sólidas sobre el impacto de las tecnologías en el aprendizaje.

Finalmente, se recomienda continuar promoviendo la investigación educativa como una herramienta de mejora continua, capaz de transformar las prácticas docentes y de fomentar una educación más inclusiva, pertinente y coherente con las necesidades del siglo XXI.

Referencias Bibliográficas

- Álvarez-Gayou, J. L. (2003). *Cómo hacer investigación cualitativa: Fundamentos y metodología*. Paidós. <https://mayestra.wordpress.com/wp-content/uploads/2013/03/bibliografc3ada-de-referencia-investigacic3b3n-cualitativa-juan-luis-alvarez-gayou-jurgenson.pdf>
- Ausubel, D. P. (1983). *Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. Trillas. <https://books.google.com/books?id=J1xHAAAAMAAJ>
- Brousseau, G. (2002). *Teoría de las situaciones didácticas*. Paidós. <https://psicologiaymente.com/desarrollo/teoria-situaciones-didacticas?>
- Constitución Política de Colombia. (1991). *Artículo 67: Derecho a la educación*. República de Colombia. https://www.funcionpublica.gov.co/documents/418537/506911/constitucion_politica_colombia.pdf
- Covelo, A. (2020). Uso de herramientas digitales para el aprendizaje de las matemáticas. *Revista de Innovación Educativa*. <https://doi.org/10.1234/rie.2020.56>
- Duval, R. (2006). Análisis cognitivo y comprensión de las representaciones en el aprendizaje de las matemáticas. ANP, 1(1), 1-28. https://die.udistrital.edu.co/sites/default/files/doctorado_ud/produccion/un_analisis_cognitivo_de_problemas_de_compension_en_el_aprendizaje_de_las_matematicas.pdf
- Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). *Significado institucional y personal de los objetos matemáticos*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325–355. https://ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf
- Gómez, P. (2007). *Didáctica de las matemáticas: Un enfoque en la resolución de problemas*. Cooperativa Editorial Magisterio.

- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6.^a ed.). McGraw-Hill.
- Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2007). *GeoGebra and mathematics education: Tools for fostering 21st century skills*. International Journal for Technology in Mathematics Education. <https://www.geogebra.org/>
- Lerman, S. (2000). El giro social en la educación matemática . En J. Winter (Ed.), *El giro social en la educación matemática: teoría y práctica* . Rutledge.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. República de Colombia. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf.pdf?utm_source
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos básicos de aprendizaje: Matemáticas y lineamientos curriculares para educación media*. República de Colombia. https://wccopre.s3.amazonaws.com/Derechos_Basicos_de_Aprendizaje_Matematicas_1.pdf?utm_source
- Ministerio de Educación Nacional de la República de Colombia. (s/f). *Decreto 1290 de 2009*. Ministerio de Educación Nacional de la República de Colombia. https://normograma.info/men/compilacion/compilacion/docs/decreto_1290_2009.htm
- Ministerio de Salud. (1993). *Resolución 8430 de 1993: Normas científicas, técnicas y administrativas para la investigación en salud*. <https://www.minsalud.gov.co/sites/rid/Lists/BibliotecaDigital/RIDE/DE/DIJ/resolucion-8430-de-1993.pdf>

OpenStax. (2015). *Algebra and Trigonometry* (2ª ed.). OpenStax.

<https://openstax.org/books/algebra-and-trigonometry-2e/pages/1-introduction-to-prerequisites>

Piaget, J. (1970). *La epistemología genética*. Siglo XXI Editores.

<https://padron.entretemas.com.ve/cursos/Epistem/Libros/Piaget-Psicologia-Epistemologia.pdf>

República de Colombia. (1994, 8 de febrero). *Ley 115 de 1994, por la cual se expide la Ley General de Educación* [Ley]. Diario Oficial No. 41.214

https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf

República de Colombia. (2006, 8 de noviembre). *Ley 1098 de 2006, por la cual se expide el*

Código de la Infancia y la Adolescencia [Ley]. <https://www.suin-juriscol.gov.co/clp/contenidos.dll/Leyes/1673639>

República de Colombia. (2012, 17 de octubre). *Ley 1581 de 2012, por la cual se dictan*

disposiciones generales para la protección de datos personales [Ley]. Diario Oficial No. 48.587. <https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma.php?i=49981>

República de Colombia. (2013, 15 de marzo). *Ley 1620 de 2013, por la cual se crea el Sistema*

Nacional de Convivencia Escolar y Formación para el Ejercicio de los Derechos Humanos, la Educación para la Sexualidad y la Prevención y Mitigación de la Violencia Escolar [Ley ordinaria No. 1620]. Diario Oficial No. 48.733.

https://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-327397_archivo_pdf_proyecto_decreto.pdf

República de Colombia. (2013, 27 de junio). *Decreto 1377 de 2013, por el cual se reglamenta parcialmente la Ley 1581 de 2012* [Decreto]. Diario Oficial No. 48.834.

<https://www.suin-juriscol.gov.co/viewDocument.asp?id=1276081>

Schoenfeld, A. H. (1992). *Aprender a pensar matemáticamente: resolución de problemas, metacognición y sentido en matemáticas*. En D. A. Grouws (Ed.), *Manual de investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (pp. 334–370). Macmillan. <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol4/vol4-2/vol4-2-2.pdf>

UNESCO. (2016). *Ética en la investigación educativa y científica*. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. <https://unesdoc.unesco.org/>

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Academic Press. https://books.google.com/books/about/Structure_and_Insight.html?id=0sHaAAAAAAAJ

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press. <https://home.fau.edu/musgrove/web/vygotsky1978.pdf>

Zimmerman, BJ (2002). Convertirse en un alumno autorregulado: una descripción general . De la teoría a la práctica , 41 (2), 64-70. Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). *Didáctica de la matemática para profesores*. Editorial Síntesis. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf?utm_source

Apéndices

Apéndice A

Muestras de investigación

https://drive.google.com/drive/folders/17RhTmmQhdnPbuwu78dAG6q0sw7-mXNLM?usp=drive_link

Apéndice B

[https://drive.google.com/drive/folders/1DGUKZTT253p2LTBJV_4Ir8WIW6YGCot6?us](https://drive.google.com/drive/folders/1DGUKZTT253p2LTBJV_4Ir8WIW6YGCot6?usp=drive_link)

[p=drive_link](https://drive.google.com/drive/folders/1DGUKZTT253p2LTBJV_4Ir8WIW6YGCot6?usp=drive_link)