

**Incidencia de una secuencia didáctica mediada por GeoGebra
en la comprensión de la función lineal desde los
registros de representación semiótica**

Wilson Lara Angarita

Asesora

Mg. Jeidy Johanna Gómez Montiel

Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD

Escuela de Ciencias de la Educación - ECEDU

Maestría en Educación

2026

Dedicatoria

A Benita y Eduardo, mis padres. Desde la eternidad, su sabiduría, amor y ejemplo siguen siendo mi guía. Cada logro, incluido este, lleva impreso su legado de lucha y bondad.

A Flor Jacqueline, mi compañera incansable, faro de paciencia y ternura, quien sostuvo mi ánimo cuando el cansancio amenazaba con doblegarme.

Y a Laura Sofia, mi hija, chispa de esperanza que convirtió cada reto en motivo de alegría y renovó mi pasión por enseñar y aprender.

Hoy, como siempre, les pertenece lo mejor de mí. Porque en la educación, como en la vida, no se llega solo.

—Con gratitud infinita.

Agradecimientos

A los docentes de matemáticas de la I.E. José María Córdoba, gracias por su apoyo fundamental en este camino. Mi más profunda e infinita gratitud al Dr. Luis Carlos Rojas: su guía fue mucho más allá del rigor metodológico, transformando cada encuentro en una verdadera cátedra de investigación escolar que inspiró este trabajo.

Resumen

La presente investigación se inscribe en el campo de la educación matemática y tiene como propósito analizar la movilización y coordinación de registros de representación semiótica en la comprensión de la función lineal en estudiantes de grado noveno. El estudio se fundamenta en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica de Duval, la cual plantea que la comprensión matemática depende de la capacidad de realizar tratamientos y conversiones entre distintos sistemas de representación. Metodológicamente, se adopta un enfoque cualitativo bajo un diseño de estudio de caso. Se diseñó e implementó una secuencia didáctica mediada por GeoGebra, orientada a promover la interpretación y articulación entre registros algebraico, gráfico y tabular. La información se recolectó a partir de producciones escritas de los estudiantes y fue analizada mediante un proceso de categorización centrado en evidencias de coordinación semiótica.

Los resultados evidencian que, aunque los estudiantes reconocen elementos de la función lineal como la pendiente y el intercepto, presentan dificultades en la articulación entre representaciones, especialmente en la conversión entre registros gráfico y algebraico. No obstante, la intervención favoreció avances en la comprensión de la pendiente como razón de cambio y de la función lineal como relación de variación constante. En este sentido, se concluye que el diseño de tareas que promueven la movilización entre registros, apoyadas en herramientas tecnológicas como GeoGebra, contribuye al fortalecimiento de la comprensión conceptual, resaltando la necesidad de propuestas didácticas que favorezcan la articulación sistemática de representaciones.

Palabras clave: función lineal, registros de representación semiótica, coordinación semiótica, GeoGebra, educación matemática.

Abstract

This study is situated within the field of mathematics education and aims to analyze the mobilization and coordination of semiotic representation registers in the understanding of linear functions among ninth-grade students. The research is grounded in Duval's Theory of Semiotic Representation Registers, which states that mathematical understanding depends on the ability to perform treatments and conversions between different representation systems. Methodologically, the study adopts a qualitative approach with a case study design. A didactic sequence mediated by GeoGebra was designed and implemented to promote the interpretation and articulation among algebraic, graphical, and tabular representations. Data were collected through students' written productions and analyzed using a categorization process focused on identifying evidence of semiotic coordination.

The results show that, although students recognize elements of the linear function such as slope and intercept, they experience difficulties in articulating different representations, particularly in the conversion between graphical and algebraic registers. However, the intervention supported progress in understanding slope as a rate of change and the linear function as a relationship of constant variation. In this sense, it is concluded that the design of tasks promoting the mobilization across registers, supported by technological tools such as GeoGebra, contributes to strengthening conceptual understanding, highlighting the need for instructional proposals that foster the systematic articulation of representations.

Keywords: linear function, semiotic representation registers, semiotic coordination, GeoGebra, mathematics education.

Tabla de Contenido

Introducción	13
Contextualización General de la Problemática (Nivel Macro)	13
Pregunta de Investigación	18
Objetivos	19
Objetivo General	19
Objetivos Específicos	19
Justificación.....	20
Marco Teórico y Antecedentes de Investigación	24
Antecedentes de Investigación	24
Fundamentos Teóricos.....	30
Teoría de los Registros de Representación Semiótica.....	31
Registros de Representación y Ejemplos en Función Lineal	32
Articulación de GeoGebra con la Teoría de los Registros de Representación Semiótica.....	43
Diseño Metodológico de la Investigación.....	46
Enfoque y Tipo de Estudio	46
Enfoque Metodológico	47
Tipo de Estudio: Estudio de Caso.....	48
Contexto y Participantes.....	49
Contexto Institucional	49
Participantes y Criterios de Selección	50
Diseño de la Intervención Didáctica	51
Principios de Diseño Derivados del Marco Teórico	51

Estructura y Secuencia de Implementación.....	54
Técnicas e Instrumentos de Recolección de Información.....	55
Producciones Escritas de los Estudiantes	55
Observación y Notas de Campo	56
Instrumento Diagnóstico y Actividad de Cierre	56
Sistema de Categorías para el Análisis.....	57
Registros de Representación Movilizados.....	58
Tratamientos y Conversiones Realizadas	58
Evidencias de Coordinación y Manifestaciones de no Congruencia.....	59
Procedimiento de Análisis de la Información	60
Resultados y Análisis de la Implementación de la Secuencia Didáctica	62
Análisis de las Dificultades en la Comprensión de la Función Lineal.....	62
Interpretación de los Parámetros de la Función Lineal	65
Interpretación Gráfica de la Pendiente	67
Dependencia de Estrategias Algorítmicas	73
Dificultades en la Conversión entre Registros de Representación.....	77
Síntesis de las Dificultades Identificadas	80
Resultados de la Implementación de la Secuencia Didáctica	81
Modelación de una Situación Contextual: El Problema del Negocio de la Leche	83
Exploración de la Pendiente y El Intercepto Mediante GeoGebra.....	87
Análisis de la Interacción con el Applet Dinámico de la Función Lineal	90
Transformaciones de la Función Lineal a Partir del Uso de GeoGebra	94
Discusión de Resultados.....	99

Conclusiones, Aportes y Alcance de la Investigación	104
Conclusión General en Relación con la Pregunta de Investigación.....	104
Conclusiones en Relación con los Objetivos Específicos	107
Identificación de Dificultades Conceptuales y Procedimentales.....	107
Diseño de la Secuencia Didáctica Mediada por GeoGebra.....	108
Implementación de la Secuencia Didáctica	109
Evaluación de los Resultados de la Implementación	110
Alcance y Aportes de la Investigación	111
Referencias.....	114

Lista de Figuras

Figura 1 <i>Representación Gráfica de $y=2x+3$</i>	35
Figura 2 <i>Applet Para la Exploración de la Ecuación de la Recta Mediante la Manipulación de los Parámetros m y b</i>	52
Figura 3 <i>Applet Para la Articulación entre Registros de Representación de la Función Lineal Mediante el Uso de Deslizadores y Tabla Dinámica de Valores</i>	53
Figura 4 <i>Interpretación Operativa de los Parámetros m y b en la Expresión de la Función Lineal</i>	66
Figura 5 <i>Interpretaciones Estudiantiles Sobre el Comportamiento Gráfico de la Pendiente</i>	68
Figura 6 <i>Producción Escrita de un Estudiante al Analizar la Función $y=-3x+6$</i>	69
Figura 7 <i>Representación Gráfica Elaborada por un Estudiante a Partir de una Tabla de Valores para la Función $y=-3x+6$</i>	71
Figura 8 <i>Reconocimiento del Valor de la Pendiente con Interpretación Incorrecta de su Comportamiento Gráfico</i>	73
Figura 9 <i>Dependencia de Procedimientos Numéricos para Interpretar una Representación Gráfica de una Función Lineal</i>	75
Figura 10 <i>Dificultad para Reconocer una Representación Gráfica como Expresión de una Función Lineal</i>	78
Figura 11 <i>Implementación del Applet de Geogebra Mediante Proyección en el Aula</i>	82
Figura 12 <i>Producción Escrita de un Estudiante al Modelar Algebraicamente la Ganancia en el Problema del Negocio de la Leche</i>	84

Figura 13 <i>Aplicación del Modelo Lineal para Determinar la Ganancia Correspondiente a la Venta de 35 Litros de Leche</i>	85
Figura 14 <i>Applet de GeoGebra Utilizado para Explorar el Efecto de los Parámetros m (pendiente) y b (intercepto) en la Gráfica de una Función Lineal</i>	88
Figura 15 <i>Interacción Colaborativa de Estudiantes Durante la Exploración del Applet En GeoGebra</i>	92
Figura 16 <i>Applet Interactivo para la Exploración de la Función Lineal en GeoGebra</i>	94
Figura 17 <i>Integración de los Registros Algebraico, Tabular y Gráfico en el Applet</i>	96
Figura 18 <i>Interacción Individual de un Estudiante con el Applet de GeoGebra Durante la Actividad</i>	99

Lista de Tablas

Tabla 1 <i>Dificultades de Aprendizaje en Función Lineal (Grado 9°, I.E. José María Córdoba, 2024-2025)</i>	16
Tabla 2 <i>Registro Tabular para $y=2x+3$</i>	34
Tabla 3 <i>Relación Lineal en Registro Tabular</i>	40
Tabla 4 <i>Categorías de Análisis de las Dificultades Identificadas en la Fase Diagnóstica</i>	64

Lista de Apéndices

Apéndice A	<i>Solicitud de Autorización Institucional para Ejecución del Proyecto de Grado ...</i>	118
Apéndice B	<i>Respuesta de la Institución Educativa</i>	119
Apéndice C	<i>Consentimiento Informado para Padres de Familia</i>	120

Introducción

Este apartado presenta los componentes esenciales que dirigen la ejecución de esta investigación. Se examinan diversas situaciones problemáticas relacionadas con los obstáculos de tipo conceptual y metodológico que manifiestan los educandos del entorno estudiado al aprender la función lineal. En consecuencia, se describen los antecedentes, la delimitación de la investigación, la interrogante que dirige el estudio, las metas y la argumentación que soporta la propuesta pedagógica; configurando de este modo los soportes que organizan la estrategia didáctica. Con este planteamiento, se pretende brindar un esquema unificado y lógico que conecte la importancia y validez del enfoque elegido para las partes subsiguientes del documento.

Contextualización General de la Problemática (Nivel Macro)

Si bien el estudio de las funciones lineales es un pilar fundamental en la formación matemática, los procesos asociados a su instrucción y apropiación constituyen una dificultad didáctica constante en el ámbito internacional. Esta realidad provoca una desconexión entre las metas establecidas en los planes de estudio y las competencias de comprensión que logran desarrollar los alumnos, un fenómeno que ha sido extensamente registrado en la literatura especializada (Tall & Vinner, 1981; Dubinsky & Harel, 1992). Tal divergencia no deriva necesariamente de lo intrincado del tema, sino de una limitación estructural en el modelo educativo, en el cual las tácticas pedagógicas convencionales no alcanzan a satisfacer los requerimientos intelectuales necesarios para asimilar nociones de carácter abstracto.

La trascendencia de este desafío se acentúa al considerar el papel estructural de la función lineal en el currículo. Más que un simple tema, constituye la puerta de entrada al pensamiento algebraico y variacional. Una comprensión sólida de la linealidad y de la pendiente es un

requisito indispensable para avanzar hacia nociones más complejas, como la derivada en el cálculo (Barana, 2022; Prada et al., 2017). Por tanto, las deficiencias en su aprendizaje en la educación secundaria crean una debilidad fundacional que compromete la trayectoria matemática posterior, limitando el acceso a campos de conocimiento superiores en ciencia y tecnología.

A esta dimensión estructural se suma su valor instrumental, ampliamente reconocido en la literatura. El dominio de la función lineal permite describir y modelar fenómenos en contextos reales dentro de la física, la economía, la ingeniería o la administración (Ansaldo et al., 2019). Comprender las relaciones lineales es, en esencia, una forma de alfabetización cuantitativa, indispensable para interpretar crítica y correctamente la información expresada en tablas, gráficos y modelos numéricos, fundamentales en un mundo dominado por los datos (Fierro et al., 2019).

Sin embargo, pese a su relevancia conceptual y aplicada, su enseñanza continúa enfrentando dificultades estructurales que trascienden el aula. Diversos estudios documentan una fractura cognitiva persistente: la incapacidad de los estudiantes para vincular las distintas representaciones, como son: algebraica, gráfica, tabular y verbal entre sí (Prada et al., 2017). En la práctica, los alumnos tienden a tratar la función $y = mx + b$, la recta en el plano cartesiano y la tabla de valores como representaciones aisladas, en lugar de concebirlas como distintas representaciones de un mismo objeto matemático (Coy & García, 2023). Esta desconexión suele ser reforzada por metodologías centradas en la manipulación simbólica dentro del registro algebraico, desatendiendo la competencia cognitiva de conversión, que resulta ser la habilidad de traducir información de un sistema de representación a otro y que, según Duval (1993), es indispensable para la comprensión matemática profunda.

Estas limitaciones, identificadas de manera reiterada en distintos contextos educativos, también se reflejan en la realidad institucional objeto de este estudio. En la Institución Educativa José María Córdoba, sede Divino Niño, ubicada en Tauramena (Casanare). Las observaciones de aula y revisión de ejercicios durante los periodos 2024–2025 evidencian una brecha entre las exigencias cognitivas del concepto y las estrategias de enseñanza empleadas. El abordaje metodológico predominante privilegia el procedimiento mecánico sobre la comprensión conceptual, centrado casi exclusivamente en el registro algebraico.

Este escenario está condicionado debido a la escasez de dispositivos digitales y de entornos educativos con capacidades interactivas, característicos de contextos rurales o en consolidación tecnológica. Frente a este panorama, el aprovechamiento de herramientas digitales adquiere un rol determinante en la diversificación de las actividades formativas, permitiendo un acercamiento más efectivo de los estudiantes al objeto de estudio a representaciones múltiples del mismo concepto. En esa línea, la incorporación de entornos dinámicos como GeoGebra no debe entenderse como un simple apoyo instrumental, sino como un medio didáctico que posibilita la reorganización de las prácticas de enseñanza y favorece la articulación entre registros de representación. No obstante, para comprender con mayor precisión la naturaleza del problema, resulta necesario observar cómo estas dificultades se manifiestan en la práctica escolar.

Los datos recolectados en aula muestran patrones de error repetitivos que reflejan las barreras cognitivas descritas. El análisis de talleres y observaciones de clase en grado noveno ofrece una visión clara de cómo estas dificultades se manifiestan en la práctica posibilita dimensionar su impacto en el progreso de la trayectoria académica:

Tabla 1

Dificultades de Aprendizaje en Función Lineal (Grado 9°, I.E. José María Córdoba, 2024-2025)

Lista de Tablas	Descripción y Dato Cuantitativo
Falla en la conversión gráfico – algebraica	14 de los estudiantes, de 22 analizados, no logran determinar la función correspondiente a una gráfica como $y = 2x + 1$, confundiendo pendiente e intercepto.
Desconexión conceptual de la pendiente (m)	16 logran calcularla numéricamente, pero no explica su significado como razón de cambio.
Inversión de variables en la modelización	10 asignan la variable dependiente al eje x y la independiente al eje y, generando modelos incoherentes.
Errores de tratamiento algebraico	En tareas de evaluación (por ejemplo, valorar $f(-2)$ para $f(x) = -3x + 4$, 10 estudiantes, incurren en fallos con los signos, lo que genera errores sucesivos en las tablas y las gráficas.
Fragmentación del conocimiento	Solo 8 de los 22 estudiantes, logra asociar correctamente ecuaciones, tablas y gráficas de una misma función
Omisión del intercepto (b)	12 alumnos omiten el valor donde la recta interseca el eje de ordenadas como dato relevante.

Nota. Elaboración propia. Síntesis de los principales obstáculos de conversión y tratamiento identificados en la muestra de 22 estudiantes.

Lo expuesto en la Tabla 1 facilitan identificar que las equivocaciones no derivan de negligencias aisladas, sino a patrones conceptuales que se repiten con frecuencia y que comprometen la comprensión de la función lineal. Estos patrones evidencian una comprensión parcial del significado de la pendiente y del papel que cumple el parámetro b en la representación gráfica, al igual que la continuidad de los obstáculos en la traslación entre los sistemas simbólicos, visuales y numéricos. Tales hallazgos confirman la existencia de barreras cognitivas profundas que obstaculizan el tránsito entre representaciones y limitan el desarrollo del pensamiento funcional, fenómeno ampliamente documentado por Duval (2006), quien indica que el entendimiento en el área de las matemáticas está sujeto a la aptitud para armonizar diferentes sistemas semióticos de representación, y por Burnett (2001), quienes evidencian que los alumnos acostumbran a manejar las distintas representaciones de la función lineal como entes desconectados entre sí, lo que impide construir una visión coherente del concepto. En el contexto

latinoamericano, investigaciones como las adelantadas por Curo Cubas et al. (2018) y Prada et al. (2017) concurren en determinar que dicha desarticulación cognitiva constituye uno de los motivos recurrentes que obstaculizan la asimilación del concepto de función lineal.

Este conjunto de evidencias no solo revela dificultades conceptuales, sino que también expone su impacto afectivo y motivacional. Cuando el estudiante invierte esfuerzo sin lograr comprender, se genera un ciclo de frustración que termina consolidando una actitud de rechazo hacia las matemáticas, identificada por Prada et al. (2017) como uno de los síntomas más visibles del problema. Este rechazo, lejos de ser un fenómeno aislado, refuerza la desconexión con el aprendizaje y perpetúa los errores observados, configurando un círculo difícil de romper sin una mediación didáctica orientada a la comprensión inter-representacional.

Este compendio de hallazgos, avalado por investigaciones del área, demuestra que los impedimentos en torno a la función lineal trascienden el plano conceptual y se reflejan también en dimensiones afectivas y motivacionales, configurando un escenario que demanda reflexión pedagógica. El panorama descrito permite delimitar el problema investigable: en la Institución Educativa José María Córdoba existe un vacío pedagógico caracterizado por la carencia de una metodología pedagógica organizada y deliberada orientada a potenciar la habilidad cognitiva de traslación entre los diversos sistemas semióticos de la función lineal. Este déficit no puede corregirse mediante ajustes menores, pues tiene raíces conceptuales y metodológicas profundas vinculadas al predominio del registro algebraico.

Superar este vacío implica reconocer que la comprensión matemática no surge de manera espontánea, sino por medio de acciones pedagógicas diseñadas con propósito que incorporen los variados modos de expresar el concepto. Bajo esta premisa, surge la apremiante necesidad de

ejecutar una mediación pedagógica mediada por GeoGebra, orientada a fortalecer la conversión entre registros y, con ello, a propiciar una comprensión significativa de la función lineal.

A partir de la delimitación del problema y del reconocimiento del vacío pedagógico existente en la instrucción sobre la función lineal, surge la necesidad de orientar la investigación hacia la exploración de metodologías pedagógicas que promuevan una asimilación más sólida del concepto. Bajo esta premisa, el siguiente interrogante investigativo guía la ejecución del trabajo:

Pregunta de Investigación

¿De qué manera una estrategia pedagógica apoyada en GeoGebra, enfocada en fomentar el tratamiento y la conversión entre los diversos sistemas semióticos de representación, contribuye a la asimilación del concepto de función lineal en los alumnos de noveno grado de la Institución Educativa José María Córdoba, ubicada en Tauramena, Casanare?

Con el propósito de responder a la pregunta planteada y de atender el problema identificado en la Institución Educativa José María Córdoba, se determinan los propósitos que orientarán las etapas de valoración inicial, elaboración, ejecución y análisis de la estrategia pedagógica.

Objetivos

Objetivo General

Analizar cómo una secuencia didáctica mediada por *GeoGebra*, orientada a fomentar la traslación y el procesamiento entre los diversos sistemas de representación semiótica, potencia la asimilación del concepto de función lineal en los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa José María Córdoba, del municipio de Tauramena, Casanare.

Objetivos Específicos

Identificar los obstáculos conceptuales y las falencias en la ejecución de procedimientos que manifiestan los alumnos de noveno grado al abordar la interpretación y solución de situaciones problemáticas vinculadas a la función lineal, especialmente en la conversión y el tratamiento entre distintos registros de representación semiótica.

Diseñar una secuencia didáctica mediada por *GeoGebra*, orientada a favorecer la articulación entre los registros de representación de la función lineal y su vinculación con situaciones contextualizadas.

Implementar la secuencia didáctica diseñada con los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa José María Córdoba, promoviendo procesos de exploración, visualización y análisis a través del uso de *GeoGebra*.

Evaluar los efectos de la aplicación de la estrategia pedagógica, enfocándose en el robustecimiento del entendimiento sobre la función lineal y en la destreza de los estudiantes para articular conexiones coherentes entre sus diversas formas de representación.

Justificación

La ejecución de esta labor investigativa se fundamenta desde tres perspectivas complementarias: académica, pedagógica y social. En el plano académico, el estudio se orienta a comprender la función lineal como un eje fundamental dentro de las matemáticas, permitiendo examinar las complicaciones que emergen al realizar la traslación entre los diversos sistemas semióticos de representación, aspecto que Duval reconoce como esencial en el aprendizaje. En la dimensión pedagógica, la investigación integra el uso de GeoGebra como herramienta para promover visualizaciones dinámicas que fortalezcan el alcance del entendimiento sobre dicha estructura matemática. Desde la perspectiva social, este trabajo busca aportar alternativas de aprendizaje accesibles y equitativas mediante la utilización de herramientas digitales de acceso abierto en un contexto educativo rural. De este modo, la estructura teórica y metodológica del estudio se articula con las necesidades reales de los procesos de instrucción y adquisición del conocimiento de la función lineal.

Desde esta la perspectiva académica, la función lineal constituye un eje fundamental en la didáctica matemática, no como contenido aislado, sino como una estructura que da soporte al fomento del razonamiento algebraico y a la comprensión de las variaciones entre cantidades. Esta exigencia de reconocer relaciones en distintos modos de expresión conecta directamente con la postura de Duval, quien sostiene: “La particularidad del aprendizaje de las matemáticas hace que estas actividades cognitivas requieran de la utilización de sistemas de expresión y de representación distintos a los del lenguaje natural o de las imágenes” (Duval, 2017a, p. 43, citado en Ruiz Rojas, 2025, p. 5). Además, una comprensión sólida de la función lineal es requisito indispensable para acceder a conceptos posteriores del currículo escolar, como funciones

cuadráticas, exponenciales, y especialmente para comprender la derivada como una medida de la razón de variación instantánea en el cálculo diferencial (Barana, 2022, p. 255). En este sentido, la coordinación entre registros, por tanto, no solo favorece el aprendizaje inmediato, sino que construye las bases para desarrollar ideas avanzadas de variación y cambio.

A pesar de la relevancia de establecer una correspondencia coherente entre las formas de expresar un objeto matemático, diversas evidencias indican que muchos estudiantes no logran establecer dichas conexiones de manera efectiva. Las dificultades que se observan no corresponden a situaciones aisladas, sino que reflejan un problema más profundo en la comprensión del objeto matemático. En este sentido, Rojas (2025) señala que la incapacidad de vincular la expresión algebraica $y = mx + b$ con su representación gráfica, así como la desconexión entre estas y la tabla de valores, constituye un obstáculo cognitivo fundamental en la adquisición del conocimiento relativo a la función lineal. En coherencia con lo anterior, los mismos autores señalan que “la construcción de conocimientos matemáticos se muestra eficaz cuando el individuo es capaz de reconocer el mismo objeto en al menos dos representaciones distintas” (p. 11), lo cual evidencia la urgencia de promover procesos de articulación entre registros como condición para una comprensión significativa.

Frente a estas dificultades, resulta necesario explorar estrategias pedagógicas que faciliten la coordinación entre registros y permitan a los estudiantes identificar una misma estructura matemática a través de diferentes expresiones. En este sentido, GeoGebra no se presenta únicamente como una herramienta de apoyo tecnológico, sino como “un mediador cognitivo que habilita la visualización dinámica de la conversión entre registros” (Fierro et al., 2019, p. 292), lo cual contrasta con los enfoques tradicionales, en los que la función lineal suele abordarse de manera fragmentada: la función en un espacio, la gráfica en otro y la tabla como

ejercicio complementario. GeoGebra, por el contrario, integra en tiempo real estos tres registros, permitiendo que los estudiantes exploren cómo se relacionan entre sí y observen de manera inmediata los efectos de modificar parámetros en la expresión algebraica. Por ejemplo, Cuando un estudiante manipula el parámetro m en la función y observa cómo la recta cambia su inclinación, no solo realiza un tratamiento algebraico: experimenta una conversión visual y cognitiva entre registros. De esta forma, GeoGebra materializa los procesos abstractos descritos por Duval, convirtiéndose en un laboratorio donde los tratamientos y conversiones entre registros se vuelven manipulables, observables y comprensibles.

La incorporación de herramientas como GeoGebra no solo tiene implicaciones pedagógicas, sino también un alcance social relevante. La posibilidad de acceder a representaciones múltiples de la función lineal mediante una herramienta libre y de fácil uso responde a la necesidad de ampliar oportunidades de aprendizaje en contextos donde los recursos tecnológicos han sido limitados. De acuerdo con los planteamientos del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (2006), se subraya que es imperativo que los educandos logren ser capaces de “formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas. Ello requiere ... formarse modelos mentales ...y representarlos en distintos registros” (p 51), y este tipo de mediación tecnológica contribuye directamente a ese propósito. En el marco particular de la Institución Educativa José María Córdoba, ubicada en Tauramena (Casanare), zona rural donde el acceso a recursos tecnológicos ha sido limitado históricamente, la incorporación de GeoGebra se convierte en una alternativa viable para cerrar brechas y promover experiencias de aprendizaje más equitativas. Su carácter gratuito permite que estudiantes y docentes puedan acceder a un

entorno que fortalece la comprensión matemática y favorece prácticas pedagógicas que antes no eran posibles en la institución.

Esta necesidad de ampliar las oportunidades de aprendizaje se refleja también en los resultados obtenidos en la propia institución. Los datos cuantitativos disponibles evidencian que, más del 60 % de los estudiantes no logran convertir una gráfica a su función algebraica correspondiente, y solo el 35% establece relaciones consistentes entre ecuaciones, tablas y representaciones gráficas. Estas cifras confirman que la dificultad para coordinar registros no es un problema aislado, sino una condición que afecta directamente la comprensión de la función lineal y limita el avance hacia conceptos matemáticos posteriores. En este escenario, la estructuración de un itinerario pedagógico asistido por el software GeoGebra adquiere pertinencia al ofrecer una respuesta concreta, validada y contextualizada, que los docentes pueden integrar en sus prácticas para fortalecer la comprensión del concepto de función lineal y la integración sinérgica entre sus diversas modalidades de representación.

Con lo expuesto, esta investigación se justifica como un esfuerzo integral orientado a transformar la manera en que los educandos logren asimilar la función lineal, integrando de manera sistemática los fundamentos teóricos propuestos por Duval, la mediación tecnológica de GeoGebra y las necesidades educativas del contexto rural de la institución. La secuencia didáctica propuesta busca activar deliberadamente la traslación o transformación entre los sistemas de representación algebraico, visual y numérico mediante visualizaciones dinámicas que fortalezcan la identificación del objeto matemático en sus diversas expresiones. De esta manera, el proyecto no solo aporta al ámbito de la didáctica de las matemáticas, sino que responde al compromiso institucional de brindar escenarios de aprendizaje con mayores niveles de equidad y sostenibilidad para los estudiantes del entorno regional.

Marco Teórico y Antecedentes de Investigación

Este apartado tiene como propósito exponer los fundamentos teóricos y las investigaciones previas que sustentan el estudio, articulando los antecedentes empíricos y los referentes conceptuales que permiten comprender la naturaleza de los obstáculos detectados en el proceso de adquisición del conocimiento sobre la función lineal. En coherencia con el problema planteado, se analizan estudios previos relacionados con la instrucción en torno a este concepto matemático, la traslación entre diversos sistemas semióticos y el aprovechamiento de entornos digitales de geometría dinámica. Asimismo, se aborda con mayor profundidad el marco conceptual de la Teoría de Registros de Representación Semiótica desarrollada por Raymond Duval, particularmente en las nociones de tratamiento y conversión como operaciones cognitivas fundamentales. La integración de estos elementos configura el sustento epistemológico que orienta el diseño, implementación y análisis de la secuencia didáctica mediada por GeoGebra.

Antecedentes de Investigación

Los estudios actuales sobre la instrucción y adquisición del conocimiento en la función lineal evidencian un cambio de paradigma: se ha transitado de métodos basados exclusivamente en competencias algebraicas hacia estrategias que priorizan la articulación entre diversos sistemas, el análisis de la variación y el modelamiento. Bajo este esquema, el marco conceptual propuesto por Raymond Duval sobre los registros de representación semiótica constituye un eje fundamental, al postular que el aprendizaje profundo en matemáticas trasciende el simple dominio de una única forma de expresión. Por el contrario, este enfoque subraya que la verdadera aprehensión cognitiva radica en la aptitud para identificar un mismo concepto

matemático mediante el uso de distintos sistemas semióticos, efectuando transformaciones o conversiones entre ellos (Duval, 1993).

Posteriormente, el autor sistematiza la diferencia entre tratamientos y conversiones, demostrando que los impedimentos en la comprensión suelen originarse en dificultades durante el proceso de traducción entre estos diversos registros, o bien por deficiencias al operar dentro de un mismo sistema de representación (Duval, 2006). Esta perspectiva resulta particularmente valiosa al estudiar la función lineal, entendida como un constructo cuya semántica se reparte entre la expresión algebraica $y = mx + b$, su representación visual en el sistema cartesiano, su estructuración tabular, el lenguaje natural y los contextos prácticos vinculados a la proporcionalidad o fenómenos de cambio.

En esta misma dirección, distintitos trabajos han contribuido a operacionalizar la coordinación representacional como dimensión evaluable de la comprensión. En particular, el estudio de Ceuppens et al. (2018) diseñó y validó un instrumento específico para medir fluidez representacional en torno a funciones lineales (gráficas, tablas y fórmulas), mostrando que las transiciones entre representaciones no son un “efecto colateral” del aprendizaje, sino una capacidad que presenta patrones diferenciados de desempeño y que se asocia con niveles de comprensión más profundos. Esta evidencia fortalece la tesis de que las dificultades típicas con pendiente e intercepto no se reducen a “errores de cálculo”, sino a problemas de identificación de invariantes del objeto cuando cambia el sistema de representación.

En América Latina, la línea de investigación sobre función y registros semióticos ha mostrado resultados convergentes, con matices contextuales relevantes. Prada Núñez et al. (2017) documentan que, incluso en educación superior, existe una fuerte preferencia institucional y estudiantil por el registro algebraico, lo que deriva en procedimientos mecánicos (por ejemplo,

tabular con enteros y “unir puntos”) sin consolidar interpretaciones funcionales de dominio, rango o variación. En una investigación complementaria, centrada en estudiantes que ingresan a ingeniería, los mismos autores muestran que la articulación entre registros para la noción de función presenta debilidades sistemáticas, particularmente cuando la información proviene de registros no algebraicos, lo que reafirma la necesidad de diseñar situaciones que obliguen a coordinar registros como objetivo didáctico explícito (Hernández-Suárez et al., 2016). En el nivel de secundaria, Soto et al. (2019) evidencian dificultades específicas en la coordinación entre registros para la función lineal, destacando que ciertas conversiones (por ejemplo, desde lenguaje verbal/coloquial hacia representaciones más formales) generan mayores obstáculos, lo que cuestiona secuencias de enseñanza que “presentan” registros, pero no construyen la coordinación como actividad cognitiva central.

Desde un enfoque semiótico aplicado directamente al objeto “función lineal”, Coy Chacón y García Castro (2023) aportan evidencia de aula en grado noveno sobre cómo la comprensión de proporcionalidad y linealidad se ve favorecida cuando las tareas promueven explícitamente el tránsito entre representaciones, particularmente mediante objetos virtuales, aunque el logro no es uniforme en todos los registros. En la misma revista, las autoras profundizan en el análisis de conversiones semióticas asociadas al abordar la función lineal con alumnos de noveno grado, enfatizando la confusión frecuente entre objeto matemático y su representación, precisamente el tipo de obstáculo descrito por Duval (Coy Chacón & García Castro, 2023). En conjunto, estos trabajos refuerzan una idea transversal: la enseñanza centrada en la función como “definición operativa” de la función lineal tiende a producir comprensiones parciales; en contraste, las propuestas que obligan a conversiones deliberadas tienden a producir mejores interpretaciones de variación y de parámetros.

Una consecuencia directa de este cuerpo de resultados es el crecimiento de investigaciones que dejan de “diagnosticar” dificultades para avanzar hacia el diseño didáctico orientado por teoría. La tesis de Chacón Gora (2017), asume precisamente que el proceso de acercamiento y construcción del concepto de función lineal requiere una secuencia de tareas construida desde las dificultades de conversión detectadas en estudios previos, y no desde una progresión meramente algebraica. En una línea afín, Fierro Ayala et al. (2019) proponen una secuencia para función lineal y cuadrática basada en conversión de registros e incorporan GeoGebra para facilitar la comprensión de ciertos registros; los resultados reportan mejorías en el tránsito entre representaciones, aunque señalan persistencia de dificultades con registros verbales y tabulares, lo cual es especialmente relevante para ajustar el diseño de tareas y la orquestación en aula. Estos hallazgos contribuyen a precisar que la intervención no debe limitarse a “mostrar varias representaciones”, sino a construir condiciones didácticas para que las conversiones sean necesarias, justificadas y cognitivamente visibles.

En paralelo, se consolida una línea de antecedentes que examina la mediación tecnológica como catalizador de coordinación representacional, pero con una advertencia metodológica: el efecto no es automático, depende de la arquitectura de tareas y de la orquestación. En el plano de resultados empíricos, la tesis de Mora Miranda (2022), con diseño cuasi-experimental, reporta mejoras mayores en el grupo con mediación TIC (GeoGebra) frente a un grupo tradicional al estudiar función lineal, lo que sugiere que el entorno dinámico puede potenciar comprensión cuando se integra en una secuencia estructurada. En el mismo sentido, Villacís Montoya et al. (2023) reportan una intervención para la instrucción sobre las funciones lineales mediante el soporte tecnológico de GeoGebra en el nivel de décimo grado, reforzando la tendencia de que el software puede funcionar como mediador didáctico para abordar el objeto

desde actividades específicas. En este mismo sentido, Kushwaha et al. (2014) reportan resultados a favor del uso de GeoGebra en logro académico en matemáticas, lo que, aun cuando no se restringe al tópico de función lineal, aporta evidencia sobre la eficacia potencial de entornos dinámicos como soporte para aprendizaje. Complementariamente, Ziatdinov y Valles (2022) sistematizan el papel de GeoGebra como entorno que integra modelación, visualización y programación, argumentando que su potencia didáctica proviene de permitir explorar invariantes, variación y correspondencias entre registros en una interfaz dinámica. El conjunto de estos aportes converge en un punto: la tecnología puede favorecer la coordinación de registros, pero su contribución depende de un diseño que convierta la visualización en objeto de análisis y no en simple ilustración.

En esta revisión de antecedentes resulta especialmente relevante incorporar investigaciones que amplían el estatus epistemológico de la linealidad como estructura de pensamiento, más allá de la función lineal escolar. En este sentido, Rojas et al. (2019) muestran que la comprensión de la pendiente con apoyo de objetos dinámicos en 2D y 3D, opera como prerrequisito para conceptualizar la derivada direccional, y que el análisis se beneficia del Enfoque Instrumental para interpretar la génesis de uso de dichos artefactos. Aunque el foco es educación superior, el estudio aporta un argumento sustantivo para el caso escolar: la pendiente no es un parámetro “técnico”, sino una noción estructural cuya comprensión depende de coordinar variaciones, direcciones y representaciones. De manera coherente, Rojas y Villamizar (2025) fundamentan una propuesta didáctica que parte explícitamente del análisis de las funciones lineales como el arquetipo idóneo para la iniciación al concepto de aproximación local, el error y el cociente de error relativo, articulando representaciones y visualización dinámica como medio para construir significado del diferencial como modelo lineal local. La relevancia de

este antecedente para la función lineal en secundaria es doble: por un lado, reafirma el papel de la linealidad como organizador conceptual (no solo como contenido aislado); por otro, ofrece evidencia de diseño donde la visualización se usa para hacer cognitivamente accesible la relación entre parámetros, gráfica y error, esto es, para hacer explícitas operaciones de tratamiento y conversión en el sentido de Duval.

La literatura revisada sostiene con suficiente consistencia que (i) las dificultades en función lineal se explican de manera robusta por problemas de coordinación entre registros y no únicamente por déficits procedimentales; (ii) las intervenciones más prometedoras son aquellas que convierten la conversión en objetivo didáctico explícito mediante secuencias de tareas diseñadas desde teoría; y (iii) la mediación tecnológica, especialmente con GeoGebra puede potenciar la articulación representacional cuando se integra en diseños que hacen visibles invariantes, variación y correspondencias entre registros. Sin embargo, también se identifican vacíos: una parte importante de la evidencia se concentra en educación superior o en contextos donde la tecnología aparece como “recurso añadido”, sin que el diseño se organice sistemáticamente alrededor de tratamientos y conversiones para la función lineal; adicionalmente, persisten desafíos en registros menos institucionalizados (verbal y tabular) incluso cuando se reportan mejoras globales. Este vacío justifica una investigación que analice, con un diseño didáctico intencional y mediación tecnológica, cómo se construye (o no) la comprensión de la función lineal a través de la movilización planificada de registros y conversiones, conectando directamente con el problema y los objetivos del estudio.

En conjunto, los antecedentes revisados permiten afirmar que la comprensión de la función lineal depende de manera decisiva de la coordinación entre registros de representación y que la movilización intencionada de conversiones constituye un eje didáctico fundamental para

superar interpretaciones fragmentadas del concepto. Asimismo, la literatura evidencia que la mediación tecnológica, particularmente mediante entornos dinámicos como GeoGebra, puede favorecer dicha articulación cuando se integra dentro de una secuencia estructurada y teóricamente fundamentada. No obstante, persiste la necesidad de investigaciones situadas que diseñen, implementen y analicen empíricamente propuestas didácticas orientadas explícitamente a promover tratamientos y conversiones en contextos específicos de educación básica secundaria. Bajo esta perspectiva, este trabajo aborda dicha brecha investigativa, examinando el impacto de un itinerario didáctico apoyado en GeoGebra, sustentado en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica, sobre la asimilación de la función lineal en los alumnos involucrados, manteniendo estricta concordancia con el interrogante central y las metas formuladas en este apartado.

Fundamentos Teóricos

Este segmento expone los pilares conceptuales que respaldan el estudio, integrando tres ejes de análisis complementarios: el entendimiento matemático bajo la lente de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica, la intervención semiótica mediante plataformas digitales y la organización metodológica de las tareas basándose en estrategias de resolución de problemas. Estas perspectivas permiten explicar, respectivamente, la naturaleza cognitiva de las dificultades identificadas en torno a la función lineal, el papel de la tecnología como instrumento de construcción de significado y la organización didáctica de las tareas diseñadas en la secuencia propuesta. La integración de estos marcos ofrece un andamiaje coherente para analizar cómo se movilizan tratamientos y conversiones entre registros en contextos mediados por herramientas digitales.

Teoría de los Registros de Representación Semiótica

La Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS), desarrollada por Raymond Duval, postula que el contacto con los entes matemáticos no es una experiencia inmediata, sino a través de representaciones producidas en sistemas semióticos específicos. En otras palabras, para Duval, no existe comprensión matemática desligada de las formas de representación: comprender implica operar con signos y coordinar representaciones de naturaleza diferente (Duval, 1993; Duval, 2006). Esta perspectiva es especialmente pertinente para el estudio de la función lineal, dado que, en el currículo escolar, dicho objeto se presenta y se trabaja mediante múltiples registros (verbal, algebraico, gráfico y tabular), y la dificultad típica no radica únicamente en “hacer cuentas”, sino en reconocer el mismo objeto cuando cambia el registro en el que se expresa (Duval, 2006; Ceuppens et al., 2018).

En esta investigación se adopta de manera deliberada el término *función lineal* para referirse al objeto matemático central de estudio, en tanto se privilegia su comprensión como relación de dependencia entre variables y como modelo de variación constante susceptible de ser representado en distintos registros semióticos. Aunque en algunos contextos escolares suele emplearse de manera indistinta el término *ecuación lineal*, en este trabajo dicha expresión se reserva para aludir a la igualdad algebraica en cuanto forma simbólica dentro del registro algebraico. Esta distinción resulta necesaria para evitar ambigüedades conceptuales en el análisis, especialmente porque el interés del estudio no se centra en la resolución de una igualdad, sino en la comprensión de la función lineal a través de la coordinación entre sus distintas representaciones.

Registros de Representación y Ejemplos en Función Lineal

Un registro de representación semiótica es, según Duval (1993, 2006), un sistema organizado de signos que permite producir, transformar e interpretar representaciones de un mismo objeto matemático bajo reglas específicas de funcionamiento. Cada registro posee una estructura sintáctica propia, modos particulares de validación y procedimientos internos de transformación que no son necesariamente transferibles a otros registros. En este sentido, los registros no son simples “formas distintas de escribir lo mismo”, sino sistemas semióticos autónomos que hacen visibles ciertos aspectos del objeto y, simultáneamente, ocultan otros.

La comprensión matemática, desde esta perspectiva, no se reduce a la manipulación correcta de signos dentro de un registro determinado, sino que exige la coordinación entre registros heterogéneos. Esta coordinación implica reconocer que representaciones perceptivamente distintas, una función, una recta en el plano, una tabla de valores o una descripción verbal, remiten al mismo objeto matemático. Precisamente aquí radica la dificultad cognitiva central: los objetos matemáticos no son accesibles directamente, sino únicamente a través de sus representaciones, y el estudiante debe aprender a identificar la invariancia conceptual a pesar de la variabilidad semiótica. En el caso de la función lineal, pueden distinguirse cuatro registros fundamentales cuya articulación resulta esencial para la construcción de significado.

- 1. Registro verbal:** En el registro verbal, la relación funcional se expresa mediante lenguaje natural. Por ejemplo:

“Una empresa cobra 3 dólares fijos por servicio más 2 dólares por cada hora trabajada.”

En esta formulación se identifican dos elementos estructurales:

- Una cantidad fija inicial (3 dólares).
- Una variación constante por unidad de tiempo (2 dólares por hora).

El estudiante debe interpretar que la expresión “por cada” indica una razón de cambio constante y que el término fijo corresponde al valor cuando la variable independiente es cero. En este registro, la linealidad se manifiesta como regularidad contextual.

Sin embargo, la estructura matemática aún no aparece formalizada; la pendiente y el intercepto deben inferirse a partir de la descripción.

- 2. Registro algebraico:** El registro algebraico formaliza la relación anterior mediante una función:

$$y = 2x + 3$$

Aquí:

- x representa el número de horas.
- y representa el costo total.
- $m = 2$ es la pendiente (razón de cambio).
- $b = 3$ es el intercepto (valor inicial).

Este registro enfatiza la estructura formal de la relación. Permite realizar tratamientos internos como sustituir valores, despejar variables o transformar la expresión en otra equivalente. No obstante, si el trabajo didáctico se limita a este registro, la comprensión puede reducirse a manipulación simbólica sin interpretación geométrica ni contextual.

- 3. Registro tabular o numérico:** El registro tabular organiza pares ordenados que permiten observar patrones de variación. A partir de la función $y = 2x + 3$, puede construirse la siguiente tabla:

Tabla 2

Registro Tabular para $y=2x+3$

x	0	1	2	3
y	3	5	7	9

Nota. Elaboración propia. Valores calculados para la ecuación.

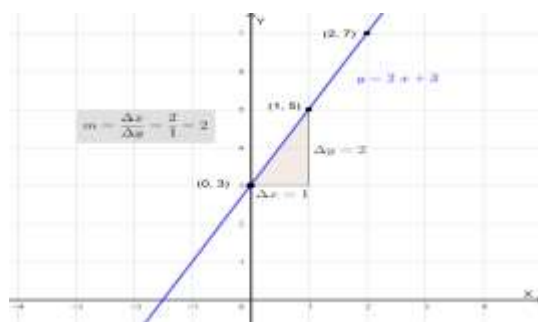
En este registro se hace visible la constancia del incremento: cuando x aumenta en 1, y aumenta en 2. La linealidad aparece como patrón numérico regular. El estudiante puede identificar que las diferencias sucesivas son constantes, lo que constituye una manifestación aritmética de la pendiente. Sin embargo, este registro es discreto. No muestra la continuidad del conjunto de soluciones ni explicita directamente la estructura algebraica.

- 4. Registro gráfico:** El registro gráfico representa la función como una recta en el plano cartesiano. En este caso, la recta correspondiente a $y = 2x + 3$:
- Corta el eje vertical en el punto (0,3).
 - Tiene inclinación positiva.
 - Aumenta 2 unidades verticales por cada unidad horizontal.

Aquí la pendiente se hace visible como inclinación geométrica y el intercepto como punto de corte con el eje y . Este registro introduce además la noción de continuidad: la recta representa infinitos pares ordenados, no solo los valores discretos de la tabla.

Figura 1

Representación Gráfica de $y=2x+3$



Nota. Representación gráfica de la función lineal. Elaboración propia en GeoGebra.

La Figura 1 ejemplifica la representación gráfica de la función lineal $y = 2x + 3$, en la cual se articulan simultáneamente el registro algebraico y el registro gráfico. Desde la perspectiva de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (Duval, 2006), esta coexistencia no constituye una redundancia visual, sino una condición para la coordinación cognitiva. La función visible en el plano cartesiano permite identificar el coeficiente 2 como pendiente y el término independiente 3 como intercepto; sin embargo, es en la representación gráfica donde dichos elementos adquieren una dimensión geométrica: el punto $(0,3)$ materializa el valor inicial, mientras que el triángulo construido entre $(0,3)$ y $(1,5)$ hace explícita la razón de cambio constante mediante la relación $m = \frac{\Delta x}{\Delta y} = 2$. De este modo, la pendiente deja de ser un coeficiente simbólico para convertirse en una relación de variación observable.

En términos semióticos, la representación gráfica de la función favorece la identificación de invariantes estructurales entre registros heterogéneos, permitiendo reconocer que el

incremento constante en el eje vertical, la inclinación de la recta y el coeficiente algebraico remiten al mismo objeto matemático. Esta coordinación constituye precisamente el núcleo del aprendizaje matemático según Duval, en la medida en que la comprensión emerge no del dominio aislado de un registro, sino de la articulación entre representaciones perceptivamente distintas, pero conceptualmente equivalentes.

Tratamientos y Conversiones en el estudio de la función lineal

En la Teoría de los Registros de Representación Semiótica, Duval (1993, 2006) distingue dos tipos fundamentales de transformaciones que pueden realizarse sobre representaciones matemáticas: los tratamientos y las conversiones. Esta distinción no es meramente terminológica, sino estructural, pues permite explicar por qué un estudiante puede desempeñarse adecuadamente en ciertos procedimientos y, sin embargo, presentar dificultades cuando debe reconocer el mismo objeto en otra forma de representación.

1. Tratamientos: transformaciones internas a un mismo registro

Un tratamiento consiste en una transformación realizada dentro de un mismo registro de representación, respetando sus reglas internas de funcionamiento. Se trata de operaciones que no implican cambio de sistema semiótico, sino reorganización o manipulación interna de los signos. En el caso de la función lineal, ejemplos típicos de tratamiento son:

- **En el registro algebraico:**
 - Sustituir un valor en la expresión $y = 2x + 3$ para calcular una imagen.
 - Reescribir la ecuación en otra forma equivalente, por ejemplo:

$$2x - y + 3 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + 3$$

- Despejar x en términos de y .
- **En el registro tabular:**
 - Completar una tabla de valores aplicando la expresión algebraica.
 - Identificar diferencias sucesivas para verificar constancia en la variación.
- **En el registro gráfico:**
 - Leer el valor aproximado de y para un valor dado de x .
 - Identificar el intercepto o estimar la pendiente observando dos puntos.

Todos estos procesos implican dominio técnico dentro de un mismo registro. No obstante, como advierte Duval (2006), el tratamiento no garantiza comprensión conceptual profunda, ya que el estudiante puede operar correctamente sin haber coordinado la representación con otras formas semióticas. Por ejemplo, un estudiante puede calcular que si $x = 4$, entonces $y = 11$, pero no reconocer que ese punto pertenece a la recta representada gráficamente ni interpretar su significado en un contexto verbal.

Conversiones: Transformación entre Registros Heterogéneos

Una conversión implica transformar una representación de un registro en otra representación perteneciente a un registro distinto, conservando el mismo objeto matemático. Esta operación exige reconocer invariantes estructurales más allá de las diferencias perceptibles entre sistemas de signos.

Duval sostiene que la conversión constituye el núcleo del aprendizaje matemático, pues obliga al sujeto a establecer correspondencias estructurales entre representaciones heterogéneas

(Duval, 2006, 2017). Si los tratamientos permiten operar dentro de un mismo sistema de representación, las conversiones obligan al estudiante a reconocer el mismo objeto matemático cuando cambia la forma en que este se presenta. En el caso de la función lineal, estas conversiones no son accesorios metodológicos, sino el núcleo mismo de su comprensión escolar. La ecuación, la recta, la tabla y la descripción verbal no son “cuatro temas distintos”, sino cuatro formas de manifestación de una misma estructura de variación constante.

En el estudio de la función lineal, pueden distinguirse varias conversiones fundamentales:

a) Conversión del registro algebraico al registro gráfico

En el estudio escolar de la función lineal, una de las tareas más frecuentes consiste en presentar la representación algebraica y solicitar su representación en el plano cartesiano. A primera vista, la actividad puede parecer un procedimiento rutinario; sin embargo, desde la perspectiva semiótica, exige reconocer cómo ciertos elementos simbólicos adquieren significado geométrico, es decir, cómo el coeficiente y el término independiente se transforman en propiedades visibles de una recta.

Por ejemplo, dada la representación algebraica de la función lineal:

$$f(x) = 2x + 3,$$

la conversión al registro gráfico implica representar el conjunto de pares $(x, f(x))$. En esta transformación, el estudiante debe identificar que el término 3 se expresa geoméricamente como el punto de intersección con el eje y , $(0,3)$, y que el coeficiente 2 no es solo un número “que multiplica”, sino una razón de cambio constante que se manifiesta como inclinación: por cada unidad que se avanza en el eje x , la recta asciende dos unidades en el eje y . La comprensión de

la pendiente, por tanto, no se verifica solo cuando se traza la recta, sino cuando se reconoce la correspondencia estructural entre coeficiente y razón.

b) Conversión del registro gráfico al registro algebraico

De manera inversa, también es frecuente que se presente una recta en el plano cartesiano y se pida o “hallar la ecuación de la recta”. Aunque en apariencia se trata del proceso inverso al caso anterior, esta conversión suele resultar más exigente, porque la información aparece distribuida perceptivamente y no organizada sintácticamente como en una fórmula.

Cuando se parte de la representación gráfica, el estudiante debe reconstruir la expresión simbólica que define la función. Para ello, suele requerirse: seleccionar dos puntos de la recta, calcular la razón de cambio

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x},$$

Y reconocer el valor de la función cuando $x = 0$ (intercepto). Si en la gráfica se identifican, por ejemplo, los puntos $(0,3)$ y $(1,5)$ se obtiene $m = \frac{5-3}{1-0} = 2$, y $b = 3$, concluyendo $f(x) = 2x +$

3. Esta conversión no se reduce a “hacer una fórmula”, sino a traducir relaciones geométricas (inclinación y corte con el eje y) en estructura algebraica (coeficientes), lo que explica por qué muchos estudiantes logran dibujar una recta a partir de una fórmula, pero no logran construir la fórmula a partir de la recta.

c) Conversión del registro tabular al registro algebraico

Otra situación habitual en el aula consiste en presentar una tabla de valores proveniente de datos experimentales, de una situación contextual o de un patrón numérico, y solicitar una

expresión que “modele” la relación. En este caso, la función no se ofrece como fórmula, sino como regularidad numérica, y la conversión exige pasar de lo discreto a lo general.

Por ejemplo, si se presenta la tabla:

Tabla 3

Relación Lineal en Registro Tabular

x	0	1	2	3
y	3	5	7	9

Nota. Elaboración propia. Valores calculados para la ecuación.

la conversión tabular \rightarrow algebraico requiere reconocer que el incremento en la imagen es constante: al aumentar x en 1, $f(x)$ aumenta en 2, por lo que $m = 2$. Luego, el valor inicial se obtiene directamente de $f(0) = 3$, por lo que $b = 3$. En consecuencia, la función se expresa como $f(x) = 2x + 3$. La exigencia cognitiva central no es completar la tabla (tratamiento), sino reconocer la invariancia de la razón de cambio y formular una expresión general válida para cualquier x .

d) Conversión del registro verbal al registro algebraico

En problemas contextualizados, la función lineal suele aparecer expresada en lenguaje natural. En estos casos, el reto principal es que la estructura matemática no se presenta explícitamente: está distribuida en el discurso y debe ser identificada, organizada y formalizada por el estudiante.

Por ejemplo, ante el enunciado:

“El costo total corresponde a 3 dólares fijos más 2 dólares por cada hora de uso” el estudiante debe identificar las variables (horas como variable independiente y costo como variable dependiente), interpretar la expresión “por cada” como indicador de razón de cambio constante ($m = 2$) y reconocer el término fijo como valor inicial ($b = 3$). La conversión verbal \rightarrow algebraico culmina al formalizar la función como $f(x) = 2x + 3$. La dificultad frecuente radica en que el estudiante puede reconocer “los números” del enunciado, pero no siempre logra asignarles un sentido funcional (qué representa la pendiente y qué representa el intercepto).

Congruencia y no Congruencia Semiótica en las Conversiones de la Función Lineal

Duval (2006, 2017) advierte que las conversiones entre registros no son cognitivamente equivalentes, porque los sistemas de representación no presentan la misma organización estructural ni la misma forma de acceso perceptivo a la información. Esta diferencia da lugar a lo que denomina congruencia o no congruencia semiótica.

Una conversión es congruente cuando la estructura organizativa del registro de partida se conserva de manera relativamente directa en el registro de llegada. En cambio, existe no congruencia cuando los elementos estructurales del objeto no aparecen organizados de forma paralela entre registros, lo que exige una reconstrucción conceptual más compleja. En el caso de la función lineal $f(x) = 2x + 3$, la conversión del registro algebraico al gráfico presenta un grado moderado de congruencia. El coeficiente 2 puede interpretarse relativamente rápido como “subir dos unidades por cada unidad horizontal”, y el término 3 se traduce en el punto (0,3). Aunque requiere interpretación, la correspondencia entre coeficientes y propiedades geométricas puede enseñarse mediante reglas relativamente directas.

Sin embargo, en la conversión inversa (gráfico \rightarrow algebraico), la situación cambia. La gráfica no presenta explícitamente la pendiente como número ni el intercepto como término independiente. La pendiente aparece como inclinación, una propiedad y debe ser transformada en una razón numérica mediante el cálculo de $\Delta y/\Delta x$. El intercepto, por su parte, debe identificarse visualmente y traducirse a valor simbólico. Aquí se evidencia la no congruencia semiótica: la organización perceptiva del gráfico no coincide con la organización sintáctica del registro algebraico. Esta no congruencia explica por qué muchos estudiantes pueden aplicar un procedimiento para graficar $f(x) = 2x + 3$, pero experimentan mayores dificultades cuando deben reconstruir la expresión algebraica a partir de una recta dada. La información está presente, pero distribuida de manera diferente. El registro gráfico privilegia la configuración espacial y la continuidad; el registro algebraico privilegia la estructura simbólica y la organización sintáctica.

Un fenómeno similar ocurre en la conversión tabular \rightarrow algebraico. En la tabla, la pendiente no aparece como coeficiente, sino como diferencia constante entre valores sucesivos. La relación estructural debe ser abstraída antes de poder formalizarse. Aunque la regularidad es visible, su formalización exige una reorganización conceptual. Desde esta perspectiva, las dificultades en la comprensión de la función lineal no pueden atribuirse exclusivamente a carencias procedimentales. En numerosos casos, dichas dificultades derivan de la no congruencia entre registros y de la exigencia cognitiva que implica coordinar estructuras semióticas heterogéneas (Duval, 2006, 2017). Investigaciones en educación matemática han mostrado que los estudiantes pueden operar correctamente dentro de un registro y, sin embargo, presentar dificultades significativas al traducir la misma relación funcional a otro sistema de representación (Janvier, 1987; Friedlander & Tabach, 2001). En el caso específico del concepto

de función, se ha evidenciado que la comprensión estructural depende en gran medida de la capacidad para articular representaciones algebraicas, gráficas y numéricas, más allá de la aplicación mecánica de procedimientos (Even, 1998; Hitt, 2005). Por ello, el análisis de la enseñanza de la función lineal debe centrarse no solo en la ejecución de técnicas simbólicas, sino en las condiciones didácticas que favorezcan la explicitación y coordinación de estas correspondencias estructurales.

Articulación de GeoGebra con la Teoría de los Registros de Representación Semiótica

La incorporación de GeoGebra en esta investigación no se fundamenta en criterios de innovación tecnológica ni en consideraciones motivacionales, sino en su coherencia con la Teoría de los Registros de Representación Semiótica de Duval (2006, 2017). Si el aprendizaje matemático exige la coordinación entre registros heterogéneos y la identificación de invariantes estructurales mediante procesos de conversión, entonces un entorno que permita la coexistencia y transformación simultánea de representaciones puede constituirse en un recurso epistemológicamente pertinente.

Duval (2006) sostiene que la comprensión matemática no depende del dominio aislado de un registro, sino de la capacidad para reconocer un mismo objeto a través de configuraciones semióticas distintas. En el estudio de la función lineal, esta exigencia se traduce en la necesidad de coordinar al menos los registros algebraico, gráfico y tabular. Las dificultades frecuentes en la interpretación de la pendiente como razón de cambio constante pueden explicarse, en gran medida, por la no congruencia estructural entre el registro algebraico, donde la pendiente aparece como coeficiente explícito, y el registro gráfico donde se manifiesta como inclinación y relación geométrica entre las variaciones vertical y horizontal.

En este contexto, GeoGebra posibilita la visualización simultánea de la expresión simbólica y su representación gráfica, permitiendo que las transformaciones en un registro se reflejen inmediatamente en otro. Por ejemplo, cuando el estudiante modifica el valor del parámetro m en la expresión $f(x) = mx + b$ y observa la variación correspondiente en la inclinación de la recta, se hace explícita la correspondencia estructural entre coeficiente y razón $\Delta y/\Delta x$. Esta simultaneidad contribuye a reducir la distancia perceptiva entre registros que, según Duval (2006), suele obstaculizar los procesos de conversión.

Investigaciones en educación matemática han señalado que los entornos digitales pueden favorecer la articulación entre representaciones cuando su uso se orienta explícitamente hacia la exploración conceptual y no únicamente hacia la ejecución técnica (Drijvers, 2012; Hoyles & Noss, 2003). En particular, la visualización simultánea de representaciones algebraicas y gráficas puede contribuir a la identificación de invariantes estructurales, siempre que la actividad esté centrada en la coordinación entre registros y no en la manipulación aislada de símbolos (Heid & Blume, 2008).

Asimismo, estudios sobre el uso de tecnologías dinámicas en el aprendizaje de funciones han mostrado que la visualización interactiva puede fortalecer la comprensión conceptual cuando se orienta explícitamente hacia la coordinación entre registros (Tall, 2000; Heid & Blume, 2008). En particular, la representación simultánea de múltiples formas de expresión, gráfica, algebraica y numérica, puede favorecer el tránsito entre tratamientos y conversiones, núcleo del aprendizaje matemático desde la perspectiva semiótica.

En consecuencia, el uso de GeoGebra en esta investigación se justifica en la medida en que crea condiciones didácticas para la explicitación de correspondencias estructurales entre registros. La herramienta no sustituye los procesos de conversión descritos por Duval, pero

puede contribuir a su visibilización y problematización, facilitando la identificación de invariantes tales como la pendiente y el intercepto como componentes estructurales de la función lineal. Desde esta perspectiva, la tecnología se integra como medio coherente con el marco semiótico adoptado: no como teoría adicional, sino como entorno que posibilita la coordinación entre registros y la construcción de significado matemático a través de su articulación.

En coherencia con el marco teórico adoptado, el diseño metodológico que se presenta en el Capítulo 3 se orienta a la construcción de situaciones didácticas que promuevan explícitamente la coordinación entre registros de representación en el estudio de la función lineal. Las actividades no se estructurarán en torno a la mera aplicación de procedimientos algebraicos, sino en función de tareas que demanden tratamientos y, especialmente, conversiones entre registros algebraico, gráfico, tabular y verbal. En este contexto, el uso de GeoGebra se integrará como entorno que posibilita la visualización simultánea y la transformación articulada de representaciones, favoreciendo la explicitación de invariantes estructurales como la pendiente y el intercepto. Así, el capítulo metodológico describirá cómo las situaciones propuestas buscan generar evidencias observables de coordinación semiótica, permitiendo analizar las producciones de los estudiantes a la luz de las categorías establecidas por la Teoría de los Registros de Representación Semiótica.

Diseño Metodológico de la Investigación

El presente capítulo describe el diseño metodológico que orienta el desarrollo del estudio, en coherencia con el problema de investigación y con el marco teórico fundamentado en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica. Dado que el propósito central es comprender cómo los estudiantes coordinan registros de representación y realizan procesos de conversión en el estudio de la función lineal, la investigación se inscribe en un enfoque cualitativo, adoptando la modalidad de estudio de caso como estrategia metodológica. Este capítulo expone, en primer lugar, el enfoque y el tipo de estudio asumidos; posteriormente, se describe el Contexto Institucional y las características de los participantes; a continuación, se presenta el diseño de la intervención didáctica, explicitando los principios derivados del marco teórico y la secuencia de implementación; seguidamente, se detallan las técnicas e instrumentos de recolección de información; y finalmente, se establece el sistema de categorías que orientará el análisis desarrollado en el capítulo siguiente. De esta manera, se garantiza la coherencia entre fundamentación teórica, diseño didáctico y procedimiento investigativo.

Enfoque y Tipo de Estudio

En esta sección se expone el enfoque metodológico adoptado y el tipo de estudio que orienta la investigación, justificando su pertinencia en relación con la pregunta y los objetivos planteados. En primer lugar, se fundamenta la elección del enfoque cualitativo, destacando su coherencia con el interés por comprender procesos de coordinación entre registros de representación en el estudio de la función lineal. Posteriormente, se argumenta la adopción del estudio de caso como estrategia metodológica, en tanto permite analizar en profundidad la

implementación de la intervención didáctica en un contexto específico, atendiendo a la complejidad de las producciones estudiantiles y a la dinámica propia del entorno educativo en el que se desarrolla el estudio.

Enfoque Metodológico

La presente investigación se inscribe en un enfoque cualitativo, en la medida en que busca comprender en profundidad los procesos mediante los cuales los estudiantes coordinan registros de representación y realizan conversiones en el estudio de la función lineal. El interés no se centra en la medición de variables cuantificables ni en la generalización estadística de resultados, sino en el análisis detallado de producciones, transformaciones semióticas y formas de articulación conceptual en un contexto educativo específico.

De acuerdo con Creswell y Poth (2018), la investigación cualitativa se orienta a explorar y comprender el significado que los individuos atribuyen a un problema o fenómeno social, mediante la recolección y el análisis de datos descriptivos que permitan interpretar procesos complejos. En coherencia con esta perspectiva, el estudio examina cómo los estudiantes movilizan distintos registros de representación, entre estos, algebraico, gráfico, tabular y verbal, y cómo enfrentan situaciones en las que la correspondencia entre distintos registros no es directa (no congruencia semiótica), lo que exige procesos de interpretación y coordinación entre representaciones.

Asimismo, la naturaleza del problema investigado, relacionado con procesos cognitivos de coordinación representacional, exige un abordaje que permita analizar las producciones estudiantiles en su complejidad, atendiendo a los procedimientos empleados, las transformaciones realizadas y las dificultades emergentes. En este sentido, el enfoque cualitativo

resulta pertinente al posibilitar una interpretación contextualizada y teóricamente fundamentada de las evidencias recogidas durante la implementación de la intervención didáctica, permitiendo analizar procesos complejos en su contexto natural y comprender cómo los participantes construyen significado en relación con el fenómeno investigado (Creswell & Poth, 2018; Denzin & Lincoln, 2018).

Tipo de Estudio: Estudio de Caso

Dentro del enfoque cualitativo, la investigación adopta la modalidad de estudio de caso, dado que se centra en el análisis profundo de un grupo específico de estudiantes en un contexto institucional determinado. Según Yin (2018), el estudio de caso es adecuado cuando se pretende investigar un fenómeno contemporáneo dentro de su contexto real, especialmente cuando los límites entre fenómeno y contexto no están claramente delimitados.

En esta investigación, el caso está constituido por la implementación de una secuencia didáctica orientada explícitamente a la coordinación entre registros de representación en el estudio de la función lineal. El interés no radica en la generalización estadística de los resultados, sino en la comprensión analítica del fenómeno desde el marco teórico adoptado. En este sentido, el estudio de caso permite examinar de manera integrada el diseño de la intervención, el uso del entorno tecnológico y las producciones estudiantiles como manifestaciones situadas de procesos de conversión y articulación semiótica.

Stake (1995) señala que el estudio de caso favorece una comprensión profunda de la singularidad y complejidad de una situación particular. En coherencia con esta perspectiva, la presente investigación busca interpretar las evidencias recogidas no como datos aislados, sino

como expresiones contextualizadas de procesos de coordinación representacional, en diálogo permanente con las categorías teóricas establecidas en el capítulo anterior.

Contexto y Participantes

La presente sección describe el contexto institucional en el que se desarrolla la investigación y las características de los participantes que conforman el caso de estudio. Dado que el enfoque adoptado es cualitativo y bajo la modalidad de estudio de caso, la caracterización del entorno y del grupo resulta fundamental para comprender las condiciones en las que emergen los procesos de coordinación entre registros de representación. La descripción que se presenta a continuación tiene como objetivo contextualizar el fenómeno investigado y delimitar el alcance interpretativo del estudio.

Contexto Institucional

La investigación se desarrolla en Institución Educativa José María Córdoba, sede Divino Niño, ubicada en Tauramena (Casanare), en el nivel de educación secundaria. El estudio se implementa específicamente en el grado noveno, en el cual el currículo contempla el abordaje formal del concepto de función lineal dentro del área de matemáticas.

La institución cuenta con disponibilidad de salas de informática dotadas con equipos funcionales y acceso a internet, lo que posibilita la implementación de actividades mediadas por tecnología. Asimismo, dispone del software GeoGebra instalado en los equipos institucionales, herramienta que forma parte de los recursos digitales disponibles para el área de matemáticas. Esta infraestructura tecnológica resulta relevante para la investigación, dado que permite la

incorporación sistemática del entorno dinámico en el desarrollo de la secuencia didáctica orientada a la coordinación entre registros de representación.

Asimismo, el grupo seleccionado presenta las características propias del nivel educativo en el que se introduce formalmente el estudio de funciones, lo cual convierte este momento curricular en un escenario pertinente para analizar cómo los estudiantes construyen significado en torno a la pendiente, el intercepto y la noción de variación constante.

Participantes y Criterios de Selección

Los participantes del estudio están conformados por un grupo de 28 estudiantes del grado noveno, cuyas edades oscilan entre 14 y 16 años. La selección del grupo responde a un criterio intencional, propio de la investigación cualitativa, en la medida en que se busca analizar en profundidad un caso específico y no obtener representatividad estadística (Creswell & Poth, 2018).

El grupo fue seleccionado considerando que se encontraba en el momento curricular correspondiente al estudio de la función lineal y que contaba con las condiciones necesarias para la implementación de la secuencia didáctica diseñada. No se realizó muestreo probabilístico, dado que el interés del estudio radica en la comprensión analítica de los procesos de coordinación entre registros en un contexto particular.

Es importante señalar que los participantes no constituyen una muestra representativa de una población más amplia; su inclusión responde a la delimitación del caso y a la posibilidad de observar en profundidad las producciones generadas durante la intervención. En consecuencia, las interpretaciones derivadas del análisis se circunscriben al contexto descrito, en coherencia con la lógica del estudio de caso (Yin, 2018).

Diseño de la Intervención Didáctica

La presente sección describe el diseño de la secuencia didáctica implementada en el marco del estudio de caso. Dado que el propósito de la investigación es comprender cómo los estudiantes coordinan registros de representación en el estudio de la función lineal, la secuencia fue diseñada íntegramente por el investigador, en coherencia con la Teoría de los Registros de Representación Semiótica. En este sentido, las actividades no se estructuraron únicamente desde una lógica curricular de contenidos, sino a partir de principios teóricos orientados a promover la movilización de registros, la realización de tratamientos y, especialmente, la ejecución de conversiones entre distintos sistemas semióticos.

Principios de Diseño Derivados del Marco Teórico

El diseño de la intervención se fundamenta explícitamente en las categorías propuestas por Duval (2006, 2017), particularmente en la distinción entre tratamientos y conversiones y en la necesidad de coordinar diferentes registros para alcanzar comprensión matemática. A partir de este marco, se establecieron los siguientes principios orientadores:

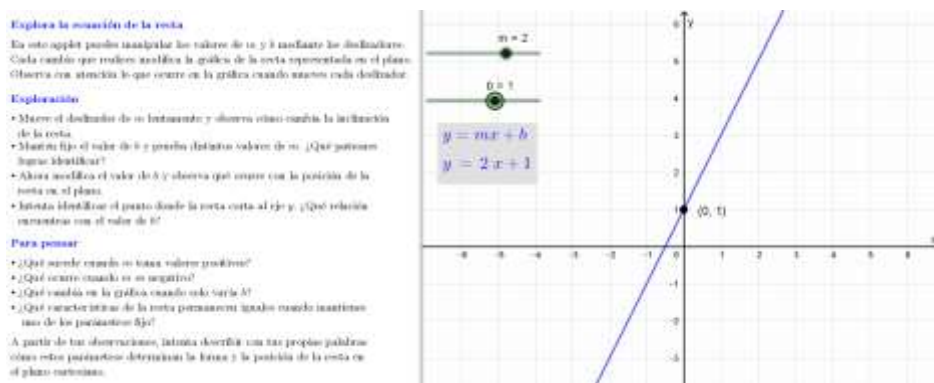
- Incorporar tareas que exigieran la movilización de al menos dos registros de representación.
- Diseñar actividades que promovieran conversiones en distintas direcciones (algebraico–gráfico, gráfico–algebraico, tabular–algebraico, verbal–algebraico).
- Generar situaciones que hicieran explícita la pendiente como razón de cambio constante y el intercepto como valor inicial.

- Favorecer la identificación de invariantes estructurales a través de representaciones simultáneas.

Asimismo, el uso de GeoGebra fue incorporado como entorno que posibilita la coexistencia de registros, permitiendo que las transformaciones en un sistema representacional se reflejen inmediatamente en otro. Esta decisión no responde a criterios instrumentales, sino a la necesidad de crear condiciones didácticas que faciliten la coordinación semiótica. En el desarrollo de la secuencia didáctica se incorporó el uso de dos applets dinámicos diseñados en GeoGebra. Estos recursos fueron concebidos no solo como herramientas tecnológicas, sino como mediadores didácticos orientados a favorecer la comprensión del concepto de función lineal a partir de la movilización y articulación de distintos registros de representación.

Figura 2

Applet Para la Exploración de la Ecuación de la Recta Mediante la Manipulación de los Parámetros m y b

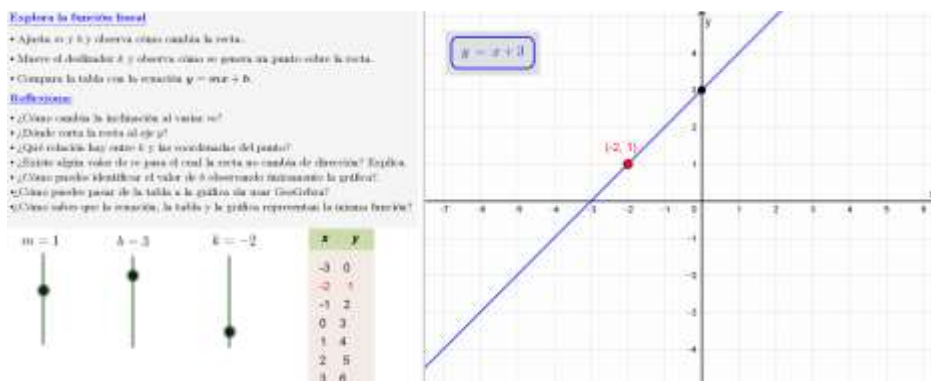


Nota. Interfaz del entorno dinámico diseñado para la exploración de los parámetros de la recta.

Elaboración propia en GeoGebra. El primer applet¹ (Figura 2) estuvo orientado a la exploración de la función de la recta, permitiendo a los estudiantes manipular los parámetros m y b mediante deslizadores. A través de esta interacción, se propuso que los estudiantes analizaran el efecto de dichos parámetros sobre la inclinación y la posición de la recta en el plano cartesiano, promoviendo una aproximación inicial al significado de estos elementos dentro del registro algebraico y su relación con el registro gráfico.

Figura 3

Applet Para la Articulación entre Registros de Representación de la Función Lineal Mediante el Uso de Deslizadores y Tabla Dinámica de Valores



Nota. Interfaz del entorno dinámico diseñado para la articulación de registros de representación. Elaboración propia en GeoGebra.

El segundo applet² (Figura 3) fue diseñado con el propósito de favorecer la articulación entre los registros algebraico, gráfico y tabular de la función lineal. Este entorno incorpora deslizadores para los parámetros m , b y un deslizador adicional k , el cual permite generar un

¹ Applet disponible en <https://www.geogebra.org/m/z7dreafy>

² Applet disponible en <https://www.geogebra.org/m/ffznsb5f>

punto dinámico sobre la recta. De manera simultánea, este punto se representa en la tabla de valores mediante un resaltado específico, lo cual posibilita la exploración de la correspondencia entre las diferentes representaciones de la función.

De esta manera, el uso de estos applets se plantea como un componente del diseño de la secuencia didáctica, en tanto fueron concebidos como entornos interactivos orientados a promover la exploración de relaciones entre representaciones, en coherencia con las operaciones de tratamiento y conversión propuestas en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica.

Estructura y Secuencia de Implementación

La secuencia didáctica se desarrolló en tres sesiones, diseñadas de manera articulada e intensiva, con el propósito de concentrar la intervención en un conjunto de tareas que exigieran la movilización y coordinación de registros de representación en tiempos acotados. Esta organización permitió focalizar el trabajo en procesos específicos relacionados con la comprensión de la función lineal, particularmente en la identificación de la pendiente como razón de cambio y en la interpretación del intercepto como valor inicial dentro de una relación funcional.

La implementación se estructuró de manera progresiva, iniciando con la exploración de concepciones previas de los estudiantes y avanzando hacia actividades orientadas a la articulación sistemática entre distintos registros de representación. En este proceso, se combinaron momentos de trabajo individual y colaborativo, así como actividades en formato escrito y en entorno digital mediante GeoGebra, con el fin de propiciar distintos modos de interacción con el objeto matemático.

Las tareas fueron diseñadas para evitar el predominio de ejercicios exclusivamente procedimentales, privilegiando situaciones que demandaran interpretación, traducción y articulación representacional. En este sentido, la progresión de actividades respondió a la necesidad de promover, de manera gradual, la explicitación de relaciones invariantes entre representaciones, favoreciendo la comprensión de la función lineal como una relación de variación constante expresada en diferentes sistemas semióticos.

Finalmente, es importante señalar que la presente sección se limita a la descripción del diseño y la implementación de la secuencia didáctica. El análisis de las producciones estudiantiles generadas durante su desarrollo se presenta en el capítulo siguiente, a partir del sistema de categorías definido en el marco de esta investigación.

Técnicas e Instrumentos de Recolección de Información

La recolección de información se diseñó en coherencia con el marco teórico adoptado, particularmente con la Teoría de los Registros de Representación Semiótica. En consecuencia, las técnicas e instrumentos no se seleccionaron únicamente por su disponibilidad o tradición metodológica, sino por su capacidad para generar evidencias relacionadas con la movilización de registros, la realización de tratamientos y conversiones, y la posible manifestación de no congruencias semióticas en el estudio de la función lineal.

Producciones Escritas de los Estudiantes

Las actividades desarrolladas durante la secuencia didáctica incluyeron tareas en formato escrito que exigían la representación de funciones lineales en distintos registros como el algebraico, gráfico, tabular y verbal, así como la traducción entre ellos. Estas producciones

constituyen una fuente central de información, en tanto permiten identificar qué registros fueron movilizados, qué transformaciones internas (tratamientos) se realizaron y en qué momentos se evidenciaron procesos de conversión entre sistemas semióticos.

Observación y Notas de Campo

La observación directa durante la implementación de la secuencia permitió registrar comportamientos, interacciones y verbalizaciones que acompañaron la realización de las tareas. Las notas de campo constituyen un complemento a las producciones escritas y digitales, ya que posibilitan contextualizar las acciones realizadas por los estudiantes, identificar momentos de dificultad y registrar situaciones en las que emergieron intentos de conversión o manifestaciones de no congruencia.

Si bien el foco del análisis se centrará en las producciones representacionales, la observación aporta información contextual que contribuye a comprender las condiciones en las que se generaron dichas producciones.

Instrumento Diagnóstico y Actividad de Cierre

Se aplicó una actividad diagnóstica inicial con el propósito de explorar las concepciones previas de los estudiantes respecto a la función lineal y la pendiente, particularmente en relación con la movilización de registros y la realización de conversiones básicas. De manera complementaria, al finalizar la secuencia se desarrolló una actividad de cierre orientado a evidenciar la movilización de registros de representación semiótica, permitiendo contrastar su manifestación antes y después de la intervención.

En conjunto, las técnicas e instrumentos de recolección de información fueron diseñados para generar evidencias coherentes con las categorías derivadas de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica, particularmente en lo relacionado con la movilización de registros, la realización de tratamientos y conversiones, y la identificación de posibles situaciones de no congruencia. La selección y articulación de estos instrumentos garantizan la trazabilidad entre el marco teórico y el análisis posterior, permitiendo que las producciones escritas, los registros digitales y las observaciones contextualizadas constituyan la base empírica del estudio. En este marco, también se consideraron como unidades de análisis las verbalizaciones de los estudiantes registradas durante la interacción con las tareas y con el entorno GeoGebra, en la medida en que estas permiten evidenciar procesos de interpretación, formulación de conjeturas y establecimiento de relaciones entre registros. Estas verbalizaciones, consignadas en las notas de campo, fueron incorporadas como manifestaciones del proceso de construcción de significado, complementando la información obtenida a partir de las producciones escritas y digitales. El siguiente apartado presenta el sistema de categorías que orientará la interpretación de dichas evidencias en el capítulo 4, correspondiente al análisis de resultados.

Sistema de Categorías para el Análisis

El sistema de categorías que orienta el análisis de la información se deriva directamente de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica. En coherencia con el marco teórico desarrollado en el capítulo anterior, el análisis se centrará en la identificación de registros movilizados, en los tipos de transformaciones realizadas por los estudiantes y en la evidencia de coordinación o no congruencia entre representaciones.

Estas categorías no se establecen de manera inductiva a partir de los datos, sino deductivamente desde el marco teórico adoptado, garantizando coherencia entre fundamentación conceptual y procedimiento analítico. A continuación, se describen las dimensiones que estructurarán el análisis en el capítulo siguiente.

Registros de Representación Movilizados

La primera categoría de análisis corresponde a la identificación de los registros de representación utilizados por los estudiantes en la resolución de las tareas propuestas. En el marco de esta investigación, se consideran principalmente los registros algebraico, gráfico, tabular y verbal. El análisis se orientará a determinar:

- Qué registros fueron activados en cada tarea.
- Si el estudiante permaneció en un único registro o movilizó varios.
- En qué momentos se hizo explícita la correspondencia entre diferentes formas de representación.

Esta categoría permite examinar el grado de diversidad representacional presente en las producciones y establecer si la resolución de las actividades implicó coordinación entre sistemas semióticos o se limitó a la ejecución dentro de un solo registro.

Tratamientos y Conversiones Realizadas

La segunda categoría se centra en las transformaciones efectuadas por los estudiantes, distinguiendo entre tratamientos y conversiones, según la conceptualización propuesta por Duval. En el análisis se identificarán:

- **Tratamientos:** transformaciones internas realizadas dentro de un mismo registro (por ejemplo, despejes algebraicos, cálculos numéricos o reorganización simbólica).
- **Conversiones:** transformaciones entre diferentes registros (por ejemplo, pasar de expresión algebraica a representación gráfica o de tabla a expresión simbólica).

Se presta especial atención a la dirección de las conversiones (algebraico–gráfico, gráfico–algebraico, tabular–algebraico, verbal–algebraico), así como a la posible asimetría en su ejecución, considerando que no todas las conversiones presentan el mismo nivel de congruencia estructural.

Evidencias de Coordinación y Manifestaciones de no Congruencia

La tercera categoría se orientó a identificar indicios de coordinación semiótica o, en su defecto, manifestaciones de no congruencia entre registros. En este sentido, el análisis buscó reconocer si los estudiantes lograron identificar invariantes estructurales, como la pendiente y el intercepto con el eje y del plano cartesiano, a través de diferentes representaciones, o si las producciones evidenciaron rupturas en la articulación entre sistemas semióticos. Se consideraron como evidencias de coordinación aquellas situaciones en las que el estudiante:

- Reconoce explícitamente la correspondencia entre coeficiente y razón de cambio.
- Articula propiedades geométricas con estructura algebraica.
- Mantiene consistencia conceptual al transitar entre registros.

En contraste, se reconocieron manifestaciones de no congruencia cuando las producciones evidenciaron interpretaciones fragmentadas, inconsistencias en la correspondencia entre representaciones o dificultades en los procesos de conversión entre sistemas semióticos.

Asimismo, dentro de esta categoría se consideró el análisis de errores conceptuales recurrentes, tales como la interpretación incorrecta de la pendiente, la desconexión entre la ecuación y su representación gráfica, y la dificultad para reconocer el intercepto como punto de corte con el eje vertical, los cuales fueron identificados en las producciones de los estudiantes y analizados como manifestaciones de no congruencia entre registros.

Procedimiento de Análisis de la Información

El análisis de la información se desarrolló de manera sistemática, en coherencia con el enfoque cualitativo adoptado y con las categorías derivadas de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica. En este sentido, el proceso analítico no se limitó a la descripción de las producciones estudiantiles, sino que implicó su interpretación a la luz de las nociones de registro, tratamiento y conversión, con el propósito de comprender cómo los estudiantes movilizan y articulan diferentes representaciones en el estudio de la función lineal.

En una primera fase, se llevó a cabo la organización y clasificación de las evidencias, que incluyeron producciones escritas, registros digitales generados en GeoGebra y notas de campo. Estas evidencias fueron agrupadas según las tareas desarrolladas en la secuencia didáctica, lo que permitió identificar patrones recurrentes en las respuestas de los estudiantes y reconocer tendencias iniciales en la movilización de registros. Posteriormente, se desarrolló un proceso de codificación categorial, mediante el cual las producciones fueron analizadas en función de las categorías definidas: registros movilizados, tratamientos y conversiones, y evidencias de

coordinación o no congruencia, lo cual permitió establecer regularidades, identificar dificultades persistentes y reconocer formas de articulación entre representaciones.

En una fase posterior, se realizó un análisis interpretativo que integró las distintas fuentes de información, estableciendo relaciones entre las producciones escritas, las acciones desarrolladas en el entorno GeoGebra y las verbalizaciones registradas durante la implementación. Este proceso de triangulación permitió contrastar evidencias provenientes de diferentes instrumentos y contextos de producción, fortaleciendo la validez del análisis y favoreciendo una comprensión más profunda de los procesos de coordinación entre registros de representación.

Finalmente, la información fue organizada en función de las categorías de análisis, priorizando aquellas evidencias que permiten ilustrar de manera clara los procesos de conversión, las dificultades identificadas y las formas de articulación entre registros de representación. En este sentido, el presente capítulo ha establecido el diseño metodológico de la investigación, definiendo el enfoque cualitativo, la modalidad de estudio de caso, la secuencia didáctica implementada, las técnicas e instrumentos de recolección de información y el sistema de categorías que orientará el análisis. A partir de esta organización, en el siguiente capítulo se examinan las evidencias empíricas a la luz de las categorías derivadas de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica.

Resultados y Análisis de la Implementación de la Secuencia Didáctica

El presente capítulo analiza los resultados obtenidos durante la implementación de la secuencia didáctica mediada por GeoGebra, en relación con la comprensión de la función lineal desde la perspectiva de los registros de representación semiótica. Desde un enfoque cualitativo, el análisis se centra en las producciones, interacciones y verbalizaciones de los estudiantes, con el fin de identificar tanto las dificultades iniciales como las transformaciones en su comprensión.

El capítulo se estructura en tres momentos: en primer lugar, se presentan los resultados de la fase diagnóstica, orientados a identificar dificultades conceptuales y representacionales; en segundo lugar, se analiza la implementación de la secuencia didáctica y el papel de GeoGebra en la articulación entre registros; y, finalmente, se desarrolla la discusión de los resultados a la luz del marco teórico, evidenciando avances en la coordinación entre representaciones y en la comprensión de la función lineal como relación de variación.

Análisis de las Dificultades en la Comprensión de la Función Lineal

La fase diagnóstica tuvo como propósito identificar las principales dificultades conceptuales y representacionales que presentan los estudiantes al abordar el concepto de función lineal. Para ello, se diseñó e implementó un instrumento diagnóstico compuesto por preguntas abiertas orientadas a explorar la comprensión de los parámetros de la función lineal, la interpretación de su representación gráfica y la relación entre diferentes registros de representación, particularmente el algebraico y el gráfico.

El análisis de las respuestas permitió identificar un conjunto de patrones recurrentes que evidencian dificultades en la interpretación conceptual de la función lineal. En particular, se observó que los estudiantes tienden a abordar las expresiones algebraicas desde una perspectiva

predominantemente procedimental, centrada en la ejecución de operaciones simbólicas, sin establecer conexiones claras con su significado geométrico o gráfico. Este tipo de aproximación ha sido ampliamente documentado en investigaciones sobre la enseñanza de las funciones, las cuales señalan que muchos estudiantes logran manipular expresiones algebraicas sin necesariamente comprender las relaciones conceptuales que estas representan (Carlson et al., 2002; Confrey & Smith, 1995).

Asimismo, se identificaron dificultades significativas en la interpretación de las representaciones gráficas de funciones lineales. En varios casos, los estudiantes manifestaron dificultades para relacionar propiedades visuales de la recta, como su inclinación o su intersección con los ejes, con los parámetros presentes en la expresión algebraica de la función. Estas dificultades pueden interpretarse a la luz de la teoría de los registros de representación semiótica, la cual plantea que la comprensión de un objeto matemático requiere la coordinación entre diferentes formas de representación, así como la capacidad de realizar conversiones entre ellas (Duval, 2006; Duval, 2017).

Con el fin de organizar el análisis de los resultados obtenidos en el diagnóstico, se establecieron una serie de categorías que permiten clasificar las principales dificultades identificadas en las respuestas de los estudiantes. Estas categorías se construyeron a partir del análisis cualitativo de las producciones escritas y se relacionan directamente con los tipos de interpretación que los estudiantes realizaron al enfrentarse a las distintas tareas propuestas en el instrumento diagnóstico.

Tabla 4*Categorías de Análisis de las Dificultades Identificadas en la Fase Diagnóstica*

Categoría de análisis	Descripción de la dificultad identificada	Registro(s) implicado(s)	Tipo de operación semiótica comprometida
Interpretación de los parámetros en la expresión de la función lineal	Los estudiantes reconocen m y b como partes de una fórmula, pero no les atribuyen significado geométrico en la recta	Algebraico, verbal y gráfico	Conversión del registro algebraico al gráfico
Interpretación gráfica de la pendiente	Los estudiantes presentan dificultades para relacionar el signo de la pendiente con el comportamiento creciente, decreciente o constante de la recta	Algebraico, verbal y gráfico	Conversión entre registro algebraico y gráfico; reconocimiento de invariantes
Dependencia de estrategias algorítmicas	Los estudiantes consideran necesario disponer de valores numéricos, puntos exactos o procedimientos de cálculo para interpretar una gráfica o una función	Algebraico y gráfico	Tratamiento dentro del registro algebraico
Dificultades en la conversión entre registros	Los estudiantes no logran extraer información cualitativa de una gráfica ni establecer correspondencias entre una representación gráfica y una expresión algebraica	Gráfico, algebraico y verbal	Conversión gráfico-algebraico y gráfico-verbal

Nota. Elaboración propia. Categorización semiótica de los obstáculos en el diagnóstico.

Las categorías presentadas en la Tabla 4, permiten organizar el análisis de las respuestas estudiantiles en función de cuatro dimensiones principales: la interpretación de los parámetros en la expresión algebraica de la función lineal, la comprensión gráfica de la pendiente, la dependencia de procedimientos algorítmicos para interpretar representaciones gráficas y las

dificultades en la conversión entre distintos registros de representación. En las subsecciones siguientes se analizan en detalle estas categorías a partir de las evidencias obtenidas durante la aplicación del diagnóstico.

Interpretación de los Parámetros de la Función Lineal

Una de las primeras tareas incluidas en el instrumento diagnóstico solicitaba a los estudiantes explicar, con sus propias palabras, qué información proporcionan los parámetros m y b en la expresión general de la función lineal $y = mx + b$. Esta pregunta tenía como objetivo explorar el nivel de comprensión conceptual que poseen los estudiantes acerca del significado de estos parámetros y su relación con la representación gráfica de la función.

El análisis de las respuestas evidencia que, en varios casos, los estudiantes interpretan los parámetros exclusivamente desde una perspectiva operativa, centrada en la ejecución de procedimientos algebraicos. En particular, algunos estudiantes describen el parámetro m únicamente como el número por el cual se debe multiplicar la variable x , mientras que el parámetro b es interpretado como un valor que se suma al resultado final de la operación. Este tipo de interpretación puede observarse en la evidencia presentada en la Figura 4, un estudiante expresa que “la m es el número por el que se tiene que multiplicar la x ”, y que “la b es lo que se le suma al resultado final”.

Figura 4

Interpretación Operativa de los Parámetros m y b en la Expresión de la Función Lineal

prácticas, graficar, etc.
 Si recuerdas alguna, por favor menciónala: _____
 No
 No estoy segura

Imagina la ecuación general de una función lineal: $y = mx + b$. Explica con tus propias palabras qué representa cada una de sus partes.

a. ¿Qué información importante te da la letra " m " (la pendiente) sobre la gráfica de la m ? Explicalo con detalle.

La m es el número por el que se tiene que multiplicar la X .

b. Ahora, explica qué información importante te da la letra " b " (el intercepto) sobre la g de la recta. ¿Qué te dice exactamente sobre dónde está ubicada la recta?

La b es lo que se le suma al resultado final.

En relación con la pendiente de una recta, Piensa en cómo se ve la gráfica de una función lineal.

a. Si le dicen que la pendiente de una función...

Nota. Fragmento del instrumento diagnóstico resuelto por los estudiantes de grado noveno. Elaboración propia.

Este tipo de respuesta pone de manifiesto una comprensión centrada en el tratamiento algebraico de la expresión, sin que se establezca una relación explícita entre los parámetros de la función y las propiedades geométricas de su representación gráfica. En particular, en las respuestas analizadas no se hace referencia al papel de m como indicador de la inclinación de la recta ni al significado de b como punto de intersección con el eje vertical. Esta ausencia de conexiones entre el registro algebraico y el registro gráfico sugiere que el estudiante reconoce la estructura formal de la expresión de la función lineal, pero no logra asociarla con las características geométricas de la recta que dicha expresión representa.

Diversos estudios en educación matemática han señalado que este tipo de interpretaciones es frecuente cuando la enseñanza de las funciones se centra principalmente en la manipulación simbólica de expresiones algebraicas, sin promover de manera sistemática la articulación entre diferentes registros de representación (Janvier, 1987; Duval, 2006). En estos casos, los estudiantes pueden llegar a identificar los elementos de una fórmula y aplicar

procedimientos asociados a ella, pero sin comprender plenamente el significado matemático que dichos elementos adquieren en otros contextos de representación.

Desde la perspectiva de la teoría de los registros de representación semiótica, esta situación puede interpretarse como una dificultad en la coordinación entre registros, particularmente entre el registro algebraico y el registro gráfico. Según Duval (2006), la comprensión matemática requiere no solo la capacidad de realizar tratamientos dentro de un mismo registro, por ejemplo, manipular expresiones algebraicas, sino también la capacidad de realizar conversiones entre diferentes formas de representación de un mismo objeto matemático. Cuando estas conversiones no se desarrollan de manera adecuada, los estudiantes tienden a interpretar las expresiones simbólicas de forma aislada, sin relacionarlas con su significado geométrico o funcional.

En consecuencia, las respuestas obtenidas en esta primera tarea del diagnóstico sugieren que, aunque los estudiantes reconocen formalmente la estructura de la expresión de la función lineal, su comprensión permanece limitada a un nivel principalmente procedimental. Este hallazgo resulta relevante para el diseño de la intervención didáctica posterior, ya que pone de manifiesto la necesidad de promover actividades que favorezcan la articulación entre diferentes registros de representación y que permitan a los estudiantes establecer conexiones más profundas entre la expresión algebraica de la función lineal y su representación gráfica.

Interpretación Gráfica de la Pendiente

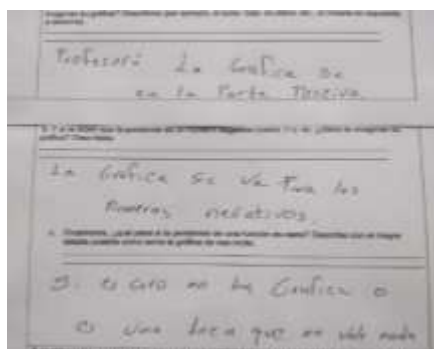
Una segunda tarea del instrumento diagnóstico buscaba explorar cómo los estudiantes interpretan el comportamiento gráfico de una función lineal a partir del valor de su pendiente. En particular, se solicitó a los estudiantes describir cómo se vería la gráfica de una función lineal

cuando la pendiente es positiva, negativa o igual a cero. Este tipo de pregunta tiene como propósito identificar si los estudiantes logran relacionar el valor del parámetro m en la expresión de la función lineal con la inclinación y dirección de la recta en el plano cartesiano.

El análisis de las respuestas evidenció que varios estudiantes presentan dificultades para interpretar la pendiente desde una perspectiva geométrica. En lugar de describir la pendiente como un indicador de la inclinación de la recta, es decir, si la recta asciende o desciende cuando se observa de izquierda a derecha, algunos estudiantes interpretaron el signo de la pendiente como una referencia a la posición de la gráfica dentro del plano cartesiano. Este tipo de interpretación puede observarse en la evidencia presentada en la Figura 5, donde un estudiante señala que, cuando la pendiente es positiva, “la gráfica se en la parte positiva”, mientras que para una pendiente negativa afirma que “la gráfica se va para los números negativos”.

Figura 5

Interpretaciones Estudiantiles Sobre el Comportamiento Gráfico de la Pendiente



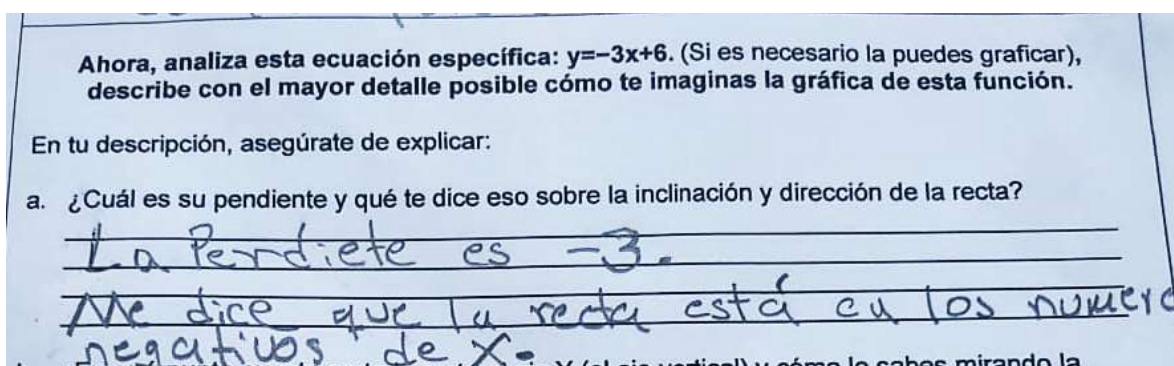
Nota. Producción escrita de un estudiante al analizar los parámetros de la función lineal. Elaboración propia.

Las respuestas presentadas en la Figura 5, permiten identificar una confusión conceptual importante entre dos ideas distintas: por un lado, la dirección o inclinación de la recta, propiedad que está directamente relacionada con el valor de la pendiente y, por otro lado, la ubicación de

los puntos de la gráfica dentro de regiones positivas o negativas del plano cartesiano. Esta confusión sugiere que los estudiantes no logran interpretar la pendiente como una razón de cambio constante que describe cómo varía la función cuando la variable independiente aumenta.

Figura 6

Producción Escrita de un Estudiante al Analizar la Función $y=-3x+6$



Nota. Representación elaborada por el estudiante durante el desarrollo de las actividades en el aula. Elaboración propia.

Una evidencia adicional de esta dificultad se observa cuando los estudiantes analizan una función lineal específica. En el diagnóstico se solicitó describir cómo sería la gráfica de la función $y = -3x + 6$. Como se aprecia en la Figura 6, el estudiante identifica correctamente que la pendiente es -3 ; sin embargo, su interpretación del comportamiento de la recta resulta imprecisa al afirmar que esta “se ubica en los números negativos”.

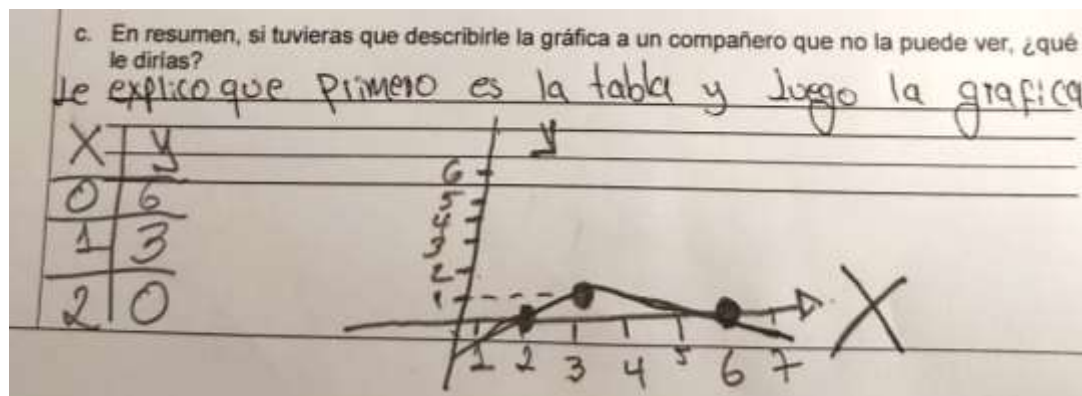
Esta respuesta evidencia una confusión entre dos aspectos distintos: el valor y signo de la pendiente, que determinan la dirección e inclinación de la recta, y la ubicación de puntos en el plano cartesiano. En particular, el estudiante reconoce el valor del parámetro en el registro algebraico, pero no logra establecer la conversión hacia el registro gráfico, donde una pendiente negativa indica que la recta desciende de izquierda a derecha, y no que se encuentre necesariamente en una región negativa del plano.

Desde la perspectiva de la teoría de los registros de representación semiótica, esta producción sugiere una dificultad en la coordinación entre registros, ya que el estudiante identifica elementos formales de la expresión algebraica, pero no logra atribuirles un significado geométrico coherente. En consecuencia, su comprensión se mantiene en un nivel principalmente procedimental, sin lograr articular de manera consistente la relación entre la expresión simbólica y el comportamiento gráfico de la función.

Otra evidencia relevante se observa en la respuesta presentada en la Figura 7, donde el estudiante identifica correctamente que la pendiente de la función es -3 y que el intercepto corresponde al valor 6. Además, construye una tabla de valores para representar la relación entre las variables. No obstante, al trasladar esta información al plano cartesiano, la representación gráfica obtenida no corresponde a una recta, lo cual indica dificultades en la articulación entre el procedimiento algebraico utilizado y su representación gráfica. Este tipo de respuestas sugiere que, aunque el estudiante emplea estrategias correctas para generar pares ordenados, aún presenta dificultades para interpretar la naturaleza lineal de la función.

Figura 7

Representación Gráfica Elaborada por un Estudiante a Partir de una Tabla de Valores para la Función $y=-3x+6$



Nota. Producción escrita de un estudiante al analizar los parámetros de la función lineal. Elaboración propia.

Una dificultad adicional se observa cuando los estudiantes intentan interpretar el caso particular de una pendiente igual a cero. En la evidencia analizada, un estudiante afirma que “si es cero no hay gráfica o es una línea que no vale nada”. Esta respuesta pone de manifiesto que el estudiante no reconoce que una pendiente igual a cero corresponde a una recta horizontal, lo cual indica una comprensión limitada del significado geométrico de este caso particular de la función lineal.

Este tipo de dificultades ha sido ampliamente documentado en investigaciones sobre la enseñanza de las funciones. Diversos estudios señalan que muchos estudiantes tienden a interpretar la pendiente únicamente como un número asociado a una fórmula, sin comprender plenamente su significado como razón de cambio o como medida de la inclinación de la recta en una representación gráfica (Carlson et al., 2002; Lobato & Thanheiser, 2002). En estos casos, el conocimiento del estudiante se mantiene en un nivel procedimental o simbólico, sin que se establezcan conexiones claras con el comportamiento geométrico de la función.

Desde la perspectiva de la teoría de los registros de representación semiótica, estas dificultades pueden interpretarse como un problema en la conversión entre registros. Aunque los

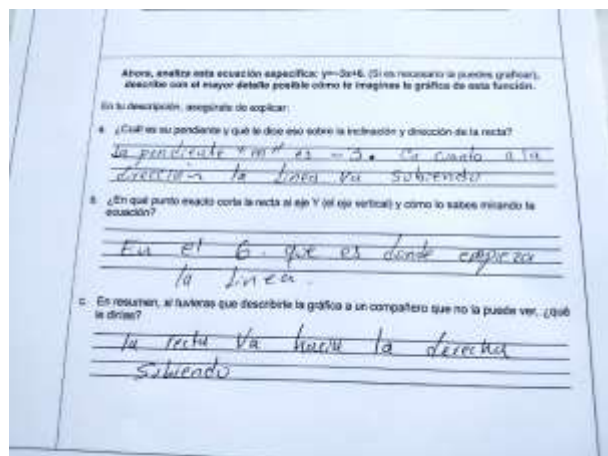
estudiantes pueden reconocer el parámetro m dentro de la expresión algebraica de la función, no logran traducir adecuadamente esta información al registro gráfico, donde la pendiente se manifiesta como la inclinación de la recta. Como señala Duval (2006), la comprensión de un objeto matemático depende en gran medida de la capacidad de coordinar diferentes representaciones del mismo objeto y de realizar conversiones significativas entre ellas.

Una evidencia adicional de esta dificultad se observa cuando los estudiantes analizan una función lineal específica. En el diagnóstico se solicitó describir cómo sería la gráfica de la función $y = -3x + 6$. En la respuesta presentada en la Figura 8, el estudiante identifica correctamente que la pendiente es -3 , pero al describir el comportamiento de la recta afirma que “la línea va subiendo”. Esta respuesta resulta especialmente significativa, ya que evidencia una contradicción entre el reconocimiento del valor numérico de la pendiente en el registro algebraico y su interpretación en el registro gráfico. En particular, el estudiante no logra asociar el signo negativo de la pendiente con la dirección descendente de la recta cuando se observa de izquierda a derecha, lo cual constituye una propiedad fundamental del comportamiento gráfico de la función.

Desde la perspectiva de la teoría de los registros de representación semiótica, esta producción puede interpretarse como una dificultad en la conversión entre registros, ya que el estudiante identifica correctamente el parámetro dentro de la expresión algebraica, pero no logra atribuirle un significado geométrico coherente en la representación gráfica. En este sentido, el reconocimiento simbólico del valor de la pendiente no se traduce en una comprensión de su papel como indicador de la variación de la función.

Figura 8

Reconocimiento del Valor de la Pendiente con Interpretación Incorrecta de su Comportamiento Gráfico



Nota. Producción escrita de un estudiante durante la fase diagnóstica al analizar la ecuación de la recta. Elaboración propia.

En conjunto, las evidencias analizadas en esta subsección ponen de manifiesto que una de las principales dificultades identificadas en la fase diagnóstica se relaciona con la interpretación gráfica de la pendiente. Aunque los estudiantes reconocen la presencia del parámetro m en la expresión de la función lineal, su comprensión del significado geométrico de este parámetro resulta limitada. Este hallazgo refuerza la necesidad de diseñar estrategias didácticas que favorezcan la articulación entre el registro algebraico y el registro gráfico, permitiendo a los estudiantes comprender la pendiente no solo como un número en una fórmula, sino como una propiedad que describe el comportamiento de la recta en el plano cartesiano.

Dependencia de Estrategias Algorítmicas

Una tercera dificultad identificada durante el análisis del instrumento diagnóstico se relaciona con la marcada dependencia de los estudiantes hacia procedimientos algorítmicos para

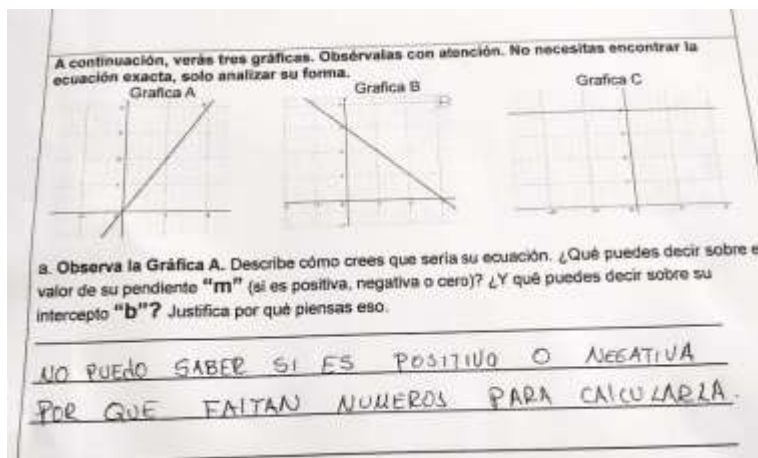
interpretar representaciones gráficas de funciones lineales. En varias de las respuestas analizadas se observa que, ante la ausencia de datos numéricos explícitos, los estudiantes manifiestan dificultades para interpretar propiedades básicas de la gráfica, lo que sugiere una tendencia a privilegiar el cálculo aritmético o algebraico por encima del razonamiento visual o conceptual.

Esta situación se evidencia claramente en una de las respuestas registradas durante el diagnóstico, en la cual se solicitaba a los estudiantes analizar la forma de una recta representada en el plano cartesiano y describir algunas de sus características **sin recurrir a la obtención de su expresión algebraica**. Frente a esta tarea, un estudiante respondió que no era posible determinar si la pendiente era positiva o negativa debido a que “faltan números para calcularla”, lo cual revela una fuerte dependencia de procedimientos numéricos para interpretar información que podría inferirse directamente a partir de la representación gráfica.

La respuesta mencionada se presenta en la Figura 9, donde puede observarse cómo el estudiante intenta abordar la interpretación de la gráfica desde una perspectiva estrictamente algorítmica, buscando datos numéricos que le permitan aplicar un procedimiento de cálculo para determinar la pendiente.

Figura 9

Dependencia de Procedimientos Numéricos para Interpretar una Representación Gráfica de una Función Lineal



Nota. Producción escrita de un estudiante evidenciando la dependencia de datos numéricos para el análisis de una gráfica. Elaboración propia.

El contenido de esta respuesta resulta particularmente significativo, ya que pone de manifiesto que el estudiante no reconoce que la inclinación de una recta puede identificarse visualmente mediante la observación de su dirección en el plano cartesiano. En lugar de ello, el estudiante asume que es necesario contar con valores numéricos específicos para aplicar la fórmula de cálculo de la pendiente, lo que sugiere una comprensión limitada de la relación entre la representación gráfica de la función y su interpretación geométrica.

Este tipo de comportamiento ha sido ampliamente documentado en investigaciones sobre el aprendizaje de las funciones. Diversos estudios han señalado que muchos estudiantes desarrollan una fuerte dependencia de procedimientos algorítmicos cuando la enseñanza de las funciones se centra en la aplicación de fórmulas y métodos de cálculo, sin promover de manera suficiente la interpretación cualitativa de las representaciones gráficas (Carlson et al., 2002; Thompson, 1994). En estos casos, los estudiantes tienden a considerar que la comprensión de

una función depende necesariamente de la realización de cálculos, incluso cuando la información relevante puede inferirse mediante el análisis visual de la gráfica.

Desde la perspectiva de la teoría de los registros de representación semiótica, esta dificultad puede interpretarse como una limitación en la capacidad de realizar tratamientos dentro del registro gráfico. Según Duval (2006), el tratamiento consiste en transformar una representación dentro del mismo registro conservando su significado matemático. En el caso de las representaciones gráficas de funciones, esto implica la capacidad de identificar propiedades como la dirección de la recta, su inclinación o sus puntos de intersección mediante el análisis visual de la gráfica, sin necesidad de recurrir a cálculos algebraicos.

La respuesta analizada sugiere que el estudiante no logra realizar este tipo de tratamiento dentro del registro gráfico y, en consecuencia, intenta trasladar la tarea al registro algebraico mediante la búsqueda de datos numéricos que permitan aplicar un procedimiento de cálculo. Esta dependencia de estrategias algorítmicas limita la posibilidad de interpretar las representaciones gráficas como portadoras de información matemática y reduce la comprensión de la función lineal a la ejecución de procedimientos simbólicos.

En este sentido, las evidencias obtenidas durante el diagnóstico ponen de manifiesto la necesidad de promover en el aula actividades que favorezcan la interpretación cualitativa de las gráficas de funciones. En particular, resulta importante diseñar situaciones didácticas que permitan a los estudiantes explorar propiedades gráficas de las funciones lineales, como la dirección de la recta o el efecto del signo de la pendiente, sin depender exclusivamente de cálculos algebraicos. Este tipo de experiencias puede contribuir a fortalecer la coordinación entre registros de representación y a desarrollar una comprensión más integrada del concepto de función lineal.

Dificultades en la Conversión entre Registros de Representación

Una cuarta dificultad identificada en la fase diagnóstica se relaciona con las limitaciones que presentan los estudiantes al intentar establecer correspondencias entre distintos registros de representación de la función lineal. En particular, el análisis de las respuestas revela dificultades en la conversión entre el registro gráfico y el registro algebraico, lo que indica que los estudiantes tienden a interpretar estas representaciones como entidades independientes, sin reconocer que ambas describen el mismo objeto matemático.

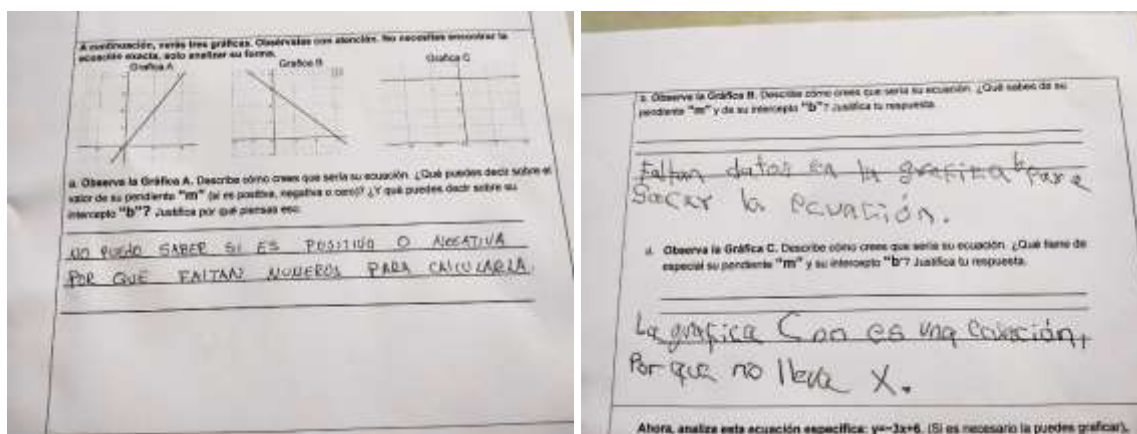
Durante la aplicación del instrumento diagnóstico se propusieron tareas en las que los estudiantes debían analizar representaciones gráficas de rectas y describir algunas de sus características o relacionarlas con posibles expresiones algebraicas. Este tipo de actividades permite identificar si los estudiantes logran realizar conversiones entre registros, es decir, si pueden traducir información presente en una representación gráfica hacia una descripción algebraica o verbal de la función.

El análisis de las producciones escritas muestra que varios estudiantes presentan dificultades para reconocer que una gráfica puede representar una función incluso cuando la expresión no está explícitamente escrita. Esta situación se observa en una de las respuestas analizadas, donde el estudiante afirma que *“la gráfica C no es una función porque no lleva x”*. Esta respuesta sugiere que el estudiante asocia la noción de función exclusivamente con una expresión simbólica escrita en términos de variables, lo que dificulta reconocer que una representación gráfica puede expresar la misma relación funcional.

La evidencia descrita se presenta en la Figura 10, donde puede observarse la respuesta del estudiante al intentar interpretar una gráfica sin disponer de su expresión algebraica correspondiente.

Figura 10

Dificultad para Reconocer una Representación Gráfica como Expresión de una Función Lineal



Nota. Producciones escritas evidenciando la desconexión conceptual entre la representación gráfica y la expresión algebraica. Elaboración propia.

Esta respuesta pone de manifiesto que el estudiante no logra establecer la correspondencia entre la representación gráfica de la recta y la expresión algebraica que la describe. En otras palabras, el estudiante no reconoce que la gráfica constituye una forma legítima de representar una función, lo que evidencia una separación conceptual entre los registros gráfico y algebraico.

Una dificultad similar se observa en otras respuestas en las que los estudiantes afirman que “*faltan datos en la gráfica para sacar la ecuación*” o que no es posible determinar ciertas características de la función sin disponer de la fórmula correspondiente. Este tipo de afirmaciones sugiere que los estudiantes perciben el registro algebraico como la representación

principal o “*verdadera*” de la función, mientras que las representaciones gráficas se interpretan únicamente como ilustraciones que requieren del soporte de la función para adquirir significado.

Desde la perspectiva de la teoría de los registros de representación semiótica, estas dificultades pueden interpretarse como limitaciones en la capacidad de realizar conversiones entre registros. Duval (2006) señala que la comprensión matemática implica necesariamente la coordinación de al menos dos registros de representación diferentes, y que la conversión entre estos registros constituye una actividad cognitiva fundamental para la construcción del significado matemático. Cuando los estudiantes no logran reconocer que distintas representaciones refieren al mismo objeto matemático, la comprensión del concepto permanece fragmentada.

En el caso de la función lineal, la conversión entre registros implica reconocer que la expresión algebraica $y = mx + b$, la gráfica de una recta en el plano cartesiano, una tabla de valores y una descripción verbal constituyen distintas representaciones de un mismo objeto matemático. En este sentido, comprender la función lineal supone establecer correspondencias entre estas formas de representación y reconocer que todas expresan la misma relación de variación entre dos variables. Las evidencias analizadas en la fase diagnóstica muestran que varios estudiantes aún no han desarrollado esta capacidad de coordinación representacional. Esto se manifiesta en dificultades para interpretar gráficas, asociarlas con expresiones algebraicas o establecer correspondencias entre ambas, lo que indica una comprensión fragmentada del objeto matemático.

Estas evidencias permiten afirmar que los estudiantes presentan limitaciones en la conversión entre registros de representación, particularmente entre el registro gráfico y el

algebraico, lo que evidencia dificultades para reconocer la equivalencia entre distintas representaciones del mismo objeto matemático.

Síntesis de las Dificultades Identificadas

El análisis de las producciones escritas obtenidas durante la aplicación del instrumento diagnóstico permitió identificar un conjunto de dificultades que no se presentan de manera aislada, sino que configuran un patrón de comprensión caracterizado por la fragmentación en la interpretación del concepto de función lineal. Estas dificultades se manifiestan en la interpretación operativa de los parámetros, en la comprensión limitada del significado gráfico de la pendiente, en la dependencia de estrategias algorítmicas y en la incapacidad para establecer correspondencias entre distintos registros de representación.

En este sentido, las evidencias analizadas permiten afirmar que la comprensión de la función lineal se encuentra predominantemente centrada en el tratamiento dentro del registro algebraico, sin que se logre una coordinación efectiva con el registro gráfico ni con otras formas de representación. Así, los estudiantes reconocen elementos formales de la representación algebraica de la función $y = mx + b$, pero no logran atribuirles un significado geométrico ni funcional consistente.

Desde la perspectiva de la teoría de los registros de representación semiótica, estas dificultades pueden interpretarse como una limitación en la capacidad de realizar conversiones significativas entre registros, lo cual impide la construcción de una comprensión integrada del objeto matemático. En lugar de reconocer la función lineal como una relación de variación representable en distintos sistemas, los estudiantes tienden a interpretar cada representación de manera independiente, sin establecer las correspondencias necesarias entre ellas.

En consecuencia, los resultados de la fase diagnóstica evidencian la necesidad de diseñar propuestas didácticas orientadas a favorecer la articulación entre registros de representación. En particular, se hace necesario promover experiencias de aprendizaje que permitan a los estudiantes interpretar la función lineal no solo desde su forma algebraica, sino también desde su comportamiento gráfico y su significado como relación entre variables. En este contexto, el uso de entornos de geometría dinámica como GeoGebra se configura como una estrategia pertinente, en tanto posibilita la visualización simultánea de diferentes representaciones y favorece procesos de exploración orientados a la construcción de significado.

Resultados de la Implementación de la Secuencia Didáctica

A partir de las dificultades identificadas en la fase diagnóstica, se diseñó e implementó una secuencia didáctica orientada a favorecer la comprensión del concepto de función lineal mediante la articulación entre diferentes registros de representación. La secuencia fue desarrollada utilizando GeoGebra como herramienta principal de mediación tecnológica, aprovechando las posibilidades que ofrece este entorno para explorar simultáneamente la representación algebraica, gráfica y tabular de las funciones.

El diseño de las actividades se fundamentó en la necesidad de abordar las dificultades identificadas en la sección anterior, particularmente aquellas relacionadas con la interpretación de los parámetros de la función lineal, la comprensión del significado gráfico de la pendiente y las limitaciones en la conversión entre registros de representación. En este sentido, la secuencia didáctica se estructuró de manera progresiva, de modo que los estudiantes pudieran explorar gradualmente las relaciones entre la expresión algebraica de la función, su representación gráfica y su interpretación en distintos contextos.

Figura 11*Implementación del Applet de Geogebra Mediante Proyección en el Aula*

Nota. Fotografía del entorno de aula durante la exploración colectiva con el entorno dinámico. Elaboración propia.

La implementación de la secuencia didáctica se desarrolló en un entorno de aula mediado por el uso de tecnología digital, en el cual el applet fue proyectado para orientar la exploración colectiva de los estudiantes. Como se observa en la Figura 11, el uso de GeoGebra en la pantalla permitió guiar la actividad mediante explicaciones en tiempo real, facilitando la visualización conjunta de la relación entre la expresión algebraica, la tabla de valores y la representación gráfica de la función lineal.

Durante la implementación de la secuencia, los estudiantes trabajaron con applets interactivos desarrollados en GeoGebra que permitían manipular dinámicamente los parámetros de la función lineal. A través de estas herramientas, los estudiantes podían modificar el valor de la pendiente y del intercepto, observar los cambios correspondientes en la gráfica y analizar cómo estas variaciones afectan el comportamiento de la recta en el plano cartesiano. Este tipo de interacción favorece la construcción de relaciones entre diferentes representaciones de la función y permite que los estudiantes exploren el concepto desde una perspectiva más visual y dinámica.

Desde el punto de vista didáctico, el uso de GeoGebra permitió generar un entorno de exploración en el que los estudiantes podían formular conjeturas, verificar sus ideas y reflexionar sobre las relaciones entre las distintas representaciones de la función lineal. De acuerdo con diversos estudios en educación matemática, los entornos de geometría dinámica pueden desempeñar un papel importante en la comprensión de conceptos matemáticos al facilitar la visualización y la manipulación de objetos matemáticos de manera interactiva (Arcavi, 2003; Borba & Villarreal, 2005).

El análisis de las producciones de los estudiantes durante la implementación de la secuencia permitió identificar avances en la comprensión de la función lineal, particularmente en la interpretación del significado de la pendiente y en la articulación entre las representaciones algebraicas y gráficas. En las subsecciones siguientes se presentan algunos ejemplos representativos de las producciones estudiantiles obtenidas durante la intervención, con el propósito de analizar cómo las actividades desarrolladas con GeoGebra contribuyeron a transformar las concepciones iniciales identificadas en la fase diagnóstica.

Modelación de una Situación Contextual: El Problema del Negocio de la Leche

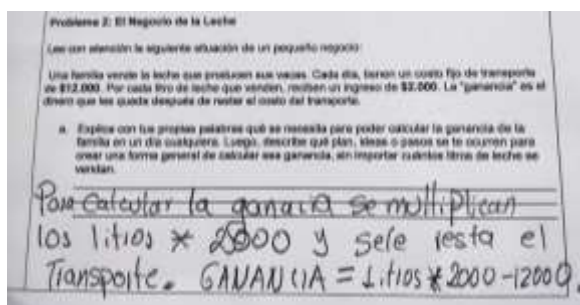
Una de las actividades propuestas durante la implementación de la secuencia didáctica consistió en el análisis de una situación contextual relacionada con un pequeño negocio familiar dedicado a la venta de leche. En este problema se planteaba que la familia debía asumir diariamente un costo fijo de transporte de 12.000 pesos y que por cada litro de leche vendido recibían un ingreso de 2.000 pesos. A partir de esta información, los estudiantes debían explicar cómo calcular la ganancia diaria del negocio y proponer una forma general de representarla en función del número de litros vendidos.

Este tipo de actividad buscaba promover la comprensión de la función lineal desde una perspectiva de modelación, permitiendo a los estudiantes establecer relaciones entre cantidades variables presentes en una situación del contexto. En particular, se esperaba que los estudiantes identificaran que la ganancia depende del número de litros vendidos y que esta relación puede representarse mediante una expresión algebraica de la forma $G(x) = 2000x - 12000$, donde x representa la cantidad de litros vendidos y $G(x)$ la ganancia obtenida.

El análisis de las producciones escritas muestra que algunos estudiantes lograron identificar correctamente la relación funcional presente en la situación. Como puede observarse en la Figura 12, un estudiante expresa que para calcular la ganancia es necesario multiplicar el número de litros vendidos por el ingreso correspondiente a cada litro y posteriormente restar el costo fijo de transporte. Esta explicación conduce de manera natural a la formulación de una expresión general para representar la ganancia diaria del negocio.

Figura 12

Producción Escrita de un Estudiante al Modelar Algebraicamente la Ganancia en el Problema del Negocio de la Leche



Nota. Producción escrita de un estudiante al modelar algebraicamente la situación contextual. Elaboración propia.

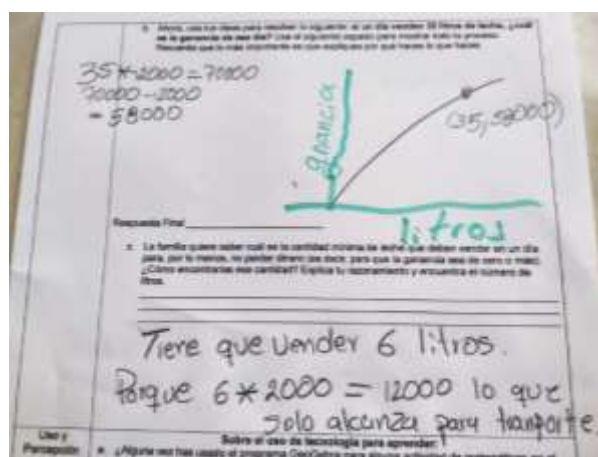
La respuesta presentada resulta significativa porque evidencia que el estudiante logra identificar correctamente las dos componentes fundamentales de la relación funcional: el ingreso

variable asociado a la venta de leche y el costo fijo correspondiente al transporte. A partir de esta interpretación, el estudiante propone la expresión $Ganancia = Litros \times 2000 - 12000$, lo cual muestra que ha logrado reconocer la estructura lineal de la relación entre las variables involucradas.

Posteriormente, en una segunda parte de la actividad, se solicitó a los estudiantes aplicar el modelo propuesto para calcular la ganancia correspondiente a la venta de una cantidad específica de litros de leche. En la Figura 13, se observa que el estudiante utiliza la expresión construida previamente para determinar la ganancia obtenida al vender 35 litros de leche, realizando el cálculo $35 \times 2000 = 70000$ y restando posteriormente el costo de transporte, lo que conduce a una ganancia de 58.000 pesos.

Figura 13

Aplicación del Modelo Lineal para Determinar la Ganancia Correspondiente a la Venta de 35 Litros de Leche



Nota. Producción escrita de un estudiante aplicando un modelo lineal y su representación gráfica. Elaboración propia.

Además del cálculo numérico, el estudiante intenta representar gráficamente la relación entre el número de litros vendidos y la ganancia obtenida, señalando el punto correspondiente a

la venta de 35 litros. Este intento de representación gráfica sugiere que el estudiante comienza a establecer conexiones entre la expresión algebraica del modelo y su representación en el plano cartesiano.

Un aspecto adicional de interés en la producción del estudiante se observa cuando se le solicita determinar la cantidad mínima de litros que deben venderse para que la ganancia sea al menos igual a cero. En la respuesta presentada en la misma evidencia, el estudiante afirma que es necesario vender 6 litros de leche, argumentando que $6 \times 2000 = 12000$, valor que corresponde exactamente al costo fijo de transporte. Este razonamiento indica que el estudiante logra interpretar el significado del punto en el cual la función alcanza el valor cero, lo cual corresponde al punto de equilibrio del negocio.

Las respuestas analizadas en esta actividad muestran que, cuando los estudiantes trabajan con situaciones contextualizadas, pueden establecer relaciones funcionales entre cantidades variables y representarlas mediante expresiones algebraicas. Este tipo de tareas favorece la comprensión de la función lineal como un modelo que describe relaciones entre magnitudes, más allá de su tratamiento puramente simbólico o procedimental. Desde la perspectiva de la educación matemática, la modelación de situaciones del contexto constituye una estrategia didáctica relevante para el aprendizaje de las funciones, ya que permite a los estudiantes interpretar las expresiones algebraicas como representaciones de relaciones significativas entre variables (Blum & Ferri, 2009; Lesh & Doerr, 2003). En este sentido, la actividad analizada contribuyó a que los estudiantes comenzaran a reconocer la función lineal como una herramienta para describir y analizar situaciones del mundo real.

En conjunto, las evidencias presentadas en esta subsección sugieren que la incorporación de tareas de modelación dentro de la secuencia didáctica favoreció la comprensión del

significado funcional de las expresiones algebraicas y permitió a los estudiantes establecer conexiones entre el contexto de la situación, la expresión algebraica del modelo y su posible representación gráfica.

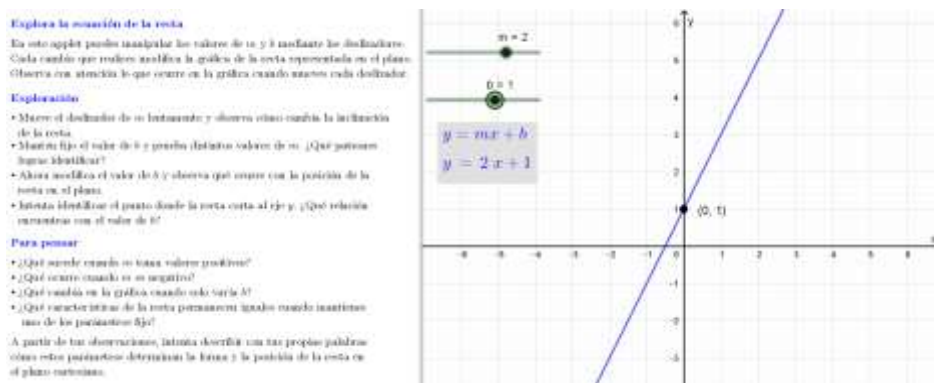
Exploración de la Pendiente y El Intercepto Mediante GeoGebra

Con el propósito de abordar las dificultades identificadas en la fase diagnóstica, particularmente aquellas relacionadas con la interpretación del significado gráfico de la pendiente y la comprensión del intercepto, se implementaron actividades mediadas por GeoGebra que permitieron a los estudiantes explorar de manera dinámica la relación entre la expresión algebraica de la función lineal y su representación gráfica.

Durante estas actividades, los estudiantes trabajaron con un applet interactivo (ver Figura 14) en el cual podían modificar los valores de los parámetros m y b mediante deslizadores. Esta herramienta permitía observar de forma inmediata cómo los cambios en estos parámetros afectan la representación gráfica de la recta en el plano cartesiano. De esta manera, los estudiantes podían experimentar directamente con la función de la forma $y = mx + b$ y analizar cómo la pendiente determina la inclinación de la recta, mientras que el intercepto establece el punto en el cual la recta corta al eje vertical.

Figura 14

Applet de GeoGebra Utilizado para Explorar el Efecto de los Parámetros m (pendiente) y b (intercepto) en la Gráfica de una Función Lineal



Nota. Interfaz del entorno dinámico diseñado para la exploración de la ecuación de la recta. Elaboración propia en GeoGebra.

La utilización de un entorno dinámico como GeoGebra favorece la construcción de relaciones entre diferentes registros de representación, ya que permite visualizar simultáneamente la expresión algebraica de la función y su representación gráfica. Este tipo de interacción resulta particularmente relevante cuando se busca superar las dificultades detectadas en el diagnóstico, donde varios estudiantes interpretaban los parámetros de la función únicamente como elementos de una fórmula, sin relacionarlos con propiedades geométricas de la gráfica.

En el desarrollo de la actividad, los estudiantes fueron invitados inicialmente a modificar el valor del parámetro m manteniendo constante el valor de b . A través de esta exploración, pudieron observar que cuando el valor de m aumenta, la recta se vuelve más inclinada, mientras que cuando el valor de m disminuye o toma valores negativos, la recta cambia su dirección y pasa a descender de izquierda a derecha. Este tipo de observaciones permitió discutir con los

estudiantes el significado de la pendiente como una medida de la inclinación de la recta, superando así algunas de las interpretaciones erróneas identificadas en la fase diagnóstica.

Posteriormente, los estudiantes exploraron el efecto del parámetro b sobre la gráfica de la función. Al modificar el valor de este parámetro, pudieron observar que la recta se desplaza verticalmente en el plano cartesiano sin alterar su inclinación. Esta exploración permitió comprender que el parámetro b corresponde al punto de intersección de la recta con el eje y , lo cual constituye una interpretación geométrica fundamental para la comprensión de la función lineal. Desde una perspectiva didáctica, este tipo de exploraciones dinámicas favorece procesos de visualización matemática, los cuales desempeñan un papel fundamental en la comprensión de conceptos abstractos. Diversos estudios han señalado que el uso de representaciones dinámicas puede contribuir significativamente al desarrollo del pensamiento matemático al permitir que los estudiantes exploren relaciones y patrones que resultan difíciles de percibir mediante representaciones estáticas (Arcavi, 2003; Borba & Villarreal, 2005).

En este sentido, la incorporación de GeoGebra en la secuencia didáctica permitió generar un entorno de aprendizaje en el cual los estudiantes pudieron experimentar con la función lineal, formular conjeturas y contrastar sus ideas mediante la observación directa de las transformaciones que experimenta la gráfica al modificar sus parámetros. Estas experiencias contribuyeron a fortalecer la articulación entre las representaciones algebraicas y gráficas de la función, aspecto que había sido identificado como una de las principales dificultades en la fase diagnóstica.

Análisis de la Interacción con el Applet Dinámico de la Función Lineal

El análisis de las interacciones, producciones y verbalizaciones registradas durante la implementación de la secuencia didáctica permitió identificar transformaciones significativas en la manera en que los estudiantes comprenden la función lineal, particularmente en relación con la interpretación de la pendiente, el intercepto y la articulación entre diferentes registros de representación. En contraste con los resultados obtenidos en la fase diagnóstica, donde predominaba una comprensión centrada en procedimientos algebraicos, durante el trabajo con GeoGebra se evidenció un tránsito hacia una interpretación más conceptual y visual del comportamiento de la función.

En relación con la comprensión de la pendiente, se observó un cambio sustancial desde una interpretación operativa hacia una interpretación geométrica. Mientras que inicialmente los estudiantes concebían el parámetro m como un número asociado a multiplicaciones dentro de una fórmula, la interacción con el entorno dinámico permitió reconocer su papel como indicador de la inclinación de la recta. Este cambio se refleja en verbalizaciones como:

“¡Ah! O sea que la ‘m’ no era solo para hacer multiplicaciones en la tabla.

Es la que dice qué tan parada o inclinada queda la línea en el dibujo.”

“Profe, póngale cuidado: si le borro el número positivo a la ‘x’ y le pongo un menos, la gráfica se voltea para el otro lado de una. ¡Es como si la montaña fuera de bajada!”

“Le puse 0 a la letra ‘m’ para ver qué pasaba, y la línea quedó totalmente plana, horizontal. Ya entendí por qué decían que ahí no hay pendiente, es porque no hay loma.”

Este reconocimiento se consolida a partir de la exploración directa de los parámetros en GeoGebra, permitiendo que los estudiantes interpreten la pendiente no solo como un valor numérico, sino como un elemento que determina el comportamiento de la recta en el plano cartesiano. De manera análoga, la comprensión del intercepto experimentó un proceso de resignificación. En la fase diagnóstica, este parámetro era interpretado principalmente como un valor que se suma o se resta dentro de la expresión algebraica; sin embargo, a través de la manipulación dinámica en GeoGebra, los estudiantes comenzaron a interpretarlo como el punto de intersección de la recta con el eje vertical. Este avance se evidencia en verbalizaciones como:

“¡Uy! Esa ‘b’ es como el punto de partida del dibujo. Si le pongo +4 en la fórmula, la línea arranca exactico desde el 4 en la raya vertical.”

“Yo pensaba que ese -5 al final de la fórmula era para restar y ya, pero acá en la pantalla se ve claritico que la línea se baja hasta el piso del plano.”

“¿Qué pasa si en la fórmula no escribo nada después de la ‘x’, o sea si borro la ‘b’? ... ¡Ah, mire! La línea pasa justito por toda la mitad, por el cero donde se cruzan las dos rayas del plano.”

Estas afirmaciones evidencian que los estudiantes comienzan a comprender el intercepto como un elemento con significado geométrico, logrando establecer relaciones entre la expresión algebraica y su representación en el plano cartesiano. Un aspecto especialmente relevante corresponde al fortalecimiento de la articulación entre registros de representación. A diferencia de lo observado en la fase diagnóstica, donde los estudiantes presentaban dificultades para relacionar las representaciones algebraica y gráfica, durante la implementación se evidenció una mayor capacidad para coordinar diferentes formas de representación. Esto se pone de manifiesto en expresiones como:

“Ah, ya entendí el truco. La tabla de números que sale ahí al lado son los mismos puntos por donde pasa la raya. Si el número en la fórmula es negativo, los valores en la tabla van bajando y la línea también va para abajo.”

“Profe, entonces la fórmula no es solo para hacer operaciones y ya. Cuando le cambio el número a la ‘x’ aquí en la pantalla, la línea se acuesta o se para más. ¡Es la misma cosa pero dibujada!”

Estas verbalizaciones evidencian que los estudiantes comienzan a reconocer que las distintas representaciones no son independientes, sino manifestaciones de un mismo objeto matemático, lo cual constituye un avance en la coordinación entre registros.

Figura 15

Interacción Colaborativa de Estudiantes Durante la Exploración del Applet En GeoGebra



Nota. Estudiantes interactuando de manera colaborativa con el entorno dinámico durante la sesión de clase. Elaboración propia.

Las interacciones entre pares también desempeñaron un papel fundamental en la construcción de significado. Durante la actividad, los estudiantes utilizaron la visualización dinámica como herramienta para argumentar y explicar sus ideas a sus compañeros. Como se observa en la Figura 15, los estudiantes interactúan de manera colaborativa frente al entorno digital, compartiendo interpretaciones sobre el comportamiento de la función y validando sus

ideas a partir de la manipulación directa del applet en GeoGebra. Esto se evidencia en el siguiente intercambio:

“Cámbiele el 2 por un -2 en su computador y verá cómo la línea se cae de una. Es mucho más fácil entenderlo viendo cómo se mueve que haciendo la operación en la hoja.”

Este tipo de intervenciones muestra cómo el conocimiento comienza a construirse de manera social, apoyado en la exploración compartida y en la posibilidad de validar ideas a partir de la visualización. Finalmente, se identificó una reflexión explícita frente a las limitaciones del enfoque tradicional centrado en procedimientos algorítmicos, lo cual evidencia un cambio en la forma en que los estudiantes conciben el aprendizaje de las matemáticas. Esta idea se expresa en la siguiente verbalización:

“Hacerlo así es mucho mejor porque uno ve qué pasa de una vez con la recta. En el cuaderno uno hace toda la fórmula mecánica paso a paso y la verdad uno no sabe si el dibujo le va a quedar bien o mal hasta el puro final. Aquí uno le cambia el número y el dibujo se cuadra al mismo tiempo.”

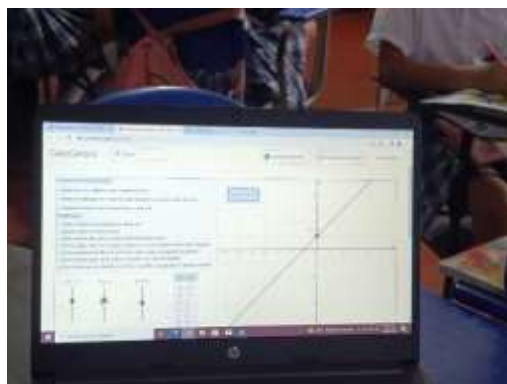
En conjunto, estas evidencias permiten afirmar que la mediación tecnológica proporcionada por GeoGebra no solo facilitó la comprensión de conceptos específicos como la pendiente y el intercepto, sino que también promovió una comprensión más integrada de la función lineal, favoreciendo la articulación entre diferentes registros de representación y desplazando el énfasis desde la ejecución mecánica de procedimientos hacia la interpretación y la comprensión de las relaciones matemáticas.

Transformaciones de la Función Lineal a Partir del Uso de GeoGebra

La implementación del applet dinámico diseñado en GeoGebra permitió consolidar y profundizar los procesos de comprensión evidenciados en las actividades previas, al integrar de manera simultánea los registros algebraico, gráfico y tabular de la función lineal en un mismo entorno interactivo. Como se observa en la Figura 16, el applet presenta la función $y = mx + b$, controles deslizadores para los parámetros m , b y k , una tabla de valores y la representación gráfica de la recta, junto con un punto dinámico que se desplaza sobre ella, lo cual posibilita la exploración directa de las relaciones entre las diferentes representaciones.

Figura 16

Applet Interactivo para la Exploración de la Función Lineal en GeoGebra



Nota. Fotografía del entorno dinámico ejecutado en un equipo de cómputo durante la implementación. Elaboración propia.

En particular, el deslizador k , definido en el intervalo $[-3,3]$, permite generar un valor de entrada cuya imagen se representa simultáneamente en la tabla, mediante el resaltado en color rojo, y en la gráfica, a través de un punto dinámico, lo cual favorece una comprensión articulada de la relación funcional. Esta simultaneidad de representaciones constituye un elemento clave, ya

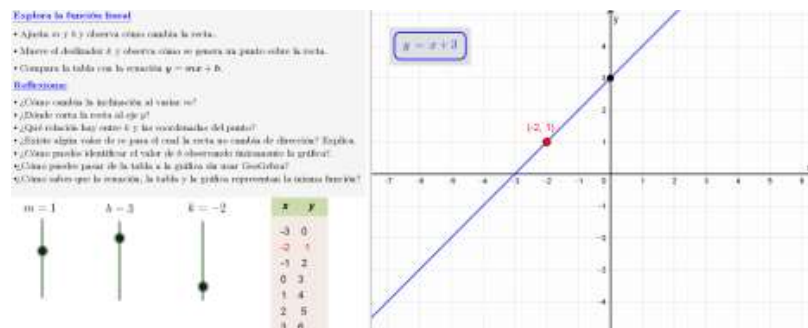
que permite al estudiante reconocer que cada valor de entrada se corresponde con un punto específico de la recta, fortaleciendo la noción de función como correspondencia entre variables.

Desde el punto de vista didáctico, el diseño del applet no solo permitió la manipulación de parámetros, sino que orientó la actividad del estudiante a través de un cuadro de instrucciones y preguntas de reflexión que guiaron la exploración. En particular, el bloque “Explora la función lineal” propuso acciones como ajustar los valores de m y b , observar el comportamiento de la recta, manipular el deslizador k y comparar la tabla con la función $y = mx + b$. A su vez, el apartado “Reflexiona” introdujo preguntas orientadas a la interpretación y articulación de registros, tales como analizar la inclinación de la recta, identificar el punto de corte con el eje y , establecer la relación entre k y las coordenadas del punto, y justificar la equivalencia entre la función, la tabla y la gráfica. Este diseño estructurado favoreció procesos de exploración guiada que trascendieron la manipulación instrumental.

Como se evidencia en la Figura 17, el entorno del applet integra de manera simultánea los diferentes registros de representación, permitiendo que los estudiantes establezcan relaciones directas entre la expresión algebraica, los valores numéricos y la representación gráfica.

Figura 17

Integración de los Registros Algebraico, Tabular y Gráfico en el Applet



Nota. Interfaz del entorno dinámico evidenciando la integración simultánea de los sistemas de representación. Elaboración propia en GeoGebra.

En relación con la comprensión de la pendiente, el applet permitió evidenciar un tránsito desde una interpretación reactiva hacia una comprensión anticipatoria del comportamiento de la recta. A diferencia de lo observado en fases previas, donde los estudiantes esperaban ver el resultado para interpretarlo, en esta actividad comenzaron a predecir los efectos de la variación del parámetro m , lo cual indica un nivel más profundo de comprensión. Este proceso se hace evidente en verbalizaciones como:

“Profe, ya antes de mover el deslizador sé que si aumento la ‘m’, la recta se va a poner más parada. Es como que ya uno se imagina la gráfica sin verla.”

“Si deajo la ‘m’ en 1 como está, la recta siempre sube igual, pero si la cambio, ahí sí cambia toda la inclinación.”

Estas afirmaciones muestran que los estudiantes comienzan a construir representaciones mentales del comportamiento de la función, superando la dependencia de la visualización inmediata para comprender el efecto de los parámetros. De manera complementaria, la manipulación del parámetro b permitió consolidar su interpretación como punto de intersección con el eje vertical, diferenciándolo claramente del papel de la pendiente. En este caso, los

estudiantes lograron identificar que la variación de b no afecta la inclinación de la recta, sino su posición en el plano cartesiano, lo cual se evidencia en expresiones como:

“Si muevo solo la ‘b’, la recta no cambia la inclinación, solo sube o baja completa, como si la levantara.”

“Ese número siempre es donde corta el eje y, no importa cómo esté la inclinación.”

Este tipo de comprensión resulta especialmente relevante, ya que evidencia la superación de una de las dificultades identificadas en la fase diagnóstica, donde ambos parámetros eran frecuentemente confundidos o interpretados únicamente desde el cálculo. Por otra parte, el uso del deslizador k constituyó un elemento central en la comprensión de la función como relación entre variables. El hecho de que el valor seleccionado de k se refleje simultáneamente en la tabla mediante el resaltado en color rojo, y en la gráfica a través de un punto dinámico, permitió a los estudiantes establecer conexiones directas entre los valores numéricos y su representación geométrica. Este proceso se evidencia en afirmaciones como:

“Ese punto rojo es como el número que uno escoge, pero ya puesto en la gráfica.”

“Cuando muevo el ‘k’, cambia el valor en la tabla y el punto se mueve al mismo tiempo, o sea que todo está conectado.”

“El número que está en rojo en la tabla es el mismo punto que aparece en la recta.”

Estas verbalizaciones muestran que los estudiantes comienzan a comprender la función como una correspondencia entre valores de entrada y salida, reconociendo que cada valor de k genera un punto específico que pertenece a la recta. Asimismo, la presencia simultánea de la tabla permitió resignificar su papel dentro del proceso de representación. Mientras que en la fase diagnóstica la tabla era utilizada como un procedimiento mecánico, en este contexto los

estudiantes lograron interpretarla como un conjunto de pares ordenados que constituyen la gráfica de la función, tal como se refleja en la afirmación:

“Todos esos números de la tabla son puntos de la línea, no son solo cuentas.”

Este reconocimiento evidencia una articulación más sólida entre los registros tabular y gráfico, permitiendo comprender la gráfica como la representación de todas las soluciones de la ecuación. Finalmente, el uso del applet, junto con las preguntas de reflexión propuestas, favoreció una toma de conciencia por parte de los estudiantes sobre su propio proceso de aprendizaje, particularmente al comparar esta experiencia con el trabajo tradicional en el cuaderno. En este sentido, se identificaron valoraciones que destacan el papel de la visualización y la simultaneidad de representaciones en la comprensión de los conceptos, como se evidencia en expresiones como:

“Aquí uno no solo hace la cuenta, sino que ve lo que está pasando. Es como entender de verdad la fórmula.”

“Con esto uno puede probar y ver si está bien sin esperar al final, todo pasa al mismo tiempo.”

De manera complementaria, se evidenció un nivel importante de apropiación individual del entorno digital, en el cual los estudiantes interactuaban directamente con el applet, explorando de manera autónoma las relaciones entre los parámetros de la función y su representación gráfica. Como se muestra en la Figura 18, este tipo de interacción favorece procesos de atención, exploración y reflexión individual que fortalecen la comprensión conceptual.

Figura 18

Interacción Individual de un Estudiante con el Applet de GeoGebra Durante la Actividad



Nota. Fotografía de un estudiante interactuando de manera individual con el entorno dinámico. Elaboración propia.

En conjunto, estas evidencias permiten afirmar que el applet no solo reforzó la comprensión de los conceptos asociados a la función lineal, sino que también promovió procesos de articulación entre registros, anticipación de resultados y comprensión de la relación funcional. De este modo, el entorno diseñado en GeoGebra se configura como un mediador que favorece una comprensión más integrada del objeto matemático, superando las limitaciones observadas en enfoques centrados exclusivamente en el tratamiento algebraico y alineándose con una perspectiva en la que el aprendizaje se construye a partir de la interacción, la exploración y la reflexión guiada.

Discusión de Resultados

Los resultados obtenidos en la presente investigación permiten evidenciar transformaciones significativas en la comprensión de la función lineal por parte de los estudiantes, particularmente en relación con la interpretación de la pendiente, el intercepto y la articulación entre los registros algebraico, gráfico y tabular. Estas transformaciones adquieren

sentido al ser analizadas a la luz de la teoría de los registros de representación semiótica de Duval, la cual plantea que la comprensión de un objeto matemático no se limita a la manipulación de un único sistema de representación, sino que implica la coordinación entre múltiples registros y la capacidad de realizar conversiones entre ellos.

En la fase diagnóstica, los resultados mostraron que los estudiantes presentaban dificultades significativas en la conversión entre registros, evidenciando una fuerte dependencia de procedimientos algorítmicos y una comprensión fragmentada de la función lineal. En particular, la pendiente era interpretada como un valor asociado a operaciones mecánicas, el intercepto carecía de significado geométrico claro y la tabla de valores era utilizada como un recurso procedimental sin conexión explícita con la gráfica. Desde la perspectiva de Duval, estas dificultades pueden interpretarse como una ausencia de coordinación entre registros, donde los estudiantes operan dentro de un mismo sistema simbólico sin lograr establecer correspondencias con otros modos de representación.

La implementación de la secuencia didáctica mediada por GeoGebra permitió generar condiciones favorables para superar estas limitaciones, al propiciar entornos en los que los diferentes registros se presentan de manera simultánea y dinámica. A diferencia del trabajo tradicional en el cuaderno, donde las representaciones suelen aparecer de manera secuencial y desconectada, el uso del applet permitió que cualquier modificación en la expresión algebraica se reflejara de manera inmediata en la gráfica y en la tabla de valores. Esta simultaneidad favoreció procesos de conversión entre registros, permitiendo a los estudiantes establecer relaciones más sólidas entre las distintas representaciones de la función lineal.

En este sentido, los resultados evidencian que los estudiantes no solo lograron interpretar la pendiente como un indicador de la inclinación de la recta, sino que también desarrollaron la

capacidad de anticipar su comportamiento al variar el parámetro m . De manera similar, el intercepto dejó de ser interpretado como un valor aislado dentro de la expresión algebraica para convertirse en un elemento con significado geométrico asociado al punto de corte con el eje vertical. Estas transformaciones reflejan un avance en la comprensión del objeto matemático, en la medida en que los estudiantes logran establecer relaciones entre distintos registros y atribuir significado a los elementos de la función.

Un aspecto especialmente relevante de los resultados corresponde al papel del deslizador k en la comprensión de la función como relación entre variables. La posibilidad de generar un valor de entrada y observar simultáneamente su representación en la tabla y en la gráfica permitió a los estudiantes reconocer la correspondencia entre pares ordenados y puntos de la recta. Desde la perspectiva de Duval, este proceso puede interpretarse como una articulación efectiva entre registros, en la cual los estudiantes logran coordinar el registro numérico con el gráfico, favoreciendo una comprensión más integrada de la noción de función.

Asimismo, las verbalizaciones de los estudiantes evidencian un cambio en la forma en que se relacionan con las representaciones matemáticas, pasando de una lógica centrada en la ejecución de procedimientos a una comprensión basada en la exploración, la visualización y la interpretación de relaciones. Este resultado coincide con planteamientos de autores como Arcavi (2003), quien destaca el papel de la visualización en la construcción de significado matemático, y Borba y Villarreal (2005), quienes señalan que el uso de tecnologías digitales transforma las formas de pensar y aprender matemáticas al permitir nuevas formas de interacción con los objetos matemáticos.

En este contexto, el uso de GeoGebra no puede entenderse únicamente como un recurso instrumental, sino como un mediador didáctico que reconfigura las condiciones de acceso al

conocimiento matemático. La posibilidad de manipular dinámicamente los parámetros de una función, observar sus efectos en tiempo real y articular diferentes registros en un mismo entorno favorece procesos de aprendizaje que difícilmente se logran mediante enfoques tradicionales centrados en el tratamiento algebraico. De esta manera, la tecnología no solo facilita la comprensión de conceptos específicos, sino que también promueve formas de pensamiento más integradas y reflexivas.

Los resultados obtenidos permiten afirmar que la intervención didáctica diseñada contribuyó a superar parcialmente las dificultades identificadas en la fase diagnóstica, especialmente en lo relacionado con la conversión entre registros y la comprensión del significado de los parámetros de la función lineal. No obstante, estos avances deben entenderse como procesos en construcción, que requieren continuidad y profundización en contextos de enseñanza que sigan promoviendo la articulación entre representaciones y el uso reflexivo de herramientas tecnológicas.

Un aspecto que fortalece la validez de los resultados obtenidos es la triangulación de la información a partir de diferentes fuentes de evidencia, incluyendo las producciones escritas de los estudiantes, las verbalizaciones registradas durante la implementación, la interacción con el applet y las evidencias visuales del trabajo en aula. Esta convergencia de datos permitió no solo identificar las dificultades iniciales, sino también evidenciar los procesos de transformación en la comprensión de la función lineal, otorgando mayor solidez interpretativa al análisis realizado. No obstante, es importante reconocer que los resultados de la presente investigación se enmarcan en un contexto específico, correspondiente a un grupo particular de estudiantes y a una intervención de duración limitada. En este sentido, aunque se evidencian avances significativos en la comprensión del concepto de función lineal, estos no deben interpretarse como resultados

definitivos, sino como indicios de procesos en desarrollo que requieren continuidad y profundización en el tiempo.

En términos didácticos, los resultados sugieren la necesidad de replantear prácticas de enseñanza centradas exclusivamente en el tratamiento algebraico, promoviendo en su lugar enfoques que integren múltiples registros de representación y que favorezcan la conversión entre ellos. Asimismo, se evidencia el potencial de herramientas como GeoGebra no solo como recurso tecnológico, sino como mediador que posibilita la construcción de significado matemático a partir de la exploración, la visualización y la interacción. A partir de lo anterior, se considera pertinente continuar explorando el uso de entornos dinámicos en la enseñanza de otros conceptos matemáticos, así como analizar el impacto de este tipo de intervenciones en procesos de aprendizaje a mediano y largo plazo. De igual manera, futuras investigaciones podrían profundizar en el papel de la interacción entre pares y en el diseño de secuencias didácticas que potencien de manera sistemática la articulación entre registros de representación.

A la luz de los hallazgos, se pone de manifiesto la importancia de diseñar propuestas didácticas que integren múltiples registros de representación y que utilicen la tecnología como mediador para favorecer la comprensión conceptual. En este sentido, la presente investigación aporta evidencia sobre el potencial de GeoGebra como herramienta para promover procesos de aprendizaje más significativos en torno a la función lineal, en coherencia con enfoques teóricos que destacan la centralidad de la representación en la construcción del conocimiento matemático.

Conclusiones, Aportes y Alcance de la Investigación

El presente capítulo tiene como propósito exponer las conclusiones derivadas del desarrollo de la investigación, en coherencia con la pregunta de investigación y los objetivos planteados. Su finalidad es ofrecer una síntesis interpretativa de los principales hallazgos, destacando el alcance de los resultados obtenidos en relación con la comprensión del concepto de función lineal y el papel de la secuencia didáctica mediada por GeoGebra en dicho proceso. Para lograr esto, el capítulo se organiza en tres secciones principales. En primer lugar, se presenta una conclusión general en la cual se da respuesta a la pregunta de investigación, integrando los hallazgos más relevantes en torno a la incidencia de la secuencia didáctica en la comprensión de la función lineal. En segundo lugar, se desarrollan conclusiones específicas asociadas a cada uno de los objetivos planteados, lo cual permite evidenciar el grado de cumplimiento de estos y analizar los aportes de la investigación en cada una de sus fases: diagnóstico, diseño, implementación y evaluación. Finalmente, se expone una conclusión integradora en la que se articulan los resultados obtenidos con implicaciones para la enseñanza de las matemáticas, particularmente en lo relacionado con el uso de la tecnología como mediador y la importancia de la coordinación entre registros de representación semiótica.

Conclusión General en Relación con la Pregunta de Investigación

En relación con la pregunta de investigación, ¿cómo una secuencia didáctica mediada por GeoGebra, orientada a promover el tratamiento y la conversión entre registros de representación semiótica, favorece la comprensión del concepto de función lineal?, los resultados obtenidos permiten concluir que dicha secuencia incide de manera significativa en la construcción de una

comprensión más articulada y relacional de este objeto matemático, en la medida en que posibilita la coordinación entre distintos registros de representación.

El análisis comparativo entre la fase diagnóstica y la implementación evidencia que, inicialmente, los estudiantes operaban predominantemente en el registro algebraico, abordando la expresión $y = mx + b$ desde una lógica procedimental centrada en la ejecución de operaciones simbólicas, sin establecer conexiones con su significado geométrico o funcional. Esta forma de aproximación se manifestaba en interpretaciones fragmentadas de la pendiente y del intercepto, así como en la imposibilidad de reconocer la función como una relación de variación entre magnitudes.

No obstante, la interacción con los applets de GeoGebra generó condiciones que favorecieron un tránsito progresivo hacia una comprensión más integrada del concepto, en la cual los estudiantes comenzaron a reconocer la función lineal como un objeto que puede ser representado, interpretado y coordinado a través de diferentes sistemas semióticos. Este avance se evidencia tanto en las producciones escritas como en las verbalizaciones de los estudiantes, las cuales reflejan el reconocimiento de la equivalencia entre representaciones y la capacidad de establecer correspondencias entre valores numéricos, puntos en la gráfica y elementos de la expresión algebraica.

Desde la perspectiva de la teoría de los registros de representación semiótica, estos resultados permiten interpretar la evolución observada como un desplazamiento desde una actividad centrada en el tratamiento dentro de un único registro hacia una actividad cognitiva que involucra procesos de conversión entre registros. Tal como plantea Duval (2017), la comprensión de los objetos matemáticos no depende de una representación en particular, sino de la capacidad de reconocerlos a través de diferentes formas de representación y de establecer relaciones entre

ellas; en este sentido, la secuencia didáctica implementada favoreció el desarrollo de esta competencia fundamental.

Adicionalmente, el carácter dinámico del entorno tecnológico permitió promover procesos de anticipación y generalización, en los cuales los estudiantes no solo observaban los efectos de la variación de los parámetros de la función, sino que comenzaban a predecir su comportamiento. Este tipo de actividad evidencia una comprensión que trasciende la manipulación simbólica y se orienta hacia la interpretación de la función como modelo de variación, lo cual constituye un indicador de avance conceptual. En consecuencia, se concluye que la efectividad de la secuencia didáctica no radica exclusivamente en la incorporación de GeoGebra como herramienta tecnológica, sino en la manera en que su uso fue intencionalmente articulado con un diseño didáctico orientado a promover la visualización, la exploración y la coordinación entre registros de representación. Así, la mejora en la comprensión del concepto de función lineal se explica por la transformación de la actividad matemática del estudiante, la cual pasa de centrarse en la ejecución de procedimientos a orientarse hacia la interpretación, la relación y la construcción de significado.

En este sentido, la respuesta a la pregunta de investigación permite afirmar que una secuencia didáctica mediada por GeoGebra, diseñada bajo los principios de la coordinación entre registros de representación semiótica, constituye una estrategia eficaz para favorecer la comprensión del concepto de función lineal, en tanto promueve una actividad matemática más rica, integrada y conceptualmente fundamentada.

Conclusiones en Relación con los Objetivos Específicos

A partir de la respuesta a la pregunta de investigación, resulta necesario profundizar en el análisis del cumplimiento de los objetivos específicos, en tanto estos permitieron estructurar las diferentes fases del estudio y orientar la interpretación de los resultados. En este sentido, las conclusiones que se presentan a continuación no solo evidencian el grado de cumplimiento de cada objetivo, sino que permiten comprender cómo la intervención didáctica contribuyó a transformar la actividad matemática de los estudiantes, particularmente en lo relacionado con la coordinación entre registros de representación.

Identificación de Dificultades Conceptuales y Procedimentales

En relación con el primer objetivo específico, los resultados permiten concluir que las dificultades identificadas en la fase diagnóstica no corresponden a fallas aisladas en el manejo de contenidos, sino a una estructura de comprensión centrada en el tratamiento algebraico, en la cual los estudiantes operan de manera eficaz en la ejecución de procedimientos, pero sin establecer conexiones con el significado matemático del objeto. Esta situación se evidenció, por ejemplo, en la interpretación de la pendiente como un valor numérico sin referencia a la variación o inclinación de la recta, así como en la comprensión del intercepto como un número que se suma o se resta dentro de la expresión, sin relación con su significado geométrico.

De manera particular, las producciones analizadas y las respuestas de los estudiantes mostraron una tendencia a utilizar la tabla de valores como un recurso operativo para obtener puntos, sin comprender que dichos valores representan pares ordenados que definen la gráfica de la función. Esta fragmentación se reflejaba en la imposibilidad de reconocer que la ecuación, la

tabla y la gráfica corresponden a diferentes representaciones de un mismo objeto matemático, lo cual constituye una dificultad central desde la perspectiva de la teoría de los registros de representación semiótica.

En términos teóricos, estos hallazgos confirman lo planteado por Duval (2006), quien sostiene que una de las principales dificultades en el aprendizaje de las matemáticas radica en la incapacidad de los estudiantes para realizar conversiones entre registros, permaneciendo en el nivel del tratamiento dentro de un mismo sistema de representación. En este sentido, el diagnóstico permitió identificar que la problemática no se ubica en la ejecución de procedimientos, sino en la ausencia de una actividad semiótica que articule dichos procedimientos con el significado del objeto matemático. Así, se concluye que la comprensión inicial de los estudiantes se caracteriza por una desconexión entre representación y significado, lo cual justifica la necesidad de una intervención didáctica orientada específicamente a promover la articulación entre registros.

Diseño de la Secuencia Didáctica Mediada por GeoGebra

En relación con el segundo objetivo específico, el diseño de la secuencia didáctica permitió configurar un entorno de aprendizaje en el cual la articulación entre registros no solo era posible, sino necesaria para el desarrollo de las actividades propuestas. A diferencia de enfoques tradicionales en los que las representaciones se presentan de manera secuencial, la integración de GeoGebra permitió construir un entorno en el que la ecuación, la gráfica y la tabla de valores coexisten y se transforman simultáneamente.

El diseño del applet, en particular, constituyó un elemento clave al incorporar deslizadores para los parámetros m , b y k , lo cual permitió a los estudiantes explorar de manera

dinámica la relación entre los elementos de la función. El deslizador k , en especial, favoreció la comprensión de la función como correspondencia entre variables, al hacer explícita la relación entre un valor de entrada, su imagen y su representación gráfica. Este tipo de diseño no solo facilita la visualización, sino que obliga al estudiante a establecer conexiones entre registros, promoviendo procesos de conversión.

Asimismo, el cuadro de instrucciones y las preguntas de reflexión desempeñaron un papel fundamental al orientar la actividad del estudiante hacia la interpretación y no únicamente hacia la manipulación. Preguntas como “¿qué relación hay entre k y las coordenadas del punto?” o “¿cómo sabes que la ecuación, la tabla y la gráfica representan la misma función?” exigieron al estudiante movilizar diferentes registros de representación y justificar sus respuestas, lo cual se alinea con lo planteado por Duval (2006) respecto a la necesidad de diseñar situaciones que promuevan la coordinación entre registros. En este sentido, se concluye que el valor del diseño didáctico no radica únicamente en la incorporación de tecnología, sino en la manera en que esta se articula con una intencionalidad pedagógica orientada a la construcción de significado.

Implementación de la Secuencia Didáctica

En relación con el tercer objetivo específico, la implementación de la secuencia didáctica permitió evidenciar una transformación en la dinámica de aula, en la cual el estudiante pasó de un rol centrado en la ejecución de procedimientos a un rol activo orientado a la exploración, la interpretación y la argumentación. Durante la implementación, se observó que la interacción con el applet favoreció la formulación de conjeturas y la validación de ideas a partir de la visualización, lo cual se reflejó en verbalizaciones como “si cambio el signo, la recta se voltea”

o “*la línea sube o baja completa cuando cambio la ‘b’*”. Estas expresiones evidencian que los estudiantes comienzan a interpretar el comportamiento de la función en términos de relaciones, y no únicamente como resultado de cálculos.

De igual manera, la interacción entre pares permitió la construcción colectiva de significado, en la medida en que los estudiantes compartían sus interpretaciones y utilizaban la visualización como recurso para argumentar. Este tipo de interacción puede interpretarse desde la perspectiva de Borba y Villarreal (2005), quienes plantean que la tecnología transforma las formas de pensar matemáticamente al posibilitar nuevas formas de interacción con los objetos matemáticos. Asimismo, la visualización desempeñó un papel central en la comprensión, en coherencia con lo planteado por Arcavi (2003), quien destaca que la visualización no es un complemento del pensamiento matemático, sino una forma de pensamiento en sí misma. En este sentido, la implementación permitió evidenciar que la comprensión de la función lineal se fortalece cuando el estudiante puede ver, manipular e interpretar las relaciones entre sus diferentes representaciones.

Evaluación de los Resultados de la Implementación

En relación con el cuarto objetivo específico, los resultados permiten concluir que la secuencia didáctica contribuyó a generar avances significativos en la comprensión del concepto de función lineal, particularmente en la capacidad de los estudiantes para establecer relaciones entre distintos registros de representación. Estos avances se evidencian en la reinterpretación de la pendiente como indicador de la inclinación de la recta, del intercepto como punto de corte con el eje vertical, y de la tabla de valores como representación de pares ordenados que pertenecen a la gráfica. Asimismo, la comprensión de la función como relación entre variables se fortaleció

mediante el uso del deslizador k , el cual permitió hacer explícita la correspondencia entre valores de entrada y salida.

De manera especial, las verbalizaciones de los estudiantes evidencian un cambio cualitativo en la comprensión, pasando de expresiones centradas en el cálculo a afirmaciones que reconocen la equivalencia entre representaciones, como “*es la misma cosa pero dibujada*” o “*todo está conectado*”. Estas expresiones constituyen indicadores claros de procesos de conversión entre registros, en coherencia con lo planteado por Duval (2006). No obstante, estos avances deben interpretarse como procesos en desarrollo, en la medida en que la comprensión profunda de los objetos matemáticos requiere experiencias continuas que promuevan la articulación entre representaciones. En este sentido, si bien la intervención permitió generar transformaciones significativas, se reconoce la necesidad de dar continuidad a este tipo de propuestas en la enseñanza de las matemáticas.

Alcance y Aportes de la Investigación

A partir del análisis desarrollado en las secciones anteriores, se concluye que la comprensión del concepto de función lineal no puede reducirse a la apropiación de procedimientos algebraicos, sino que requiere, de manera fundamental, la capacidad de establecer relaciones entre diferentes registros de representación. En este sentido, los resultados de la presente investigación permiten afirmar que la secuencia didáctica mediada por GeoGebra constituyó un medio eficaz para favorecer dicha articulación, al promover una actividad matemática centrada en la interpretación, la visualización y la coordinación entre representaciones.

Los hallazgos evidencian que la dificultad principal en la comprensión de la función lineal no radica en la ejecución de procedimientos, sino en la imposibilidad de reconocer un mismo objeto matemático a través de distintas representaciones. Esta situación, ampliamente documentada en la literatura, se confirma en el diagnóstico inicial, donde los estudiantes operaban en el registro algebraico sin establecer conexiones con el registro gráfico o tabular. Sin embargo, la implementación de la secuencia didáctica permitió generar condiciones en las cuales estas representaciones dejaron de percibirse como elementos aislados y comenzaron a ser comprendidas como diferentes formas de expresar una misma relación.

Desde la perspectiva de la teoría de los registros de representación semiótica, estos resultados adquieren un significado particular, en la medida en que evidencian el desarrollo de procesos de conversión entre registros, los cuales, según Duval (2006), constituyen el núcleo de la comprensión matemática. En efecto, las verbalizaciones de los estudiantes, tales como *“los números de la tabla son los puntos por donde pasa la recta”* o *“si cambio aquí, también cambia en la gráfica”*, reflejan un reconocimiento explícito de la equivalencia entre representaciones, lo cual indica un avance en la actividad semiótica hacia niveles más complejos de comprensión.

Asimismo, el uso de GeoGebra no debe entenderse únicamente como la incorporación de una herramienta tecnológica, sino como la creación de un entorno que reconfigura las condiciones de acceso al conocimiento matemático. La posibilidad de manipular dinámicamente los parámetros de la función, observar sus efectos en tiempo real y establecer correspondencias entre registros permitió a los estudiantes construir significados a partir de la experiencia, en coherencia con enfoques que reconocen el papel de la visualización en el pensamiento matemático (Arcavi, 2003) y el carácter transformador de la tecnología en la actividad cognitiva (Borba & Villarreal, 2005).

En este contexto, la investigación pone de manifiesto la necesidad de replantear las prácticas de enseñanza de la función lineal, superando enfoques centrados en la repetición de procedimientos y promoviendo, en su lugar, propuestas didácticas que favorezcan la exploración, la interpretación y la articulación entre registros. En particular, se destaca la importancia de diseñar secuencias didácticas en las cuales la tecnología no sea un complemento, sino un mediador que posibilite la construcción de significado.

Finalmente, se concluye que el aporte de la presente investigación no se limita al contexto específico en el que fue desarrollada, sino que ofrece elementos relevantes para la enseñanza de las matemáticas en general, al evidenciar que la comprensión de los objetos matemáticos se fortalece cuando se promueve la coordinación entre registros de representación. En este sentido, el estudio contribuye a reafirmar la vigencia de los planteamientos de Duval (2006) y a destacar el potencial de herramientas como GeoGebra para generar experiencias de aprendizaje más significativas, en las cuales el estudiante no solo ejecuta procedimientos, sino que comprende, interpreta y establece relaciones entre las distintas formas de representar el conocimiento matemático.

Referencias

- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215–241. <https://doi.org/10.1023/A:1024312321077>
- Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45–58.
- Borba, M. C., & Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation*. Springer. <https://doi.org/10.1007/b105001>
- Ceuppens, S., Deprez, J., Dehaene, W., & De Cock, M. (2018). Design and validation of a test for representational fluency of 9th grade students in physics and mathematics: The case of linear functions. *Physical Review Physics Education Research*, 14(2), 020105. <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.14.020105>
- Chacón Gora, A. F. (2017). *Función lineal: Una aproximación por medio de los registros de representaciones semióticas con estudiantes de nivel secundario* [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]. <http://hdl.handle.net/20.500.12404/9756>
- Coy Chacón, I. C., & García Castro, L. I. (2023). Proporcionalidad y linealidad desde el concepto de función lineal: Una mirada desde el enfoque semiótico de Raymond Duval y Bruno D'Amore. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(5). https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i5.8651
- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (4th ed.). SAGE Publications.
- Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (Eds.). (2018). *The SAGE handbook of qualitative research* (5th ed.). SAGE Publications.

- Drijvers, P. (2012). Digital technology in mathematics education: *Why it works (or doesn't)*. *PNA*, 6(2), 55–75.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37–65.
https://mathinfo.unistra.fr/websites/math-info/irem/Publications/Annales_didactique/vol_05/adsc5_1993-003.pdf
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131.
<https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Duval, R. (2017). *Understanding the mathematical way of thinking: The registers of semiotic representations*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9>
- Even, R. (1998). Factors involved in linking representations of functions. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 105–121. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(99\)80063-7](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(99)80063-7)
- Fierro Ayala, M. E., Esquer Zarate, M. del P., Ansaldo Leyva, J. C., & Peralta García, J. X. (2019). Uso de los registros de representación semiótica para la elaboración de propuestas didácticas. El caso de la función lineal y cuadrática. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 32(1). <https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1153394/Fierro2019Uso.pdf>
- Friedlander, A., & Tabach, M. (2001). Promoting multiple representations in algebra. En A. A. Cuoco & F. R. Curcio (Eds.), *The roles of representation in school mathematics* (pp. 173–185). National Council of Teachers of Mathematics.

- Hitt, F. (2005). Difficulties in the articulation of different representations linked to the concept of function. *Journal of Mathematical Behavior*, 24(1), 1–21. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(99\)80064-9](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(99)80064-9)
- Hitt, F., & González-Martín, A. (2016). Representations, visualization and mathematical understanding. En L. D. English & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (3rd ed., pp. 81–104). Routledge.
- Hoyles, C., & Noss, R. (2003). What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education? En A. Bishop et al. (Eds.), *Second international handbook of mathematics education* (pp. 323–349). Springer.
- Janvier, C. (Ed.). (1987). Problems of representation in the teaching and learning of mathematics. Lawrence Erlbaum Associates. <https://doi.org/10.1007/BF00311018>
- Kushwaha, R. C., Chaurasia, P. K., & Singhal, A. (2014). Impact on students' achievement in teaching mathematics using GeoGebra. En *2014 IEEE Sixth International Conference on Technology for Education (T4E)* (pp. 134–137). <https://doi.org/10.1109/T4E.2014.54>
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (Eds.). (2003). Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching. Lawrence Erlbaum Associates.
- Mora Miranda, O. A. (2022). *Efectos del software GeoGebra sobre la comprensión de la función lineal en los estudiantes de 11° de la I.E.D. Antonio José de Sucre de la ciudad de Barranquilla* [Tesis de maestría, Universidad del Norte]. <http://hdl.handle.net/10584/11492>
- Prada Núñez, R., Hernández Suárez, C. A., & Jaimes Contreras, L. A. (2017). Representaciones semióticas alrededor del concepto de función en estudiantes de ingeniería. *Góndola*,

Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias, 12(2), 14–31.

<https://doi.org/10.14483/23464712.10491>

Rojas Flórez, L. C., Mejía Velasco, H. R., & Esteban Duarte, P. V. (2019). Conceptualización de la derivada direccional a partir de la pendiente de una recta en el espacio. *El Cálculo y su Enseñanza*, 12(1), 13–26. <https://doi.org/10.61174/recacym.v12i1.31>

Rojas Flórez, L. C., & Villamizar Araque, F. Y. (2025). Diseño de actividades para la comprensión del diferencial mediante visualizaciones dinámicas. *El Cálculo y su Enseñanza*, 21(1), 37–57. <https://doi.org/10.61174/recacym.v21i1.231>

Soto, M., Herrera, C. G., & Pereyra, N. E. (2019). Coordinación de registros de representación en el aprendizaje de la función lineal. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. <https://www.revistaunion.org.fespm.es/index.php/UNION/article/view/292>

Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. SAGE Publications.

Thompson, P. W. (1994). Students, functions, and the undergraduate curriculum. En E. Dubinsky, A. Schoenfeld, & J. Kaput (Eds.), *Research in collegiate mathematics education I* (pp. 21–44). American Mathematical Society.

Villacís Montoya, D. I., Jácome Vélez, W. J., López Chica, J. A., & Córdova Alarcón, J. R. (2023). Aplicación del software GeoGebra en el aprendizaje de funciones lineales con estudiantes de décimo año de la unidad educativa Manuel de Jesús Calle del cantón Quevedo. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*.

https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i1.5139

Ziatdinov, R., & Valles, J. R., Jr. (2022). Synthesis of modeling, visualization, and programming in GeoGebra as an effective approach for teaching and learning STEM topics.

Mathematics, 10(3), 398. <https://doi.org/10.3390/math10030398>

Apéndices

Apéndice A

Solicitud de Autorización Institucional para Ejecución del Proyecto de Grado

Asunto: Solicitud de autorización institucional para ejecución de proyecto de grado

Respetado Magíster Leumar Niño Castro:

Yo, **Wilson Lara Angarita**, estudiante del programa de Maestría en Educación de la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD), me dirijo a usted de manera respetuosa. El motivo de la presente es solicitar **autorización institucional** para la ejecución de mi proyecto de grado, titulado *"Potenciación del Aprendizaje de Funciones Lineales mediante GeoGebra: Un Estudio en Estudiantes de Noveno Grado de la I.E. José María Córdoba, Tauramena, Casanare"*. Dicho proyecto se propone desarrollar específicamente en la sede **Divino Niño** de su institución, con una muestra de estudiantes de **grado noveno**.


Esta solicitud se realiza en el marco del requisito de **"Permisos institucionales"** de mi proyecto de maestría, cumpliendo con los lineamientos académicos y éticos establecidos por la UNAD para investigaciones educativas.


La planificación de la investigación contempla **dos fases** principales en la institución. La primera es una **fase de diagnóstico**, programada del **miércoles 11 al viernes 13 de junio del presente año**, durante la cual se empleará una hora (60 minutos) en un horario acordado con la docente **María Camila Vanegas**. La segunda es una **fase de aplicación**, prevista entre el **16 y el 20 de junio**, en la que se utilizarán aproximadamente tres horas distribuidas a lo largo de esa semana, igualmente en coordinación con la docente Vanegas, quien cuenta con las herramientas necesarias para facilitar el proceso. Cabe destacar que todas las actividades serán concertadas para no interferir significativamente en el normal desarrollo de las clases, aprovechando la disponibilidad y colaboración de la mencionada docente.

Adicionalmente, cuento con un formato de **consentimiento informado** previamente estructurado y validado, que será presentado a los padres de familia de los estudiantes participantes **antes de iniciar la fase de diagnóstico**. Este consentimiento informado garantiza que los padres o acudientes otorguen su autorización por escrito y que estén plenamente informados sobre el propósito del estudio, las actividades a realizar y la participación de sus hijos. De esta manera, se asegura el cumplimiento de las normas éticas vigentes, salvaguardando la confidencialidad de la información recopilada y el bienestar de los estudiantes. (Se anexa formato).

En virtud de lo anterior, **respetuosamente solicito su autorización** para realizar las actividades descritas en la **Institución Educativa José María Córdoba** –sede Divino Niño– en las fechas indicadas. Agradezco de antemano su atención y quedo atento a cualquier inquietud, aclaración o requerimiento adicional que estime conveniente.

Sin otro particular, y confiando en contar con su aval institucional para este importante proyecto académico, me despido de usted con consideración y respeto.

Atentamente,

Wilson Lara Angarita
 Maestrante – Maestría en Educación
 Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD)
 Email: wlarangi@unadvirtual.edu.co
 Celular: 3229428585

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
 JOSÉ MARÍA CORDOBA

 RECIBIDO POR
 FECHA: 10 Junio 2025
 HORA: 2:15 PÁGINA: 2

Apéndice B

Respuesta de la Institución Educativa

	<p>INSTITUCIÓN EDUCATIVA JOSÉ MARÍA CÓRDOBA <small>NET 832009034-8 - DANE 189419000018</small> Aprobada por la secretaría de Educación Departamental del Casanare Según Resolución 2301 del 26 de octubre de 2023 que funciona con los niveles de Preescolar Educación Básica (grados 1° a 3°) y Media Académica (grados 10° y 11°) y Media Técnica con las especialidades: Comercial, Sistemas y Mantenimiento de Equipos de Computo y Conservación de Recursos Naturales e Instalaciones Eléctricas Residenciales. <small>Código ICPEI jornada diurna 038257</small></p> <p>COMUNICACIÓN EXTERNA</p>	<p>P04_RE Versión: 06</p>
<p>Oficio No. 263_2025</p>		
<p>Tauramena, 10 de junio de 2025</p>		
<p>Señor WILSON LARA ANGARITA Estudiante Universidad Nacional Abierta y a distancia UNAD La ciudad</p>		
<p>ASUNTO: respuesta a comunicación de fecha 10 de junio de 2025</p>		
<p>Reciban un atento saludo.</p>		
<p>En respuesta a su comunicación del 10 de junio de 2025, me permito informar que se autoriza la ejecución del proyecto de grado titulado <i>"Potenciación del aprendizaje de funciones lineales mediante GeoGebra"</i>, dirigido a los estudiantes de grado noveno de la sede Divino Niño.</p>		
<p>Dado que es imprescindible contar con la autorización previa de los padres de familia de los estudiantes que participarán en la prueba, se aprueba el formato de consentimiento adjunto en su solicitud, garantizando el respeto a los derechos de los menores y asegurando la transparencia del proceso.</p>		
<p>Asimismo, con el fin de realizar un seguimiento riguroso de los avances, se solicita la entrega de un informe final a la rectoría, en el cual se detallen los resultados obtenidos, las observaciones relevantes y las recomendaciones para una posible implementación a mayor escala.</p>		
<p>Este informe será clave para determinar la viabilidad de extender esta estrategia pedagógica a otros espacios educativos, potenciando el aprendizaje de los estudiantes y fortaleciendo su formación académica.</p>		
<p>Sin otro particular:</p>		
 Mag. LEUMAR NIÑO CASTRO RECTOR		

Apéndice C

Consentimiento Informado para Padres de Familia

Consentimiento Informado para Padres de Familia

Estimado(a) padre, madre o acudiente legal:

En el marco del proyecto de investigación titulado: "Potenciación del Aprendizaje de Funciones Lineales mediante GeoGebra: Un Estudio en Estudiantes de Noveno Grado de la I.E. José María Córdoba, Tauramena, Casanare", le solicitamos su autorización para la participación de su hijo(a) en este estudio. El objetivo del proyecto es mejorar la comprensión de las funciones lineales mediante el uso del software educativo GeoGebra.

Información del Proyecto

Objetivo: Mejorar el aprendizaje de funciones lineales usando herramientas tecnológicas.

Actividades: Participación en sesiones prácticas con GeoGebra y resolución de problemas matemáticos.

Protección de Datos: Toda la información será manejada confidencialmente y usada solo para fines académicos.

Voluntariedad: La participación es completamente voluntaria y no afecta el rendimiento académico de su hijo(a).

Autorización

Por favor, lea cuidadosamente las opciones y marque su decisión:

<input type="checkbox"/>	Sí , autorizo la participación de mi hijo(a) en el proyecto.
<input type="checkbox"/>	No , no autorizo la participación de mi hijo(a) en el proyecto.

Al firmar este documento, confirmo que he recibido la información sobre el proyecto, comprendo su alcance y doy mi consentimiento libremente.

Datos del Estudiante

Nombre completo:	
Grado/Curso:	

Datos del Padre/Madre/Acudiente

Nombre completo:	
Documento de Identidad:	
Fecha:	

Datos del Investigador

Nombre: Wilson Lara Angarita
Correo: wlaraan@unadvirtual.edu.co