MONOGRAFÍA

Uso De La Lectoescritura En Matemáticas En Estudiantes De Primaria Para Potenciar La Habilidad En La Solución De Problemas

Amira Lucia Gamez Robles

Asesor

Dr. Freddy Yesid Villamizar

Universidad Nacional Abierta y a Distancia

Escuela de Ciencias de la Educación

Licenciatura en Matemáticas

Cajicá, Cundinamarca

2020

Dedicatoria y Agradecimientos

Este capítulo es de gran importancia para mí, pues, tengan todos por seguro que sin el apoyo de cada uno de los que voy a nombrar no hubiera sido posible caminar por el sendero del saber en mi carrera de Licenciatura en matemáticas.

Por encima de todos,

Dedicación y agradecimientos de forma especial a: Dios, Señor y Salvador personal, a mi Señor Jesús, amado Salvador y al Espíritu Santo, fuente de toda inspiración y sabiduría. Reconozco que fuiste Tú quien me inspiró, quien me guío en los momentos más difíciles, quien siempre me dio la respuesta de lo que no entendía. Jamás me faltaste y siempre me ayudaste. Gracias Señor mio.

Agradezco a mi tutor el Dr. Freddy Yesid Villamizar, quien en trabajo arduo y lleno de paciencia guió este trabajo con el espíritu de un verdadero maestro, con el solo propósito de presentarlo con claridad y excelencia

Agradezco a mi hermana Myriam Skelly quien me dio el impulso inicial para empezar esta carrera y quien estuvo todo el tiempo motivándome a llegar a la meta. De igual forma agradezco a la Dra. María del Carmen Gámez, persona de gran estima para mí, quien me apoyó en muchos aspectos para que lograra culminar mis estudios.

Agradezco a la Lic. María del Carmen Jimenez de Gaitán, (*QEPD*), por todo el apoyo que me dio en el aspecto académico para poner en práctica, en la Institución Educativa de su propiedad, el método propuesto en este trabajo.

Agradezco a mis hijos, agradezco a mis amigos, agradezco a mis estudiantes y profesores que hoy me hacen mejor profesional y mejor persona.

Gracias, desde lo más sincero de mi corazón

Amira Lucia Gámez Robles

Resumen analítico especializado (RAE)

Titulo	Uso de la lectoescritura en matemáticas en estudiantes de primaria para potenciar la habilidad en la solución de problemas.
Modalidad de Trabajo de grado	Monografía
Línea de investigación	Pedagogía, didáctica y currículo – Transversal
Autores	Amira Lucia Gámez Robles
Institución	Universidad Nacional Abierta y a Distancia
Fecha	Julio 30 de 2020
Palabras clave	Semiótica, lenguaje, enunciado, transversal, símbolos, comprensión, método
Descripción	En este trabajo se estudia el uso de la lectoescritura en matemáticas, dirigida a docentes de estudiantes de Básica Primaria para promover la interpretación contextual de algunos símbolos matemáticos y su enseñanza, para la compresión de enunciados matemáticos. El trabajo se originó por la dificultad que ha sido evidenciada por diversos investigadores en estudiantes de secundaria acerca de la resolución de problemas (RP) matemáticos, generada por la ambigüedad entre símbolos matemáticos y el lenguaje cotidiano; sin embargo, consideramos que dicha problemática lleva sus raíces en los niveles inferiores de educación primaria. Como resultados de la revisión documental se propone un modelo denominado Re-read como una herramienta al docente en la interpretación del enunciado matemático.
Fuentes	Research Gate- Red social de la investigación. Google Scholar – gestor de referencias bibliográficas Entrevistas propias. Gámez, A. L (2020) MEN. (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Ministerio de Educación Nacional (2002) Ley 1278 de 2002. Evaluación de competencias para el ascenso o evaluación de competencias para el ascenso o reubicación del nivel salarial en el escalafón docente de los docentes y directivos docentes regidos por el decreto ley 1278 DE 2002 Ministerio de Educación Nacional (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. En Ministerios de Educación Nacional (ed.). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden, (pp. 46-95). Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Disponible en: https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-116042_archivo_pdf2.pdf Citas bibliográficas en e-Biblioteca UNAD
Contenidos	Portada RAE Resumen analítico del escrito Índice general Introducción Planteamiento del problema

	Justificación Objetivos Marco teórico Marco conceptual Aspectos metodológicos Resultados Discusión Conclusiones Referencias Anexos
Metodología	El estudio realizado presenta un enfoque cualitativo de las dificultades en la lectoescritura matemática, y es de tipo descriptivo, y cuasi-experimental, las cuales se observan en contexto educativo para ser analizadas, desde el fundamento teórico y durante el trabajo en el aula con discentes de segundo de primaria.. Como fases en la investigación se realizó el análisis descriptivo referente a las dificultades en la lectoescritura de problemas matemáticos y posteriormente se propuso una herramienta para que el docente guiara la interpretación lectora de un problema matemático *Método Re-read*, para ser implementado en clases de matemáticas por docentes. En este trabajo se recogieron los datos por medio de la entrevista, en docentes de grados de primaria, para indagar sobre las dificultados comunes de los estudiantes al plantearse un enunciado matemático. Durante el proceso de este estudio, se sugirió el *Método Re-read*, a un docente de segundo grado para aplicarlo en clase de matemáticas con 12 estudiantes, y así observar la funcionalidad del método, a través de la interpretación de las ideas construidas por el docente a partir de la experiencia obtenida.
Conclusiones	El *Método Re-read* sirvió como una herramienta didáctica que permitió al docente de básica primaria mediar en el aula el proceso de comprensión y abstracción del enunciado matemático, facilitando su comprensión. Se logra establecer la importancia de la enseñanza transversal de las matemáticas con el área del lenguaje, ya que la comprensión del enunciado inicia desde el conocimiento de la semántica básica a partir del lenguaje cotidiano, y que permite la comprensión del problema, el desarrollo de las habilidades y destrezas matemáticas para la resolución. El *Método Re-read*, articula teorías relacionadas con la RP desde la lectura comprensiva del enunciado matemático, y deja abierta la posibilidad de que el método sea aplicado en otros en otras áreas del saber y niveles académicos.
Referencias bibliográficas	Álvarez C., A. y Orellano E., (1979) Desarrollo de las funciones básicas para el aprendizaje de la lectoescritura según la teoría de Piaget. Segunda parte *Revista Latinoamericana de Psicología*. 11; 2, pp. 249-259 Fundación Universitaria Konrad Lorenz Bogotá, Colombia. Disponible en https://www.redalyc.org/pdf/805/80511205.pdf Asociación Mundial de Educadores Infantiles AMEI, Equipo de Investigación. (s.f.) La Investigación en el desarrollo del Lenguaje. Disponible en http://www.waece.org/biblioteca/pdfs/d117.pdf Atweh. B Forgasz, H. y Nebres, B. (2001) *Sociocultural research on mathematics education an International* perspective. Disponible en

https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=dZ3fCwUZBuAC&oi=fnd&pg=PP2&dq=Atweh,+Forgasz+y+Nebres+(2001)&ots=fkzxJPU2Ve&sig=63bwzVhxDGFJrXpP--0hdYSdzCc#v=onepage&q=Atweh%2C%20Forgasz%20y%20Nebres%20(2001)&f=false

Ausubel, D. (1983) *Teoría del aprendizaje significativo*. México: Trillas

Blanco, LJ. (1997) Concepciones y creencias sobre la resolución de problemas de estudiantes para profesores y nuevas propuestas curriculares. *En revista Quadrante*, 1997 6. 2, pp. 45-65. Disponible en https://mascvuex.unex.es/ebooks/sites/mascvuex.unex.es.mascvuex.ebooks/files/files/file/Matematicas_9788460697602.pdf

Blanco, LJ. (2004) *Problem solving and the initial practical and theoretical education of teachers in Spain*. En Mathematics Teacher Education y Development, 6 pp. 37 - 48.

Bruner, J. S. (1980). *Investigaciones sobre el desarrollo cognitivo*. Madrid: Pablo del Río.

Bruner, J. S. (1991). *Actos de significado: más allá de la revolución cognitiva*. Madrid: Alianza.

Buendía, L.; Colás, P. y Hernández, F. (1998): *Métodos de investigación en psicopedagogía*. Madrid, McGraw-Hill. ISBN: 84-481-1254-7

Caballero, A; Guerrero, E y Blanco, LJ. (2008). Descripción del dominio afectivo en las Matemáticas de los estudiantes para Profesores de la Universidad de Extremadura. *En revista Paradigma*, XXIX-2, pp. 157–171. Disponible en http://www.scielo.org.ve/pdf/ pdg/v29n2/art09.pdf.

Cantoral, R. (2013). *Teoría socio epistemológica de la matemática educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento* (1ª ed.). Barcelona: Editorial Gedisa.

Cantoral R. y Farfán R.M. (2003) Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 6-1, pp. 27-40 Comité Latinoamericano de Matemática Educativa Distrito Federal, Organismo Internacional. Disponible en https://www.redalyc.org/pdf/335/33560102.pdf

Cardoso R. E, (2009) *Contenidos transversales y aprendizaje de la matemática: haciendo uso de la tecnología* Disponible en http://funes.uniandes.edu.co/4497/1/CardosoContenidosALME2013.pdf

Cohen, N J. (2010) *Desarrollo del lenguaje y de la Lectoescritura*. Hincks-Dellcrest Centre, Canadá 2ª ed. (Inglés). Disponible en http://www.enciclopedia-infantes.com/desarrollo-del-lenguaje-y-de-la-lectoescritura/segun-los-expertos/el-impacto-del-desarrollo-del

Colás, M. P.; Buendía, L. y Hernández, F. (2009). Competencias científicas para la realización de una tesis doctoral. Barcelona: dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=367889

Cuevas, C.A., y Pluvinage, F. (2003). *Les projets d'action practique, elements d'une ingeniere d'ensigment des mathematiques.* Annales de didactique et de sciences cognitives, 8, 273-292.

Château, J. (2001). Ovide Declory, Édouard Claparède, María Montessori. En J. Château, *Los grandes pedagogos. Estudios realizados bajo la dirección de Jean Château.* (p. 250-317). México: Fondo de Cultura Económica

D'Amore, B., Fandiño, M., I., Marazzani, I., y Sbaragli, S. (2012). *La didáctica y la dificultad en matemática. Análisis de situaciones con falta de aprendizaje.* Bogotá: Magisterio.

D'Amore, B., Font, V. y Godino, J. D. (2007).La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Paradigm*a, Vol. XXVIII, Nº 2, 49-77.

D'Amore, B. (2001). Una contribución al debate sobre conceptos y objetos matemáticos. La posición *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 27, 51-76. "ingenua" en una teoría "realista" "versus" el modelo "antropológico" en una teoría "pragmática". *Uno,*

Decroly, O .y G. Boon (1968) *Iniciación general al Método Decroly*. Serie Escuela Nueva 8° Ed. Buenos Aires: Losada

Delgado, J.R. (2002) *La enseñanza de las matemáticas desde una óptica vigotskiana. Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. At La Habana, 16 Disponible en https://www.researchgate.net/publication/261699400_La_ensenanza_de_la_Matematica_desde_una_optica_vigotskiana

Dewey, J. (1899) La escuela y el progreso social en *Boletín de la Institución Libre de Enseñanza* (XXXIX, 662, pp. 129-134; 663, pp. 161-165) Traducción castellana de Domingo Barnés (1915). Disponible en https://www.unav.es/gep/Dewey/EscuelaProgresoSocialBILE.html

Duval, R. (1995*) Semiosis el penseé humaine registres semiotiques et apprentissage intellectuels*. Peter Lang, Suisse

Duval, R. (1996) *Quel cognitif retenir en didactiques les mathematiques*? RDM. 16 - 3 349-382

Duval, R. (1998)*, Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. Investigaciones en Matemática Educativa II*, (Fernando Hitt, ed) Grupo editorial Iberoamérica, pág. 173-201. Disponible en https://www.redalyc.org/pdf/335/33510102.pdf

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. 2° Ed. (Traducción al castellano de Miryam Vega). Cali: Universidad del Valle.

Eco, U. (2000*) Tratado de Semiótica General* Barcelona, España. Disponible en http://fba.unlp.edu.ar/lenguajemm/?wpfb_dl=17

	Ernest, P. (1998) *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. State University of New York Press, Albany. Fedriani, E. Martín, A. M., Paralera, C. Y Tenorio, A. F. (2016) *El Aprendizaje del Lenguaje matemático y su relevancia en el aula*. Universidad Pablo de Olavide, de Sevilla. Disponible en https://thales.cica.es/xviceam/actas/pdf/com15.pdf Fernández, C. (2013*) Principales dificultades del aprendizaje de las Matemáticas. Pautas para maestros de básica primaria* Disponible en https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1588/2013_02_04_TFM_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1 Gaitán, K., L. y Guesguan, Z. (2018). Monstruosamente geométricos: Propuesta transversal entre literatura, artes plásticas y geometría espacial para transformar las percepciones sobre las matemáticas en los niños y las niñas de 8 a 10 años de edad en Hogares Club Michín- Ciudad Bolívar, jornada tarde. Tesis de licenciatura de la Universidad distrital Francisco José de Caldas, Bogotá. Tomado el 1 de Abril de 2019. Disponible en línea: http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/12968/1/GaitanMesaKarenLorena2018 García Nieto, C F, (2014). Lenguaje y Comunicación en Matemáticas Universidad Nacional de Colombia, Medellín. Disponible en http://bdigital.unal.edu.co/12620/1/71657194.2014.pdf Godino, J. D. y Batanero, C. (1994) *Significado institucional y personal de los significados matemáticos*. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Granada. 18071 España. Disponible en https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf Godino, J. D. (2004) *Didáctica de las matemáticas para docentes*. Facultad de Ciencias de la Educación de Nueva Granada. Disponible en http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/ Godino, J. D. (2002) *Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Universidad de Granada 22 2.3, pp.237-284. Disponible en https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/04_enfoque_ontosemiotico.pdf Godino, J.D., Batanero, C. y Font V. (2003) *Matemáticas y su didácticas para maestros*. Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada 18071, Granada. Ed 2003. Disponible en http://repositorio.minedu.gob.pe/bitstream/handle/123456789/4829/Fundamentos%20de%20la%20ense%C3%B1anza%20y%20el%20aprendizaje%20de%20las%20matem%C3%A1ticas%20para%20maestros.pdf?sequence=1 Godino, J.D., Batanero, C. y Font, V. (2009) *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Departamento de Didáctica Matemática. Universidad de Granada. Disponible en Internet URL http://funes.uniandes.edu.co/558/1/sintesis_eos_10marzo08.pdf Godino J. y Font, V. (2006*) La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de*

profesores. Universidad Granada, España. Disponible en http://200.144.145.24/emp/article/view/538/430

Good T. L., Grouws, D. A., y Edmeier H. (1983) *Enseñanza activa de las matemáticas*. Serie de monografías de investigación sobre la enseñanza. Nueva york: Longman ISBN**:** ISBN-0-582-28342-6 ISSN**:** N / A

Guzmán, R. I. (1998) Registros de representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de estudiantes *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 1, núm. 1, pp.5-21 Disponible en https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2147917

Hernández F, (2017) Metodología de la investigación en ciencias sociales, cp. 2 Disponible en https://www.coursehero.com/file/40776799/Metodologia-de-la-investigacion-en-ciencias-sociales-cap2pdf/

Hernández-Suárez C. A, y Prada-Núñez, R (2016) Conocimiento y uso del lenguaje matemático en la formación inicial de docentes en matemáticas. *Revista investigativa de desarrollo innovador* 7(2), 287-299. doi: 10.19053/20278306.v7.n2.2017.6071 Disponible en http://www.scielo.org.co/pdf/ridi/v7n2/2389-9417-ridi-7-02-287.pdf

Lawton, J.T.; Saunders r y Muhs P (2012) Theories of Piaget, Bruner and Ausubel: explications and Implications. University Wisconsin, Wisconsin. Disponible en https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00221325.1980.10534102

Linares, A. R. (2007) *Desarrollo cognitivo: Las teorías de Piaget y Vygotsky*. Universitat Autónoma de Barcelona. Disponible en http://www.paidopsiquiatria.cat/files/teorias_desarrollo_cognitivo_0.pdf

McLeod, S. A (2012) Piaget | Cognitive Theory. Simply Psychology. Disponible en http://www.simplypsychology.org/piaget.html

McLeod, D. (1992) Investigación sobre el afecto en la educación matemática: una re conceptualización. Universidad del estado de Washington y universidad del estado de San Diego.

MEN (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. En Ministerios de Educación Nacional (ed.). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden, (pp. 46-95). Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Disponible en: https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Moreno, L. (2014). *Educación Matemática: del signo al pixel.* Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.

Muñoz C. (1998) Como elaborar y asesorar una investigación de tesis. 1° Ed .cap. 6 Disponible en https://profmariajosesiezar.files.wordpress.com/2013/01/como-elaborar-una-y-asesorar-una-investigacic3b3n-de-tesis.pdf

Narváez, E. (2006) Una mirada a la escuela nueva *Revista Educere*, 10-35, octubre-diciembre, pp. 629-636 Universidad de los Andes Mérida, Venezuela

	Ortega J. F., y Ortega J. A (2002) *Experiencia sobre el conocimiento del Lenguaje Matemático*. Universidad de Castilla-La Mancha. Facultad de CC. Económicas y Empresariales de Albacete. Área de Matemáticas. Disponible en https://www.researchgate.net/publication/26440799_Experiencia_sobre_el_conocimiento_del_Lenguaje_Matematico Piaget, J. (1959). *La formación del símbolo en el niño*. México: Fondo de Cultura Económica. Piaget, J. (1976) *Desarrollo cognitivo*. España. Disponible en https://cmapspublic3.ihmc.us/rid=1H30ZJVMP-10MKYH2-QWH/Desarrollo%20Cognitivo.pdf Piaget J. y García, (1989). *Hacia una lógica de significados*. Lawrence Erlbaum Associates, Inc. Publishers 365 Broadway Hillsdale, New Jersey 07642 Piaget, J. y Inhelder, B. (1976). *Génesis de las estructura lógicas elementales*. Buenos Aires: Guadalupe Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Editorial Morata, Madrid. Disponible en: https://www.edmorata.es/libros/el-lenguaje-matematico-en-el-aula Polya, G. (1965) *Como plantear y resolver problemas*, (Título original: ¿How to solve it? Mexico, Trillas. Disponible en https://www.academia.edu/27692629/George_Polya_1965_._C%C3%B3mo_plantear_y_resolver_problemas_t%C3%ADtulo_original_How_To_Solve_It_._M%C3%A9xico_Trillas._215_pp Pozo, J.I. y Gómez, M.A. (1998). *Aprender y enseñar ciencia*. Madrid: Morata. Puga, L. A, Rodríguez, J. M. y Toledo, A. M. (2016) Reflexiones sobre el lenguaje matemático y su incidencia en el aprendizaje significativo Sophia, Colección de Filosofía de la Educación, núm. 20, 2016, pp. 197-220 DOI: 10.17163/soph.n20.2016.09 Disponible en https://www.redalyc.org/pdf/4418/441846839009.pdf Puig, L. (1994) Semiótica y Matemáticas vol.51. Disponible en http://cuaed.unam.mx/math_media/anexos/articulos/semiotica_matematicas.pdf Reyábal, M. V. y Sanz, A. I. (1995). *La transversalidad y la educación integral, en los ejes transversales, aprendizaje para la vida*. Madrid: Escuela Española. En https://www.uv.mx/dgdaie/files/2012/11/CPP-DC-Reyzabal-La-transversalidad-y-la-formacion-integral.pdf Reyes, LH. (1984) Affective variables and mathematics education. *The Elementary School Journal*, 84 (5), 558-581. Ribes-Iñesta E. (2007) Lenguaje, aprendizaje y conocimiento. *Revista Mexicana de Psicología*, 24 (1), 7-14. En https://www.redalyc.org/pdf/2430/243020635002.pdf Ríos, R. (2015) *Historia de la enseñanza en Colombia: entre saberes y disciplinas escolares. Pedagogías y Saberes* No. 42 Facultad de Educación de la

Universidad Pedagógica Nacional pp, 9-20 En file:///D:/Descargas/Historia_de_la_ensenanza_en_Colombia_entre_saberes.pdf

Rojano, T. (1994). La matemática escolar como lenguaje, Nuevas perspectivas de investigación y enseñanza: enseñanza de las ciencias 12(1), 45–56.

Sepúlveda-Delgado, O. (2015) Estudio del conocimiento didáctico- matemático del profesor universitario: un marco teórico de Investigación. *Revista de Investigación, desarrollo e innovación 6*(1), 29-43. https://doi.org/10.19053/20278306.4048 Disponible en https://revistas.uptc.edu.co/revistas/index.php/investigacion_duitama/article/view/4048

Serrano, W. (2005). *¿Qué constituye a los lenguajes natural y matemático?*, Sapiens 6(1), 47–60. 6, núm. pp. 47-59 Universidad Pedagógica Experimental Libertador Caracas, Venezuela. De https://www.redalyc.org/pdf/410/41060104.pdf

Sierpinska, A. y Lerman, S. (1996*). Epistemologies of mathematics and of mathematics education.* En: A. J. Bishop et al. (eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 827-876). Dordrecht, HL: Kluwer, A. P. De https://www.ugr.es/~jgodino/siidm/escorial/SIERLERM.html.

Socas, M. (2007) *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas; análisis desde el enfoque lógico semiótico.* Universidad de la Laguna. De https://core.ac.uk/download/pdf/12341704.pdf

Steiner C. (1990) *Analysis of people life scripts live*. 2° Ed. De https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=84BitzMMIPYC&oi=fnd&pg=PR13&dq=Steiner+(1990)+&ots=VtOW_WS9SS&sig=ET23dAKexKYOV24p9NBV6pgcYPE#v=onepage&q=Steiner%20(1990)&f=false

Tébar-Belmonte, L. (2009) *El perfil del profesor como mediador*. Editorial Magisterio 3° Ed. Bogotá. De https://www.magisterio.com.co/libro/el-profesor-mediador-del-aprendizaje

Villamizar, F. Y. (2018). Modelo metodológico para promover conceptos físicos y matemáticos: hacia la orquestación de actividades didácticas con tecnologías digitales (Tesis doctoral). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N. México.

Vygotsky, L. S. (1978). *El desarrollo de los procesos psíquicos superiores*. Barcelona: Grijalbo. Disponible en: http://www.terras.edu.ar/biblioteca/6/TA_Vygotzky_Unidad_1.pdf

Vygotsky, L. (1988). *El juego en el desarrollo del niño*... El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Barcelona: Ed. Crítica

Tabla de contenido

Introducción

En todos los tiempos, en el trabajo dentro del aula, al docente de matemática se le otorga la responsabilidad de ser el mediador del aprendizaje y de crear mecanismos que faciliten el aprendizaje significativo en los estudiantes de las habilidades matemáticas, para lo cual es necesario generar toda clase de estrategias o herramientas que faciliten la enseñanza de las matemáticas.

En éste trabajo hacemos un recorrido en el análisis de la importancia que tiene el lenguaje utilizado de forma natural por el estudiante (etapa inicial de formación entre 5 a 7 años) y su relación conceptual con el objeto matemático, de tal manera que el lenguaje se convierte en un pilar del conocimiento que enriquece la formación y es significativo en el desarrollo del pensamiento matemático y la solución de enunciados de problemas matemáticos que se proponen desde temprana edad, con repercusiones determinantes para su formación en los siguientes ciclos del aprendizaje escolar.

Sepúlveda-Delgado, (2015), cita a Godino quien plantea que el lenguaje está formado por los términos, las expresiones, las notaciones y las gráficas, los que en un texto vienen dados en forma escrita o gráfica, pero en el trabajo matemático pueden usarse otros registros (oral, gestual). Si bien, el estudio sobre la utilidad del lenguaje para la RP matemáticos ha sido objeto de investigación en niveles de secundaria (Godino, J.D., Batanero, C. y Font V. 2003) se considera que se debe hacer un énfasis a niveles escolares de primaria de manera transversal con el área de Lenguaje y Matemáticas.

Godino y Batanero (1994), Godino (2002), desarrollan las bases del significado institucional y personal del objeto matemático relacionado con la noción de comprensión, lo que determina no solo el interpretar entidades conceptuales, sino el proceso que debe darse para interpretarlos; Godino, Batanero y Font (2009) precisan estudiar en detalle las ideas matemáticas, lo signos relacionados con el lenguaje y las situaciones problema que el estudiante debe resolver, dando importancia a la semiótica del lenguaje para la interpretación del concepto matemático.

El Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006) en su propuesta para el área de las matemáticas señala la importancia en conocer el lenguaje propio de las matemáticas, saber utilizar las nociones y procesos matemáticos en la comunicación, aprender sus significados, procurar que el estudiante pueda expresar, interpretar y evaluar ideas matemáticas, para lo cual, resalta la importancia de incluir la comunicación como elemento esencial en la formación del estudiante, a través del uso de los sistemas de notación simbólica del lenguaje cotidiano del estudiante a nivel curricular dentro de los Estándares Básicos de Aprendizaje de las matemáticas.

En la presente monografía realizaremos un revisión exhaustiva sobre el uso de la lectoescritura en matemáticas en estudiantes de preescolar y básica primaria como herramienta fundamental para el aprendizaje del área en esos ciclos escolares, la cual se materializará con una propuesta de un modelo que guíe al docente en la mediación de la comprensión de los enunciados matemáticos teniendo en cuenta el lenguaje. Se propone ofrecer una visión general del área de Matemática de forma transversal con el área del Lenguaje a través de un espacio de análisis sobre la enseñanza de las matemáticas, en cuanto al uso y significación del símbolo lingüístico como herramienta básica para el *saber hacer matemático*, y sobre la didáctica empleada en el aula que genere motivaciones para el campo de investigación.

Se espera que los docentes para estudiantes de primaria tengan herramientas que promuevan la enseñanza de las matemáticas con la utilidad del área del Lenguaje para facilitar la comprensión de problemas cotidianos que puedan ser resueltos desde las matemáticas. No se quiere abolir el proceso de abstracción que debe hacer el estudiante a partir del lenguaje matemático, sino articular los símbolos matemáticos desde el lenguaje natural del estudiante para promover una mejor comprensión del enunciado matemático que se plantea en un momento dado.

Por lo anterior, en la presente monografía, se aborda en los diferentes capítulos lo siguiente:

El capítulo 1, presenta tres aspectos que son fundamentales para el objeto de éste trabajo como es el planteamiento del problema, lo que genera la pregunta de éste análisis, la justificación del problema, que explica la importancia del trabajo, y los objetivos, general y específicos, que nos introducen en el propósito del trabajo.

El segundo capítulo está estructurado en secciones donde referimos el marco teórico, y el marco conceptual. En el marco teórico se aborda el análisis de temas como el registro de representación semiótica, la Ontosemiosis, modelos de enseñanza, tradicional y enseñanza activa, las etapas de aprendizaje formuladas por Piaget, las estrategias pedagógicas ABP, los estándares básicos del aprendizaje exigidos por el Ministerio de Educación Nacional y la importancia de la enseñanza de las matemáticas con el área del lenguaje de forma transversal. Desde el marco conceptual se hace un análisis epistemológico del uso del lenguaje, el lenguaje y la comunicación desde la semiosis, explicaciones sobre términos como el concepto matemático, el significado, lenguaje y enunciados matemáticos, y una introducción sobre el método propuesto.

El tercer capítulo, inicia con una introducción a la metodología que se aplicó para el desarrollo del trabajo, y se explica el método *Re-read* como propuesta específica de ésta monografía, dirigida a los docentes de Básica primaria, como un recurso didáctico para desarrollar la habilidad, en los estudiantes, de la comprensión del enunciado matemático.

Un cuarto capítulo expone los resultados de una prueba piloto, hecha con un grupo de docentes de básica primaria, quienes aplican el método propuesto, generando un quinto capítulo con las discusiones que se dieron, a partir del ejercicio, entre los docentes participantes.

Con el trabajo realizado se plantean algunas conclusiones que resumen el trabajo realizado, comprobando los objetivos y destacando algunas ideas que se consideran relevantes. El trabajo está sustentado por investigaciones de diferentes autores, como se lee en la bibliografía y los anexos, tablas estadísticas y gráficos que aportan información y sustento adicional al trabajo.

Capítulo 1: Planteamiento del Problema y Propuesta

Planteamiento del Problema

Las matemáticas son un área del conocimiento que está inherente en las acciones humanas (Cantoral, 2013), es decir, aunque una persona no tenga conocimiento formal de ellas, las está utilizando en su quehacer, por ejemplo: una persona que cocina, tiene la noción sobre la cantidad, en el hecho de saber para cuantas personas va a cocinar; en el lenguaje común utilizamos palabras que comunican operaciones matemáticas como, *reparta más, esto trae menos cosas, solo entran al cine los mayores de 18 años…entre otras.* Cotidianamente se es sabido que las matemáticas generan muchas dificultades en los estudiantes de diversos niveles, lo cual puede estar relacionado con obstáculos ontogénicos, didácticos y epistemológicos (D'Amore, Fandiño, Marazzani y Sbaragli, 2012); sin embargo, algunos problemas están relacionados con la parte del lenguaje, donde se ha olvidado que los primeros símbolos matemáticos parten del lenguaje natural de un niño.

Se han adelantado estudios que revelan que los estudiantes de licenciaturas en básica primaria tienen concepciones y creencias sobre la enseñanza aprendizaje de las matemáticas con influencia de su propia experiencia escolar (Blanco, 2004), experiencia que muchas veces no son favorables, dejando en su criterio la rigidez con que se debe enseñar las matemáticas y que afecta notablemente a nuestros estudiantes en etapa primaria, este tipo de enseñanza es de tipo tradicional, la cual es pasiva y promueve la parte memorística de los ejercicios matemáticos (Pozo y Gómez, 1998; Villamizar, 2018).

Las metodologías usadas para la enseñanza matemática, aún hoy, persisten en procedimientos mecánicos, poco recursivos para representar y analizar los problemas, con ausencia de distintas maneras de resolución (Blanco, 1997, 2004). Una actitud acertada para aprender matemáticas tiene un papel esencial para el estudiante determinado por sus logros matemáticos; si el estudiante no desarrolla su habilidad de resolver problemas matemáticos se genera en el inseguridad, nerviosismo y desesperación (McLeod, 1992; Reyes, 1984) a lo que responde ya sea con indiferencia, o con un bloqueo mental y solo exclama "no entiendo".

La real actividad matemática en la actualidad se evidencia para el docente en que el estudiante resuelva los problemas propuestos. Socas (1997) afirma que las actitudes negativas y emocionales hacia las matemáticas están determinadas por la ansiedad de terminar una tarea, el miedo a la equivocación, entre otros, generando obstáculos en lo afectivo y afectando el aprendizaje de las matemáticas en los alumnos.

Tendríamos que preguntarnos, entonces, ¿y qué pensar del docente que no tuvo una experiencia positiva en su aprendizaje personal de las matemáticas en su etapa de formación? se han confirmado en algunas investigaciones que la postura del docente frente a las matemáticas si influye su metodología para enseñarlas, y que es un problema no solo cognitivo sino afectivo para un óptimo proceso de aprendizaje matemático (PAM). Un común denominador en las investigaciones hechas por Blanco (2004), Caballero, Guerrero y Blanco (2008); consiste en la metodología tradicionalmente rígida de los profesores para la enseñanza de las matemáticas. Si el aspecto afectivo, actitudinal y cognitivo son barreras que ya tiene el docente de matemáticas, por su propia experiencia con el área, podemos entender desde donde puede partir el mayor obstáculo para la efectividad de la enseñanza de matemáticas, reflejado en debilidades para la RP.

Estudiar la importancia del lenguaje matemático nos refleja la importancia para la práctica y el diseño de materiales que faciliten su comprensión el PAM. Autores como Serrano (2005), Rojano (1994), y Pimm (1990) destacan la importancia que la dimensión lingüística puede aportar para la comprensión de las matemáticas, sin embargo, esta dimensión no debe considerarse solo como los símbolos matemáticos; al respecto, Fedriani, Martín, Paralera y Tenorio (2016) argumentan que el conocimiento de símbolos matemáticos no basta para comprender el lenguaje matemático, sino el saber traducirlos de forma lógica desde el lenguaje común, que usamos de forma ordinaria en lo cotidiano, sin lo cual, el simbolismo matemático carece de un significado que puedan relacionar con conceptos más formales y que se encuentran en libros de texto, y menos aún con problemas de la vida diaria.

Lo anterior evidencia que existen distintas dificultades en tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de las matemáticas, el cual está relacionado con el lenguaje; lo cual no es ajeno desde la práctica docente para la enseñanza matemática en primaria, donde ocurre una fragmentación del lenguaje, es decir, se particulariza el lenguaje de las matemáticas como un lenguaje diferente al natural creando una prevención que se ha hecho cultural frente a ellas. Si bien es cierto que las matemáticas tienen un vocabulario propio y a nivel educativo puede ser más técnico, también es cierto que está incluido dentro de la semántica y la pragmática del lenguaje (Moreno, 2014).

Esto lo podemos ejemplificar mediante la práctica en el aula de básica primaria, cuando se limita la enseñanza a desarrollar ejercicios de suma y resta de forma operativa, suprimiendo los significados, su funcionalidad y carente de contexto, impidiendo que los símbolos matemáticos sean parte de las herramientas que el estudiante use para la RP o una tarea. Prueba de ello es, por ejemplo, encontrar estudiantes de secundaria que no logran relacionar términos como *producto* para resolver un problema por medio de algoritmos que impliquen la multiplicación o relacionarlo con el símbolo de *por (x).*

Los diferentes Estados Latinoamericanos han venido realizando pruebas y como ejemplo, tenemos el Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE), coordinado por la UNESCO para América Latina y el Caribe, en 2015, que evalúa la calidad educativa de los países, para tomar decisiones sobre políticas públicas de la educación, y cuyo diagnóstico desde años atrás sigue mostrando deficiencias en Matemáticas y Lenguaje, especialmente en niños de grado sexto, de tal forma que invita a los centros educativos de los países latinoamericanos que forman parte, a afrontar el desafío de lograr que sus estudiantes tengan mejor dominio de éstas áreas, comprometiéndose con procesos de aprendizajes que desarrollen habilidades y destrezas en sus estudiantes (Puga, Rodríguez y Toledo, 2016).

Aunque existe una dicotomía en el aula, entre el Lenguaje y las Matemáticas, estas son necesarias, debido que para resolver problemas matemáticos, con enunciados, se necesita de la comprensión lectora, y para la comprensión de temas científicos o fenómenos, las matemáticas se convierten en el lenguaje de las ciencias (Feynman, 2014; Villamizar, 2018).

Es en la etapa primaria donde el estudiante puede construir un puente entre Lenguaje y Matemática o, por el contrario, una brecha entre las dos áreas. A menudo, el docente en básica primaria desconoce mecanismos para orientar su plan de área que le permita al estudiante adquirir el lenguaje matemático de forma natural, es decir, relacionando dosificadamente su lenguaje coloquial con la semiótica exclusiva de las matemáticas; no se trata de suprimir el lenguaje matemático compuesto por su propia semiosis sino introducirlo de manera natural, así como es natural hacer una suma o relacionar ésta operación en su vida diaria, por el proceso de abstracción que ya hizo el estudiante sobre la operación de la adición y su funcionalidad.

Los ejemplos más comunes que se proponen en trabajos que se han hecho sobre la dificultad en el aprendizaje de las matemáticas ilustran contenidos matemáticos para básica secundaria, por ejemplo el proceso de abstracción sobre medidas de tendencia central, específicamente sobre medianas y su simbología (Godino 2004 pp. 24, 30) que indica un proceso cognitivo más complejo logrado por el estudiante, y muchas veces descubrimos que presenta dificultades que tienen su origen desde grados iniciales cuando, en el lenguaje ordinario, el símbolo matemático empieza a construirse. Si bien es cierto que las experiencias iniciales de las matemáticas son totalmente intuitivas y son sólo un punto de partida para luego formar el conocimiento matemático con abstracción y formalización en aumento, por la experiencia, en el diario hacer del profesor, parece indicar que el grupo de estudiantes que hacen esa debida abstracción del contenido matemático, individual e intuitivamente, es menor al grupo que no lo consigue; éstos estudiantes requieren de una orientación personalizada y detallada.

Pregunta de Investigación

¿De qué forma el docente puede desarrollar habilidades de interpretación matemática para la RP cotidianos, desde el uso de la semiótica, en niños de preescolar y básica primaria?

Justificación del Problema

Es cotidiano dentro de la comunidad educativa, referirnos a la inteligencia matemática, como la habilidad, afecto y buen desempeño en el área, de los estudiantes en todos los ciclos escolares, como una característica particular que solo consiguen unos pocos, y no se hace referencia a la ruptura que se presenta entre el lenguaje natural y el amplio lenguaje simbólico de las matemáticas. Godino, Batanero y Font (2004) hacen una pregunta común, que se ha tenido con el área, en todos los tiempos y edades y es el saber cómo se forman las actitudes negativas con las matemáticas, y la dificultad generalizada para la RP matemáticos, la cual se indagan en toda la comunidad educativa de una sociedad, y es la misma pregunta que pretendemos estudiar y que motiva ésta monografía.

Godino, (2004), refiere sobre el objetivo de la educación matemática como propósito cultural, con la relación de dos características importantes: a) la capacidad de interpretar y evaluar la información matemática, a partir de los datos que brinda el entorno, y b) la capacidad de comunicar o discutir la información matemática para resolver problemas cotidianos. Teniendo como requisito indispensable que, para conseguir los objetivos de la educación matemática, no podemos pasar por alto la edad del discente, como que el PAM va de acuerdo al desarrollo cognitivo que va teniendo el mismo.

La interacción cognitiva, de las teorías de Piaget, Bruner y Ausubel (citado por Lawton, Sanders y Muhs, 2012) indican básicamente que la instrucción es un intercambio de información, que se da entre profesores y alumnos y que debe ejercerse en condiciones, de tal manera que el objetivo principal sea que el alumno consiga la asimilación e interpretación de la información, lo cual está relacionado con un uso adecuado del lenguaje.

En las experiencias sobre el conocimiento del lenguaje matemático, Ortega y Ortega (2002) argumentan que la mejor manera de una comunicación efectiva en matemáticas es conocer el lenguaje y saber usarlo. Lo exacto de las matemáticas no debe perderse, pues quedaríamos expuestos a una ciencia con errores y confusión. El estudiante debe conocer el simbolismo matemático de la misma forma que conoce los símbolos lingüísticos.

Godino, (2004) explica cómo el proceso de abstracción del conocimiento matemático tiene una relación estrecha con la actividad objetiva sobre el objeto matemático, la intuición en el manejo de esos objetos y la aproximación inductiva que se hace en la actividad de tareas cotidianas y la RP implícitos. El hacer matemático no es ajeno a los procesos de comunicación, formados por una serie de símbolos e íconos que apoyados en una estructura o secuencia lógica hacen posible la comprensión de la actividad diaria, por ejemplo:

Cuando decimos *partido en mil pedazos*, frase con diferente significado, de acuerdo al contexto, pero que, en términos matemáticos implica una operación de fracciones.

Godino y Batanero (1994), Godino (2002), Godino, D´Amore y Font (2007) exponen una nueva perspectiva teórica desde el *Enfoque Ontosemiótico (EOS)* destacando al papel del lenguaje y la semiótica para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Vygotsky (1978) observó en el lenguaje una herramienta de transmisión social, que permite la negociación de significados dentro de la clase que determina la adaptación de significados de la institución y los significados compartidos del lenguaje matemático. En su teoría social propone una perspectiva colectivista para dar luz a un aprendizaje de las matemáticas como proceso social, donde la socialización en el aula es parte natural y fundamental de formación del ser y de aprendizaje de las matemáticas.

Respecto a la importancia del lenguaje en el proceso, lo consideramos esencial en el campo de la educación matemática, por que determina la forma en que los niños aprenden lo que es un argumento lógico y creíble en matemáticas, por medio de la negociación de los significados (Godino, 2004). La relación que establecen, el profesor y sus estudiantes, se hace efectiva en proporción a la negociación de significados matemáticos, donde el uso de la lingüística se constituye en la herramienta facilitadora para esa construcción, y donde la enseñanza práctica de las matemáticas no esté basado en normas o convenios ajenos a un proceso paulatino de abstracción del lenguaje matemático, que hace el niño individual y colectivamente.

En la negociación de significados, junto al conocimiento matemático, se construye el proceso de comunicación asertiva para la comprensión del enunciado matemático lo cual es fundamental para la RP . Para Godino, el significado se desarrolla en la interacción de los miembros de una comunidad y su perspectiva interaccionista enfatiza en la importancia que ello establece para el proceso de interpretación matemática; el significado matemático se presenta con el uso de palabras y frases que representan el objeto matemático en el mundo que nos rodea. Las matemáticas son concebidas como un lenguaje que representa el mundo y su fenómenos, y que el estudiante desarrolla de acuerdo a la experiencia vivida en él; es el lenguaje el agente activo que describe una situación, de tal manera que su papel en el aprendizaje es el de expresar ideas compartidas por una comunidad.

Más que una actividad de trasmisión de teorías y conocimientos pre-establecidos se necesita de la reflexión y negociación de significados implícitos en un enunciado; si el estudiante en su etapa primaria construye significados ambiguos o, en el caso común, memorísticos, sin relación subjetiva, es probable que en las etapas escolares siguientes, la comprensión del enunciado sea igual de ambiguo para él. Por medio de la negociación de significados la comunidad llega al significado compartido, necesarios para el proceso del aprendizaje significativo.

Desde que el niño inicia su etapa escolar, trae conocimientos matemáticos informales incluidos en su leguaje, que sirven de base para comenzar su experiencia y aprendizaje de las matemáticas. De tal forma que, para la solución del enunciado matemático se propone, antes de la aplicación de algoritmos o fórmulas necesarios en el ejercicio práctico deRP , la interpretación del enunciado a partir de la comprensión del lenguaje empleado, que simboliza y direcciona al uso de esos algoritmos o fórmulas; lenguaje que desde lo ordinario debe empezar a ser preciso y funcional en la lectura de los enunciados para la solución efectiva de problemas matemáticos y de la vida cotidiana.

Por lo tanto, teniendo en cuenta lo expuesto anteriormente, consideramos que el Lenguaje es fundamental para la comprensión del enunciado matemático y su funcionalidad para la solución del problema, y en éste trabajo se propone un método práctico como herramienta didáctica para docentes de básica primaria, el cual hace énfasis en la importancia de la identificación e interpretación del símbolo matemático a partir del lenguaje natural, u ordinario del niño, con el ejercicio práctico de la lectoescritura del enunciado.

Objetivo General

Promover en docentes de Básica Primaria el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas para el análisis e interpretación de problemas cotidianos a partir del uso transversal del Lenguaje,

Objetivos Específicos:

- Proporcionar a los docentes de Básica Primaria un método que promueva la comprensión e interpretación lectora de los enunciados matemáticos.

- Promover la importancia sobre la enseñanza transversal del área del Lenguaje y las Matemáticas en grados de primero a tercero, por medio del uso de la lectoescritura para el proceso de interpretación del símbolo matemático y problemas cotidianos.

Capítulo 2: Marco Teórico y Conceptual

No es posible un efectivo aprendizaje humano sin la intervención del lenguaje

Ribes-Iñesta, (2007)

El capítulo 2 de éste trabajo se organiza en dos categorías principales: aspectos epistemológicos y conceptuales, teniendo en cuenta:

1- Aspectos epistemológico, todo lo referente al aprendizaje matemático por medio de la teoría del Constructivismo (Piaget, 1978) y la Teoría sociocultural de Vygotsky (1978, 1988). Además se referencia aportes contemporáneos de Godino, Batanero y Font (2009) aportes de Duval (1998) sobre Semiosis y Noesis, el Enfoque Ontosemiótico de Godino, et al. (2009) la enseñanza tradicional y los enfoques del constructivismo en la enseñanza activa, con aportes de Villamizar, F. (2018) entre otros y El Enfoque Ontosemiótico por Godino (2002).

2- Conceptual, estudiamos concepciones básicas sobre historia de la enseñanza de matemáticas, Lenguaje, Lenguaje matemático, Dificultad en el aprendizaje de las Matemáticas, Conceptos y significados, el Método y enunciado matemático con aportes de Godino (2004) y Moreno (2014)

Marco Teórico

Registros de representación semiótica (Duval, 1998). Noesis y Semiosis.

El estudio de los registros semióticos desde el enfoque cognitivo, se ha ido desarrollando por parte de la obra de investigación de Raymond Duval en los últimos treinta años, como pionero, junto a otros autores, basándose en el concepto sobre registro semiótico, representados de forma interna y externa en el estudiante, como parte de sistemas semióticos, (lenguaje). De manera interna en lo que tiene que ver con signos y símbolos de una misma red semántica de la que se ha hecho abstracción, y externa en cuanto a la combinación de esos signos de acuerdo a reglas que los conforman. Si el objeto matemático no es objeto real, porque no pueden percibirse por los sentidos, como una *cosa* material, entonces se tiene contacto con él por medio de representaciones semióticas, es decir símbolos y signos, desde los cuales se puede hacer el estudio sobre esos objetos matemáticos; la relación primordial en la enseñanza matemática de ésta pareja: signos-objeto y por medio de éstos llegar a conceptualizar el objeto matemático, (noética). Duval (1998).

Los autores interesados en la investigación sobre aprendizaje matemático están de acuerdo en la importancia de la representación semiótica en el proceso de enseñanza aprendizaje en el área de las Matemáticas, y que forman realmente el pensamiento y las ideas matemáticas para la RP cotidianos, o acto de devolución en el aprendizaje. Sin embargo, el resultado que se ha venido presentando en la formación de habilidades matemáticas de los estudiantes en secundaria evidencia la necesidad de fortalecer ese

En la actividad cognitiva para la actividad matemática, se hace uso de varios registros de representación semiótica, específicamente desarrollados para efectuar procesos matemáticos; conociendo que los objetos matemáticos no se perciben fácilmente, como ocurre en otras disciplinas. (Guzmán, 1998)

Las representaciones semióticas no se dan sin un sistema semiótico, es decir obedecen a un sistema de lenguaje natural o verbal, y no a símbolos aislados o signos, en el cual se debe tener en cuenta: su aspecto estructural o lo que el símbolo representa, su aspecto fenomenológico respecto a su exigencia mental o psicológica en su abstracción, y el aspecto funcional, por la actividad que el signo implica un hacer; en la coordinación de las diferentes representaciones semióticas, se forma la actividad conceptual. (Duval, 1995, p. 171). Es ahí donde la explicación o argumentación que hace el estudiante de forma verbal frente al análisis de un problema matemático, se hace significativo o no, y él puede plantear la solución o no.

El vocabulario que pertenece a un sistema semiótico debe ser tenido en cuenta en la clase de matemática, y ser formado desde el área del Lenguaje, especialmente para desarrollar la habilidad de traducir y representar un símbolo o signo, al lenguaje verbal o viceversa. Esos sistemas semióticos comienzan a formarse desde que el niño empieza a hablar y se hacen referentes de un área cuando comienza su etapa escolar. Podríamos pensar que por el hecho de que un estudiante de secundaria tiene un amplio desarrollo cognitivo, es cuando para él se tiene en cuenta el valor de las representaciones semióticas, pero la realidad es que en la secundaria ya se han formado sistemas semióticos con defectos con base en el proceso de enseñanza aprendizaje desde su etapa inicial. Esta deficiencia de interpretación del símbolo matemático, debe ser tenida en cuenta en el desarrollo de las dos áreas: matemáticas y lenguaje, con una continua autoevaluación que permita verificar el éxito de las actividades didácticas transversales para el logro de la formación adecuada y veraz de sistemas de representaciones semióticas.

Vygotsky (1978), considera el significado de la palabra como unidad de análisis de la actividad psíquica, y Cassirer, quien considera el signo como elemento básico en el pensamiento (Godino, 2002 p.239). Duval, a diferencia de Vygotsky, propone la pluralidad de registros semióticos, donde la palabra y el signo son los elementos que forman el concepto matemático.

Actualmente, en el aula de clases se insiste en la educación tradicional, que imparte conocimiento a partir de los conceptos, y se puntualiza en los símbolos matemáticos para expresar ideas, olvidando que para la formación de conceptos se hace necesario el desarrollo de los diferentes sistemas semióticos, entre ellos el lenguaje natural, que haga una representación fiel al objeto matemático en cuestión. Un sistema semiótico se forma con cada representación semiótica, y se va enriqueciendo a medida que se profundiza en él, y para la formación de conceptos se hace relación entre diferentes sistemas semióticos. Por lo tanto, es comprensible que en el PAM, un estudiante que haga relaciones entre representaciones de forma equivocada, su forma de RP matemáticos también sean errados.

En el presente trabajo se considera de suma importancia que para la comprensión del enunciado matemático, se haga un proceso de enseñanza transversal con el área del lenguaje, ya que el estudiante desde su lenguaje ordinario puede relacionar una misma red de signos o sistema semántico útiles en enunciados matemáticos, que aunque no sean perceptibles en cuanto al objeto matemático, pueden formar parte de conceptos ya generalizados y hacer efectivo la resolución del problema. Cuando el estudiante lee un enunciado matemático, la semiótica matemática está implícita en la formulación del mismo y, el análisis, formulación y operación matemáticos para la resolución, dependen del conocimiento de ese sistema semántico del que tiene conocimiento desde el lenguaje y ha sido institucionalizado por todos; por ejemplo, el hablar de adicionar, aumentar, añadir, más, son términos que pertenecen al sistema semántico de la suma, y su conceptualización debe estar apoyada en el área del lenguaje, de tal manera que pueda relacionarlos con la operación de sumar.

Ontosemiosis.

Para referirnos a la educación matemática debemos referirnos al concepto de *Enfoque Ontosemiótico* (EOS) desde la perspectiva de (Godino, et, al 2009), definida como un sistema teórico que incluye diversos modelos teóricos de forma holística, usados en la investigación de Educación Matemática a partir de necesidad humana y cultural y significados semióticos sobre las matemáticas y su enseñanza.

El EOS tiene su papel fundamental en la actividad matemática, relativa la construcción del lenguaje y formas de vida, mediada por diversos recursos, entre los cuales los referentes al lenguaje y los materiales que articulan de forma coherente con el constructivismo social, de Ernest, (1998), la socio epistemología Cantoral y Farfán, (2003), y las perspectivas etno matemáticas y sociales en educación matemática con Atweh, Forgasz y Nebres, (2001).

El aporte del Enfoque Ontosemiótico ha ido creciendo en los últimos años, como marco teórico para la enseñanza de las matemáticas desde la didáctica, por los problemas que se ha venido presentando en el proceso pedagógico de las matemáticas. Autores como Steiner (1990) y Godino, et al. (2009) citan a la epistemología, psicología, pedagogía, sociología, lingüística, como ciencias de referencia para la enseñanza de las matemáticas, las cuales se ocupan del problema desde sus propias perspectivas, conceptuales y metodológicas, que dan sustento teórico a los problemas.

EOS concibe las matemáticas desde la perspectiva como una actividad deRP , dentro de las actividades sociales e individuales del ser humano, que tiene en cuenta el aspecto cognitivo del mismo, en donde se construye el lenguaje de símbolos y una estructura conceptual organizada. (Godino, et al 2009 p. 20).

El EOS pretende dar respuesta al papel que juegan los significados de los objetos matemáticos, su relación con otros objetos, la situación problema donde se involucran y sus representaciones simbólicas, definiendo su técnica de análisis en los problemas y el lenguaje como parte del objeto matemático, y la estructura cognitiva que permite la caracterización de significados institucionales y los significados individuales de los discentes.

Godino et al (2009) cita diversos trabajos de diferentes investigadores sobre el enfoque ontosemiótico, como D'Amore, Font y Godino, (2007); Font y Contreras, (2008); Font y Godino, (2006); D´Amore, y Godino, J (2007, 2008); Godino, Contreras y Font, (2006); que aportan investigaciones en las cuales se hace evidente cinco niveles para el análisis didáctico de procesos de estudio, y que son la síntesis teórica de su análisis. Ellos son: Analizar los tipos de problemas, configurar de objetos matemáticos, analizar la didáctica y la idoneidad del proceso, los cuales son consolidados en el área de la Didáctica de la Matemática, y explicados en los tipos de problemas y sistemas de prácticas (significados sistémicos).

Respecto a la valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio, cuyos criterios los autores resumen como nociones teóricas precedentes que complementan con la idoneidad didáctica definida como la articulación coherente y sistémica. (Godino y Font, 2006); entre otros seis componentes, hacen referencia a la idoneidad del estudiante ante un nuevo conocimiento.

Destacamos para éste estudio, la Idoneidad epistémica, dado por el grado que representan los significados institucionales en un momento dado, por ejemplo, mientras se estudia la suma en grados primarios, lo que toda la comunidad tiene claro respecto a la suma, y la Idoneidad cognitiva, que indica el grado en que los significados que se buscan estén dentro del conocimiento previo del estudiante. Un proceso de enseñanza-aprendizaje con un alto grado de idoneidad cognitiva sería, por ejemplo, el estudio de las operaciones aritméticas con decimales, para estudiantes de grados de 2° de primaria, si los estudiantes tienen conocimiento previo sobre números naturales y fraccionarios.

Dentro del EOS es importante entender lo que se entiende por Idoneidad mediacional, que indica el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y herramientas temporales que son necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, dentro de los cuales en la actualidad cobra mayor importancia el uso de medios digitales, como herramientas didácticas. Y como punto de partida para otras investigaciones, en éste trabajo hacemos referencia a la Idoneidad emocional, aunque no es motivo de éste trabajo, porque implica el grado de interés y motivación del estudiante en el proceso de estudio, que facilita o debilita el proceso. Se puede hacer uso, por ejemplo, de los problemas de contexto, o situaciones que ya están en las vivencias del estudiante tal forma que puede contextualizar esa experiencia con el objeto matemático al que se está representando en un problema o enunciado matemático dentro del aula.

Al hablar sobre un objeto matemático nos referimos por ejemplo, si la clase gira en torno a problemas sobre proporcionalidad, el objeto matemático es proporcionalidad; los objetos matemáticos no son solo los conceptos, sino cualquier entidad a lo cual nos referimos, y de la cual hablamos, sea real, imaginaria o de cualquier otro tipo, que interviene de algún modo en la actividad matemática.

En el EOS expuesto por Godino (2002), se adopta una epistemología como respuesta de una función semiótica cuyo antecedente es el objeto matemático y el consecuente o el significado es el sistema de prácticas matemáticas realizadas por una persona ante una situación – problema, de tal forma que los significados, no son sólo los sistemas de prácticas, sino el contenido de cualquier función semiótica. Cada función semiótica implica un acto de semiosis por un agente interpretante y constituye un conocimiento. (Godino et al, 2009).

En el EOS se habla de proceso como secuencia de prácticas, de procesos cognitivos, meta cognitivos, procesos de instrucción, procesos de cambio, procesos sociales, etc. Los enfoques cognitivos en la didáctica de las Matemáticas, entienden la comprensión como un proceso mental en el estudiante. Los posicionamientos pragmatistas del EOS entienden la comprensión básicamente como competencia y no tanto como proceso mental porque se debe tener en cuenta que un sujeto comprende un determinado objeto matemático cuando lo usa de manera competente en diferentes actividades. Otro de los principales problemas meta didáctica que aborda es la clarificación de las nociones teóricas que se vienen utilizando en el área de conocimiento, en particular las nociones usadas para analizar los fenómenos cognitivos, por observar la variedad de nociones que se usan: conocimientos, saberes, competencias, concepciones, conceptos, representaciones internas, imágenes conceptuales, etc.

Para éstos autores es preciso estudiar la relación entre el pensamiento o ideas matemáticas, el lenguaje matemático y su sistema de signos y las situaciones problemas en los que se encuentran los dos anteriores, por lo que la investigación desarrolla una ontología y una semiótica específica que estudia los procesos de interpretación de los sistemas de signos matemáticos puestos en juego en la interacción didáctica. Esto se ve reflejado en la práctica matemática, tal y como lo propone, que “consideramos práctica matemática a toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas” (Godino y Batanero 994, p. 334)

En el estudio de las matemáticas, más que una práctica particular ante un problema concreto, interesa considerar los sistemas de prácticas, operativas y discursivas, en las que tiene aprendizaje el estudiante y que puede generalizar. Por ejemplo, como significado institucional: a la pregunta, ¿qué significa o representa la expresión: media aritmética?, se propone como respuesta: el sistema de prácticas que realiza una persona (significado personal), o compartidas en el seno de una institución (significado institucional), para resolver un tipo de situaciones-problemas en los cuales se requiere encontrar un valor que represente un conjunto de datos estadísticos.

El EOS de Godino et al (2009) propone respecto de los significados personales los siguientes tipos: Global, que refiere al sistema que un estudiante puede mostrar, declarado, a prácticas, correctas o erradas en la evaluación y logrado, de acuerdo a pautas establecidas en la institución. Los objetos matemáticos primarios se caracterizan en lingüísticos, conceptuales, proposiciones y argumentos. Sin olvidar que a su vez estos objetos se organizan en entidades más complejas: sistemas conceptuales, teorías, Teoremas, etc. que tecnifican el conocimiento matemático alcanzado por los estudiantes en niveles siguientes.

Dentro de los objetivos específicos de ésta propuesta es proporcionar a los docentes de Básica Primaria un método que promueva la comprensión e interpretación lectora de los enunciados matemáticos. El aporte que hace el EOS al trabajo como parte del marco teórico es fundamental pues aclara aspectos relacionados con la idoneidad cognitiva del estudiante para la comprensión del objeto matemático, entendiendo como objeto matemático elementos lingüísticos como términos, expresiones, notaciones, gráficos, en sus diversos registros, ya sea escrito, oral o gestual con significado matemático que está dentro del enunciado a resolver.

Un aspecto interesante del EOS es dejar abierta la discusión sobre la posición pragmática del EOS sobre el acto de comprender como proceso y no como habilidad que desarrolla un estudiante. Sin embargo, una habilidad se desarrolla dentro de un ejercicio práctico, y eso implica ya un proceso cognitivo que nos deja claro que no es innato en el individuo; toda vez que el estudiante ejercita su capacidad de análisis, desarrolla la habilidad de solucionar un problema. Para el objetivo de éste trabajo, esa capacidad de análisis del enunciado matemático, y que en la vida del estudiante se traduce en solucionar problemas cotidianos, parte de la comprensión del enunciado desde lo básico que es el lenguaje usado en el mismo enunciado.

El Modelo de enseñanza tradicional y los enfoques de la escuela activa y el constructivismo

La enseñanza tradicional.

La definición por Cuevas, C.A., y Pluvinage, F. (2003) sobre la enseñanza tradicional, viene fundamentada en la didáctica sensorio-empirista, en la cual el estudiante repite lo que ve, creando hábitos y procesos de memorización como didáctica de aprendizaje, por encima del acto de comprensión de lo que está viendo. Se recurre a la repetición verbal como un mecanismo de construcción carente de significado y es lo que llamamos hábito sensorio-motor. Este tipo de enseñanza conduce a una educación rutinaria y pasiva, donde las matemáticas resultan en una actividad ajena y muy compleja para el estudiante.

En lo que llamamos educación tradicional, que emerge de los siglos XVII a XIX, dando origen a la escuela pública con las revoluciones republicanas del liberalismo, basó su modelo en el concepto de que la escuela es una institución social y se forman sujetos en obediencia para su preparación intelectual y moral. Con la influencia del interés político de la época, se deben formar individuos que sirvan a la sociedad, que conserve el orden de las cosas, y para eso el profesor es un trasmisor de conocimientos en un discurso expositivo extenso sin cabida al diálogo, a la formación con ausencia de criterios propios y menos a la experiencia individual del PAM.

Al respecto, Cuevas, C.A., y Pluvinage, F. (2003), Cuevas, C.A., y Villamizar, F. (2018) explican cómo en la enseñanza tradicional, el niño es un alumno pasivo, obligado a memorizar y a responder a un sistema preestablecido, direccionado para las masas, a quien se le exige disciplina y obediencia. El docente se constituye como agente de coerción, impositivo, rígido y autoritario; podíamos escuchar coloquialmente, que los llamados mejores maestros eran aquellos que ejercían más su autoridad y mantenían el control de grupo casi inquisitivamente.

Por otra parte, el conocimiento a enseñar se creía como una verdad absoluta, racional, pegado a la ciencia, y basada en contenidos aislados que el estudiante debía retener y memorizar. En el aula, es el profesor quien gobierna, hace un discurso expositivo amplio, suficiente para la hora señalada, a quien la institución educativa le exige un plan estricto sobre contenidos temáticos aislados y el estudiante se desempeña como un agente pasivo del proceso. Lo anterior concuerda con la definición establecida por Pozo, J.I. y Gómez, M.A. (1998), al referirse a la enseñanza tradicional en la ciencia, donde el profesor provee el conocimiento pre elaborados y el alumno es el consumidor de los mismos, que debe recibir como verdaderos que provienen de quienes lo estudiaron.

Los saberes fundamentales de la escuela consiste en el aprendizaje de la triada: leer – escribir – contar. Desde la emergencia de la escuela en Colombia en la época colonial, hasta nuestros días la aritmética, la lectura y escritura, por excelencia, han sido los saberes que han permanecido en el centro de cualquier reforma curricular o plan de estudios. (Ríos, R. 2015). La lectura y la escritura se desarrollaron desde el inicio de la etapa escolar como ejercicio disciplinar literalmente, y en lo que respecta a la aritmética, se estableció como un solo objetivo de aprendizaje las cuatro operaciones básicas: sumar, restar, multiplicar y dividir, que representaba la relación del estudiante con los números, demostraba su grado intelectual y presuponía el grado de éxito del estudiante en la sociedad. En ésta situación, si le sumamos la actitud autoritaria y rígida de un maestro, la posibilidad de una experiencia de aprendizaje significativa para el estudiante se hace nula.

Éste contexto persiste en la práctica pedagógica en muchas de las instituciones educativas en Colombia. A pesar de que uno de los propósito del Ministerio de Educación se establece en sus Derechos Básicos de Aprendizaje, los cuales indican que el proceso enseñanza aprendizaje en el aula debe enfocarse en el desarrollo de habilidades y competencias, la comunidad de docentes y directivas educativas practican lo que por tradición se ha venido haciendo en el aula, y la práctica del aprendizaje por contenidos temáticos son el medios por el cual se alcanzan esas habilidades y destrezas, aunque no sea el objetivo fundamental.

En éste orden de ideas, el aprendizaje de las Matemáticas se convirtió por tradición cultural en un cuarto oscuro, donde el estudiante se previene y ya no quiere entrar, en vez de desarrollarse de forma espontánea y significativa con una utilidad clara en sus actividades cotidianas; es una idea reforzada por la experiencia del mismo padre de familia, que vivió la misma situación y comprende, disculpa y apoya a sus hijos en el rechazo, o poco éxito, en el área. Para un padre de familia es más fácil ver el ejercicio de memorización como evidencia de aprendizaje, aunque sea un ejercicio mecánico carente de significado para el estudiante, porque el que memoriza es el estudiante y el cuidador y demás agentes educativos escuchan el ejercicio de repetición al pie de la letra y lo catalogan de aprendizaje.

El ejercicio de memorización en algunas situaciones matemáticas no se descarta siempre y cuando el estudiante tenga claro el significado del mismo. Por ejemplo, el ejercicio de memorización de las tablas de multiplicar aún está vigente, pero con el adicional de entender realmente que multiplicar implica una simplificación de la suma, y que el hecho de no saber de memoria el producto de una multiplicación de dos enteros de un dígito no significa que el estudiante no pueda buscar otro mecanismo de solución. Es en éste contexto donde el estudiante, en su etapa primaria, adquiere su mayor dificultad en la solución de los enunciados matemáticos, pues inicia con un aprendizaje rutinario y memorístico de operaciones y conceptos matemáticos, sin significado, para aplicar en la solución, con un direccionamiento rígido, a veces dado por el mismo docente.

Enseñanza activa.

La enseñanza activa es un término introducido por Good T. L. (1983), que indica un enfoque positivo y proactivo de la enseñanza en el que los docentes y estudiantes participan en el aprendizaje mediante el acuerdo en conjunto con el fin de lograr una real comprensión de los contenidos y significaciones expuestos.

La necesidad de que los alumnos participen activamente en el PAM, se suple con el hecho de que su participación en el proceso de significar se lleve a cabo, y el docente vele por brindar la información para el análisis pertinente y se investiguen de acuerdo a los intereses del niño. En este esquema el docente tiene un rol protagónico como principal agente de desarrollo del aprendizaje, por lo que ellos deben tener objetivos claros, gran cantidad de conocimiento, comprensión y capacidad. Cada docente adopta la estrategia que mejor se ajuste a las necesidades del grupo, con el fin de desarrollar las habilidades individuales, dentro del grupo, de tal forma que el estudiante adquiera mecanismos para retener información, asimilarla, comprenderla y aplicarla en la RP. En términos más simples, se orienta a enseñar a pensar, en trabajo colaborativo.

El sistema de enseñanza activa tiene su esencia en la actividad cognoscitiva, psicomotora y afectiva que posee potencialmente un estudiante y que para desarrollarla es necesaria planear una serie de actividades que logren un desarrollo integral, desarrollando paralelamente actitudes positivas hacia el estudio, la búsqueda de la información, el pensamiento crítico y un espíritu colaborativo, "con respecto a las escuelas de niños más jóvenes el programa debe tender a procurar una cultura general y a favorecer el desarrollo integral […] es importante que el programa se inspire además en otras varias reglas basadas sobre la psicología del niño y las necesidades sociales" (Decroly y Boon 1968, p 11). Con todo lo anterior, el estudiante gana confianza y está en posibilidad de resolver por sí mismo las situaciones que se le presenten en el proceso de su aprendizaje.

Enseñanza activa, parte del concepto escuela activa como respuesta a la educación tradicional que imperaba en el siglo XIX, y que en la actualidad cobra vigencia por la necesidad de crear espacios de aprendizaje autónomo y significativos en los estudiantes, donde él es un agente activo y dinámico, democrático en su propio proceso; el estudiante es formado bajo lineamientos de participación y pensamiento crítico, dando paso a una escuela nueva multidisciplinar, que mira por la formación del estudiante integrando sus habilidades y destrezas, teniendo en cuenta los intereses particulares, y donde el docente es uno que estimula el proceso en una relación horizontal con el estudiante, con normas que se establecen entre los dos. Por tal motivo el proceso evaluativo es de igual forma integral, global, no por áreas específicas o de forma independiente, o aisladas.

El entorno para el aprendizaje no se limita en el aula, sino que aprovecha todo espacio del entorno con actividades dinámicas y divertidas, que motiven el aprendizaje cooperativo, social y significativo.

El profesor es la persona más cercana al estudiante, lo guía, lo orienta, lo motiva, no intimida, sino que busca de mutuo acuerdo el objetivo educativo; se establece una relación maestro-alumno que es respetada por ambos, en procura de formar un estudiante que pueda amar y respetar a los demás de esa misma manera. Su formación se basa en el respeto por las diferencias individuales, que explora todas las capacidades del niño. El elemento de interacción y aprendizaje cooperativo orienta al individuo como ser social, que es responsable del progreso de su comunidad. El objetivo principal de la enseñanza activa es: el desarrollo armónico e integral del educando, construyendo conciencia de su participación en comunidad. La Escuela Activa se caracteriza por clases alegres y dinámicas, donde la interdisciplinaridad es común a toda la comunidad.

Para el trabajo que desarrollamos se toman éstos elementos que identifican a la Escuela Activa, y que son de vital importancia para aplicar en clases de matemáticas, de forma interdisciplinar y colaborativas procurando el aprendizaje significativo del grupo y desarrollando las habilidades individuales, con la colaboración del trabajo en grupo, aprovechando esas habilidades individuales para la comprensión del enunciado en problemas matemáticos, y construcción de conceptos desde el área del lenguaje.

Decroly, (1968) expone que todos los niños deben tener las condiciones aceptables para recibir la enseñanza, y todos ser beneficiarios de esos conocimientos independientemente de su condición cognitiva y la escuela es quien les crea esas condiciones

El Constructivismo.

Ausubel, D. (1983), con aportes al Constructivismo, manifiesta que si los contenidos se relacionan con los pre saberes del niño, se hace significativo y de larga duración, relacionándolos con significados preexistentes, relevantes a la actividad cognitiva del niño, donde el símbolo o la imagen identifica ese conocimiento; es decir, que los conceptos se relacionan entre sí con algún aspecto existente. Es por medio de esta operación mental que el niño puede relacionar el lenguaje con los símbolos matemáticos, para analizar, resolver y argumentar problemas de la vida diaria.

Al hablar del constructivismo, en esencia, debemos remontarnos a pensamientos socráticos, con su práctica pedagógica del diálogo entre maestro y estudiante; en un comienzo es Protágoras, quien propone al mismo ser humano como responsable de su proceso de aprendizaje, luego es Immanuel Kant, como pensador fundamental del constructivismo, quien propone la construcción del conocimiento desde el interior del ser, en su propio aparato cognitivo. En la actualidad, es Piaget (1961) que junto a lo expuesto por Dewey, J. (1899) fundamentan la evolución de la educación constructivista, dándole a la lógica del niño el protagonismo del PAM. La experiencia real y personal del estudiante en su proceso de aprendizaje en todo contexto de la vida, garantiza el éxito del proceso. Es el encuentro personal con el conocimiento lo que hace que el estudiante tenga un verdadero aprendizaje, según la teoría constructivista.

A ellos se les une Lev Vygotsky, (1978), con aportes al constructivismo social dándole importancia primordial a la formación del estudiante como ser social que es, por medio del aprendizaje colaborativo; además, Jerome Bruner, (1980) quien afirma sobre el aprendizaje como proceso social activo que permite la construcción del nuevo conocimiento, y Ausubel D. (1983), quien nos conceptualiza el aprendizaje significativo desde los pre saberes del estudiante, reconociendo cada uno de ellos que la experiencia individual es la evidencia más acertada del aprendizaje.

Vygotsky (1978) a partir de su teoría de aprendizaje y desarrollo, la Teoría Sociocultural, afirma que el niño se introduce en la vida social estableciendo comunicación con todo lo que le rodea, lo que determina su aprendizaje y le caracteriza como ser social.

De este modo, la comprensión y la adquisición del lenguaje y los conceptos matemáticos, por parte del niño, se realizan por el encuentro con el mundo físico y sobre todo por la interacción entre las personas que le rodean. La adquisición de la cultura, con sentido y significado, supone una forma de socialización. Para Godino, Batanero C. y Font, V. (2003) las matemáticas comienzan de forma natural y como respuesta a los problemas que enfrenta en su entorno, físico, biológico y social en el que vive. Realmente la construcción del pensamiento matemático es más complejo de lo que se quiere aceptar, puesto que requiere del conocimiento de otras ciencias para su comprensión, las que conforman y explican el entorno integral del estudiante.

El constructivismo en éste proyecto es un pilar de referencia dentro de las teorías del aprendizaje que permite la participación activa de los estudiantes en la construcción del conocimiento, y se articula con los referentes de calidad, tanto para lenguaje como para matemáticas, planteados desde el Ministerio de Educación. En los objetivos del constructivismo es determinar el aprendizaje significativo desde el conocimiento previo, por lo que el estudiante se encuentra reconstruyendo el conocimiento con el contenido relevante relacionado al conocimiento previo de tal forma que pueda relacionarlo "esto es, con algún aspecto de la estructura cognoscitiva del alumno, sea una imagen, un símbolo" (Ausubel 1983), y el rol del docente como mediador del conocimiento. Al planear el trabajo en el aula desde el constructivismo se tiene en cuenta la búsqueda de la asimilación de conceptos, que se comprueban a través del cambio de las estructuras de pensamiento expresado mediante la conducta verbal y no verbal.

El Ministerio de Educación de Colombia, (2006) determina los cinco procesos generales que se contemplaron en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, y son: formular y RP; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos, éstos son procesos que se dan en todas las áreas, aunque con diferentes obstáculos, de acuerdo al nivel de desarrollo alcanzado por un estudiante. En lo que respecta a la comunicación considera que las matemáticas no son un lenguaje, pero ellas pueden construirse, refinarse y comunicarse a través de diferentes lenguajes con los que se expresan y representan, se leen y se escriben, se hablan y se escuchan.

Duval aclara que si no se dispone al menos de dos formas distintas de expresar y representar un contenido matemático, formas que él llama registros de representación o registros semióticos, que hemos analizado anteriormente, no parece posible aprender y comprender dicho contenido. (Duval 1998). Duval insiste en la pluralidad de registros de representación semiótica, los que divide en lenguaje formal y no formal, donde las palabras y los signos, como lenguaje formal y no formal, son lenguajes esenciales en el desarrollo del pensamiento conceptual.

En lo que respecta a Razonamiento, el argumento del Ministerio de Educación en los lineamientos para el área de matemáticas, es que el desarrollo del razonamiento lógico empieza en los primeros grados apoyado en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones, donde el niño puede dar explicaciones coherentes, proponer interpretaciones y respuestas posibles, y adoptarlas o rechazarlas. Procesos que sin el apoyo del lenguaje natural de los niños no sería posible; es en la conversión del lenguaje verbal al lenguaje simbólico acertadamente, donde el PAM tiene éxito y se traduce en explicaciones coherentes, y respuestas con argumentos lógicos posibles por parte del estudiante.

En cuanto a los lineamientos del Ministerio de Educación, que es la brújula a seguir para la elaboración de todo el proceso de aprendizaje en todas las áreas, tienen definidas claramente las habilidades y competencias a desarrollar en nuestros estudiantes, y cada una de ellas tiene implícito el proceso de aprendizaje del área del lenguaje; actos de comunicar, razonar y formular, son enseñados por medio del lenguaje. No desconocemos que los símbolos matemáticos son un lenguaje, aunque no formal, pero que encierran la actividad matemática o el objeto mismo matemático; un estudiante, por ejemplo, aprende a hacer la cruz del signo de la adición, y lo relaciona enseguida con añadir una cantidad a otra. En ésta propuesta es fundamental que dentro de la didáctica usada por el docente al enseñar lenguaje y matemáticas, se pueda establecer claridad sobre esos símbolos y términos, en su conceptualización y función, de tal manera que para el estudiante sea visto el mundo matemático de forma tan natural y con la misma claridad con que mira su propio vocabulario. Obviamente, es un proceso que inicia desde que el niño empieza a interactuar con su entorno familiar, previamente al ingreso al colegio, y podemos identificar etapas propias del desarrollo cognitivo del niño donde el proceso de abstracción de símbolos matemáticos tiene mayor incidencia.

Etapas del aprendizaje Piaget.

Estudio y análisis de etapas de aprendizajes en niños en primaria

Abordando la propuesta de ésta monografía, y queriendo responder la pregunta que nos ocupa, ¿De qué forma el docente puede desarrollar mejores habilidades de interpretación matemática para la RP cotidianos, desde la estrategia del ABP y el uso de la semiótica, en estudiantes de Básica Primaria?, Definiremos cómo es el proceso de aprendizaje durante las diferentes etapas de la vida del niño, propuestas por Piaget, y en qué etapa de sus niveles de aprendizaje, se establecen conceptos: en el hacer, en el saber hacer, y en el poder hacer, y los elementos que influyen en el aprendizaje: estructura cognitiva personal, interacción Social, e incluyendo el aspecto afectivo.

Durante la etapa inicial: hasta los 2 años: (período sensorio motor: 0-2 años)

Es el período donde el niño pasa de acciones reflejas a acciones sensorio motoras mejor organizadas y se inician las primeras simbolizaciones. Se inicia con el hacer, por medio de su interacción con el entorno: sonidos, expresiones de afecto, sonrisa… etc. Luego el niño descubre el saber hacer a partir de ese pre saberes básicos y el sonido se convierte en silabas. En el proceso se construyen el hacer más complejo y lo integran con ese saber hacer. En el primer proceso de aprendizaje, el niño ha empleado su percepción y obtiene Desarrollo cognitivo, Desarrollo Lingüístico, Desarrollo social y Desarrollo afectivo. Cuatro áreas que forman parte de la formación integral del ser humano. Las cuales no solo se desarrollan, sino que van ligadas para un aprendizaje óptimo.

Aunque no podemos determinar el punto de inicio del aprendizaje en el ser humano, si podemos determinar las diferentes áreas que se van construyendo en el proceso. En la actualidad se puede determinar que un bebe desde el vientre empieza a reconocer en algún momento de su formación, sonidos agradables o desagradables que lo predisponen positiva o negativamente en su relación con su medio ambiente, que en ese momento es la madre. De aquí que la percepción que desarrolla un niño en términos generales cobre gran importancia y al mismo tiempo vaya de la mano de la experiencia de vida que ya haya tenido. El primer ambiente de aprendizaje del ser humano parte en el vientre de su madre, y presenta sus primeros logros en casa, una vez nacido. El paso de la acción sensorio motora a una conceptualización en el pensamiento se hace lento dependiendo del grado de asimilación que tenga un sujeto en particular.

El Lenguaje se constituye un elemento de formación fundamental. Desde el momento que se es un receptor, y luego como parte esencial de comunicación, por medio de las palabras, gestos y la expresión corporal. El niño que una vez solo emitía sonidos incoherentes, ahora, en éste lapso de tiempo, construye monosílabas, luego palabras y después frases coherentes motivadas por el interés particular de cada uno. En situaciones particulares.

Durante la etapa de 3 – 5 años: (según Piaget 3 - 7 años)

Para la teoría de Piaget, citado por Álvarez C., A; Orellano E., (1979), el niño de 2 – 7 años, pasa por una etapa pre operacional, rígida, estática, no social, sin mayor interés en el efecto que producen su relación con el entorno. Actualmente las condiciones varían de niño a niño, por pertenecer a la generación de la era digital, con variables cada vez más complejas en cuanto a la disfuncionalidad familiar que se presenta en la actualidad, y las diferentes metodologías para el aprendizaje que se usan en el aula, sumado a las herramientas didácticas en el aula que son contundentes para la experiencia pedagógica individual frente al nuevo conocimiento.

En ésta etapa, en el niño sin mayores problemas de entorno o afectivos, ha desarrollado el poder hacer y expresa verbalmente las situaciones. Es decir, tiene desempeños diferenciados que indican claramente su nivel de aprendizaje. Ha entrado a ser agente determinante por el interés que se ha despertado en él, por situaciones particulares, ya sean de orden afectivo o por el interés familiar en el cual se desarrolla. Este elemento marca una diferenciación en el proceso de aprendizaje de los niños de forma particular. De tal forma que en la actualidad no se puede determinar etapas del desarrollo de forma rígida como se hacía hace algunos años, y mucho menos pretender que el proceso sea igual para todos los niños por intervalo de edades estáticos. Los afectos y las emociones en sí mismos ya presentan altibajos de niño a niño, y de edad a edad. El marcado porcentaje de hogares disfuncionales de los niños, por ejemplo, es una variable cada vez más real y natural en los niños para tener en cuenta en el trabajo escolar, en un proceso de aprendizaje y formación.

Desde que el niño empieza a jugar en su cuna empieza a descubrir colores, texturas, y formas. Luego al dar sus primeros pasos, inicia el proceso de aprendizaje relacionado con las matemáticas, como es el conteo, y ese aprendizaje inicia un proceso de abstracción en la mente del niño; existe una necesidad natural de reorganizar el conocimiento. Por ejemplo, en el conteo, cada vez esa necesidad se hará real cuando relacione ésta experiencia con otra similar, como en el caso de cuántos años tienes con cuántos deditos tienes, o cuántos juguetes tienes. Su entorno de aprendizaje ya no solo viene dado por lo que su entorno familiar le presenta, sino que construye significados con estímulos del entorno que el niño clasifica de acuerdo al interés que se despierta en él.

En éste punto nace la pregunta: ¿cuándo hizo el niño una fragmentación en el lenguaje, hasta el punto que esos principios matemáticos básicos, como el conteo, se vuelven extraños, incomprensibles o complejos?

Otro aspecto para tener en cuenta en niños de 3 a 7 años es el desarrollo de la individualidad. El actuar por sí mismos. Cada acto de actuar por si mismos implica una decisión que el niño toma. En éste aspecto el entorno familiar juega un papel determinante por el grado de protección, mayor o menor, que ejerzan los padres y familiares, o los diferentes cuidadores del niño, para que el niño actúe de determinada manera. Depende de ésta experiencia con su entorno, el juego y la dirección del adulto, que el proceso de aprendizaje se vuelva especializado y significativo en el niño, facilitando la labor del docente en el aula.

En éste punto del análisis de la teoría de Piaget, identificamos que es en ésta etapa donde el lenguaje forma parte básica para la reorganización del conocimiento, y la construcción de nuevos saberes; expresar cantidades, experimentar con el principio de la inercia jugando con una pelota, el concepto de redondo, el principio de la gravedad, la adición o sustracción de elementos, introducción a la teoría de conjuntos, etc., es cuando de forma natural el niño puede relacionar o inducir conceptos y generalizarlos, puesto que descubre por el mismo que si a una pelota se le da impulso, va a rodar hasta que dure el impulso, por lo tanto todo lo que es redondo también rueda y todo sobre lo que se aplique una fuerza cambia de posición. En ésta etapa, de forma general, se pueden formar los significados de forma consciente en el niño. El niño establece significados por el uso relacional que hace de los objetos y su propia experiencia con el entorno.

El elemento imitación como medio de aprendizaje por asociación de imágenes, es otro aspecto a tener en cuenta en niños menores de 5 años. El niño de forma natural adopta posiciones, gestos, expresiones verbales, ademanes y aún inclinaciones o preferencias por lo que ve de sus padres. A sus 5 años, de forma general para los niños, el entorno se ha vuelto importante, el trabajo o juego en grupo, el valor moral dado en casa, la aceptación, el sentido de justicia y el poder expresar sus afectos, por lo que el querer hacer, forma parte de sus prioridades. Es un tiempo en que el niño ha reorganizado unos saberes, está descubriendo otros y es estimulado por profundizar en los que ya tenía manejo. Es el momento de crear espacios educativos significativos que generen experiencias educativas determinantes para su formación en el ambiente escolar, específicamente en matemáticas, por el trabajo que nos ocupa.

Desarrollo del niño: de 7 a 12 años: etapa operacional

En ésta etapa, con diferencia de algunos años, Piaget lo llama *etapa operacional*, donde consideró que una acción formada y organizada en la mente se basa en el conocimiento previo y manifestaciones concretas, dando paso a transformaciones sucesivas de la realidad y a diferentes puntos de vista de esa realidad; éstas acciones Piaget las definió en término de estructuras en el pensamiento semejantes a las estructuras matemáticas en lo teórico y estructuras operacionales como representación de las teóricas.

La estructura psicológica de Piaget formaliza la acción operativa elemental de los niños, pasando por las operaciones formales para incursionar más allá de lo real, y dar inicio a una segunda etapa: Construcción de teorías y sistemas, lo cual no tocaremos en éste trabajo, pues enfocamos la propuesta a los docentes de básica primaria, es decir a docentes para niños entre los 7 y 12 años, pero es donde se evidencia la mayor dificultad con el lenguaje de las matemáticas, cuyas razones psicológicas son atribuidas a que el pensamiento lógico-formal se construye en el pensamiento a la edad de once años y es donde pedagógicamente se sufren los mayores cambios por el trabajo escolar con tareas y ejercicios que ponen en juego la capacidad lógico-abstracta, a lo cual podríamos facilitar con el manejo de significados matemáticos desde la formación de su desarrollo de su capacidad lógica y de razonamiento, con el área del lenguaje. (Linares A.R 2007).

La clasificación por etapas o períodos de edad en niños para determinar su desarrollo cognitivo, ha sido propuesta por diferentes autores, y citando en éste trabajo, específicamente a la teoría psicológica de Piaget, (1970) nos dan un panorama más o menos similar sobre esas etapas del desarrollo que indican al docente en qué momento y cómo se inicia el proceso de enseñanza aprendizaje que contribuya de forma eficaz al proceso de formación del pensamiento matemático, y en éste trabajo nos interesa plantear una propuesta que minimice la dificultad en el aprendizaje de las matemáticas desde el lenguaje, como sistema de representación de comunicación asertiva para la comprensión del enunciado matemático.

La propuesta va dirigida a potenciar la capacidad de comprensión del niño, en los grados básicos de la primaria durante los cuales el estudiante ha desarrollado habilidades en el lenguaje y en las matemáticas, pero cuenta con un legado familiar como pre saber, aprendido por imitación o como influencia familiar inconsciente, y que, en cuanto a las matemáticas, se tiene una predisposición a temer al área, familiar y socialmente aceptado; es en los grados de primero a tercer grados, o *etapa operacional,* donde se desarrollan estructuras en el pensamiento del niño en lo teórico y estructuras operacionales como representación de las teóricas, que sirven de base para formar estructuras más complejas en la construcción de teorías y sistemas matemáticos a nivel de secundaria escolar.

La función del docente cobra importancia en ésta etapa primaria para el aprendizaje significativo de las matemáticas en el niño. Crear un lazo conector entre el pensamiento teórico y operacional con la realidad del entorno es fundamental, y buscar y permitir en el niño la experiencia educativa agradable y significativa con las matemáticas, solo es responsabilidad del docente de primaria dentro de su clase.

Estrategia pedagógica ABP.

El aprendizaje basado en problemas, ABP, es uno de los métodos de enseñanza más contemporáneos que se emplea en el aula, especialmente en Instituciones educativas de secundaria. En la práctica docente tradicional, o hasta hace algunos años, primero se exponía el conocimiento mediante clases magistrales y luego se buscaba la funcionalidad del conocimiento. En ésta metodología, del ABP, se exponen los problemas y a partir de ellos se busca el conocimiento identificando necesidades del aprendizaje, haciendo necesario un proceso de aprendizaje de forma colaborativa como mecanismo de apoyo al desarrollo de las habilidades individuales, haciendo del trabajo en el aula una actividad más dinámica y divertida.

En el Aprendizaje Basado en Problemas toma importancia en la funcionalidad de varias corrientes teóricas sobre el aprendizaje, entre las cuales está la Teoría Constructivista para formación del nuevo conocimiento.

En los currículos actuales la RP, según Godino y Font, (2006) se considera éste método fundamental porque su esencia es precisamente la RP, que es donde radica la mayor dificultad en el aprendizaje de las matemáticas, y objetivo básico de ésta propuesta.

Entre los autores más renombrados que han ayudado a desarrollar éste punto de vista está Polya (1965); Para él, la resolución de un problema consiste, a grandes rasgos, en cuatro fases: 1) Comprender el problema, 2) Concebir un plan, 3) Ejecutar el plan y 4) Examinar la solución obtenida. Sobre los aportes de Polya los estaremos abordando más adelante y le dedicamos un espacio especial en el trabajo, en lo referente a enunciado matemático como marco conceptual, por estar ligado, y muy de cerca, a la pregunta de investigación formulada.

Según Godino, et, al. (2003). La RP "es esencial para conseguir un aprendizaje significativo de las matemáticas. No debemos pensar en esta actividad sólo como un contenido más del currículo matemático, sino como uno de los vehículos principales del aprendizaje de las matemáticas" (p 66). Queriendo explicar que la RP no es el fin de las matemáticas, ni es estrategia pedagógica exclusiva y aislada del área y para el área, sino un medio para el aprendizaje, o desarrollo de habilidades. El estudiante debe estar preparado para adquirir una postura, criterio, nivel de curiosidad, motivación a resolver, aún en la vida diaria como individuo. La RP, para Godino y Font, (2006) no es parte de un contenido exclusivo y aislado de las matemáticas, sino articulada a los contenidos y aplicable en diferentes contextos.

En los lineamientos para el aprendizaje de las matemáticas, que propone el MEN, (2006) explica sobre la importancia de comenzar por identificar el conocimiento informal de los educandos, relacionándolos con su conocimiento previo o del entorno, donde se involucran aspectos afectivos y social, asumiendo el grupo como una comunidad de aprendizaje donde se interactúa en pro de la formación individual y consolidar de forma crítica el conocimiento.

El aprendizaje de las matemáticas es una herramienta que todo individuo va a necesitar en su vida cotidiana, que es el verdadero escenario donde, con la interacción con otros, en su comunidad, validará esos conocimientos que han sido institucionalizados en el proceso. En la práctica, el proceso de enseñanza de las matemáticas se hace en medio de la comunidad, no solo educativa, sino del entorno social donde interactúa un estudiante, y el aporte que un compañero hace al grupo dentro del aula es de invaluable significado para la RP matemáticos y como ejemplo vivo para RP cotidianos.

Las bondades de la Teoría del Aprendizaje Colaborativo.

Entre los autores más reconocidos por sus aportes al aprendizaje colaborativo podemos nombrar a Vygotsky quien fundamenta ésta teoría en el aspecto social, del ser humano y su integración dentro del grupo social, dando a la parte afectiva y social de un individuo una relevancia importante para el proceso de formación como estudiante; el autor plantea las bases del Aprendizaje Colaborativo desde la comunicación e interacción con otros a la hora de aprender. Esta teoría se asemeja al Modelo Pedagógico Constructivista, en el que, de forma equilibrada, se construye el conocimiento dentro y fuera del aula, con acciones individuales y grupales de cada individuo. En éste sentido la *zona de desarrollo próximo,* concepto desarrollado ampliamente por Vygotsky, (1988) cobra importancia, pues el estudiante llega a esa zona precisamente con la ayuda del otro. Desde éste punto de vista el docente, que en algunos momentos es un orientador del conocimiento, se hace mediador en la medida que conduce al estudiante en la construcción del conocimiento, de forma individual y proponiendo actividades en forma grupal, para la consecución de objetivos pedagógicos individuales y del ser social.

La Psicología Social y las metodologías del aprendizaje moderno fomentan la interacción entre pares para un aprendizaje óptimo, eficaz y significativo en el individuo. En sus características se pueden ver los beneficios que deja: la tarea en común para todos los implicados en el proceso de aprendizaje que los relaciona como iguales y una predisposición a colaborar entre los miembros del grupo, aprovechando la inclinación del niño en su etapa primaria a ser un colaborador y ser interdependiente, de tal forma que el trabajo de uno estudiante está ligado al del otro. La responsabilidad individual de cada uno de los miembros del grupo con su grupo promueve el compromiso con el aprendizaje. Eso lleva al estudiante a desarrollar el pensamiento crítico y autónomo, fomenta la autoestima, mejora las habilidades sociales y afectivas, desarrolla valores como responsabilidad y tolerancia entre sus semejantes y sobre todo mejora el concepto que cada uno tiene de sí mismo, reduciendo la ansiedad y el stress infantil, que en la actualidad crece visiblemente.

El Modelo propuesto en éste trabajo aprovecha los beneficios del trabajo colaborativo, dando la oportunidad de que el grupo en conjunto llegue al nivel de desarrollo próximo, en la comprensión y RP matemáticos, sin olvidar las características individuales que pueda cada uno aportar e influir en el proceso de aprendizaje por medio de un determinado trabajo. Es importante que en el hacer docente se identifique a los estudiantes con dificultades para relacionarse con el otro y aprovechar algunos elementos en el desarrollo del ejercicio para involucrarlos y alcanzar los objetivos propuestos. Generalmente son estudiantes que prefieren trabajar solos, y que el docente puede encausarlo para el desarrollo de la autonomía, sin olvidarla importancia del trabajo colaborativo en ese estudiante con la interacción de los aportes del grupo en el trabajo colaborativo y generalizado que en un momento se produce. Vygotsky (1988).

La calidad educativa es un tema que se aborda en todas las esferas de los agentes educativos, y toda comunidad educativa, que justifica los cambios que unos y otros quieran hacer en miras de lograrlo. Es en la Institución educativa en la que depositamos toda la esperanza de lograr los objetivos pedagógicos que se requieren. Es común oír entre padres de familia que la razón de porqué matricula a su hijo en determinada institución es por la calidad educativa que esa institución ofrece. La calidad educativa es considerada como un indicador de la integración, y el funcionamiento de diversos componentes pedagógicos que garantizan el cumplimiento de los objetivos de la educación, como es la transformación de la conducta y de una sociedad, cada vez más competitiva. Es el trabajo como ser social, en colaboración de toda la comunidad educativa, lo que permite optimizar el aprendizaje.

Estándares Básicos de Aprendizaje por el Ministerio de Educación.

Desde mediados de los años 70 se ha venido trabajando con el concepto de calidad de la educación en la legislación colombiana. Aunque es un concepto complejo, por la incidencia que tiene en la sociedad la tarea educativa, hay diversidad de actores y factores que la afectan. Las nuevas expectativas sociales exigen desarrollar las habilidades y valores que cada individuo requiere para vivir, competir, ser productivo y seguir aprendiendo a lo largo de la vida, de tal manera que se debe garantizar los resultados educativos desde sus bases, en grados escolares.

Los estándares básicos de competencias son los parámetros que todo niño, niña y joven debe saber y saber hacer para lograr esa calidad que el sistema educativo ofrece y exige, y la ley se pronuncia a favor de unos referentes comunes que el Ministerio de Educación Nacional menciona en la Ley General de Educación: un estándar es un criterio claro y público que permite juzgar si un estudiante, una institución o el sistema educativo en su conjunto cumplen con unas expectativas comunes de calidad. (MEN 2006). La concepción de los estándares propuestos se formuló con el fin de superar las visiones tradicionales que consistían en la transmisión y memorización de contenidos, para cambiarla por una pedagogía que todos los docentes puedan utilizar efectivamente dentro y fuera de la escuela, por las exigencias del contexto social. La noción de competencia, en la educación es entendida como saber hacer en situaciones concretas en la que se requieren una aplicación creativa, flexible y responsable de conocimientos, habilidades y actitudes.

Una competencia ha sido definida como un saber hacer, es decir, como la capacidad de usar los conocimientos en situaciones distintas de aquellas en las que se aprendieron, y son transversales con otras áreas del conocimiento. A partir de los estándares básicos de competencias, docentes de las instituciones educativas definen objetivos y metas de aprendizaje para cada área específica tomando como referentes los contenidos temáticos, la información factual, los procesos y otros requisitos que sean indispensables y funcionales para desarrollar la competencia respectiva (MEN, 2006)

Con éste fin, la organización secuencial de cada estándar de un grado involucran los del ciclo anterior, con el fin de garantizar el desarrollo de las competencias, de acuerdo con los procesos de desarrollo biológico y psicológico del estudiante. Es lo que el Ministerio de Educación define como coherencia vertical entre los grados. Por otra parte, existe una Coherencia horizontal en el área, como en el caso de los estándares de matemáticas, que fueron organizados en cinco pensamientos definidos y señalados en los Lineamientos de Matemáticas.

Ahora bien, lo que verdaderamente hace posible desarrollar las competencias en su plena expresión, es la generación de situaciones de aprendizaje significativas en donde la formulación de problemas y la búsqueda de respuestas a ellas, la valoración de los saberes previos, el estudio de referentes teóricos, las preguntas constantes, el debate argumentado y la evaluación permanente, sean ingredientes constitutivos de toda práctica pedagógica. Sobre las competencias es la teoría del aprendizaje significativo la que brinda luz y funcionalidad al proceso de enseñanza aprendizaje, sobre lo cual en éste trabajo hacemos referencia a Ausubel (1983) como uno de sus más renombrados exponentes.

Lo significativo de un aprendizaje se traduce en la utilidad y eficacia en prácticas sociales; un aprendizaje carece de significado en cuanto no sea relevante para la vida cotidiana. Desde ésta perspectiva, la comprensión, por ejemplo, en matemáticas, se entiende explícitamente como una competencia relacionada como actividad ejercitada para tareas en la vida. En las dimensiones de la comprensión se incluye los contenidos, conceptos, y se proponen los aspectos relacionados con los métodos y técnicas, con el expresar y comunicar lo comprendido y con la praxis cotidiana, profesional o científico-técnica de determinada actividad; todas evidenciadas como un conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y psicomotoras relacionadas entre sí. El ser competente en matemática, no depende solamente del estudiante, aunque debe ser el agente que desarrolla sus propias competencias, sino del grupo, porque siendo un ser social, necesita del acompañamiento de la comunidad en que se desarrolla, incluyendo e influenciado contundentemente por el apoyo docente.

En los Estándares básicos de Aprendizaje matemático se contemplan las actuaciones del estudiante en todas sus dimensiones, como actividad humana, donde el uso de recursos lingüísticos es necesarios para la construcción como ser social. MEN (2006).

> La adopción de un modelo epistemológico coherente para dar sentido a la expresión ser matemáticamente competente requiere que los docentes, con base en las nuevas tendencias de la filosofía de las matemáticas, reflexionen, exploren y se apropien de supuestos sobre las matemáticas tales como: Las matemáticas son una actividad humana inserta en y condicionada por la cultura y por su historia, en la cual se utilizan distintos recursos lingüísticos y expresivos para plantear y RP tanto internos como externos a las matemáticas mismas. Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y sustentar puntos de vista. Es decir dominar con fluidez distintos recursos y registros del lenguaje cotidiano y de los distintos lenguajes matemáticos". (p. 49-50)

En los lineamientos del MEN para grado 2° específicamente, lo relacionado a matemáticas, se espera como evidencias de aprendizaje, por ejemplo, que los estudiantes interpreten y construyan diagramas para representar relaciones aditivas y multiplicativas entre cantidades que se presentan en situaciones o fenómenos, usar algoritmos no convencionales para calcular o estimar el resultado de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones entre números naturales, que debe describir y justificar, proponer ejemplos y comunicar de forma oral y escrita las condiciones que puede establecer para conservar una relación (mayor que, menor que) cuando se aplican algunas operaciones a ellos, comparar y explicar características que se pueden medir, en el proceso de RP relativos a longitud, superficie, velocidad, peso o duración de los eventos, entre otros.

Ver en Anexo 2 los Estándares Básicos de Aprendizaje en matemáticas para los grados de 1° a 3° de primaria. Establecido por el Ministerio de Educación (2006)

Transversalidad entre áreas del Lenguaje y el área de las Matemáticas.

Transversal: Que se halla o se extiende atravesado de un lado a otro: Diccionario R.A.L.E.

La intención pedagógica de formar y educar estudiantes para una sociedad o contexto donde se desenvuelve implica no solo una propuesta innovadora que integre aspectos intelectuales y afectivos para el desarrollo integral del estudiante como ser social, sino de la transversalidad entre áreas del conocimiento, que permita al individuo poder responder a problemas de contexto. Incluir la práctica transversal en la educación, no implica desplazar los objetivos particulares de cada área, sino potencializar el PAM en doble dirección: profundizando y contextualizándolos, especialmente en la enseñanza primaria, donde las áreas se ven en conjunto y los docentes son preparados para desarrollarlas de esa manera. Lo que permite que los objetivos de la educación en los niños y niñas, desde los inicios o básica primaria, sea significativa y a largo plazo. Educar en integración de áreas, es crear puentes entre el contexto social y el conocimiento científico, que conectan lo aprendido con la realidad, con el objetivo de responder a situaciones con problemas en común; la transversalidad indica la ubicación del plan y los programas de estudio de determinados contenidos relevantes, que afectan actualmente a la humanidad, al propio individuo y a su entorno natural.

Desde la propuesta del MEN en el planteamiento, organización y planeación del currículo en todas las áreas, para la etapa escolar del niño, podemos traducir la postura de considerar el currículo como experiencias programadas para el aprendizaje, donde la lectura y la escritura son parte fundamental para una comunicación asertiva, que se hacen un eje para inter relacionar a todas las áreas curriculares. En las discusiones actuales sobre teorías del aprendizaje, modelos pedagógicos, didácticas, currículos, procesos de enseñanza aprendizaje, han motivado la búsqueda de una óptima interpretación y comprensión de la realidad educativa en etapa escolar, especialmente por las exigencias de calidad y competitividad en el avance vertiginoso y acelerado de la humanidad, fijando la atención en la preparación de los currículos, o plan de estudios para cada área, cuyo objetivo primordial es la formación del estudiante, el cambio de comportamientos y construcción de la sociedad.

La Ley 15 de 1994 - Ley General de Educación, define el currículo como el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural, nacional, regional y local traducida por el Proyecto Educativo Institucional –PEI– y la misión, visión y principios de la misma institución. El currículo abre la inigualable posibilidad de inter relacionar las diferentes áreas para lograr la formación integral del estudiante, quien, en su realidad, en su propia experiencia de vida, hace una continua inter relación de todos los saberes logrados. La contextualización debe ser elemento fundamental en el desarrollo del currículo para lograr esa construcción de la identidad cultural, nacional, regional y local, que de lo contrario se considera como incongruente entre el currículo oficial y el vivido traduciéndose en diseños curriculares centralizados y tendencia a la homogeneización que olvida la diversidad social y regional, tanto como las diferencias individuales. (Moreno, 2004).

Moreno, (2004) relaciona en el significado de transversalidad con dos conceptos: cruzar y enhebrar. En el primer caso, lo asemeja a líneas que cruzan todas las disciplinas. La segunda lo identifica como un elemento vertebrador del aprendizaje que reúne a su alrededor las diferentes materias. De acuerdo a ésta definición, es en la transversalidad del lenguaje con las matemáticas la oportunidad de aprendizaje que enlaza todos los saberes de las dos disciplinas, y consolida el conocimiento.

La realidad educativa en Colombia es que el currículo se presenta pre establecido por el ente gubernamental y, en concordancia con el hacer educativo responsable y a tiempo con la programación del año lectivo, estructurado por las directivas de la Institución educativa, se puede desarrollar un currículo descontextualizado, disgregado de la realidad del estudiante; la saturación de actividades aisladas pretendiendo el desarrollo curricular específico de un área, no solo hace incongruente el currículo con los propósitos del mismo, sino es fuente de desmotivación en estudiantes y en el mismo docente de área. La misma experiencia de vida es el impulso que mantiene con vida al ser humano, y ello se forma en y con diferentes ángulos del saber.

El educador de preescolar y básica primaria tiene la ventaja de ser el orientador de todas las áreas en éstas etapas escolares, y puede desarrollar actividades transversales que optimicen el currículo propuesto. Por ejemplo, si un docente observa que en la clase de matemáticas no se tiene claro l significado de algunas palabras, conceptos o símbolos matemáticos, puede desarrollar clases en el área del lenguaje integrando esas palabras, frases o símbolos, de tal manera que al ingresar a la actividad matemática, para el estudiante le sea familiar el término o, por lo menos, pueda hacer la debida relación en el pensamiento. Enseñar con textos narrativos, historietas o composición de oraciones en sujeto y predicado, el docente puede proponer esos términos matemáticos que al estudiante se le dificulte. Un espacio transversal entre áreas del saber no es más que un punto de encuentro entre ellas, con el objetivo de facilitar una formación contextualizada de cada una de las áreas relacionadas.

Marco Conceptual

Análisis Epistemológico del uso del lenguaje matemático en general.

La epistemología, es una rama de la filosofía interesada en investigar sobre planteamientos y cuestiones fundamentales tales como: ¿Cuáles son los orígenes del conocimiento científico? ¿Cuáles son los criterios de validez del conocimiento científico? ¿Capacidad de predecir sucesos? ¿Consistencia lógica? u otros interrogantes que son interpretados por diferentes corrientes filosóficas.

Los educadores matemáticos están generalmente interesados en estudiar los procesos de crecimiento del conocimiento matemático, sus mecanismos, las condiciones y contextos de descubrimientos pasados, por lo que estableció que la epistemología se ocupe en sí misma en una reconstrucción racional de los procesos de pensamiento científico, indicando que los procesos científicos se desarrollarían sin la intervención de factores irracionales como justificación de ese pensamiento científico. La aproximación a la epistemología centrada en el contexto de justificación se conoce como fundacionalismo.

En el psicologismo de las epistemologías de Poincaré, Bachelar y Piaget y la formación del espíritu científico es evidente la búsqueda de las condiciones psicológicas del progreso de la ciencia. Dieudonné, afirmó que la cuestión de la validez del conocimiento matemático es simple: “un enunciado verdadero es un enunciado probado, aunque las pruebas rigurosas son sólo posibles en teorías axiomatizadas”. (Citado por Godino, 2004). Para el autor, los criterios para la evaluación de un trabajo matemático son subjetivos, que hacen que algunas personas propongan decir que la matemática es más un arte que una ciencia; consideró la matemática como un todo unificado, en el que el significado y la significación de cada parte es una función del papel que juega en un todo.

Piaget (1961/1987) coordinó la lógica del descubrimiento científico con los datos psicológicos de una manera sistemática y metodológica, donde los objetos de la epistemología son los mecanismos que constituyen el conocimiento en el marco de disciplinas científicas particulares, y usa dos métodos: una perspectiva sincrónica, y una perspectiva diacrónica. En la sincrónica, usa un análisis lógico-matemático para definir la significación epistemológica de una herramienta conceptual dada. (Piaget y García, 1989). En la perspectiva diacrónica, se construye una génesis histórica y psicogenética de un área de pensamiento científico. Las dos perspectivas explican la significación epistemológica del conocimiento, puesto que el conocimiento no es independiente del proceso de su formación.

Desde el punto de vista sociológico, el constructivismo mira el desarrollo cognitivo o conceptual, interno de la mente, o de la disciplina como un todo. Y otras corrientes epistemológicas orientan su atención en el crecimiento del conocimiento más externos, y sociales e intentan poner un fundamento para el conocimiento en la correspondencia entre el lenguaje y la realidad, de tal forma que las expresiones se transforman de un contexto a otro, en cuanto es aceptado por el contexto.

Retomando a Polya (1965), el autor hace una aproximación a la enseñanza de las matemáticas, aportando un método para solución de enunciados matemáticos, y otros escritores hacen sus aportes a la epistemología en las matemáticas, y es posible que docentes matemáticos estén atentos más a los cambios y crecimiento de los significados matemáticos que en acumular conceptos, por lo que ven a la epistemología como el estudio del estatus, estructura y significado del conocimiento (Citado por Sierpinska, 1996)

¿La Epistemologías en o de la educación matemática? Piaget (1973) afirmó que el conocimiento lógico-matemático se produce en cuanto a contexto de justificación, de forma diferente, por medio de la abstracción reflexiva, mientras que el conocimiento científico requiere tanto abstracción empírica como reflexiva. Las reformas de los años 70 de la Matemática Moderna, se produce por el apoyo por la epistemología genética estructuralista elaborada por Piaget (1970, 1973). La cual detalla cómo llegan los niños a conocer las matemáticas y no solo de cómo los enunciados matemáticos se justifican y se organizan en totalidades consistentes.

Desde el constructivismo, se pone un fundamento para la didáctica matemática que usa un profesor con sus estudiantes según los principios de la teoría, por medio de la cual si no hay conexiones directas entre enseñanza y aprendizaje, la actividad se hace infructuosa; Las clases con enfoque constructivista son aquellas que estimulan la construcción significativa y efectiva del conocimiento matemático. Por tanto la cuestión de la autonomía del estudiante es fundamental, de acuerdo con ésta teoría, y la función primaria del lenguaje es expresar pensamientos individuales, no crear objetos culturales. Los pensamientos constituyen conocimiento en un individuo.

Desde una visión social la investigación en educación matemática de interés creciente y contemporáneo, son las que miran sobre el contexto social de la clase de matemáticas donde los factores sociales pre dominan en lo afectivo como parte del entorno social y cultural que forman un todo en el desarrollo del niño. (Vygotsky, 1978) El desarrollo de los procesos psicológicos superiores identifica la región o la *zona de desarrollo próximo*, que identifica lo que un niño puede hacer por sí mismo y lo que puede hacer con la ayuda de un compañero o un adulto, indicando la importancia del aprendizaje colaborativo.

Dentro del enfoque de los Interaccionistas, se enfatiza que el foco del estudio no es el individuo sino las interacciones entre individuos dentro de una cultura. Explica que el lenguaje es visto como un moldeador activo de la experiencia. (Bruner, 1985.) La orientación interaccionista hacia el lenguaje se distingue tanto del constructivismo como de la perspectiva de Vygotsky, aunque comparte con ellos el rechazo de una visión representacionista del lenguaje como representación del mundo. En el constructivismo, el lenguaje es una expresión del pensamiento, (Piaget, 1976). Vygotsky vio en el lenguaje un medio de transmisión cultural. El interaccionismo deja de ver el lenguaje como un objeto separado que puede ser usado para un propósito u otro y que, en principio, podría ser reemplazo por algo diferente por otro medio de comunicación.

El lenguaje representa y crea una realidad, de la misma manera que es usado en el problema matemático para la comprensión del mismo. El lenguaje de símbolos matemáticos es el medio de expresión y de representación para la comprensión de una realidad, que sin su traducción lingüística institucionalizada con intención matemática carece de claridad para la solución de un enunciado planteado. Un aprendizaje significativo de las matemáticas requiere de la construcción de significado y la idea de símbolo, su semiosis, y de esta forma cada sistema de representación adquiere significados distintos del lenguaje natural, sin perder el orden correcto en su sintaxis, propio de una ciencia formal, ni la validez en las expresiones construidas. Conocer su simbología permite al estudiante entender los enunciados matemáticos.

Lenguaje y Comunicación.- Semiótica.

De acuerdo a investigaciones sobre la importancia del lenguaje en el niño, Cohen (2010) señala respecto al Desarrollo del Lenguaje y de la Lectoescritura, que:

> Desde la lactancia en adelante, el lenguaje y el desarrollo psicosocial y emocional están interrelacionados. La comunicación empieza en los primeros días de vida. Posibles problemas que comienzan en las relaciones con los padres pueden a la larga escalar a medida que los niños entran a la escuela y tienen dificultades para aprender y llevarse bien con sus pares y profesores. Incluso leves trastornos del lenguaje pueden tener un impacto en el curso del desarrollo. Los resultados finales se empeoran por la presencia de diversos estreses ambientales que ocurren simultáneamente. Dado que la competencia en el lenguaje es crucial tanto como apresto para la escuela como para la adaptación psicosocial y emocional, la

> presencia de problemas de lenguaje y comunicación puede conducir a un niño por una trayectoria de desajuste en el curso de su vida. (p 34)

En cada uno de los estándares de aprendizaje propuestos para matemáticas por el Ministerio de Educación, está implícito el proceso cognitivo del estudiante mediante símbolos del Lenguaje. Tales como: describo cualitativamente situaciones de cambio y variaciones usando el lenguaje natural, dibujos y gráficos.

Godino et, al. (2009) indican la importancia del lenguaje matemático con un carácter distintivo por su poder como instrumento de comunicación, conciso y sin ambigüedades por su lenguaje amplio en símbolos, gráficos y tablas, incluyendo a las letras y a los números como símbolos de comunicación, que permiten la interpretación del entorno y anticiparse a hechos observables pero que no se han producido, permitiendo a las matemáticas ser una disciplina científica, con una estructura interna ordenada, amplia y significativa, con fundamentos reales y conceptuales que relacionan esa estructura y que en el campo educativo nos obliga a trabajar para la interpretación eficaz de las realidades. Es desde ésta premisa, que la educación matemática en el niño, no puede limitarse a transmisión de conceptos, ajenos al significado de esos conceptos en la realidad. Si separamos las matemáticas de la realidad del niño, se continúa haciendo de ésta ciencia un área curricular de solo formalismos. De ahí su enfoque constructivista en su didáctica, más que un ejercicio memorístico, de las matemáticas.

El desarrollo natural del niño del pensar matemático empieza de forma natural; Es, por ejemplo, una realidad matemática que cuando el niño cumple su primer año de vida, el no relaciona esto con una operación matemática, ni siquiera entiende lo que es responder mostrando un dedito a la pregunta: ¿cuántos años tienes? Lo que sí es evidente, es que al año siguiente va a mostrar dos deditos y al tercer año habrá hecho una abstracción de la relación de días y estatura, o de días como el tiempo que ha pasado, o de años consecutivos contados con sus deditos, y empieza a hacer sumas relacionadas con ese conteo, que solo tiene significado o definición implícita.

Éste PAM empieza desde que el niño comienza a tener interacción con su medio, a través de símbolos desde el área del lenguaje. Es fundamental poder usar la intuición natural del niño para que el proceso del aprendizaje formal de las matemáticas se construya con el mismo entusiasmo con el niño empieza a contar sus pasitos, sus dientes, sus años. Y así, poderla usar como herramienta que interprete, explique, resuelva y prediga realidades. La importancia del Lenguaje, como aporte transversal en la enseñanza de las matemáticas, se hace cada vez más interesante, determinante y obligatorio. Desde las Teorías del aprendizaje se hacen aportes importantes, y diferentes autores enriquecen el concepto de Lenguaje en las matemáticas, como ese cúmulo de significados que obligan al estudiantes a echar mano de conceptos previos de la semiótica del idioma, que garantiza el éxito del proceso de formación en matemáticas.

Definiendo la semiótica, como ciencia que incursiona y profundiza en los sistemas de la comunicación humana, también llamada semiología, fundamenta su nombre en el término *Semenion*, que significa signo, sobre lo cual se han ocupado diversos autores, entre esos Saussure, Barthes, Umberto Eco, entre otros, quienes tienen apreciaciones distintas en cuanto a la Lingüística, una de las partes del lenguaje que estudia la Semiología, considerando signos lingüísticos y signos no lingüísticos en el acto de comunicarnos. En lo que todos concuerdan es en la doctrina de los signos contemplados en la Semiótica, y que ellos, los signos, son el objeto de ella. La Semiótica estudia todos los procesos culturales como procesos de comunicación, y cada uno de esos procesos subsisten sólo porque debajo de ellos se establece un Sistema de significación (Eco, U. 2000); el autor establece una diferencia entre la semiótica de la comunicación y la semiótica de la significación, siendo el código el sistema de Significación que hace efectiva la comunicación.

El concepto.

Godino, (2004) en sus aportes a la didáctica en matemáticas, explica que los contenidos, conceptos y procedimientos en la enseñanza de las matemáticas es de naturaleza pedagógica y se deben trabajar de forma conjunta en el aula. Esta es tarea del docente: planear, organizar, proponer, desarrollar y mediar el proceso. Sin olvidar las características del grupo y las individualidades de quienes forman el grupo, y teniendo en cuenta que los contenidos formalizan las matemáticas e interrelacionan conceptos. Pero, el desarrollo de la habilidad de interpretar y explicar la realidad, es un proceso que hace el mismo niño, a partir de su contacto con esa realidad y que un docente le presenta un concepto de ella

“Para poder identificar las dificultades que los alumnos tienen en el estudio de las matemáticas necesitamos reflexionar sobre los tipos de objetos que se ponen en juego en la actividad matemática y las relaciones que se establecen entre los mismos.” (Godino, 2004 p. 32).

La actividad matemática va más allá del desarrollo de una operación, si esa operación no tiene significado real para el niño su PAM se hace confuso o deficiente. Cada significado comprendido se institucionaliza como verdad, y en la didáctica en el aula para la comprensión del enunciado matemático, “la dependencia entre los significados personales e institucionales se observa porque el significado de las expresiones y entidades de las que el sujeto debe apropiarse son consecuencia de las informaciones y actividades propuestas por el profesor”. Además la didáctica utilizada en el aula, “permite identificar significados puestos en juego en una actividad matemática puntual como es el uso de términos y expresiones en la realización de una tarea o en un acto de comunicación matemática” (Godino, 2002 pp 237; 275)

Otros investigadores, como Sierpinska (1996), coinciden que el proceso de comprensión de los enunciados matemáticos no es efectivo si el niño no ha hecho una abstracción de significación del hecho matemático, con base en conexiones internas que se traduzca en representaciones claras para él. El proceso de abstracción es una actividad por medio de la cual llegamos a modelar los conceptos en la práctica diaria. Clasificar significa juntar nuestras experiencias sobre las bases de estas similitudes. Un concepto entonces requiere para su formación cierto número de experiencias las cuales tienen algo en común, que se ejercitan una y otra vez en varios contextos, inicialmente de forma intuitiva, como cuando el niño comienza a hablar, hasta que es representado claramente en la estructura cognitiva de un individuo.

Cuando el estudiante se apropia del lenguaje interioriza todo su mundo y a partir de esa acción desarrolla un sistema de representación diverso, desde el gestual, como cuando un bebe empieza a interactuar con sus familiares, hasta el lenguaje más sofisticado. En la actualidad de la era digital se introducen otros sistemas de representaciones por ejemplo el lenguaje simbólico representado en meticones.

Para Moreno una palabra es algo que toma el lugar de otra cosa, refiriéndose no a cosas concretas sino a los conceptos como medio de generalización (Moreno, 2014); cada palabra pertenece o hace parte de un campo de referencia, y el campo de referencia varia de persona a persona, de acuerdo a su propia experiencia. Ningún símbolo tiene un significado intrínseco pues dependen del intérprete de la palabra, y la relación entre significado y el significante que es convenida socialmente, para poder constituirse en una unidad inseparable, q no se pueden manejar de forma aislada. El campo de referencia entonces de una palabra, no es fijo, y se hace obligatorio ser compartida por la sociedad, o institucionalizada, para poder tener la comunicación entre todos.

Saussure, citado por Moreno (2014), define a las palabras como entidades *befases* o dicho de otra manera, una unidad entre significados/significantes; La persona, con el tiempo, emplea y genera mayor intimidad con su lenguaje de tal forma que los hace parte de sí misma. De ahí la importancia que éste trabajo quiere dar al lenguaje natural o la realidad de que el estudiante construye un lenguaje matemático de forma natural; por esto la necesidad de la enseñanza transversal entre áreas del lenguaje y de las matemáticas. Las palabras cobran significados distintos de acuerdo a la situación que representa, y adquieren su propia realidad que solo entonces tienen significado con significante y se establece como medio de comunicación. “Una vez que una experiencia ha sido trasladada al lenguaje natural, oral o escrito, o a otro sistema simbólico, puede entonces ser refinada, pulida y profundizada” Moreno (2014 p 20).

Podemos comprender el proceso cognitivo que hace un estudiante para hacer una abstracción funcional del lenguaje matemático, y convertir los símbolos en conceptos. Igual al proceso de adquisición del lenguaje materno que se construye desde el nacimiento, a partir de la experiencia con significado, el lenguaje matemático, poco a poco conceptualiza sus símbolos, donde la didáctica contribuye a que sea un lenguaje que haga parte de nuestra cognición. Históricamente se ha comprobado el uso del concepto de conjunto como modelo para contar, para comparar, para representar tamaños y tiempos, iniciadas en civilizaciones primitivas, sin tener mayor teoría formal que la de su propio ingenio e intuición. Moreno (2014) dedica un capítulo de su investigación en las primeras formas de contar y escribir de la humanidad.

En el ejercicio docente causa curiosidad cómo estudiantes de secundaria, 8° o 9°, tienen dificultades en matemáticas porque en medio de un problema matemático existen término como factor o variación que aunque han visto y empleado durante toda su vida escolar en sus clases de matemáticas, deben detenerse a interpretarla porque se encuentran en un nuevo enunciado, después de estarlas ejercitando durante 8 años previos. De acuerdo a ésta realidad, podemos comprender que la fragmentación del lenguaje matemático que hace el estudiante a partir de un símbolo se constituye en el espejismo de una experiencia negativa en un momento especifico a partir del cual él mismo crea una barrera de autodefensa, o excusa con expresiones admitidas y comprendidas socialmente sobre lo que es el no me gustan las matemáticas o yo no soy bueno en matemáticas; al indagar ése hecho o luego de hacer un trabajo académico, se puede comprobar que el problema real se formó por una actitud negativa por una experiencia negativa, más que una deficiencia en su estructura cognitiva o posible discalculia.

Moreno (2014) cita al antropólogo C Geertz (1983), quien expresa: “el hombre es un animal que simboliza, que conceptualiza, que busca significado. El impulso de conceptualizar y dar significado a la experiencia es tan real y necesario como cualquier otra necesidad biológica. La actividad simbólica es la clara muestra de que no puede vivir en un mundo incomprensible” (p 21) La experiencia del ser humano queda registrado socialmente, en su sistema nervioso a través de sus sentidos, y en su memoria, las que acumulará como legado de su mundo cultural y en su propia historia.

La intuición y la simbolización son determinantes a la hora de aprender las matemáticas Históricamente, a medida que el conocimiento de las matemáticas fue alcanzando mayores niveles de organización formal como ciencia, el hacer diario en el aula fue separando el saber matemático de la intuición natural del hombre, poniendo en peligro el pensamiento informal e intuitivo de las matemáticas y dándoles el rigor que las matemáticas puras tiene. Moreno (2014) Cita a James Pierpont (1899) quien expresa: “Tenemos dos mundos: el mundo de nuestros sentidos y de nuestra intuición, y el mundo del número, Y por construir la noción matemática se paga un precio muy alto: la total separación del mundo de los sentidos” (p 23), propio de la forma de enseñar matemáticas en el siglo XIX, entre inducir intuitivamente el aprendizaje matemático o deducirlo, y que persiste en nuestros días.

El significado.

Thom R (1973) citado por Moreno (2014), explica sobre el problema real de las matemáticas, el cual no consiste en su forma estricta de enseñanza, sino en el desarrollo de los significado.

Moreno (2014) pretende dar luz sobre el rol de la intuición y el rigor de las matemáticas y expresa que no pueden ser tenidas en poco las raíces de nuestra intuición para sustituirlo por símbolos más formales; es semejante a quedarse con el significante, o parte externa del símbolo, y olvidar el significado, explica. Representar e Interiorizar el sistema simbólico de las matemáticas es un proceso que bien llevado desde el aula determina en mayor o menor grado la comprensión de las matemáticas.

Si como docentes procuramos que el objeto matemático no exista independiente de un sistema de representación, iremos cerrando la brecha que por años se ha establecido, para hacer que el estudiante haga la abstracción necesaria del símbolo matemático. Un ejemplo claro para nuestros estudiantes de primaria, lo expresa Moreno con el acto generalizado de los niños en primaria cuando empiezan a contar, que usan sus deditos como el sistema de representación gráfica más cercana y propia a la acción de contar, como una capacidad semiótica intuitiva y natural; en el modelo de pedagogía tradicional era prohibido ésta acción y hubo quienes amarraban las manos del niño para que no contara con los dedos. Hoy, sistemas como el ábaco chino, que causa curiosidad entre los niños y adultos, usa precisamente los dedos como el reflejo de la representación mental que hace el niño del ábaco, para operaciones básicas con números de más de 4 cifras.

Considerando que el objeto matemático siempre está en construcción en la mente de un niño, es responsabilidad del docente agotar todos los recursos para establecer un sistema de representación efectivo, como es el propio lenguaje, para que el PAM y comprensión de las matemáticas en etapa primaria sea significativo.

Sierpinska (1996), menciona, referente al concepto, como la acción de entender un significado de forma generalizada y como síntesis de otros significados relacionados con elementos de una estructura del concepto, y que deben ser captados en actos de comprensión para construir el significado de los conceptos.

Para pensar y comunicar ideas matemáticas necesitamos representarlas de alguna manera. Y la comunicación nos exige que la representación sea clara, tomando la forma del lenguaje hablado, símbolos escritos, dibujos u objetos que representen una experiencia real, y que casi siempre puede ser ideada en alguna representación basada en la realidad, siendo una idea matemática un objeto abstracto construido por medio de la experiencia del niño en su propio contexto; el niño, por ejemplo, que vive en el campo podrá hacer mejor significación de los símbolos matemáticos que representan áreas, cultivos, productos del campo, venta de productos, intercambio de productos, distancias, etc. un lenguaje de su realidad, distinto de aquel que nace en una familia en contexto diferente a ese; es lo que entendemos por contextualización en el área y la funcionalidad de las matemáticas debe procurar el desarrollo de capacidades del pensamiento, con el apoyo de otras ciencias, generando y desarrollando capacidades de observación, interpretación, análisis, y de valoración, partiendo del contexto donde se desarrolla.

Godino, (2004) describe seis tipos de objetos que intervienen en la actividad matemática, entre los cuales está: El Lenguaje. El lenguaje es imprescindible para comunicar, describir e interpretar realidades. En las competencias matemáticas a desarrollar en el niño con las matemáticas están la representación, argumentación, modelación, razonamiento, explicación y RP, los cuales sin el lenguaje apropiado no serían posibles desarrollar.

Por ejemplo, resumiendo los lineamientos para matemáticas, según el MEN (2006):

1. En RP implica exploración de posibles soluciones, modelización de la realidad, desarrollo de estrategias y aplicación de técnicas. Implica todo un conjunto de argumentos lógicos en la estructura cognitiva y lingüística del niño.

2. Representación (uso de recursos verbales, simbólicos y gráficos, traducción y conversión entre los mismos).

3. Comunicación (diálogo y discusión con los compañeros y el profesor).

Encontramos que, al querer desarrollar esas habilidades en el estudiante en grados de secundaria y de primaria aún, el uso de términos en el lenguaje matemático es confuso, o no se han hecho parte del lenguaje natural del estudiante; muchas veces, el estudiante conoce el vocablo o el signo pero no hace una generalización del término, lo que entendemos y justificamos por el carácter abstracto de esos términos. Sin embargo, es el área del Lenguaje la que puede aportar significativamente a su significado, para minimizar esta dificultad una vez que hayamos relacionado los símbolos y conceptos de palabras que se usan en matemáticas con sus significados, de la misma forma que el niño relaciona tres deditos con su tercer cumpleaños. Los docentes en su calidad de mediadores, están llamados a participar en el proceso de aprendizaje-enseñanza de la matemática, propiciando espacios donde el lenguaje matemático esté articulado con el área del Lenguaje, de tal forma que facilite el PAM desde la primera infancia, desde la etapa de preescolar, y minimice su dificultad interpretativa durante la primaria, secundaria y, por consiguiente, en su vida práctica.

Al observarse las mallas curriculares propuestas para primero de primaria, por ejemplo, se proponen evidencias de aprendizaje, que se espera se construyan a partir de los pre saberes del niño, adquiridos en su etapa preescolar. El Ministerio de Educación Nacional (MEN) presenta los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), como un conjunto de aprendizajes, que denomina estructurantes, en los estudiantes en cada uno de los grados de educación escolar y en cada una de las áreas, entre las cuales las matemáticas y el lenguaje son áreas en continua revisión en búsqueda de la calidad educativa que se busca a nivel global. Se entiende como Estándares Básicos de Aprendizaje (EBA), como el conjunto de lineamientos que explicitan los aprendizajes estructurantes para un grado y un área particular. Se entienden los aprendizajes como la conjunción de conocimientos, habilidades y actitudes que otorgan un contexto cultural e histórico a quien aprende. Son estructurantes en tanto expresan las unidades básicas y fundamentales sobre las cuales se puede edificar el desarrollo futuro del individuo. (MEN, 2006).

Los EBA, están estructurados de tal manera que el niño pueda alcanzarlos, y hacen referencia al aprendizaje evidenciado para cada grado y de acuerdo al rango de edades, por lo que presupone pre saberes para el grado siguiente. Entre los pres saberes que el niño adquiere en preescolar para el iniciar primer grado, en matematicas se determinan comparar colección de objetos a partir de sus características en común, clasificarlos, ordenarlos, el concepto cantidad y la acción de juntar, agregar o quitar objetos en una colección. Los logros obtenidos en el estudiante con relación a estas competencias son evidencias de aprendizaje que servirán de base para el pensamiento matemático requerido en el grado siguiente.

En la etapa preescolar se afianzan conceptos sobre juntar, (acción de sumar) y quitar, (acción de restar) con términos propios del lenguaje de un niño: juntar - quitar. Cuando el niño de 6 años inicia su primer grado, se reemplaza automáticamente el vocablo juntar por el vocablo sumar y más aún, se lleva a la abstracción mediante el símbolo propio de la suma (+); justo aquí es donde empieza el conflicto de los significados que persiste a lo largo del primer ciclo escolar, creando sus primeras barreras para la comprensión de las matemáticas.

Para el docente de Básica Primaria, es clara la intención del área de matemáticas en cuanto a la formación del pensamiento matemático, lo que se transcribe de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, el cual, está estructurado para cinco pensamientos matemáticos, siendo de mayor significado, para el presente trabajo, el enfoque en el pensamiento numérico y el Variacional (MEN, 2006).

En cada uno de los estándares básicos de competencias construidos para cada grado está implícito el proceso cognitivo del estudiante mediante símbolos del Lenguaje, tales como: “describo cualitativamente situaciones de cambio y variaciones usando el lenguaje natural, dibujos y gráficos” (MEN, 2006, p. 81). El anterior estándar, hace referencia a que las Matemáticas pone en juego el lenguaje natural del niño a pesar de que ellas tienen un propio lenguaje formal mediante sus diversos símbolos, por lo que, el lenguaje natural también sirve para optimizar el proceso de aprendizaje, en vez de crearle dificultad o ambigüedad.

Por lo anterior, se considera necesario el poder ampliar el vocabulario matemático en el niño, y que además de decir sumar, él pueda emplear términos como juntar o adicionar o agregar, con la misma facilidad, porque cada uno de estos términos representa diferentes situaciones que se solucionan con la misma actividad matemática.

Sobre los EBA requeridos por el MEN (2006) en los demás pensamientos matemáticos pueden verse en el Anexo 2 al final del documento.

El lenguaje Matemático.

Muchas de las dificultades que se han encontrado en la RP aritméticos simples, tienen que ver directamente con la lectura y comprensión del enunciado, la organización de la información dada en el enunciado y a la traducción de esta organización en términos matemáticos. (Chamorro, P. citado por Godino, 2004) Y sigue explicando que el proceso de modelización que hace el estudiante parte de la existencia de una representación del enunciado del problema por medio de símbolos con significado. Aunque el lenguaje matemático no es fácil, pues representa un objeto abstracto, si es necesario que el estudiante tenga clara esa significación.

La construcción del lenguaje data desde los años 3.500 a C. y se inicia con símbolos aritméticos, dando lugar luego a la Geometría, y el desarrollo del lenguaje cotidiano se da paralelamente al desarrollo del lenguaje matemático. Desarrollo que no solo vemos en el desarrollo de la historia, sino en el desarrollo mismo del hombre. Las formas de aprender las matemáticas varían de sujeto a sujeto, pero, los procesos cognitivos en el niño se adquieren en contexto social y luego los interioriza. Esas habilidades cognitivas están dadas por medio de la palabra, el lenguaje y la comunicación. Para Vygotsky (1978), si el niño dispone de símbolos que ha interiorizado podrá construir conceptos más complejos y más rápidamente.

Pimm (1990) expone un caso en el aula de niños de primaria, ante la pregunta ¿cuál es la diferencia entre 24 y 9? A la que uno responde: uno es par y el otro no. Pero otro niño responde: uno tiene dos cifras y el otro una cifra, indicando el autor la falta de comprensión ante el término diferencia, que en el lenguaje matemático indica sustracción; ésta falta de percepción es común en clase de matemáticas, donde no tener claro un concepto impide la generalización de términos en el lenguaje matemático, los mismos términos que indican una situación diferente en otro contexto, y claramente impide una respuesta exacta y generalizada por todos ante el enunciado matemático.

Es posible que situaciones como éstas el docente pase por alto la confusión y solo indique directamente la aclaración de lo que quiso decir realmente. El asunto es que situaciones como éstas pasan a diario dentro del aula, y es evidencia de la necesidad de trabajar el área de matemáticas con el área del lenguaje. Dentro de los objetivos de aprendizaje para el lenguaje, la gramática, ortografía, sinónimos… etc. son materiales de estudio continuamente, y sería interesante incluir en la didáctica transversal de las dos áreas en cuestión, proponer actividades con palabras con diferentes significado, de la misma manera que se enseñan las palabras homógrafas; por ejemplo: aro: del verbo arar; circunferencia, en un ejercicio práctico. Éste ejercicio puede hacerse especialmente cuando el docente de primaria detecta en su clase confusión en palabras que tienen doble significado, y uno de ellos de uso matemático.

Enunciado Matemático: Método Polya.

George Polya (1965) hace uno de los aportes más interesantes en la resolución del problema matemático, bajo la premisa de que lo central en la enseñanza de las matemáticas es la resolución del problema; el consideró que el ser humano enfrenta en su vida toda clase de problemas y la actitud para afrontarlos es fundamental y bien podrían hacer uso de su método, descrito en su libro Como Plantear y Resolver Problemas; invita al docente a ser efectivos en la enseñanza de las matemáticas promoviendo en los estudiantes una actitud correcta frente a la RP que, aunque parezcan difíciles, desarrollan en ellos concentración y les da la oportunidad de poder sentir las emociones que produce el esfuerzo que se hace mentalmente frente a la resolución de esas situaciones difíciles y que les va a servir para afrontar problemas en su vida cotidiana.

La propuesta implica un método que usa el pensamiento de forma instintiva, no rígida, y que de forma autónoma y consciente pueda encontrar la solución de cualquier problema. Un objetivo de la enseñanza matemática más allá del de resolver problemas es sobreponerse a los intentos fallidos; el equivocarse es aprender en dos direcciones: el camino de la solución y el camino del error y éste muchísimas veces es más común en todos los seres humanos, y de mayor funcionalidad.

El Método Polya, es un método en 4 pasos para ser efectivos al momento de la RP matemáticos en general, y que luego fuera adoptado para problemas para programación. El primer paso: Entender el problema, haciendo referencia a preguntas como ¿Cuál es el problema? ¿Cuál es la condición? ¿Cuál es la condición? ¿Son suficientes los datos? El segundo paso es Configurar un plan: con preguntas como ¿Conoces algún problema relacionado con éste? ¿Conoces algún teorema que te pueda ser útil? El tercer paso: Ejecutar el Plan: con preguntas de ésta índole: ¿Puedes ver claramente que el paso es correcto? ¿Puedes demostrarlo? Y el cuarto paso: examinar la solución obtenida: con preguntas como ¿Puedes verificar el resultado? ¿Puedes hacer el razonamiento adecuado?

Todos los pasos muy útiles a la hora de afrontar un problema, o cuando el estudiante se enfrenta a un enunciado. La propuesta de éste trabajo tiene la misma intención: la solución de un problema: analizando el enunciado, revisando lo que propone un problema, desde la parte lingüística; antes de entrar y recorrer la ruta propuesta por Polya (1965); es tomarse el tiempo necesario para la comprensión del enunciado, lo que significa detenerse en el primer paso y no entrar a recorrer los siguientes pasos del Método Polya, sin antes no haber comprendido los términos o símbolos matemáticos que implícitamente nos esté indicando el camino a recorrer para encontrar la solución.

En el paso 4 del Método de Polya, “examinar la solución” denominada etapa de visón retrospectiva, el estudiante debe detenerse a analizar los resultados y hay una misma pregunta que propone Polya hacernos, y es la misma pregunta que nos une en el paso 4 del *Método Re-read* ¿Puedo obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede verlo de golpe? Y son preguntas que un estudiante debe hacerse, y, por ende, el docente, como mediador, obligatoria y especialmente, una vez de por terminado un proceso de enseñanza-aprendizaje; es la pregunta que lo confronta con la efectividad de su intervención en el proceso. Todo método usado para resolver un problema matemático debe promover un análisis final, que nos lleve a la generalización del método, que indique las debilidades, y proyecte el proceso a profundizar en el conocimiento; es como abrir esa nueva puerta a nuevos conocimientos, fortaleciendo lo aprendido.

El Método.

Del griego *methodos*, de meta: con y *odos*: vía. Modo razonable de obrar o de hablar. Muñoz Razo C. (1998), lo define como el modo habitual de hacer algo, o como un proceso racional que nos lleva a la verdad de algo, de forma sistemática y lógica, que lleva a toda ciencia y que practica toda ciencia, para la RP o consecución de objetivos.

Cuando hablamos de un método, estamos refiriendo a ese conjunto de técnicas que se aplican de manera ordenada y sistemática, buscando un objetivo. De acuerdo a su etimología griega, método significa meta o camino. Y se procura aplicar bajo un mismo enfoque, ya sea que parta de un procedimiento técnico, demostrado, o por el ejercicio en la práctica, sin mayor fundamento que el de la experiencia personal; si buscáramos sinónimos de la palabra método, podríamos nombrar un modo, una forma de, un procedimiento, una regla, una manera, entre otras. En la ciencia, por ejemplo, se usa el método científico como forma de llegar al conocimiento de alguna rama del saber, ya sea de forma empírica, o experimental. Es en el ejercicio de la cotidianidad, donde descubrimos métodos de hacer las cosas y los generalizamos una vez hayamos comprobado su utilidad. Es así como en las matemáticas existen muchos sistemas de resolver un problema o un enunciado, con métodos que han sido comprobados y confiables en su veracidad para la búsqueda de resultados, o por el quehacer diario de la comunidad, aunque basados en el conocimiento básico que se tiene del área, como el método de Polya ya descrito.

El primer aporte al Método científico es el de Francis Bacon, filósofo inglés, clásico positivista, quien fuera el padre del empirismo, y el primero formular el concepto de forma clara y sistemática con los pasos a seguir para alcanzar el conocimiento, como es la observación, la inducción, a partir de una hipótesis, la experimentación, para luego exponer las conclusiones. En lo referente a educación, es común referirnos a los modelos pedagógicos, como forma en la que debe desarrollarse un proceso educativo, y tiene que ver con las creencias que un centro educativo tiene en su hacer pedagógico; es el método didáctico la herramienta que desarrolla ese modelo pedagógico. Ellas varían de acuerdo a las creencias, a la población estudiantil y al entorno social donde se desarrolla.

Un centro educativo con creencias naturistas, buscará herramientas didácticas que fortalezcan ese enfoque, y su modelo educativo estará basado en esa misma dirección, y seguramente basará su método de enseñanza en el aprendizaje basado en problemas del entorno. Para Hernández, F. (2017) el método es un modo de conducir una investigación, el cual puede encerrar una serie de pasos. Otros autores, como Buendía, L.; Colás, P. y Hernández, F expresan el método como un conjunto de procedimientos que permiten abordar un problema de investigación con el fin de lograr unos objetivos que nos hemos propuesto. Podemos definir el método como el procedimiento, técnica, teoría, tratamiento, sistema, enseñanza y ordenación; Modo de obrar habitual; marcha racional del espíritu para llegar al conocimiento de la verdad; Modo ordenado de proceder, hablar o comportarse.(Citados por Muñoz Razo 1998)

Para la enseñanza de las matemáticas, existen gran cantidad de métodos, que son de utilidad, como es el método basado en juegos, método heurístico, uso de la inducción, deducción, el método del análisis y síntesis, el método tradicional, el método del aprendizaje colaborativo, o el método del aprendizaje basado en problemas, el cual se presenta en éste trabajo, teniendo en cuenta que su objetivo hace referencia a la RP contextualizados, y funcional para la propuesta del *Método Re-read.* Es en el aula, donde el docente afronta innumerables retos determinados por la población educativa tan versátil que encuentra. Una de las grandes interrogantes en la educación matemática es la resolución del enunciado matemático, el cual contiene en sí mismo las indicaciones del objeto matemático a resolver, pero que el estudiante desde temprana edad empieza a crear barreras, si el enunciado no es comprensible para él. El proceso de generalización de significados matemáticos no puede ser memorísticos sino comprensibles desde el mismo lenguaje con que se formula y contextualizado. De tal manera que una educación Activa produce la experiencia necesaria para construir y trabajar en esa contextualización.

En el trabajo del docente se hace necesario proponer herramientas didácticas que faciliten la comprensión del enunciado desde la semiótica de las matemáticas. Si , la RP es ya un contenido específico y una actividad compleja que los alumnos deben aprender a desarrollar, se hace obligatorio presentar y aplicar una herramienta didáctica desde el área del Lenguaje para uso en las matemáticas que fortalezca los términos y su significado natural y sea útil en la interpretación del enunciado matemático; lo esencial no es limitar el vocabulario simbólico de las matemáticas, evitando su abstracción, a vocablos que indican un algoritmo específico y que generalmente no se encuentra de forma textual en un enunciado matemático, sino incluir sinónimos en el lenguaje natural que representan y están explícitos en el enunciado.

Por ejemplo: número de veces: sinónimo de por o actividad en multiplicación; en un enunciado se utiliza más el vocablo número de veces que explícitamente la palabra por. Lo que significa que una palabra no se refiere a un solo objeto, sino a un sistema de representación, a partir del cual se generaliza la actividad matemática; la verdadera comunicación requiere de significados no solo por medio de signos, sino de la generalización del signo. Lo esencial de la intervención del docente es usar herramientas didácticas que faciliten la adquisición de términos y símbolos con significado matemático para facilitar la comprensión del enunciado matemático.

En ésta propuesta se usó el método deductivo, para la búsqueda de los objetivos, teniendo en cuenta lo dicho al respecto por Buendía, et, al (1998) quienes argumentan que el método deductivo es el método que inicia con datos generales aceptados como válidos, para llegar luego a una conclusión de particular y al concepto de Muñoz (1998) quien lo define cómo de un marco general de referencia se concluye en algo particular. Este método se utiliza para inferir de lo general a lo específico.

Capítulo 3: Metodología

Este capítulo describe los aspectos relacionados con la metodología empleada para el desarrollo del trabajo, cuya finalidad fundamental, ha sido sensibilizar y brindar una herramienta didáctica a docentes de Básica Primaria sobre la importancia que existe en una educación transversal entre el área de las matemáticas y el área del Lenguaje para la solución de enunciados matemáticos

Durante el desarrollo de éste estudio usamos de la investigación cualitativa descriptiva y a la vez evaluativo, porque se miden de una manera cualitativa las variables que intervienen, bajo un diseño no experimental, pues no hay manipulación de variables, sino que se observan en su contexto educativo para ser analizadas, durante una clase de matemáticas con estudiantes de 2° grado. Y es transversal descriptivo, porque se recolectan los datos necesarios con el propósito de describir variables que facilitan la solución del problema planteado y poder analizarlo ampliamente. Para la recolección de los datos se usaron fuentes bibliográficas que permitieron la elaboración del marco teórico y conceptual, que fundamentan el trabajo.

Con base en el análisis que se hizo se propone el *Método Re-read*, para ser utilizado por docentes como estrategia didáctica para la comprensión y solución del enunciado matemático, en población estudiantil del ciclo escolar de 1° a 3° de básica primaria

La metodología de esta investigación estuvo apoyada por la técnica de entrevista, utilizando como instrumento el cuestionario, y recolección de datos de docentes para grados de primaria relacionadas con la problemática estudiada, a quienes se les aplico la técnica y se formularon los resultados de acuerdo a las respuestas dadas por ellos; hicieron una descripción de las dificultades comunes en sus estudiantes frente al enunciado matemático.

Luego, se les sugirió el *Método Re-read*, a un docente de segundo grado para aplicarlo en clase de matemáticas con 12 estudiantes, para poder observar la funcionalidad del método de acuerdo al objetivo planteado. Por último se exponen las ideas construidas entre los docentes a partir de la experiencia obtenida.

Se consideró hacer el ejercicio con estudiantes de segundo grado porque el rango de edades del curso está dentro de los 7 a 11 años, correspondiente a la etapa operacional descrita por Piaget, y que para el objetivo del trabajo, los DBA estructurados por el MEN indican el inicio del aprendizaje del razonamiento lógico formal en matemáticas, para lo cual es usual la presentación de enunciados con regla de tres, formando el pensamiento numérico Variacional del estudiante, y que será determinante para la interpretación y RP matemáticos en el grado y grados siguientes.

Método Re-read

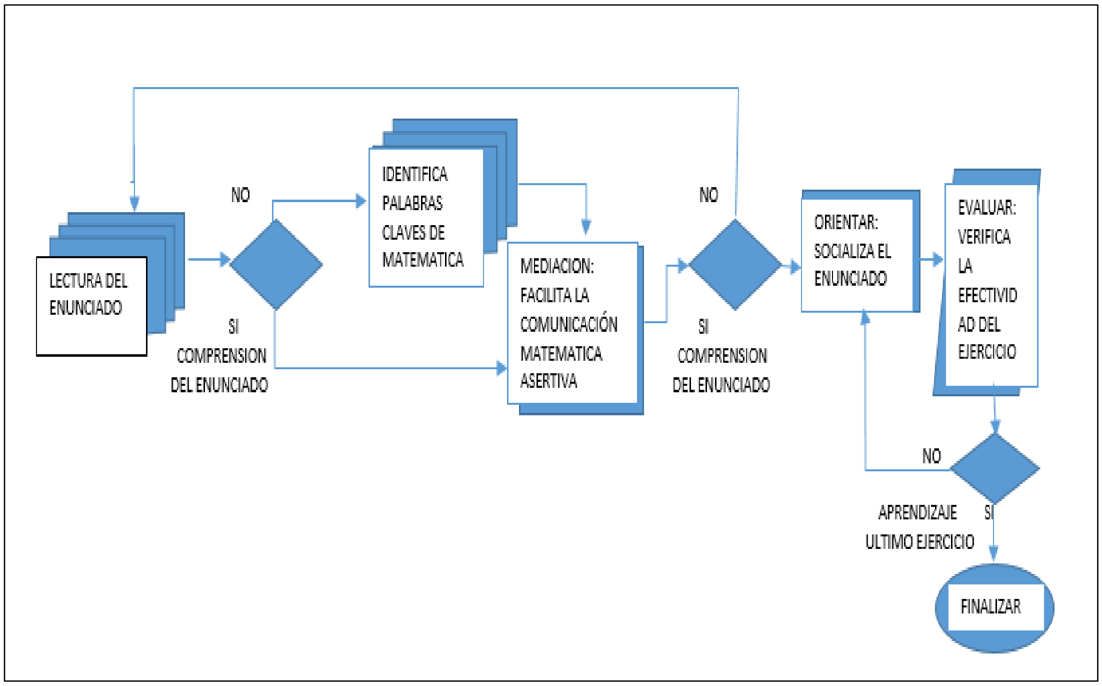


Figura 1. Método Re-read. (Gámez,. 2020)

La presente propuesta está dirigida a docentes de Básica Primaria. Para responder a la problemática planteada sobre la comprensión de problemas en contexto matemáticos en concordancia de lo propuesto por Polya, (1975) y el uso del lenguaje matemático relacionado con el lenguaje cotidiano, se propone el *Modelo Re-read* mostrado en el siguiente diagrama de flujo:

-El *Método Re-read*, ilustrado en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**1 se describe mediante diversos cuadros que se explican a continuación:

1. Situación Inicial: Lectura del enunciado: consiste en proponer un enunciado matemático contextualizado, lo cual es una recomendación imperativa a los docentes, como elemento didáctico en la enseñanza de las matemáticas, para el desarrollo del *Método Re-read*; algunos didactas identifican los problemas en contexto Cuevas, C.A., y Pluvinage, F, (2003) como situaciones iniciales para introducir algún tema en matemáticas; dicha situación es un problema que motiva y compromete al estudiante con su proceso. La situación didáctica o problema a resolver para nuestro caso está dentro del nivel de primaria, para contenidos relacionados con la aritmética básica.

Una vez planteado el problema o situación inicial, se solicita leer el enunciado de dicha situación (Lectura Enunciado Matemático) de manera pausada y repetidamente dos o tres veces y permitir que el estudiante tenga la oportunidad de tomar elementos desde su intuición para proponer la solución del problema. Moreno, L (2014) expresó como la intuición no puede dejarse de lado, pues “las palabras van adquiriendo gradualmente tal nivel de realismo con el uso que se hace de ellas, que llega el momento que se las trata como si fueran las cosas mismas que ellas representan” […] la palabra y su significado se vuelven entonces inseparables” (p 15)

1° Conector de decisión: Pregunta: ¿Tiene comprensión clara del enunciado? Alternativa: SI, apoyo con paso 2

Siempre hay un grupo de estudiantes que no tienen dificultades en comprender el enunciado, ellos se constituyen *Estudiantes linker,* quienes sirven como mediadores junto al docente. El *Estudiante linker* es definido como el estudiante que sobresalen (generalmente son dos o tres en grupos de 25 – 30 estudiantes), y han comprendido correctamente el enunciado expuesto por el docente y apoyan el trabajo del docente en aprendizaje colaborativo con sus compañeros. Respaldarán el paso 2.

Alternativa: NO, desarrolla paso 2

2.- Identificar : las palabras claves que indican la acción matemática: Comprender la situación en términos cotidianos: esto es parte de un elemento didáctico relacionado con la comprensión del problema (Polya, 1965); sin embargo, en primera instancia, consideramos que no es suficiente que el estudiante identifique variables, incógnitas, datos del problema y preguntas para comprender el problema, si no se ha comprendido el enunciado, por lo que se hace necesario que relacione las palabras del enunciado matemático con aquellas comunes en su lenguaje cotidiano, que indican la acción matemática.

Por ejemplo: en la liga de fútbol Águila se dan tres puntos por ganar un partido de juego. Si el equipo tiene 15 puntos y ha ganado todos los partidos. ¿Cuántos partidos se ha jugado?

Planteamiento del problema: identificar datos del problema:

$$Cantidad\ de\ puntos\ total = 15$$

$$Puntos\ por\ partido = 3$$

$$Partidos\ jugados = ?$$

Lo anterior está relacionado con el primer paso de la heurística de Polya (1965) de identificar las incógnitas y los datos del problema; sin embargo, en el método que proponemos, el profesor debe identificar aquellas palabras del lenguaje común, que por lo general, el estudiante asocia con una operación aritmética; en el ejemplo anterior son: dar, ganar, ganado, las cuales los estudiantes relacionan más con la suma o adición.

La palabra clave se encuentra en la pregunta, explícitamente en: cuántos, que puede ser entendida con la frase: cuántas veces.

Durante el tiempo que se lee el enunciado, el docente debe hacer hincapié en los conectores matemáticos que se encuentren en el enunciado, tácita o explícitamente, para que el estudiante sea consciente de la importancia de esas palabras en la comprensión del problema y, por ende, en la solución del mismo. El proceso de abstracción de los términos o palabras del lenguaje matemático, es un proceso lento pero que cobra realismo cada vez que el estudiante las usa y la intención del ejercicio es facilitar que el estudiante involucre esos términos, y no hacer mecánico el proceso de solución de un problema por algoritmos establecidos. Hacemos resaltar, en éste paso, las palabras que faciliten la comprensión del enunciado. Se propone al docente que, una vez leído el enunciado dos o tres veces, insta al estudiante a subrayar o resaltar las palabras conocidas que indican una acción matemática.

3- Mediar: La Mediación, es un mecanismo de resolución de conflictos, en el cual un tercero imparcial busca facilitar la comunicación para que las partes sean capaces de resolver un conflicto. Una comunicación asertiva frente a las dificultades que presentan los estudiantes de básica primaria respecto al significado de las palabras del enunciado matemático, es relacionarlas con aquellas comunes en su lenguaje cotidiano, para la comprensión del enunciado: Vygotsky (1978) establecía una diferencia entre los conceptos cotidianos o espontáneos y los conceptos científicos (escolarizados), y también en su interrelación que se pone de manifiesto en la mediación.

Los conceptos cotidianos median en la adquisición de los conceptos científicos; no es posible explicar el contenido de un concepto científico sin el auxilio de los conocimientos y conceptos que ha adquirido la persona de su experiencia cotidiana. A partir de las dificultades, se analizan las oraciones y se identifican que palabras del lenguaje común son de uso en el enunciado matemático: un enunciado matemático es un enunciado lingüístico con un conjunto de oraciones relacionadas tanto gramatical como matemáticamente, teniendo en cuenta que el sujeto siempre hace referencia a un sustantivo abstracto, lo que constituye la mayor dificultad al hacer la debida interpretación.

En este paso, los *estudiantes linker*, definido anteriormente, se constituyen mediadores entre el conocimiento y sus compañeros. En ésta paso cobra importancia el permitir el aprendizaje colaborativo y que los *estudiantes linker* operen en el Espacio del Desarrollo Próximo y dirijan el ejercicio para que el resto del grupo llegue al espacio cognitivo donde se debe alcanzar el aprendizaje semiótico de las matemáticas*; los linker* por su nivel de desarrollo, tienen la capacidad para resolver independientemente el problema y ser parte del equipo mediador que motive a esa mayoría a salir del espacio cognitivo del desarrollo potencial, (Vygotsky, 1988).

2° Conector de decisión: Pregunta: ¿Tiene comprensión clara del enunciado?

NO: reinicia con lectura del enunciado.

Si: Se sigue al paso 4°

4- Orientar: orientar a la re elaboración del enunciado matemático con palabras de un mismo campo semántico que facilite la comprensión del problema, conceptualice el lenguaje matemático y adquiera un aprendizaje significativo Se presenta de nuevo el enunciado matemático inicial, para construir otro similar con otros términos sinónimos, o del mismo campo semántico, con los que el estudiante este familiarizado: es necesario para la comprensión del enunciado que el estudiante pueda representar el mismo enunciado de la forma que él lo entiende o en su propio lenguaje, y permitir el intercambio de ideas entre pares para cortar la distancia entre el campo de desarrollo potencial y el campo de desarrollo próximo descrito por Vygotsky. La sintaxis gramatical es la parte de la lingüística que estudia el orden y la relación de las palabras en una oración y la función que desempeñan en ella. Este aprendizaje lo recibe el estudiante desde el área del Lenguaje y se puede fortalecer a través de los enunciados matemáticos y hacer el ejercicio entre pares nos amplía el aprendizaje en la Zona de Desarrollo Próximo, adquiriendo los logros académicos que se buscan con la colaboración del otro.

5.- Valorar: el resultado obtenido: una vez socializado el problema y construido otros enunciados similares al propuesto inicialmente, es necesario evaluar el ejercicio, con preguntas que contextualice el problema y de significado amplio en su aprendizaje. Crear un lazo de inicio con el primer paso del Método Polya, como ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos? ¿Qué situación de contexto se está modelizando? Sin olvidar preguntas como b) ¿Qué palabras del lenguaje matemático sirve para modelizar una situación similar? c) Cuáles palabras usadas pueden generalizarse para la RP similares? d) a qué contenido matemático se refiere el enunciado resuelto?

La abstracción, conceptualización y generalización de las matemáticas es una de las posibles causas de las dificultades de aprendizaje. El análisis del contenido matemático permite prever su grado de dificultad potencial e identificar las variables a tener en cuenta para facilitar su enseñanza, (Godino, J. 2004). El currículo de matemática desde el ciclo escolar de la primaria propone la solución del problema matemático como una actividad que debe considerarse específicamente en la enseñanza de las matemáticas para su aprendizaje señalando diferentes sugerencias para que los alumnos aprendan a resolver problemas.

El ejercicio de plantear y reinventar el problema obliga a los estudiantes a aplicar el significado de los conceptos y procedimientos matemáticos o sobre la utilidad de los mismos. De tal manera que si un estudiante formula un problema que debe resolverse con una multiplicación traerá a su mente situaciones que permitan aplicar esta operación, al igual que todo símbolo lingüístico que la identifica.

3° Conector de decisión: Pregunta: ¿Tiene comprensión clara del paso 4?

NO: reinicia el paso 4

Si:

Finalizar: se da por terminada la mediación docente para la comprensión del problema.

Sintetizando el *Método Re-read*:

1- Leer: pausadamente el enunciado

2- Identificar: las palabras claves que indican la acción matemática

3- Mediar: con el lenguaje para facilitar la comprensión del texto matemático. Facilitar la comunicación asertiva de forma colaborativa

4- Orientar: a la re elaboración del enunciado matemático con lenguaje cotidiano

5- Valorar: el resultado obtenido

La propuesta de éste trabajo tiene la misma intención, del Método Polya para el análisis del enunciado matemático en miras de la solución de un problema; el *método Re-read* es una herramienta para el análisis del enunciado matemático, desde la parte lingüística, antes de entrar y recorrer la ruta propuesta por Polya (1965). Es tomarse el tiempo necesario para la comprensión lingüística del enunciado, lo que significa detenerse y no entrar a recorrer los pasos del Método Polya, sin antes no haber comprendido los términos o símbolos matemáticos involucrados en el enunciado. En el paso 4 del *Método Re-read* podemos identificar que se puede retomar los pasos del Método Polya, útil para seguir la ruta que nos lleva a contextualizar el problema.

Capítulo 4: Resultados

Aplicación del *Método Re-read*

Población: 12 niños de segundo grado de básica primaria, con edades entre 7 y 8 años.

Ejemplo: Se presenta el siguiente enunciado:

La atracción más concurrida en un parque de diversiones funciona seis veces en una hora, con un lleno total de diez niños en cada viaje. ¿En seis horas cuántos niños se han montado?-

1- Leer: pausadamente el enunciado, Se lee el enunciado: una vez por la docente, dos veces más por estudiantes que se ofrecen voluntariamente.

   Hay un niño que propone una solución correcta. Se genera una breve discusión, sobre si se debe sumar y cuales valores se deben sumar.

2- Identificar: las palabras claves que indican la acción matemática: con apoyo del *Estudiante liker*

   Las veces en una hora: veces, hora

   Diez niños en cada viaje: diez, en cada

3- Mediar: con el lenguaje, con sinónimos, para facilitar la comprensión del texto matemático. Con apoyo del *Estudiante liker y* Facilitar la comunicación asertiva:

   Se presenta una herramienta didáctica: “Dominó con sinónimos y antónimos” y se enfatiza el sinónimo de por con número de veces y en cada

4- Orientar: a la re elaboración del enunciado matemático con lenguaje cotidiano

   Se presenta de nuevo el enunciado y el niño construye otro enunciado usando los sinónimos aprendidos.

   El grupo propone

a) Un grupo de niños: propone: en un parque de diversiones lleva 10 niños en cada viaje. En una hora ha llevado 60 niños ¿En seis horas cuántos niños se han montado? Algunos niños Sumaron el 60 seis veces. El resultado es 360 niños.

b) Un segundo grupo propone: en un parque de diversiones hacen 6 viajes en una hora. Si en cada viaje van 10 niños, multiplicamos 6 por 10 niños. Y nos da 60 niños. Después en las seis horas multiplicamos 60 por 6 y nos da 360 niños.

Se hace trabajo grupal en la construcción del enunciado y se resuelve el problema. Se modelan otros enunciados similares: algunos de los ejemplos fueron: Si un restaurante vende 10 perros calientes cada hora, cuantos perros calientes habrá vendido en seis horas? En el salón de clases hay 15 niños, y cada niño tiene 6 cuadernos y 4 libros, Cuantos cuadernos y libros hay en el salón de clases?

5- Valorar: el resultado obtenido: el docente que realizó el ejercicio responde la siguientes preguntas:

a) ¿Qué situación de contexto se está modelando con el procedimiento usado inicialmente?

R/ Problemas de contexto para el uso funcional de la multiplicación.

- b) ¿Qué palabras del lenguaje matemático sirve para modelizar una situación similar?
- R/ por cada, para cada, número de veces. Si los estudiantes no pueden usar su lenguaje natural, no pueden llegar a representar matemáticamente la situación por sí mismos.
- c) ¿las palabras usadas pueden generalizarse para la RP similares?

R/ Si. Generalmente el enunciado matemático usa éstos términos para indicar una multiplicación.

- d) ¿a qué contenido matemático se refiere el enunciado resuelto?
- R/ Concretamente a la multiplicación haciendo conexiones entre la aritmética y la experiencia cotidiana, para adquirir destrezas en la RP y desarrollar la habilidad de comprender el lenguaje matemático.

- e) ¿Cuál es la relevancia en la educación matemática el desarrollar la habilidad de conectar el lenguaje cotidiano con el lenguaje matemático?
- R/ El aprendizaje logrado se da a partir de los conocimientos ya adquiridos por el estudiante antes de iniciar la clase sobre la situación problema presentado, promoviendo un cambio en la comprensión del enunciado como condición para alcanzar un aprendizaje generalizado.

Si el estudiante hace un proceso de abstracción natural con los términos de la multiplicación, como lo hace con la adición, estará listo para introducirse en la potenciación y sus propiedades, en básica primaria; este es un algoritmo con el que la mayoría de estudiantes tiene mayor dificultad. Y persiste en los grados de Básica Secundaria siendo un pre saber necesario y funcional en factoriales y derivadas, en la Educación Media.

Análisis del ejercicio de aplicación del método

Comentarios adicionales, que explican el ejercicio por la docente a cargo, sobre la aplicación del *Método Re-read* a 12 estudiantes de Grado 2°, resumidos en la tabla siguiente:

Tabla 1.

Análisis del docente en la aplicación del método Re-read

Preguntas auto evaluativas del docente	n
1. ¿Cuántos estudiantes no comprendían el enunciado después de leerlo dos veces?	7
2. ¿Cuántos estudiantes comprendieron el enunciado?	2
3. ¿Cuántos estudiantes no expresaron su condición?	3
4. ¿Cuántos estudiantes tuvieron dificultad en identificar qué tipo de operación matemática usar para la solución del problema?	5
5. ¿Cuántos estudiantes Ud. considera mejoraron después de aplicar el Método?	6

6. ¿Cuántos estudiantes pudieron construir nuevos enunciados después del proceso?	6
7. ¿Cuántos estudiantes de los que no expresaron inicialmente su condición, participaron en el ejercicio?	1

Fuente: Propia

Capítulo 5: Discusiones

En búsqueda de criterios de otros docentes, se elabora un cuestionario para ser aplicado a un grupo de maestros con diferentes años de experiencias, que se desempeñan como docentes en diferentes grados, especialmente en Básica Primaria, con preguntas puntuales sobre la enseñanza de las matemáticas en la solución de enunciados. La aplicación del cuestionario se hace a modo de entrevista, donde se revisa al docente en diferentes criterios para el desempeño en su labor y se pretende valorar los conocimientos que tienen acerca del origen de la predisposición o dificultad que presentan los estudiantes de Básica Secundaria en las matemáticas.

La valoración de la entrevista aplicada a los docentes se hace de forma cualitativa a los que se le asignan valores, pues permiten sacar algunas conclusiones a partir de la escala de valores asignado para cada pregunta, y que pueden fundamentar pautas a seguir por el docente en el aula, con el fin de optimizar elPAM. Aunque el cuestionario consta de 12 preguntas puntuales, en medio del diálogo con cada uno de los docentes, se dieron algunos puntos de vista de cada docente, sobre algunas de esas preguntas por lo que se puede catalogar una herramienta de importancia. (Ver Anexo 1)

- El instrumento se aplicó a docentes de diferentes Instituciones educativas del Municipio de Cajicá, Cundinamarca. Y las conclusiones expuestas consolidan sus respuestas. El documento de la entrevista tiene unos ítems que se consideran importantes, y se explican a continuación:

a: Se considera importante el encabezado, pues es de valorar la experiencia del docente de muchos años, en contraste con los docentes recién egresados, por el conocimiento que éstos tienen de las nuevas Teorías del Aprendizaje.

b.- El Título Universitario: Las entrevistadas tienen diferentes grados en su educación profesional: Licenciadas en básica primaria, preescolar, secundaria y normalista.

c.- El Tiempo de egresados de la universidad y tiempo de servicio: Las encuestadas tienen el mismo tiempo de servicio que de egresadas, y están en un rango de 8 años a 50 años de servicio.

- En medio de las respuestas pudimos conversar algunas opiniones de los docentes frente a las preguntas, que permiten inferir lo siguiente:

1.- Que el área de mejor manejo de las docentes no depende de la afinidad personal del docente con esa área, sino por la responsabilidad con que se prepara cada clase.

2.- Que el éxito como docentes se basa en la preparación, desarrollo práctico y evaluación del proceso

3.- Que las mayores dificultades en matemáticas de los estudiantes está dado por el contexto social: conceptos preconcebidos que crean barreras frente a la clase. Las docentes de Básica Primaria consideran que el niño tiene dificultad en el desarrollo de problemas y el no comprender algunas palabras propias de las matemáticas. Las docentes mediadoras de procesos de enseñanza de matemáticas en grados 4° y 5° están de acuerdo que el estudiante no identifica palabras propias en enunciados matemáticos y eso les dificulta la comprensión de los mismos. Por ejemplo, hay una dificultad marcada en las diferentes unidades de medidas en estudiantes de grados de secundaria.

4.- Que el área de mayor utilidad para el aprendizaje de las matemáticas es el Lenguaje y Educación Física, especialmente en transición y grados iniciales.

5.- Que en la malla curricular Universitaria de las licenciaturas en básica primaria no se contempla detalladamente la enseñanza de las matemáticas, sino que se estudian cursos como Pedagogía, Teorías del Aprendizaje y Didácticas pedagógicas para optimizar el proceso, y que los docentes deben estudiar el área individualmente.

6.- Que el niño aprende mejor matemáticas con clases prácticas y creando experiencias con el entorno que relacionen sus conceptos. Pero que el tiempo por la carga académica no permite detenerse en el aprovechamiento de esos espacios.

7.- Que el lenguaje de símbolos matemáticos lo aprenden memorísticamente.

8.- Que el docente debe estar en continua búsqueda de estrategias didácticas para matemáticas, porque cada grupo es diferente. Y la interdisciplinaridad entre matemáticas y otras áreas es fundamental, aunque no se evalúa ese ejercicio de forma específica. Que ese aspecto se puede trabajar en primera infancia hasta Transición, pero al iniciar primaria el docente tiene que especificar cada área en su plan de trabajo en el aula.

9.- Que el niño cuando ingresa llega deseoso de jugar y ese recurso es la mejor herramienta para enseñar matemáticas; es la mejor forma de hacer fijación del conocimiento.

10.- Que el niño va construyendo el conocimiento de forma particular y que el trabajo con Lenguaje podría facilitar la comprensión de las matemáticas. Que al proceso de memorización de símbolos matemáticos debe dársele mayor énfasis. Aunque no se hacen clases transversales para ese fin.

El modelo del cuestionario presentado puede verse en el anexo 1, al final del documento, y, de igual manera, el análisis de las respuestas como resultado de las mismas en los anexos 3, 4, 5 y 6.

Conclusiones

De acuerdo con los resultados generados a partir de la propuesta que integra las diferentes teorías relacionadas con el lenguaje matemático para la RP, se planteó, ¿De qué forma el docente puede desarrollar mejores habilidades de interpretación matemática para la RP cotidianos, desde el uso de la semiótica, en estudiantes de preescolar y Básica Primaria?

Para ello, se desarrolló dentro de la propuesta el diseño de un modelo denominado *Re-Read,* el cual articula teorías relacionadas con la RP desde la comprensión del enunciado matemático. Se llegó a las siguientes conclusiones:

- Se propone el *Método Re-read* como una herramienta que lleva al docente de básica primaria a mediar en el aula en el proceso de comprensión y abstracción del objeto matemático, de tal manera que facilite la comprensión del enunciado matemático.
- En el trabajo dentro del aula, al docente de matemática puede crear mecanismos didácticos transversales, que faciliten el aprendizaje significativo en los estudiantes, generando puntos de encuentro para la enseñanza de las matemáticas con el lenguaje utilizado de forma natural por el niño.
- Es vital el trabajo transversal del área de las matemáticas con el área del Lenguaje, puesto que los requerimientos para desarrollar las habilidades y destrezas matemáticas en la RP, planteados desde el Ministerio de Educación para los grados de primera infancia y básica primaria, hacen referencia al uso significativo de la semiótica del lenguaje, competencias que no son posibles en matemáticas si el proceso de comprensión de los enunciados no son claros para el estudiante.
- Que las investigaciones que vienen desarrollando directrices sobre el papel que juegan los conceptos y significados en el lenguaje determina el grado, mayor o menor de comprensión matemática, en cuanto mejor haga el estudiante el proceso de abstracción del símbolo lingüístico con implicaciones conceptuales en

el objeto matemático. La semiótica matemática está implícita en la formulación del mismo y, el análisis, formulación y operación matemáticos para la resolución, dependen del conocimiento de ese sistema semántico.

- Que dentro de las Teorías del Aprendizaje, la Teoría del Aprendizaje colaborativo y la enseñanza Activa, consigue efectividad al *método Re-read* por cuanto el trabajo colaborativo con los niños con liderazgo como estudiantes *linker,* apoyan el proceso para que todos comprendan y den solución al enunciado matemático. Se puede sugerir que el docente identifique sus estudiantes *Linker* en su área, como apoyos en el aprendizaje colaborativo para mayor efectividad del *método Re-read*.
- Para el objetivo de éste trabajo, desde el EOS, esa capacidad de análisis del enunciado matemático, y que en la vida del estudiante se traduce en RP cotidianos, parte de la comprensión del enunciado desde lo básico que es el lenguaje usado en el mismo enunciado.
- Aunque existen otras variables que influyen en un estudiante en su proceso académico para la construcción del conocimiento y pensamiento matemático, en éste estudio no se analizan esos elementos, como pueden ser el aspecto afectivo y emocional, o en la posibilidad de que el *Método Re-read* se aplicable en otros ciclos o en otras áreas del saber.

Referencias Bibliográficas

Álvarez C., A y Orellano E., (1979) Desarrollo de las funciones básicas para el aprendizaje de la lectoescritura según la teoría de Piaget. Segunda parte *Revista Latinoamericana de Psicología*. 11; 2, pp. 249-259 Fundación Universitaria Konrad Lorenz Bogotá, Colombia. Disponible en https://www.redalyc.org/pdf/805/80511205.pdf

Asociación Mundial de Educadores Infantiles AMEI, Equipo de Investigación. (s.f.) La Investigación en el desarrollo del Lenguaje. Disponible en http://www.waece.org/biblioteca/pdfs/d117.pdf

Atweh. B Forgasz, H. y Nebres, B. (2001) Sociocultural research on mathematics education an International perspective. Disponible en https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=dZ3fCwUZBuAC&oi=fnd&pg=PP2&dq=Atweh,+Forgasz+y+Nebres+(2001)&ots=fkzxJPU2Ve&sig=63bwzVhxDGFJrXpP--0hdYSdzCc#v=onepage&q=Atweh%2C%20Forgasz%20y%20Nebres%20(2001)&f=false

Ausubel, D. (1983) *Teoría del aprendizaje significativo*. México: Trillas

Blanco, LJ. (1997) Concepciones y creencias sobre la resolución de problemas de estudiantes para profesores y nuevas propuestas curriculares. *En revista Quadrante*, 1997 6. 2, pp. 45-65. Disponible en https://mascvuex.unex.es/ebooks/sites/mascvuex.unex.es.mascvuex.ebooks/files/files/file/Matematicas_9788460697602.pdf

Blanco, LJ. (2004) *Problem solving and the initial practical and theoretical education of teachers in Spain*. En Mathematics Teacher Education y Development, 6 pp. 37 - 48.

Bruner, J. S. (1980). *Investigaciones sobre el desarrollo cognitivo*. Madrid: Pablo del Río.

Bruner, J. S. (1991). *Actos de significado: más allá de la revolución cognitiva*. Madrid: Alianza.

Buendía, L.; Colás, P. y Hernández, F. (1998): *Métodos de investigación en psicopedagogía*. Madrid, McGraw-Hill. ISBN: 84-481-1254-7

Caballero, A; Guerrero, E y Blanco, LJ. (2008). Descripción del dominio afectivo en las Matemáticas de los estudiantes para Profesores de la Universidad de Extremadura. *En revista Paradigma,* XXIX-2, pp. 157–171. Disponible en http://www.scielo.org.ve/pdf/pdg/v29n2/art09.pdf.

Cantoral, R. (2013). *Teoría socio epistemológica de la matemática educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento* (1ª ed.). Barcelona: Editorial Gedisa.

Cantoral R. y Farfán R.M. (2003) Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 6-1, pp. 27-40

Comité Latinoamericano de Matemática Educativa Distrito Federal, Organismo Internacional. Disponible en https://www.redalyc.org/pdf/335/33560102.pdf

Cardoso R. E, (2009) *Contenidos transversales y aprendizaje de la matemática: haciendo uso de la tecnología* Disponible en http://funes.uniandes.edu.co/4497/1/CardosoContenidosALME2013.pdf

Cohen, N J. (2010) *Desarrollo del lenguaje y de la Lectoescritura*. Hincks-Dellcrest Centre, Canadá 2ª ed. (Inglés). Disponible en http://www.enciclopedia-infantes.com/desarrollo-del-lenguaje-y-de-la-lectoescritura/segun-los-expertos/el-impacto-del-desarrollo-del

Colás, M. P.; Buendía, L. y Hernández, F. (2009). Competencias científicas para la realización de una tesis doctoral. Barcelona: dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=367889

Cuevas, C.A., y Pluvinage, F. (2003). *Les projets d'action practique, elements d'une ingeniere d'ensigment des mathematiques.* Annales de didactique et de sciences cognitives, 8, 273-292.

Château, J. (2001). Ovide Declory, Édouard Claparède, María Montessori. En J. Château, *Los grandes pedagogos. Estudios realizados bajo la dirección de Jean Château.* (p. 250-317). México: Fondo de Cultura Económica

D’Amore, B.; Fandiño, M., I.; Marazzani, I., y Sbaragli, S. (2012). *La didáctica y la dificultad en matemática. Análisis de situaciones con falta de aprendizaje*. Bogotá: Magisterio.

D'Amore, B., Font, V. y Godino, J. D. (2007).La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Paradigm*a, Vol. XXVIII, Nº 2, 49-77.

D’Amore, B. (2001). Una contribución al debate sobre conceptos y objetos matemáticos. La posición *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 27, 51-76. “ingenua” en una teoría “realista” “versus” el modelo “antropológico” en una teoría “pragmática”. *Uno,*

Decroly, O. y Boon (1968) *Iniciación general al Método Decroly*. Serie Escuela Nueva 8° Ed. Buenos Aires: Losada

Delgado, J.R. (2002) *La enseñanza de las matemáticas desde una óptica vigotskiana. Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. At La Habana, 16 Disponible en https://www.researchgate.net/publication/261699400_La_ensenanza_de_la_Matematica_desde_una_optica_vigotskiana

Dewey, J. (1899) La escuela y el progreso social en *Boletín de la Institución Libre de Enseñanza* (XXXIX, 662, pp. 129-134; 663, pp. 161-165) Traducción castellana de Domingo Barnés (1915). Disponible en https://www.unav.es/gep/Dewey/EscuelaProgresoSocialBILE.html

Duval, R. (1995) *Semiosis el penseé humaine registres semiotiques et apprentissage intellectuels*. Peter Lang, Suisse

Duval, R. (1996) *Quel cognitif retenir en didactiques les mathematiques?* RDM. 16 - 3 349-382

Duval, R. (1998), *Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. Investigaciones en Matemática Educativa II*, (Fernando Hitt, ed) Grupo editorial Iberoamérica, pág. 173-201. Disponible en https://www.redalyc.org/pdf/335/33510102.pdf

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. 2° Ed. (Traducción al castellano de Miryam Vega). Cali: Universidad del Valle.

Eco, U. (2000*)* Tratado de Semiótica General Barcelona, España. Disponible en http://fba.unlp.edu.ar/lenguajemm/?wpfb_dl=17

Ernest, P. (1998) *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. State University of New York Press, Albany.

Fedriani, E. Martín, A. M., Paralera, C. y Tenorio, A. F. (2016) *El Aprendizaje del Lenguaje matemático y su relevancia en el aula*. Universidad Pablo de Olavide, de Sevilla. Disponible en https://thales.cica.es/xviceam/actas/pdf/com15.pdf

Fernández, C. (2013*) Principales dificultades del aprendizaje de las Matemáticas. Pautas para maestros de básica primaria* Disponible en https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1588/2013_02_04_TFM_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1

Gaitán, K., L. y Guesguan, Z. (2018). Monstruosamente geométricos: Propuesta transversal entre literatura, artes plásticas y geometría espacial para transformar las percepciones sobre las matemáticas en los niños y las niñas de 8 a 10 años de edad en Hogares Club Michín- Ciudad Bolívar, jornada tarde. Tesis de licenciatura de la Universidad distrital Francisco José de Caldas, Bogotá. Tomado el 1 de Abril de 2019. Disponible en línea: http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/12968/1/GaitanMesaKarenLorena2018

García, C F, (2014). Lenguaje y Comunicación en Matemáticas Universidad Nacional de Colombia, Medellín. Disponible en http://bdigital.unal.edu.co/12620/1/71657194.2014.pdf

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994) *Significado institucional y personal de los significados matemáticos*. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Granada. 18071 España. Disponible en https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf

Godino, J. D. (2004) *Didáctica de las matemáticas para docentes*. Facultad de Ciencias de la Educación de Nueva Granada. Disponible en http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/

Godino, J. D. (2002) *Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Universidad de Granada 22 2.3, pp.237-284. Disponible en https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/04_enfoque_ontosemiotico.pdf

Godino, J.D., Batanero, C. y Font V. (2003) *Matemáticas y su didácticas para maestros*. Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada 18071, Granada. Ed 2003. Disponible en http://repositorio.minedu.gob.pe/bitstream/handle/123456789/4829/Fundamentos%20de%20la%20ense%C3%B1anza%20y%20el%20aprendizaje%20de%20las%20matem%C3%A1ticas%20para%20maestros.pdf?sequence=1

Godino, J.D., Batanero, C. y Font, V. (2009) *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Departamento de Didáctica Matemática. Universidad de Granada. Disponible en Internet URL http://funes.uniandes.edu.co/558/1/sintesis_eos_10marzo08.pdf

Godino J. y Font, V. (2006*) La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores*. Universidad Granada, España. Disponible en http://200.144.145.24/emp/article/view/538/430

Good T. L., Grouws, D. A., y Edmeier H. (1983) *Enseñanza activa de las matemáticas*. Serie de monografías de investigación sobre la enseñanza. Nueva york: Longman ISBN: ISBN-0-582-28342-6 ISSN: N / A

Guzmán, R. I. (1998) Registros de representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de estudiantes *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 1, núm. 1, pp.5-21 Disponible en https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2147917

Hernández F, (2017) Metodología de la investigación en ciencias sociales, cp. 2 Disponible en https://www.coursehero.com/file/40776799/Metodologia-de-la-investigacion-en-ciencias-sociales-cap2pdf/

Hernández-Suárez C. A, Prada-Núñez, R (2016) Conocimiento y uso del lenguaje matemático en la formación inicial de docentes en matemáticas. *Revista investigativa de desarrollo innovador* 7(2), 287-299. doi: 10.19053/20278306.v7.n2.2017.6071 Disponible en http://www.scielo.org.co/pdf/ridi/v7n2/2389-9417-ridi-7-02-287.pdf

Lawton, J.T.; Saunders r y Muhs P (2012) Theories of Piaget, Bruner and Ausubel: explications and Implications. University Wisconsin, Wisconsin. Disponible en https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00221325.1980.10534102

Linares, A. R. (2007) *Desarrollo cognitivo: Las teorías de Piaget y Vygotsky*. Universitat Autónoma de Barcelona. Disponible en http://www.paidopsiquiatria.cat/files/teorias_desarrollo_cognitivo_0.pdf

McLeod, S. A (2012) *Piaget | Cognitive Theory*. Simply Psychology. Disponible en http://www.simplypsychology.org/piaget.html

McLeod, D. (1992) Investigación sobre el afecto en la educación matemática: una re conceptualización. Universidad del estado de Washington y universidad del estado de San Diego.

MEN (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. En Ministerios de Educación Nacional (ed.). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden,* (pp. 46-95). Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Disponible en: https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Moreno, L. (2014). *Educación Matemática: del signo al pixel.* Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.

Muñoz Razo C. (1998) Como elaborar y asesorar una investigación de tesis. 1° Ed .cap. 6 Disponible en https://profmariajosesiezar.files.wordpress.com/2013/01/como-elaborar-una-y-asesorar-una-investigacic3b3n-de-tesis.pdf

Narváez, E. (2006) Una mirada a la escuela nueva *Revista Educere*, 10-35, octubre-diciembre, pp. 629-636 Universidad de los Andes Mérida, Venezuela

Ortega J. F. y Ortega J. A (2002) *Experiencia sobre el conocimiento del Lenguaje Matemático*. Universidad de Castilla-La Mancha. Facultad de CC. Económicas y Empresariales de Albacete. Área de Matemáticas. Disponible en https://www.researchgate.net/publication/26440799_Experiencia_sobre_el_conocimiento_del_Lenguaje_Matematico

Piaget, J. (1959). *La formación del símbolo en el niño*. México: Fondo de Cultura Económica.

Piaget, J. (1976) *Desarrollo cognitivo*. España. Disponible en https://cmapspublic3.ihmc.us/rid=1H30ZJVMP-10MKYH2-QWH/Desarrollo%20Cognitivo.pdf

Piaget J. y García, (1989). *Hacia una lógica de significados*. Lawrence Erlbaum Associates, Inc. Publishers 365 Broadway Hillsdale, New Jersey 07642

Piaget, J. y Inhelder, B. (1976). *Génesis de las estructura lógicas elementales*. Buenos Aires: Guadalupe

Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Editorial Morata, Madrid. Disponible en: https://www.edmorata.es/libros/el-lenguaje-matematico-en-el-aula

Polya, G. (1965) *Como plantear y resolver problemas*, (Título original: ¿How to solve it? Mexico, Trillas. Disponible en https://www.academia.edu/27692629/George_Polya_1965_._C%C3%B3mo_plantear_y_resolver_problemas_t%C3%ADtulo_original_How_To_Solve_It_._M%C3%A9xico_Trillas._215_pp

Pozo, J.I. y Gómez, M.A. (1998). *Aprender y enseñar ciencia*. Madrid: Morata.

Puga, L. A, Rodríguez, J. M. y Toledo, A. M. (2016) Reflexiones sobre el lenguaje matemático y su incidencia en el aprendizaje significativo Sophia, Colección de Filosofía de la Educación, núm. 20, 2016, pp. 197-220 DOI: 10.17163/soph.n20.2016.09 Disponible en https://www.redalyc.org/pdf/4418/441846839009.pdf

Puig, L. (1994) *Semiótica y Matemáticas* vol.51. Disponible en http://cuaed.unam.mx/math_media/anexos/articulos/semiotica_matematicas.pdf

Reyábal, M. V. y Sanz, A. I. (1995). *La transversalidad y la educación integral, en los ejes transversales, aprendizaje para la vida*. Madrid: Escuela Española. Disponible en https://www.uv.mx/dgdaie/files/2012/11/CPP-DC-Reyzabal-La-transversalidad-y-la-formacion-integral.pdf

Reyes, L. H. (1984) Affective variables and mathematics education. *The Elementary School Journal*, 84 (5), 558-581.

Ribes-Iñesta E. (2007) Lenguaje, aprendizaje y conocimiento. *Revista Mexicana de Psicología*, 24 (1), 7-14. En https://www.redalyc.org/pdf/2430/243020635002.pdf

Ríos, R. (2015) *Historia de la enseñanza en Colombia: entre saberes y disciplinas escolares. Pedagogías y Saberes* No. 42 Facultad de Educación de la Universidad Pedagógica Nacional pp, 9-20 Disponible en file:///D:/Descargas/Historia_de_la_ensenanza_en_Colombia_entre_saberes.pdf

Rojano, T. (1994*). La matemática escolar como lenguaje, Nuevas perspectivas de investigación y enseñanza: enseñanza de las ciencias* 12(1), 45–56.

Sepúlveda-Delgado, O. (2015) Estudio del conocimiento didáctico- matemático del profesor universitario: un marco teórico de Investigación. *Revista de Investigación, desarrollo e innovación 6*(1), 29-43. https://doi.org/10.19053/20278306.4048 Disponible en https://revistas.uptc.edu.co/revistas/index.php/investigacion_duitama/article/view/4048

Serrano, W. (2005). *¿Qué constituye a los lenguajes natural y matemático?,* Sapiens 6(1), 47–60. 6, núm. pp. 47-59 Universidad Pedagógica Experimental Libertador Caracas, Venezuela. De https://www.redalyc.org/pdf/410/41060104.pdf

Sierpinska, A. y Lerman, S. (1996*). Epistemologies of mathematics and of mathematics education.* En: A. J. Bishop et al. (eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 827-876). Dordrecht, HL: Kluwer, A. P. Disponible en https://www.ugr.es/~jgodino/siidm/escorial/SIERLERM.html.

Socas, M. (2007) *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas; análisis desde el enfoque lógico semiótico.* Universidad de la Laguna. Disponible en https://core.ac.uk/download/pdf/12341704.pdf

Steiner C. (1990) *Analysis of people life scripts live*. 2° Ed. Disponible en https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=84BitzMMIPYC&oi=fnd&pg=PR13&dq=Steiner+(1990)+&ots=VtOW_WS9SS&sig=ET23dAKexKYOV24p9NBV6pgcYPE#v=onepage&q=Steiner%20(1990)&f=false

Tébar, L. (2009) *El perfil del profesor como mediador*. Editorial Magisterio 3° Ed. Bogotá. Disponible en https://www.magisterio.com.co/libro/el-profesor-mediador-del-aprendizaje

Villamizar, F. Y. (2018). Modelo metodológico para promover conceptos físicos y matemáticos: hacia la orquestación de actividades didácticas con tecnologías digitales (Tesis doctoral). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N. México.

Vygotsky, L. S. (1978). *El desarrollo de los procesos psíquicos superiores*. Barcelona: Grijalbo. Disponible en: http://www.terras.edu.ar/biblioteca/6/TA_Vygotzky_Unidad_1.pdf

Vygotsky, L. (1988). *El juego en el desarrollo del niño*... El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Barcelona: Ed. Crítica

Anexos y Gráficas

Anexo 1. Diseño de entrevistas aplicadas

Docente____

Fecha ____________ Año _____

Departamento	**Municipio**	**Nivel o ciclo donde se desempeña**	**Profesional**	**Técnica**
Tiempo total de servicio	**Área de formación**	**Nombre del Centro Educativo**	**Urb.**	**rural**

ASPECTOS DEL DESEMPEÑO	**VALORACIÓN**			**DESCRIPCIÓN DE LOS ASPECTOS DEL DESEMPEÑO**
	INF	**MED**	**SUP**	
1.- Compromiso con la Institución	**1 2**	**3 4**	**5 6**	Participa activamente en la planeación y en el desarrollo permanente Del área, de acuerdo al Proyecto Educativo Institucional.
2.- Cumplimiento de normas y políticas educativas	**1 2**	**3 4**	**5 6**	Actúa de acuerdo con las normas y políticas nacionales, regionales e Institucionales que regulan el servicio educativo y la profesión docente.
3.- Conocimiento y valoración de sí mismo y de los estudiantes	**1 2**	**3 4**	**5 6**	Hace seguimiento permanente al aprendizaje de los estudiantes y Apoya a los que tienen dificultades o capacidades excepcionales. Tiene en cuenta en su planeación de área las políticas nacionales para la inclusión
4- Fundamentación pedagógica	**1 2**	**3 4**	**5 6**	Sustenta su práctica pedagógica en enfoques y modelos educativos, pertinentes y adecuados al contexto institucional y global de la educación
5.- Planeación del trabajo	**1 2**	**3 4**	**5 6**	Organiza el trabajo escolar y prepara sus clases con base en el plan de estudios. Su planeación incluye metas claras de aprendizaje, estrategias, tiempos, recursos y criterios de evaluación y el trabajo transversal de las matematicas con otras áreas
6.- Estrategias pedagógicas	**1 2**	**3 4**	**5 6**	Crea un ambiente favorable para el aprendizaje de las matemáticas, Aplica estrategias metodológicas y didácticas para tener resultados satisfactorios
7.- Innovación	**1 2**	**3 4**	**5 6**	Mejora su práctica pedagógica a través de su búsqueda y continua formación. Considera que la preparación que Ud. Recibió, de 1 a 6, de acuerdo a:le ha servido, estuvo suficiente, tiene que mejorar, o no fue suficiente para su formación profesional

8	**Proactividad**	1 2	3 4	5 6	La mayor dificultad en el aprendizaje de las matemáticas, por parte de los niños, radica en la comprensión de los problemas matemáticos.
9	**Herramientas didácticas**	1 2	3 4	5 6	Un docente de primaria tiene como función pedagógica desarrollar el proceso enseñanza aprendizaje en todas las áreas. Trabaja Ud.la interdisciplinaridad en clase de matemáticas.
10	**Empatía**	1 2	3 4	5 6	En primaria los estudiantes deberían tener de profesor licenciado en matemáticas específicamente para el área y así facilitar el proceso de aprendizaje. Motiva con su acción pedagógica, los procesos formativos significativos en matemáticas de los estudiantes
11	**Trabajo contextual**	1 2	3 4	5 6	Es cierto que en el área de las matemáticas se tiene una predisposición n negativa por el mayor número de estudiantes. Para minimizar éste aspecto ha trabajado en conjunto con los padres de familia.
12	**Trabajo transversal**	1 2 L S	3 4 N	5 6 A Otro	¿Cuál área es imprescindible para la enseñanza de las matemáticas, que facilite el proceso de aprendizaje? Enumerelas.
	Anotación Adicional por parte del docente				

Subtotales de cada nivel inferior, Medio, superior	PTS	PTS	PTS	**TOTAL PTS**	**PORCENTAJE**	total puntos / puntaje máximo	(1) Pregunta 11: porcentuar de acuerdo al numero de veces del área respondida

Anexo 2. Estándares Básicos de Competencia matemática

80

Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas

Primero a tercero

Al terminar tercer grado...

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS

- Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros).
- Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.
- Describo situaciones que requieren el uso de medidas relativas.
- Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes.
- Uso representaciones –principalmente concretas y pictóricas– para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal.
- Uso representaciones –principalmente concretas y pictóricas– para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal.
- Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones de variación proporcional.
- Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
- Identifico, si a la luz de los datos de un problema, los resultados obtenidos son o no razonables.

PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS

- Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales.
- Dibujo y describo cuerpos o figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños.
- Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia.
- Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.
- Reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura.
- Reconozco y valoro simetrías en distintos aspectos del arte y el diseño.
- Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir).
- Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales.
- Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio.

PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS

- Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración.
- Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles.
- Realizo y describo procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo al contexto.
- Analizo y explico sobre la pertinencia de patrones e instrumentos en procesos de medición.
- Realizo estimaciones de medidas requeridas en la resolución de problemas relativos particularmente a la vida social, económica y de las ciencias.
- Reconozco el uso de las magnitudes y sus unidades de medida en situaciones aditivas y multiplicativas.

PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS

- Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas.
- Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno escolar.
- Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos.
- Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras.
- Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos.
- Explico –desde mi experiencia– la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos cotidianos.
- Predigo si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la de otro.
- Resuelvo y formulo preguntas que requieran para su solución coleccionar y analizar datos del entorno próximo.

PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS

- Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros).
- Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.
- Reconozco y genero equivalencias entre expresiones numéricas y describo cómo cambian los símbolos aunque el valor siga igual.
- Construyo secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas.

Gráfica 1 EBM- Pensamientos matemáticos. (MEN 2006)

Anexo 3. Resumen estadístico de las respuestas de las entrevistas

Pregunta	fi/n	%
Compromiso con la institución	0,916667	91
Cumplimiento de las políticas	0,666667	66
Conocimiento de los estudiantes	0,916667	91
Fundamentación pedagógica	0,716667	71
Planeación del trabajo	0,65	65
Estrategias pedagógicas	0,433333	43
Innovación	0,666667	66
Proactividad	0,766667	76
Herramientas didácticas	0,6	60
empatía	0,566667	56
trabajo contextual	0,266667	26
Transversalidad		

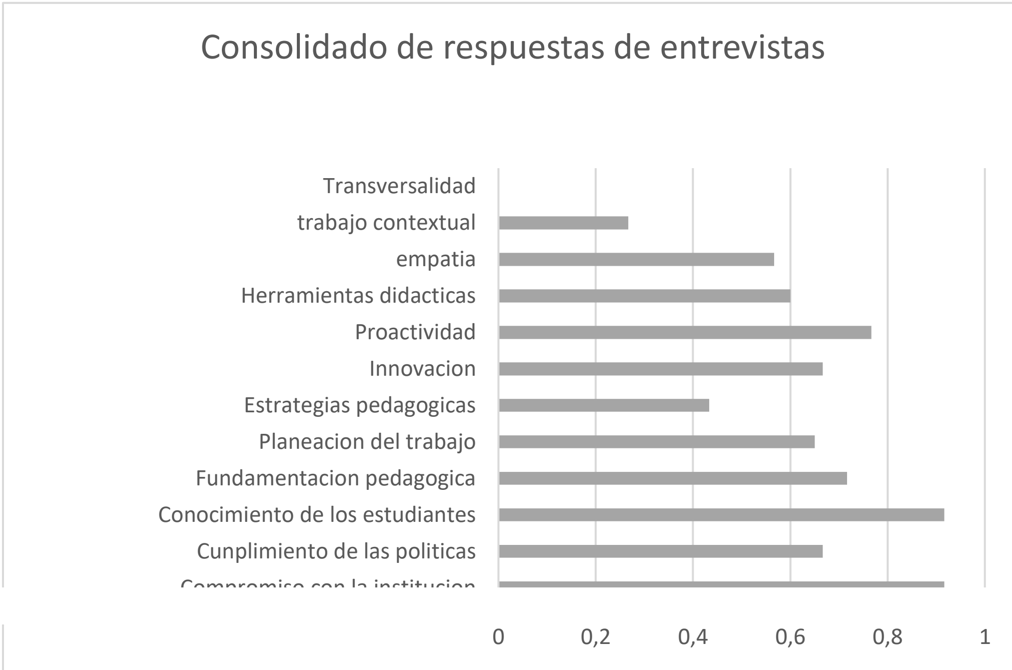
Gráfica 2 consolidado respuestas de la entrevista en porcentajes. (Fuente propia 2020)

Anexo 4 Consolidado de respuestas a la pregunta 12

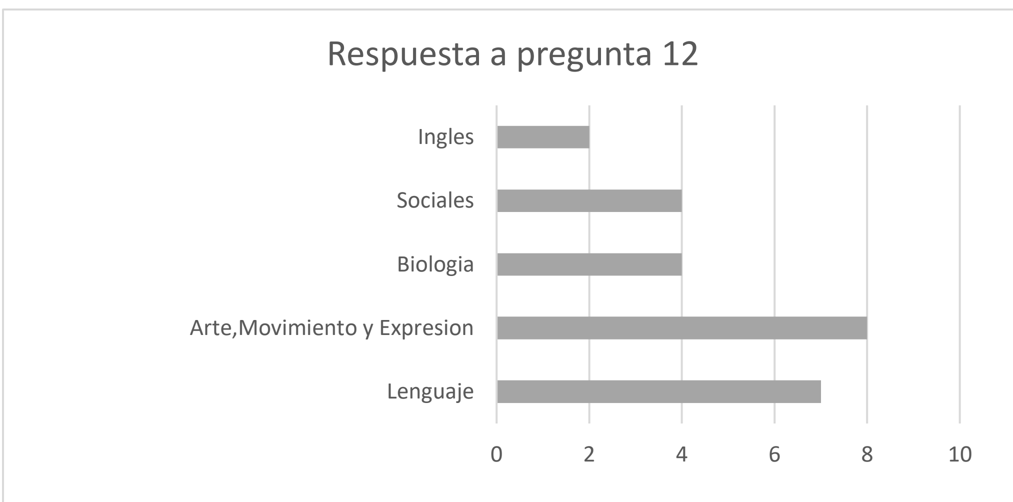
Áreas de trabajo transversal	Puntos
Lenguaje	7
Arte, Movimiento y Expresión	8
Biología	4
Sociales	4
Ingles	2

Gráfica 3. Consolidado a repuesta 12 de la entrevista. (Fuente propia 2020)

Anexo 5 Gráfica de barras horizontales sobre resumen de respuestas a la entrevista



Gráfica 4. Consolidado de las respuestas (Fuente propia 2020)



Gráfica 5 Consolidado de respuestas de entrevista respecto a áreas importantes para enseñanza de matemáticas. (Fuente propia 2020)

Anexo 6 Consolidado cuantitativo de las respuestas de la entrevistas

CONSOLIDADO DE RESULTADOS DE ENTREVISTAS	
	NUMERO DE PREGUNTAS

Docentes entrevistados n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	TOTAL
1	5	4	5	4	2	2	5	6	4	3	3	43
2	5	4	6	4	2	3	5	6	3	3	1	42
3	5	4	5	4	4	2	3	4	3	3	1	38
4	5	4	6	4	5	3	5	4	3	5	1	45
5	5	4	6	5	4	3	5	4	4	3	1	44
6	6	4	5	4	4	3	3	4	4	3	3	43
7	6	4	5	4	4	3	3	4	4	3	3	43
8	6	4	6	4	5	2	3	6	3	3	1	43
9	6	5	5	5	5	2	3	4	4	5	1	45
10	6	3	6	5	4	3	5	4	4	3	1	44
TOTAL												
	55	40	55	43	39	26	40	46	36	34	16	Promedio
Porcentajes	0,9166667	0,666667	0,916667	0,71667	0,65	0,43333	0,66667	0,766667	0,6	0,56667	0,26667	43

Gráfica 6 Análisis cuantitativo de la entrevista por preguntas (Fuente propia 2020)