# **Diagnóstico de dificultades en la comprensión del concepto de la recta y diseño de una propuesta didáctica contextualizada para su enseñanza y aprendizaje en estudiantes de grado décimo del Colegio San Luis (Yarumal, Antioquia)**

Javier Bautista Ramírez

Asesor

María Camila Gonzales

Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD

Escuela de Ciencias de la Educación ECEDU

Maestría en Educación

2026

**Tabla de contenido**

**Lista de figuras**

## Lista de tablas

## Lista de apéndices

**Resumen**

La investigación diagnóstica las dificultades en la comprensión del concepto de línea recta en estudiantes de grado décimo del Colegio San Luis, en Yarumal (Antioquia), y diseña una propuesta didáctica contextualizada para fortalecer su enseñanza y aprendizaje. El estudio parte de las dificultades evidenciadas en la interpretación de la pendiente, la ordenada al origen y la relación entre las representaciones gráfica, algebraica, tabular y verbal. La metodología se enmarca en la investigación-acción educativa y emplea encuestas, entrevistas, pruebas diagnósticas y observaciones para identificar errores conceptuales, representacionales y metodológicos. Los resultados muestran que los estudiantes tienden a aplicar procedimientos de forma mecánica, presentan limitaciones para coordinar registros de representación y tienen dificultades para modelar situaciones lineales del contexto. A partir de estos hallazgos, se diseñó una secuencia didáctica fundamentada en la Educación Matemática Realista y en la teoría de los registros de representación semiótica. La validación teórica y contextual permitió reconocer la coherencia, pertinencia y viabilidad de la propuesta para promover aprendizajes más significativos sobre la línea recta.



***Palabras clave:*** línea recta, educación matemática realista, registros de representación semiótica, enseñanza de las matemáticas, investigación-acción educativa.

## Abstract

This study diagnoses the difficulties tenth-grade students at Colegio San Luis in Yarumal, Antioquia, experience in understanding the concept of the straight line, and designs a contextualized didactic proposal to strengthen its teaching and learning. The research focuses on students' difficulties in interpreting slope, the y-intercept, and the relationships among graphical, algebraic, tabular, and verbal representations. The methodological approach follows educational action research and uses surveys, interviews, diagnostic tests, and observations to identify conceptual, representational, and methodological errors. The results show that students tend to apply procedures mechanically, face limitations when coordinating representation registers, and struggle to model contextualized linear situations. Based on these findings, a didactic sequence was designed using the principles of Realistic Mathematics Education and the theory of semiotic representation registers. The theoretical and contextual validation confirmed the proposal's coherence, didactic relevance, and feasibility. The study concludes that connecting real-life contexts with multiple mathematical representations can support a deeper and more meaningful understanding of the straight line in secondary mathematics education.


***Keywords****:* straight line, realistic mathematics education, semiotic representation registers, mathematics teaching, action research.

## Introducción

La línea recta es un concepto esencial en el currículo de matemáticas de la educación básica secundaria y media, pues constituye la base para interpretar relaciones proporcionales, modelar situaciones reales y desarrollar el pensamiento funcional. En el grado décimo, su estudio resulta clave para la alfabetización matemática necesaria en la vida cotidiana, la continuidad académica y la resolución de problemas. Sin embargo, numerosos estudiantes presentan dificultades para comprender la pendiente, la ordenada al origen y la conexión entre las representaciones gráfica, algebraica, tabular y verbal, lo que conduce a un aprendizaje memorístico sin comprensión profunda. Como señala Duval (2006), la ausencia de articulación entre registros de representación limita la comprensión conceptual; de manera complementaria, Bardini et al. (2004) evidencian que los estudiantes pueden manipular representaciones de forma aislada sin establecer vínculos significativos entre ellas.

Estas dificultades, explicadas en parte por la teoría de los registros de representación semiótica de Duval, obstaculizan la aplicación del conocimiento a contextos reales, donde se requiere interpretar o modelar fenómenos mediante diferentes formas de representación. En este sentido, Hitt (1998) y Adu-Gyamfi et al. (2012) señalan que los estudiantes suelen enfrentar obstáculos al traducir entre distintas representaciones del mismo objeto matemático, especialmente cuando deben pasar de una representación algebraica a una gráfica o viceversa, lo que compromete la comprensión funcional de conceptos como la linealidad. Además, Radford (2006) enfatiza que el sentido del conocimiento matemático no reside únicamente en las representaciones aisladas, sino en la coordinación entre ellas, proceso que requiere un trabajo consciente de mediación y reflexión por parte del docente.

En el Colegio San Luis, de Yarumal, Antioquia, institución pública urbana con estudiantes en su mayoría de contextos socioeconómicos vulnerables, se ha identificado un bajo desempeño en matemáticas, especialmente en temas relacionados con la línea recta. Esta situación pone de manifiesto la necesidad de implementar estrategias pedagógicas contextualizadas que permitan superar las barreras de comprensión conceptual. En este sentido, enfoques como la Educación Matemática Realista, que promueven el aprendizaje a partir de situaciones significativas del entorno cotidiano, y la Teoría de los Registros de Representación Semiótica de Duval, que resalta la importancia de coordinar distintos modos de representación para construir significado matemático, ofrecen un marco complementario para acercar los contenidos a la realidad de los estudiantes y favorecer su apropiación

La presente tesis se organiza en cinco secciones que responden al objetivo de diagnosticar las dificultades en la enseñanza de la línea recta sobre el plano cartesiano en el grado décimo de la I.E. San Luis, de Yarumal, Antioquia, y proponer una estrategia pedagógica contextualizada. La primera sección aborda el planteamiento del problema, la justificación, la pregunta de investigación, los objetivos y la delimitación del trabajo. La segunda sección expone los antecedentes de investigación y los fundamentos teóricos del estudio, con énfasis en la Educación Matemática Realista y los registros de representación semiótica. La tercera sección presenta el diseño metodológico, el enfoque adoptado, el tipo de investigación, las técnicas de recolección de información y las características del contexto institucional. La cuarta sección desarrolla los resultados del diagnóstico y la propuesta didáctica. Finalmente, la quinta sección presenta las conclusiones y recomendaciones del estudio, sintetizando los hallazgos y las orientaciones para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemáticas.

## Fundamentos del estudio

Esta sección reúne los elementos necesarios para contextualizar y delimitar el estudio. Se inicia con el planteamiento del problema, donde se exponen las dificultades en la comprensión de la línea recta en estudiantes de grado décimo del Colegio San Luis (Yarumal, Antioquia). Posteriormente, se presenta la justificación del trabajo, enmarcada en su relevancia educativa y didáctica. También se incluyen la pregunta de investigación, los objetivos generales y específicos, y la delimitación temática, poblacional, espacial y temporal que precisa el alcance de la investigación.

### Planteamiento del problema

El aprendizaje de la recta en el plano cartesiano constituye un contenido fundamental en los currículos escolares, dado que articula conceptos algebraicos y geométricos esenciales para el desarrollo matemático posterior de los estudiantes. Sin embargo, en diversos contextos educativos se ha observado que los estudiantes presentan dificultades significativas al interpretar y relacionar estos aspectos, afectando negativamente su desempeño académico en matemáticas. En particular, esta problemática se evidencia claramente en los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa San Luis municipio de Yarumal Antioquia, quienes enfrentan dificultades específicas para comprender e interpretar los elementos fundamentales del concepto de la recta, como la pendiente y su ecuación, lo cual limita su capacidad para abordar situaciones matemáticas más complejas.

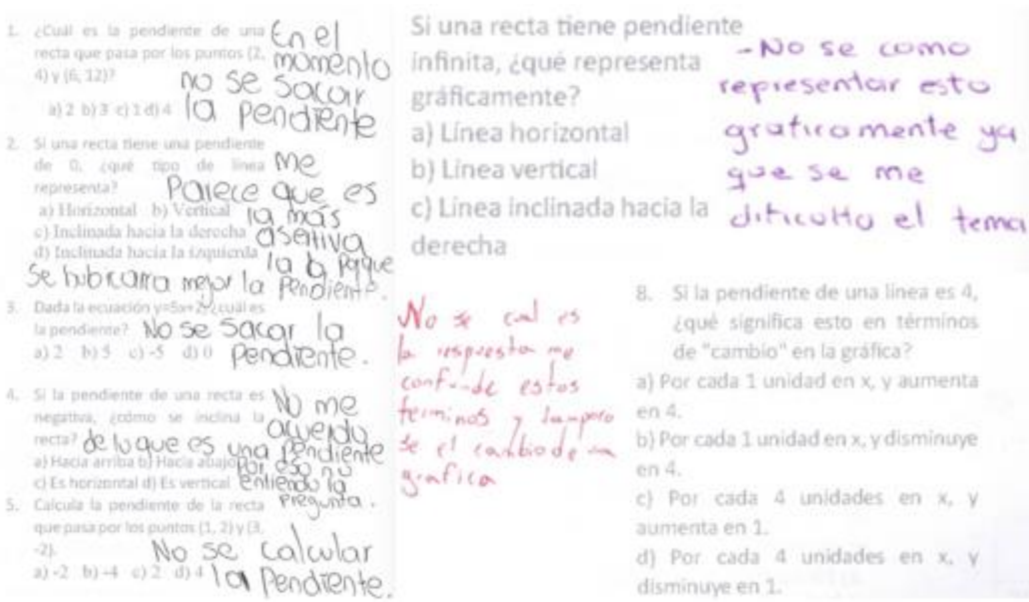
### contextualización del problema

El aprendizaje del concepto de la recta en el plano cartesiano constituye uno de los pilares fundamentales del currículo de matemáticas en la educación básica y media, ya que permite desarrollar en los estudiantes competencias relacionadas con el análisis de relaciones lineales, la interpretación gráfica y la comprensión de modelos algebraicos aplicados. Este contenido no solo es esencial para el tránsito hacia conocimientos más complejos como funciones, geometría analítica y cálculo, sino que también resulta clave para la formación de un pensamiento lógico y crítico en el abordaje de problemas del entorno. Sin embargo, diversos estudios han puesto en evidencia que los estudiantes presentan grandes dificultades para comprender este concepto. Investigaciones como las de Suárez (2021), Rodríguez Muñoz et al. (2022), así como Bardini et al. (2004) señalan que los estudiantes suelen presentar obstáculos en la interpretación de la pendiente, en la transición entre representaciones gráficas y algebraicas, y en la conexión del concepto con situaciones contextualizadas del mundo real, lo que limita su comprensión profunda y su aplicación en la resolución de problemas. Estas dificultades no se limitan a un contexto local, sino que han sido ampliamente documentadas en diversas investigaciones. Por ejemplo, Duval (2006) sostiene que una de las principales fuentes de error en el aprendizaje de la matemática escolar está relacionada con la dificultad para coordinar distintas representaciones semióticas, como las gráficas y las algebraicas. En línea con esta afirmación, Bardini et al. (2004) destacan que muchos estudiantes logran manipular correctamente expresiones algebraicas sin comprender su correspondencia gráfica, o viceversa, esta desconexión perjudica el aprendizaje al impedir una comprensión relacional del concepto matemático.

En el contexto específico de la Institución Educativa San Luis, se ha evidenciado que los estudiantes de grado décimo presentan dificultades significativas para comprender e interpretar los componentes fundamentales del concepto de recta, en particular la noción de pendiente y su representación algebraica en la forma explícita $y = mx + b$. Esta ecuación, en la que cada parámetro posee un significado geométrico y funcional específico, no logra ser apropiadamente interiorizada por los estudiantes, quienes manifiestan confusión al vincular los valores de $y$ con las características gráficas de la recta. Tales dificultades se evidencian de manera clara en los resultados de las evaluaciones aplicadas.

**Figura 1**

*Respuestas de los estudiantes en la prueba diagnóstica sobre el concepto de pendiente*




*Nota.* Resultados obtenidos durante la aplicación del instrumento diagnóstico en el grupo de grado décimo. Elaboración propia.

En las respuestas de los estudiantes se observa, por ejemplo, la imposibilidad de calcular la pendiente a partir de dos puntos, la confusión al relacionar los parámetros m y b con la gráfica de la recta, y la falta de comprensión del significado de una pendiente negativa o infinita. También se registran expresiones escritas en las que manifiestan no recordar el procedimiento, no saber representar gráficamente la situación o no comprender los términos asociados al cambio en la gráfica. Estas evidencias, presentadas en la Figura 1, reflejan de manera representativa las dificultades del grupo frente al concepto de pendiente y su interpretación algebraica y geométrica.

Esta dificultad para comprender e interpretar los elementos de la recta, en particular la relación entre su pendiente y su expresión algebraica en la forma y = mx + b, restringe notablemente la capacidad de los estudiantes para abordar situaciones que requieren la articulación entre lo gráfico y lo simbólico. La falta de fluidez en el tránsito entre estas representaciones obstaculiza el desarrollo de habilidades fundamentales para resolver problemas contextualizados, interpretar fenómenos lineales y aplicar conceptos matemáticos en distintos escenarios escolares. En consecuencia, se observan vacíos persistentes en el aprendizaje de este contenido y una percepción negativa hacia este componente específico del currículo, lo cual demanda propuestas didácticas que permitan superar dichas barreras y favorecer una comprensión más significativa de la recta como objeto matemático.

En conjunto, estas evidencias empíricas y teóricas permiten afirmar que la dificultad en torno al concepto de recta no se limita exclusivamente a las capacidades individuales de los estudiantes, sino que responde, en gran medida, a una problemática estructural vinculada al enfoque tradicional de enseñanza. En el contexto de la educación media, persiste una tendencia a presentar este contenido desde una perspectiva meramente formal y descontextualizada, centrada en procedimientos algebraicos y desprovista de significado para el estudiante (Rodríguez Muñoz et al., 2022; Loyola Malqui et al., 2025). Esta situación plantea la necesidad urgente de replantear las prácticas pedagógicas asociadas a la enseñanza de la recta, promoviendo experiencias de aprendizaje más dinámicas, vinculadas a contextos reales y que integren recursos visuales e interactivos capaces de favorecer una comprensión profunda y funcional del objeto matemático en cuestión.

Ante este panorama, se vuelve imprescindible replantear las formas en que se introduce y desarrolla el concepto de recta en el aula, orientando la enseñanza hacia propuestas que favorezcan la construcción activa del conocimiento. En este sentido, la contextualización del saber matemático emerge como un eje fundamental para transformar la experiencia de aprendizaje. Esta necesidad se sustenta tanto en la evidencia empírica —como los resultados de las pruebas Saber, que reflejan bajos niveles de desempeño en la interpretación de gráficas y en la resolución contextualizada de ecuaciones lineales (ICFES, 2023; ICFES, 2024)— como en hallazgos recientes que documentan las dificultades persistentes de los estudiantes para comprender el significado de las variables, visualizar relaciones algebraicas en contextos reales y vincular distintos registros de representación al trabajar con ecuaciones lineales (Tashtoush et al., 2023).

Dichas investigaciones coinciden en señalar que gran parte de estas dificultades se relacionan con enfoques instruccionales centrados en procedimientos formales, descontextualizados y poco sensibles a la diversidad de modos de representación requeridos para construir una comprensión profunda. Esta convergencia entre datos empíricos y fundamentos teóricos consolidados refuerza la urgencia de adoptar marcos didácticos que promuevan una comprensión significativa del concepto de recta, integrando su representación algebraica, gráfica y contextual para favorecer aprendizajes duraderos y funcionales.

### ***Identificación específica del problema***

Durante la aplicación de la prueba diagnóstica (véase Apéndice G), realizada a estudiantes del grado décimo del Colegio San Luis en Yarumal, se evidenció que la comprensión del concepto de la recta presenta múltiples vacíos que afectan tanto la interpretación gráfica como el uso simbólico del contenido. Las actividades propuestas, que involucran graficación, identificación de elementos de la ecuación y situaciones contextualizadas, permitieron observar una tendencia generalizada hacia el error, la confusión y la desmotivación en torno a este tema matemático. Las dificultades más representativas se agrupan en tres dimensiones: conceptual, representacional y metodológica.

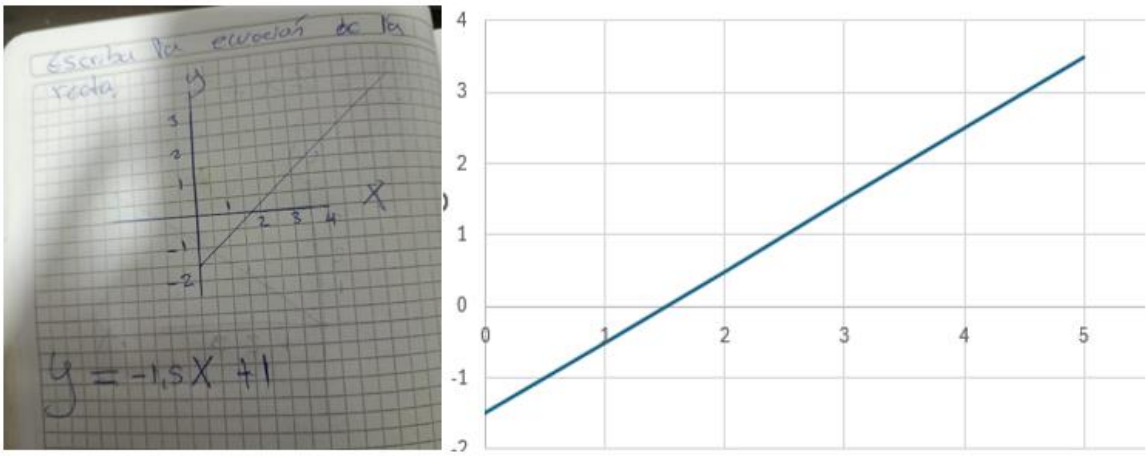
En el plano conceptual, se identificó una comprensión superficial de la pendiente, limitada a una fórmula memorizada sin noción de razón de cambio entre dos variables. En el aspecto representacional, los estudiantes demuestran una clara desconexión entre las formas algebraica, gráfica y contextual del concepto de recta, lo cual refleja una falta de tránsito entre registros semióticos. Según Duval (2006), este tránsito es esencial para que el estudiante pueda construir significados, ya que solo mediante la conversión entre representaciones es posible establecer una comprensión relacional del objeto matemático.

A nivel metodológico, se constata una fuerte dependencia del procedimiento mecanizado, sin análisis ni interpretación de lo que representan los parámetros m y b dentro de la ecuación $y = mx + b$. En las observaciones realizadas, se constató que la enseñanza de la recta se limita en gran medida a la aplicación mecánica de fórmulas, sin involucrar análisis de variaciones en contextos reales, uso de recursos visuales dinámicos, ni discusión sobre el significado de los parámetros. La ausencia de actividades que integren situaciones reales, tecnologías interactivas y discusión en grupo debilita el aprendizaje significativo y limita el desarrollo del pensamiento algebraico.

La revisión de los resultados obtenidos en las actividades diagnósticas muestra, por ejemplo, que al presentar una recta y pedir a los estudiantes que escribieran su ecuación, los estudiantes no cumplieron con el objetivo. Algunos confundieron la pendiente con la ordenada al origen, mientras que otros, como se observa en la Figura 4, asignaron un signo incorrecto a la pendiente: la recta representada tiene pendiente positiva, por ejemplo, uno de los estudiantes escribió $y = -1.5x + 1$, evidenciando una dificultad para interpretar la inclinación de la recta en el plano cartesiano.

**Figura 2**

*Respuesta escrita de un estudiante a la representación algebraica de una gráfica lineal*




*Nota.* Producción realizada por un estudiante de grado décimo durante la fase diagnóstica. Se omite información identificatoria por razones éticas. Elaboración propia.

En la evidencia presentada en la Figura 2 se observa la gráfica de una recta correctamente trazada en el plano cartesiano: a la derecha, la versión proporcionada por el docente, y a la izquierda, la interpretación realizada por el estudiante. Sin embargo, al escribir su ecuación, el estudiante anota **y = -1.5x+1**, lo que evidencia una confusión conceptual. Asigna un valor negativo a la pendiente cuando, en realidad, la recta posee una pendiente positiva (**m = 1**), y utiliza el valor de la ordenada al origen (**b = -1.5**) como si correspondiera a la pendiente.

Esta dificultad pone de manifiesto que el estudiante no logra diferenciar entre el parámetro m, que representa la inclinación de la recta, y el parámetro b, que corresponde al punto de intersección con el eje y. La situación muestra una dificultad recurrente en la comprensión de la ecuación de la recta, ya que no se establece de manera clara la relación entre el comportamiento gráfico y la expresión algebraica.

La confusión entre pendiente y ordenada al origen limita la capacidad de los estudiantes para construir modelos matemáticos precisos y afecta el desarrollo de competencias de interpretación y representación múltiple, aspectos fundamentales en el aprendizaje

Esta dificultad no solo se manifiesta en los procedimientos gráficos y algebraicos, sino que también se refleja en las respuestas de los estudiantes ante situaciones contextualizadas. Por ejemplo, cuando se les propuso formular una ecuación lineal a partir de un enunciado, la mayoría no logró vincular los datos con la estructura algebraica correspondiente. La estudiante Enlly comentó: "No entendía esta pregunta… me parece muy complicada", lo cual evidencia la inseguridad frente al tema. Estos hallazgos coinciden con las observaciones consignadas en los informes académicos del área de matemáticas, que señalan una baja apropiación del concepto de función lineal y de sus elementos constitutivos. Este panorama se relaciona, en parte, con el enfoque tradicional de enseñanza que predomina en el aula. En muchos casos, se privilegia la exposición de fórmulas y procedimientos algebraicos sin acompañamiento de análisis gráfico ni conexión con situaciones reales. Esto da lugar a una enseñanza fragmentada, centrada en la memorización más que en la comprensión. Tal como lo advierten Adu-Gyamfi et al. (2012), los métodos convencionales centrados en la manipulación simbólica generan una barrera para el desarrollo de una comprensión profunda, especialmente cuando se omite la representación gráfica y el uso de contextos significativos. En esa misma línea, Bardini et al. (2004) resaltan que los estudiantes tienden a tratar las gráficas como elementos decorativos, sin establecer conexiones con las expresiones algebraicas que las originan.

De igual forma, el análisis crítico de las prácticas pedagógicas actuales permite identificar que, con frecuencia, se prescinde de situaciones reales o cercanas que faciliten la contextualización del concepto. Al no relacionarse con problemas del entorno ni promover el uso activo del conocimiento matemático, el contenido pierde sentido para los estudiantes.

En consecuencia, el aprendizaje de la recta se percibe como un contenido aislado, sin conexión con otras áreas del conocimiento ni con la vida cotidiana del estudiante, lo que limita su aplicabilidad y desincentiva su aprendizaje. Esta problemática adquiere especial relevancia cuando se considera que la recta es un concepto transversal en la educación matemática, esencial para el estudio de funciones, geometría, estadística y otros campos que requieren el análisis de relaciones lineales.

**Justificación del estudio**

Las dificultades evidenciadas en la comprensión del concepto de la recta no solo limitan el desempeño inmediato de los estudiantes en el área de matemáticas, sino que también tienen consecuencias significativas en su trayectoria académica y en el desarrollo de competencias fundamentales para la vida. Al no comprender la pendiente como razón de cambio, ni lograr establecer relaciones entre distintas representaciones (gráfica, algebraica y contextual), los estudiantes ven restringida su capacidad para analizar situaciones funcionales, modelar fenómenos y resolver problemas contextualizados que representan relaciones lineales entre variables.

Estas deficiencias afectan particularmente el abordaje de temas posteriores del currículo, como el estudio de funciones lineales y no lineales, la resolución de sistemas de ecuaciones, la interpretación de fenómenos de variación en física y estadística, así como el desarrollo del pensamiento algebraico y analítico. La recta, en tanto estructura fundamental y transversal del pensamiento matemático, constituye un contenido base para comprender relaciones cuantitativas en múltiples disciplinas. Por ello, su comprensión deficiente genera un efecto dominó que se refleja en dificultades acumulativas a lo largo del ciclo escolar. Esta situación limita su aplicabilidad, obstaculiza la transferencia del conocimiento a nuevos contextos y desincentiva el interés y la disposición de los estudiantes hacia la matemática como herramienta significativa para comprender su entorno y proyectarse académica y profesionalmente.

Además, la falta de conexión significativa con el contenido debilita la motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje matemático. La experiencia escolar centrada en la memorización de fórmulas sin aplicación real ni comprensión profunda produce una percepción negativa de la matemática como una disciplina abstracta e inaccesible. Esto influye en la autoestima académica, reduce el interés por carreras científicas o tecnológicas, y limita la formación integral del estudiante como sujeto crítico y competente en la resolución de problemas.

Desde una perspectiva pedagógica, estas consecuencias evidencian la necesidad urgente de transformar las prácticas de enseñanza para generar aprendizajes duraderos. Esta transformación requiere, además, propuestas didácticas que integren la representación múltiple, la contextualización del conocimiento y el protagonismo del estudiante en la construcción del significado matemático. Como lo señalan Duval (2006) y Bardini et al. (2004), la comprensión significativa de conceptos matemáticos exige que los estudiantes desarrollen la habilidad de movilizar y coordinar distintos registros de representación. En ese sentido, los métodos tradicionales centrados en el tratamiento simbólico no resultan adecuados para lograr dicho objetivo.

En el caso específico del Colegio San Luis, de Yarumal, Antioquia, estas consecuencias se han evidenciado en los bajos niveles de comprensión del concepto de línea recta en el grado décimo, lo que afecta el progreso académico de los estudiantes en asignaturas que requieren modelación funcional y análisis de relaciones lineales. Esta realidad subraya la necesidad de realizar un diagnóstico riguroso de la situación y de diseñar una propuesta de mejora pedagógica que permita replantear la enseñanza de este contenido clave, mediante enfoques que articulen lo matemático con lo cotidiano y favorezcan el desarrollo del pensamiento funcional desde experiencias significativas para los estudiantes.

En este contexto, la presente investigación se justifica por la necesidad de comprender a profundidad las dificultades de los estudiantes en torno al concepto de línea recta, y de diseñar una propuesta didáctica pertinente que contribuya a transformar las prácticas pedagógicas en el aula, con base en enfoques teóricos y metodológicos que respondan a las demandas actuales de la educación matemática.

## Pregunta de investigación, objetivos y delimitación del estudio

Con el fin de orientar el desarrollo de la presente investigación, a continuación, se formula la pregunta que guía el estudio, acompañada de los objetivos que delimitan sus propósitos específicos y del alcance contextual y temático en el que se enmarca el trabajo.

### *Pregunta de investigación*

¿Cuáles son las principales dificultades en la comprensión del concepto de la línea recta en el plano cartesiano, desde la perspectiva de los registros de representación semiótica, que presentan los estudiantes de grado décimo del Colegio San Luis (Yarumal, Antioquia), y cómo puede una propuesta didáctica contextualizada, basada en los principios de la Educación Matemática Realista, contribuir a mejorar su enseñanza y aprendizaje?

## Objetivos del estudio

Los objetivos del estudio orientan el desarrollo de la investigación y permiten dar respuesta a la pregunta planteada. A partir del diagnóstico de las dificultades en la comprensión de la línea recta y con base en los referentes teóricos adoptados, se formula a continuación el objetivo general que guía el propósito central del trabajo, seguido de los objetivos específicos que operacionalizan dicho propósito.

### Objetivo general

Diagnosticar las dificultades en la comprensión del concepto de línea recta en estudiantes de grado décimo del Colegio San Luis (Yarumal, Antioquia), desde la perspectiva de los registros de representación semiótica, y diseñar una propuesta didáctica contextualizada basada en la Educación Matemática Realista para mejorar su enseñanza y aprendizaje.

### Objetivos específicos

Analizar los errores conceptuales y representacionales asociados a la línea recta, con base en la teoría de los registros de representación semiótica de Duval.

Caracterizar las prácticas pedagógicas actuales vinculadas a la enseñanza de la línea recta desde el enfoque institucional.

Diseñar una propuesta didáctica contextualizada fundamentada en los principios de la Educación Matemática Realista.

Validar la propuesta didáctica con base en la teoría de los registros de representación semiótica de Duval.

**Delimitación del estudio**

El presente estudio se desarrolla en la Institución Educativa San Luis, ubicada en el municipio de Yarumal, Antioquia, Colombia, institución pública de carácter urbano que atiende principalmente a estudiantes de contextos socioeconómicos vulnerables, condición que influye en las oportunidades de aprendizaje y en la pertinencia de diseñar estrategias pedagógicas contextualizadas.

La investigación se centró en un único grupo de estudiantes de grado décimo que cursaron la asignatura de Matemáticas en el primer semestre de 2024, seleccionado por presentar dificultades persistentes en la comprensión del concepto de la línea recta sobre el plano cartesiano y en la articulación de sus diferentes registros de representación (algebraico, gráfico, tabular y verbal/contextual), evidenciadas en evaluaciones internas y externas.

El estudio aborda exclusivamente este contenido matemático, sin incluir otros temas curriculares como geometría plana, trigonometría, funciones no lineales o cálculo, salvo en los casos en que sea necesario para contextualizar o reforzar el análisis. Su alcance temporal abarca las fases de diagnóstico, diseño de la propuesta didáctica y validación teórica, desarrolladas entre febrero y noviembre de 2024, dejando la implementación completa de la propuesta como proyección para investigaciones futuras. Esta delimitación asegura un enfoque preciso, coherente y viable, orientado a atender una problemática específica en un contexto real y acotado.

## Antecedentes de investigación y fundamentos teóricos del estudio

Con el fin de sustentar teóricamente el estudio, esta sección presenta los antecedentes de investigación y los fundamentos teóricos que orientan el análisis del problema y el diseño de la propuesta didáctica. Se abordan, en primer lugar, estudios previos sobre la enseñanza y aprendizaje del concepto de la línea recta, con énfasis en las dificultades identificadas en distintos contextos educativos. A continuación, se desarrollan los enfoques didácticos y las teorías que sirven de base conceptual al trabajo, en particular la Educación Matemática Realista y la teoría de los registros de representación semiótica, cuyas aportaciones permiten comprender los procesos involucrados en la construcción del conocimiento matemático y fundamentar la intervención pedagógica propuesta.

### Antecedentes

Para comprender en profundidad el problema planteado, es fundamental realizar un análisis crítico y reflexivo de las investigaciones previas relacionadas con las dificultades conceptuales sobre la enseñanza y aprendizaje del concepto de recta en el plano cartesiano. En esta sección, se presentan antecedentes relevantes organizados en tres ámbitos principales: estudios sobre las dificultades específicas que enfrentan los estudiantes al aprender este concepto matemático, análisis de las estrategias didácticas tradicionalmente empleadas y sus limitaciones, y finalmente, aportes de investigaciones previas basadas en la Educación Matemática Realista (EMR), cuya revisión permitirá evidenciar el vacío de conocimiento que justifica y fundamenta la realización de la presente investigación.

**Dificultades recurrentes en la comprensión y enseñanza del concepto de recta y sus representaciones**

Numerosas investigaciones, como las de Duval (2006), Bardini et al. (2004), Artigue (1998), Rico (2009), y Pino-Fan y Godino (2015), han documentado las dificultades que enfrentan los estudiantes en relación con la comprensión del concepto de recta, particularmente en lo que respecta a la pendiente, la ordenada al origen y el uso de diferentes formas de representación. Dichos estudios coinciden en que estas dificultades se manifiestan con mayor frecuencia en la educación media, etapa en la cual los estudiantes comienzan a enfrentarse de manera sistemática a nociones como la variación lineal, el análisis gráfico y el modelamiento algebraico de situaciones. En esa línea, uno de los problemas más ampliamente descritos en la literatura es la incomprensión del significado de la pendiente. Tal como señalan Bardini et al. (2004), los estudiantes tienden a visualizar la gráfica de una recta como un elemento decorativo o ilustrativo, sin establecer una relación significativa con los coeficientes de la ecuación. Esta desconexión se agrava cuando el proceso de enseñanza se centra exclusivamente en la manipulación simbólica, sin promover la articulación con el plano gráfico ni con contextos reales. Complementariamente, Duval (2006) explica que el aprendizaje matemático significativo requiere la coordinación entre distintos registros de representación semiótica. La falta de conversión entre los registros algebraico, gráfico, verbal y contextual limita la construcción de significados y obstaculiza la comprensión integral de los objetos matemáticos. Este fenómeno se observa incluso en niveles superiores, lo que sugiere que no se trata de una dificultad puntual, sino de un problema estructural en la comprensión de las funciones lineales. De manera coherente con lo anterior, Artigue (1998) y Rico (2009) destacan que muchos estudiantes conciben la ecuación de la recta como una fórmula que se aplica mecánicamente, sin reconocer su carácter funcional ni su relación con la variación. En la misma dirección, Pino-Fan y Godino (2015) identifican errores frecuentes relacionados con la confusión entre el parámetro (pendiente) y el parámetro (ordenada al origen), así como con la dificultad para vincular los valores numéricos con el comportamiento gráfico de la función. Por otra parte, en el contexto colombiano, investigaciones  como Garnica y Castro (2021) confirman estos hallazgos, evidenciando que los estudiantes tienden a asumir la pendiente como un valor arbitrario o como un paso dentro de un procedimiento, sin comprenderla como razón de cambio. Además, reportan dificultades similares en la interpretación de situaciones contextualizadas y en la construcción de ecuaciones lineales que representan fenómenos del entorno. De manera más reciente, Campo-Meneses y García-García (2025) analizaron la comprensión matemática de estudiantes de secundaria a partir del establecimiento de conexiones matemáticas entre distintas representaciones. Aunque su estudio se centró en las funciones exponencial y logarítmica, los resultados son relevantes para la comprensión de funciones en general, incluida la función lineal, ya que evidencian que los estudiantes pueden ejecutar procedimientos sin alcanzar un nivel alto de comprensión conceptual. Los autores concluyen que la falta de articulación entre registros de representación y el escaso tiempo destinado a la socialización y profundización conceptual limitan el desarrollo de una comprensión matemática sólida, situación que coincide con las dificultades reportadas en el aprendizaje de la recta en el plano cartesiano.

De igual manera, los resultados del estudio PISA 2018 evidencian que una proporción significativa de estudiantes de educación media presenta dificultades para interpretar gráficas, comprender relaciones funcionales y establecer conexiones entre representaciones matemáticas (OECD, 2019). El informe señala que, aun cuando los estudiantes pueden aplicar procedimientos básicos, muestran limitaciones al analizar situaciones que implican variación entre magnitudes, lo cual refleja debilidades en el razonamiento funcional. Estos hallazgos refuerzan la idea de que las dificultades en la comprensión de la recta y de las funciones lineales no son exclusivas de un contexto particular, sino que constituyen un fenómeno ampliamente documentado a nivel internacional.

En conjunto, las evidencias presentadas permiten afirmar que la problemática no es aislada ni exclusiva de un contexto educativo específico, sino que responde a carencias estructurales en la enseñanza y el aprendizaje del concepto de recta. Por tanto, se hace necesaria la formulación de propuestas didácticas que integren múltiples representaciones y contextos significativos, orientadas a favorecer una comprensión profunda de la función lineal desde los principios de la Matemática Realista. En esta misma dirección, diversos estudios en educación matemática señalan que el aprendizaje de las matemáticas se favorece cuando el estudiante participa en procesos de exploración, reflexión y comunicación de ideas. La construcción del conocimiento se ve fortalecida cuando los contenidos matemáticos se abordan integrando el uso de diferentes representaciones, el análisis de situaciones problemáticas y la articulación entre conceptos y procedimientos, evitando una enseñanza centrada exclusivamente en la memorización de reglas. Desde esta perspectiva, el aula se concibe como un espacio de interacción en el que el diálogo, la argumentación y la confrontación de ideas permiten consolidar el sentido de los objetos matemáticos y favorecer una comprensión adecuada para su uso en distintos contextos (Godino et al., 2004). Desde esta perspectiva, diversos estudios en educación matemática señalan que la comprensión de un concepto matemático no puede valorarse únicamente a partir de lo que el estudiante muestra al resolver ejercicios, sino que debe interpretarse considerando cómo utiliza el conocimiento en diferentes situaciones. La comprensión se manifiesta cuando el estudiante logra seleccionar y emplear de manera adecuada los significados asociados a un objeto matemático, reconociendo cuándo y cómo usarlos según el contexto planteado. Las dificultades aparecen cuando estos significados se utilizan de forma limitada, se confunden entre sí o se aplican fuera de los contextos que les dan sentido, lo que incide directamente en la comprensión del concepto y en su enseñanza en el aula (Gallardo et al., 2008).

**Prácticas tradicionales en la enseñanza de la recta: alcances y desafíos**

El enfoque tradicional en la enseñanza del concepto de línea recta ha estado históricamente centrado en la transmisión de fórmulas, procedimientos y algoritmos, desprovistos de un contexto significativo para el estudiante. En muchos contextos escolares, este concepto se introduce como una estructura a memorizar, por ejemplo, la ecuación y = mx + b sin que se aborde el sentido geométrico o funcional de los parámetros involucrados. Esta forma de enseñanza ha sido objeto de análisis debido a su carácter mecanicista y descontextualizado. Como señalan (Garnica & Castro, 2021), las prácticas pedagógicas tradicionales suelen omitir la representación gráfica y el análisis contextual, fragmentando el conocimiento y limitando el desarrollo del pensamiento algebraico relacional. En este sentido, los estudiantes aprenden a “hacer” procedimientos sin comprender el “por qué” ni el “para qué” de los mismos, lo que restringe su capacidad para transferir el conocimiento a nuevas situaciones. Bardini et al. (2004) coinciden en que los métodos centrados exclusivamente en la manipulación algebraica fomentan un aprendizaje superficial y rutinario. Esta aproximación no solo impide una comprensión profunda, sino que refuerza una percepción negativa de la matemática como una disciplina abstracta y alejada de la realidad. Como lo señala Goldin (2002), las creencias matemáticas están profundamente influidas por estructuras afectivas y meta-afectivas, las cuales pueden consolidar percepciones negativas y autolimitantes sobre la matemática, especialmente cuando las experiencias escolares no generan emociones positivas ni sentido personal en el aprendizaje.

Por otro lado, la omisión de la coordinación entre múltiples representaciones constituye un obstáculo adicional. Duval (2006) destaca que la comprensión significativa de un objeto matemático requiere la movilización de distintos registros de representación, como el gráfico, el simbólico y el verbal y, la capacidad de transitar entre ellos. Sin embargo, las metodologías tradicionales rara vez promueven estos procesos de conversión, lo cual lleva a los estudiantes a trabajar de forma aislada en cada registro, sin establecer conexiones que les permitan construir significado. Garnica y Castro (2021) también advierten que, aunque los estudiantes pueden aprender la estructura formal de una ecuación lineal, suelen fracasar al tratar de vincular sus componentes con las propiedades geométricas de la recta o con el comportamiento funcional de las variables involucradas. Esta desconexión entre lo algebraico y lo gráfico no es un fenómeno aislado. Hitt (1998), en un estudio con docentes de matemáticas en formación, encontró que muchos de ellos presentaban dificultades persistentes para articular distintas representaciones del concepto de función —incluyendo funciones lineales— particularmente en la traducción entre expresiones algebraicas y gráficas. Esta falta de articulación, fundamental para una comprensión profunda de la recta, se ve con frecuencia obstaculizada por prácticas de enseñanza centradas exclusivamente en la manipulación simbólica.

Estas limitaciones evidencian la necesidad de transitar hacia enfoques pedagógicos que promuevan una comprensión conceptual sólida, mediante la integración de múltiples representaciones, el uso de contextos significativos y la participación del estudiante en la construcción del conocimiento. Superar la enseñanza centrada en la repetición de procedimientos requiere propuestas didácticas que articulen lo algebraico, lo gráfico y lo contextual, favoreciendo el desarrollo de un pensamiento relacional. En este sentido, se hace necesario explorar alternativas metodológicas que reconozcan la matemática como una actividad humana y significativa, como lo plantea la Educación Matemática Realista, cuya aplicación al concepto de recta se convierte en una vía prometedora para responder a los desafíos aquí expuestos.

**Marco teórico**

Este estudio se fundamenta en dos enfoques complementarios: la Educación Matemática Realista (EMR) y la Teoría de los Registros de Representación Semiótica. La EMR orienta la enseñanza hacia situaciones reales y significativas que permiten construir el conocimiento matemático desde la experiencia, mientras que la teoría de Duval explica cómo los estudiantes comprenden las matemáticas al coordinar diferentes formas de representación. Ambos marcos convergen en el propósito de favorecer una comprensión profunda y funcional de la línea recta, superando la enseñanza basada en la memorización de fórmulas. Desde una perspectiva más amplia, la investigación en educación matemática se ha consolidado como un campo que analiza de manera sistemática las relaciones entre el conocimiento matemático, los procesos de enseñanza y los procesos de aprendizaje. En este sentido, Rico (2009) señala que la investigación en educación matemática no se limita a la descripción de prácticas escolares, sino que busca comprender las dificultades conceptuales de los estudiantes, el papel de las representaciones y el impacto de las decisiones didácticas en la construcción del conocimiento. Este enfoque investigativo permite fundamentar propuestas pedagógicas que respondan a las características reales del aprendizaje matemático y contribuye a mejorar la coherencia entre los marcos teóricos y la práctica educativa.

### *La Educación Matemática Realista (EMR)*

La Educación Matemática Realista (EMR), propuesta por Hans Freudenthal, considera que las matemáticas deben ser concebidas como una actividad humana significativa que surge de la necesidad de organizar y comprender la realidad (Freudenthal, 1991). En este sentido, la enseñanza de la línea recta, más que transmitir fórmulas como $y = mx + b$, debe enfocarse en diseñar situaciones del mundo real que inviten al estudiante a descubrir, interpretar y modelar relaciones lineales a partir de su experiencia cotidiana. Dentro de este marco, Treffers (1993) plantea dos procesos fundamentales para el aprendizaje matemático: la matematización horizontal, mediante la cual los estudiantes traducen fenómenos reales en modelos matemáticos, y la matematización vertical, en la que refinan estos modelos hacia representaciones más formales. En el caso de la línea recta, este proceso podría comenzar, por ejemplo, con la observación de fenómenos que presentan crecimiento constante (como el consumo de agua, el desplazamiento a velocidad constante o el aumento del precio por unidad), para luego representar estas relaciones en tablas, gráficas y expresiones algebraicas. En esta misma línea, Sánchez (2016) desarrolló una experiencia en aula centrada en la enseñanza de las funciones lineales y afines, en la que los estudiantes trabajaron con distintas representaciones del concepto de recta, gráfica, tabular y algebraica. Su estudio evidenció que cuando se parte de situaciones contextualizadas, los estudiantes no solo comprenden mejor el significado de la pendiente y la intersección, sino que también pueden justificar sus respuestas con mayor solidez.

Desde una perspectiva teórica, Makonye (2014) sostiene que el enfoque de la EMR es especialmente pertinente para la enseñanza de funciones lineales, ya que al trabajar con contextos cercanos al estudiante se promueve la construcción activa del conocimiento y se favorece la comprensión de los conceptos estructurales de la recta, como la tasa de cambio constante. En su análisis, señala que, al proponer situaciones auténticas, los estudiantes logran establecer conexiones significativas entre el comportamiento gráfico de una función y la situación que representa. Más recientemente, Johar et al. (2023) evaluaron el desarrollo del pensamiento creativo en estudiantes que aprendieron sobre la ecuación de la línea recta a través de tareas contextualizadas. Su investigación encontró que los estudiantes expuestos a este enfoque resolvieron con mayor éxito problemas abiertos, interpretaron gráficas de manera más precisa y lograron generalizar patrones lineales con menor dificultad, lo cual evidencia el impacto positivo de la EMR en el aprendizaje de este concepto específico. En una perspectiva complementaria, Usdiyana et al. (2020) utilizaron la teoría de la EMR para diseñar una secuencia didáctica centrada en ecuaciones lineales en una variable, donde se aplicaron los principios de progresión didáctica y conexión entre representaciones. Aunque su foco principal no fue la ecuación de la recta como tal, su diseño metodológico ofrece elementos valiosos para abordar el aprendizaje de relaciones lineales en escenarios reales.

Si bien los estudios sobre la línea recta en el plano cartesiano desde la EMR son aún limitados en número, los trabajos revisados permiten identificar un patrón claro: los estudiantes desarrollan una comprensión más profunda cuando se les permite construir el concepto a partir de situaciones contextualizadas, explorando múltiples representaciones y estableciendo vínculos entre lo gráfico, lo algebraico y lo real. Tal como advierte Freudenthal (1991), los conceptos matemáticos solo adquieren sentido cuando se conectan con experiencias significativas para el estudiante. En el caso de la línea recta, aplicar este principio permite transformar la enseñanza tradicional, centrada en fórmulas abstractas, en una experiencia auténtica de modelación, con un fuerte potencial para generar aprendizajes duraderos y funcionales. Esta investigación se propone aplicar los principios de la Educación Matemática Realista a la enseñanza de la línea recta en educación media, buscando no solo mejorar la comprensión conceptual del estudiante, sino también contribuir al desarrollo de una actitud positiva hacia la matemática al evidenciar su utilidad en la vida cotidiana.

***Los registros de representación semiótica y su papel en la comprensión matemática***

La teoría de los registros de representación semiótica, desarrollada por Duval (2006), constituye un referente fundamental para comprender los procesos de aprendizaje en matemáticas. Según este autor, el conocimiento matemático no puede ser accedido de manera directa, sino que se construye y comunica a través de representaciones externas como gráficas, algebraicas, tabulares, verbales, entre otras, que emplean sistemas de signos y símbolos. En este contexto, los signos se refieren a las expresiones gráficas o escritas que representan un objeto matemático (por ejemplo, el trazo de una recta, la escritura “y = mx + b” o la tabla de pares ordenados), mientras que los símbolos corresponden a los elementos convencionales del lenguaje matemático, como números, letras, signos de operación o notaciones específicas, que permiten dar forma y coherencia a esas expresiones. De este modo, los registros no son simples recursos ilustrativos, sino estructuras de representación que hacen posible la construcción de significado matemático.

En el caso particular de la línea recta, los registros más relevantes son el gráfico (representación en el plano cartesiano), el algebraico (ecuación en sus diversas formas), el tabular (listados de pares ordenados que pertenecen a la recta) y el verbal o contextual (descripción de la relación lineal en lenguaje natural). Cada uno de estos registros aporta una perspectiva complementaria del objeto matemático y permite ampliar las posibilidades de comprensión y de uso en diferentes contextos.

De manera complementaria, Duval (1999) profundiza en el papel de la visualización y la representación en la comprensión matemática, señalando que la simple exposición a una gráfica o a una representación visual no garantiza la construcción de significado. El autor enfatiza que comprender un objeto matemático implica reconocerlo más allá de su apariencia gráfica, lo cual exige la coordinación entre distintos registros de representación y la identificación de las relaciones semióticas que los vinculan. Desde esta perspectiva, muchas de las dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de la línea recta y de las funciones en general no se deben únicamente a errores procedimentales, sino a limitaciones en la interpretación y transformación de las representaciones matemáticas.

Duval distingue entre dos tipos de actividad cognitiva asociada a los registros: el tratamiento y la conversión. El tratamiento se refiere a las transformaciones que se realizan dentro de un mismo registro; por ejemplo, simplificar una ecuación o modificar la escala de una gráfica sin alterar su significado. Por su parte, la conversión implica el paso de un registro a otro; por ejemplo, transformar la descripción verbal de una situación en su representación gráfica, o deducir la ecuación a partir de una tabla de valores. El autor sostiene que la comprensión profunda de un concepto matemático exige que el estudiante sea capaz de movilizar y coordinar distintos registros, realizando conversiones fluidas y precisas entre ellos. Desde la teoría de los registros de representación semiótica, la comprensión matemática se concibe como la capacidad del estudiante para movilizar, coordinar y convertir distintas representaciones de un mismo objeto matemático, tales como las representaciones gráficas, algebraica, tabular y verbal (Duval, 1999, 2006). En este marco, las dificultades en el aprendizaje de la función lineal y de la recta en el plano cartesiano no se explican únicamente por errores procedimentales, sino por la imposibilidad de establecer relaciones significativas entre diferentes registros de representación.

En esta línea, Montano Angulo (2019) evidenció que estudiantes de grado noveno presentan obstáculos recurrentes al convertir entre los registros gráfico y algebraico de la función lineal, especialmente en la interpretación de la pendiente y de la relación funcional, aun cuando logran operar correctamente dentro de un mismo registro. Estos hallazgos confirman que la comprensión conceptual de la función requiere actividades que favorezcan la coordinación entre registros y la identificación de invariantes matemáticos a través de sus distintas representaciones. Desde la perspectiva de la Educación Matemática Realista, dichos resultados refuerzan la necesidad de diseñar situaciones de aprendizaje contextualizadas que permitan al estudiante construir progresivamente el significado de los conceptos matemáticos, superando enfoques centrados en la aplicación mecánica de procedimientos y promoviendo una comprensión funcional y con sentido de la recta en el plano cartesiano (Freudenthal, 1991; Treffers, 1993). En concordancia con lo anterior, Alpízar Vargas et al. (2018) identifican diversas dificultades y errores recurrentes en estudiantes de educación secundaria durante el aprendizaje de la función lineal. Entre los principales hallazgos se destacan problemas en la interpretación de la pendiente como razón de cambio, confusiones en la identificación de la intersección con el eje vertical y errores al establecer correspondencias entre la representación gráfica y su expresión algebraica. Los autores señalan que, en muchos casos, los estudiantes logran aplicar procedimientos de forma aislada, pero presentan dificultades significativas cuando deben articular diferentes registros de representación para interpretar o resolver situaciones relacionadas con la función lineal. Estos resultados refuerzan los planteamientos de la teoría de los registros de representación semiótica, al evidenciar que la falta de coordinación entre registros constituye un obstáculo central para la comprensión conceptual de la recta en el plano cartesiano, lo cual justifica la necesidad de propuestas didácticas que promuevan un aprendizaje significativo y articulado de este concepto.

Diversas investigaciones en el campo de la educación matemática han mostrado que muchas de las dificultades en el aprendizaje de la línea recta están vinculadas precisamente a la incapacidad de establecer conexiones entre registros. En este sentido, Bardini et al. (2004) evidencian que los estudiantes suelen trabajar de manera aislada en cada registro, por ejemplo, resolviendo una ecuación sin relacionarla con su gráfica, lo que conduce a aprendizajes fragmentados y memorísticos. De forma similar, Hitt (1998) encontró que incluso futuros docentes presentan obstáculos para coordinar registros algebraicos y gráficos al trabajar con funciones, lo que repercute negativamente en su comprensión y en sus futuras prácticas pedagógicas.

En el contexto del presente estudio, esta perspectiva semiótica resulta clave para analizar las dificultades detectadas en el diagnóstico: confusión en la interpretación de la pendiente y la ordenada al origen, dificultad para pasar de una tabla o situación contextual a la ecuación correspondiente, y errores recurrentes al vincular la gráfica con su expresión algebraica. Reconocer dichas dificultades permite fundamentar la propuesta didáctica en estrategias que favorezcan la articulación entre registros, de modo que los estudiantes no solo manejen procedimientos aislados, sino que desarrollen una comprensión funcional y significativa de la línea recta como objeto matemático.

En esta línea, diversos planteamientos contemporáneos en educación matemática conciben el conocimiento matemático como el resultado de prácticas sociales institucionalizadas, en las cuales intervienen de manera articulada objetos, procesos y sistemas de signos. Desde esta perspectiva, las matemáticas no se entienden únicamente como un conjunto de contenidos formales, sino como una actividad humana situada, orientada a la resolución de problemas y mediada por distintos sistemas de representación.

Godino (2024) señala que el significado de los objetos matemáticos se construye a partir de las prácticas matemáticas desarrolladas en contextos educativos específicos, y que dicho significado emerge de la interacción entre dimensiones conceptuales, epistemológicas y semióticas. Esta visión permite superar enfoques reduccionistas del aprendizaje matemático, en los que la comprensión se limita a la aplicación mecánica de procedimientos, y favorece una interpretación más amplia del conocimiento matemático como una construcción progresiva de sentido.

En el ámbito de la educación matemática escolar, este planteamiento aporta elementos teóricos para analizar tanto la actividad matemática de los estudiantes como las decisiones didácticas del docente, permitiendo interpretar las dificultades de aprendizaje no solo como errores individuales, sino como posibles desajustes entre las propuestas de enseñanza y los significados que los estudiantes logran construir.

***La comprensión de la función desde la EMR y los registros de representación semiótica***

Desde la perspectiva de la Educación Matemática Realista (EMR), el aprendizaje de los conceptos matemáticos debe partir de situaciones contextualizadas que permitan al estudiante construir progresivamente el significado de los objetos matemáticos a través de procesos de matematización horizontal y vertical (Freudenthal, 1991; Treffers, 1993). En este enfoque, la comprensión matemática se concibe como un proceso activo, en el que los estudiantes reinterpretan situaciones del mundo real mediante modelos matemáticos, favoreciendo una apropiación conceptual más profunda y funcional de los contenidos. De manera complementaria, la teoría de los registros de representación semiótica sostiene que la comprensión matemática implica la capacidad de movilizar y coordinar diferentes sistemas de representación de un mismo objeto matemático, tales como el registro gráfico, algebraico, tabular y verbal (Duval, 1999, 2006). Desde esta perspectiva, muchas de las dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de la función y de la recta en el plano cartesiano no se deben únicamente a errores procedimentales, sino a la falta de articulación entre dichos registros y a la imposibilidad de reconocer la invariancia del objeto matemático a través de sus distintas representaciones. La articulación entre la EMR y la teoría de los registros de representación semiótica permite comprender el aprendizaje de la función como un proceso de construcción progresiva de significado que se apoya tanto en situaciones contextualizadas como en el tránsito entre múltiples representaciones. En este sentido, la comprensión del concepto de función no se limita al dominio de una expresión algebraica, sino que implica reconocer relaciones de dependencia, variación y cambio, fundamentales para el estudio de la recta en el plano cartesiano. En concordancia con estos planteamientos teóricos, Ramírez (2020) desarrolló una investigación con estudiantes de grado noveno orientada a analizar la comprensión del concepto de función a partir del uso de situaciones contextualizadas y múltiples representaciones, apoyadas en un entorno virtual. El autor adopta un enfoque cualitativo y se fundamenta en la teoría de la comprensión de Pirie y Kieren, la cual concibe la comprensión matemática como un proceso dinámico, no lineal y recursivo, caracterizado por avances y retrocesos en distintos niveles de comprensión (Ramírez, 2020). Los resultados del estudio muestran que el trabajo sistemático con representaciones gráfica, tabular, verbal y algebraica favorece la construcción progresiva del significado del concepto de función, especialmente cuando dichas representaciones se articulan mediante situaciones problemáticas significativas para los estudiantes (Ramírez, 2020). Asimismo, el uso de herramientas tecnológicas como GeoGebra permitió a los estudiantes explorar relaciones de variación y dependencia, facilitando la visualización de patrones y el establecimiento de conexiones entre diferentes registros de representación. Ramírez (2020) señala que las dificultades en la comprensión del concepto de función no radican únicamente en la falta de dominio de procedimientos algebraicos, sino en la escasa articulación entre representaciones y en la enseñanza fragmentada de los conceptos. En este sentido, sus hallazgos refuerzan los planteamientos de la EMR y de la teoría de los registros de representación semiótica, al evidenciar que la comprensión matemática se consolida cuando los estudiantes logran coordinar distintas representaciones y situarlas en contextos significativos, superando enfoques centrados en la repetición mecánica de algoritmos.

Estos aportes resultan especialmente relevantes para el estudio de la recta en el plano cartesiano, dado que este concepto exige reconocer la relación entre variables, interpretar la pendiente como razón de cambio y establecer correspondencias entre representaciones gráficas y algebraicas. De este modo, el trabajo de Ramírez (2020) proporciona un respaldo teórico y empírico que fortalece la integración de la EMR y los registros semióticos como fundamento para la presente investigación.

# Diseño metodológico del estudio

La presente sección expone los fundamentos metodológicos que orientaron el desarrollo de la investigación, describiendo y justificando las decisiones tomadas en coherencia con el problema, los objetivos y el marco teórico del estudio. Se parte de la definición del enfoque y del método seleccionados, explicando su pertinencia para abordar la problemática identificada en torno a la comprensión del concepto de línea recta. Posteriormente, se detalla el tipo y diseño de investigación adoptados, así como las técnicas e instrumentos empleados para la recolección y el análisis de la información. Finalmente, se caracteriza el contexto institucional y la población participante, estableciendo los criterios de selección que sustentan la focalización del estudio.

## Enfoque metodológico

El presente estudio se enmarca en el enfoque cualitativo, el cual resulta adecuado para analizar en profundidad las dificultades que presentan los estudiantes en la comprensión del concepto de línea recta, atendiendo no solo a los resultados numéricos obtenidos en pruebas, sino también a las percepciones, interpretaciones y procesos de razonamiento que subyacen a su desempeño. Según Hernández Sampieri et al. (2014), el enfoque cualitativo permite comprender fenómenos educativos en su contexto natural, favoreciendo la exploración de significados y el análisis de las interacciones que tienen lugar en el aula.

La elección de este enfoque responde a la naturaleza misma del problema de investigación, que demanda un análisis interpretativo de las producciones estudiantiles, de las prácticas pedagógicas observadas y de las dificultades detectadas en la articulación entre registros de representación semiótica. Este tipo de problemáticas no puede abordarse únicamente desde datos cuantitativos, pues requiere comprender las causas y significados que los estudiantes atribuyen a sus respuestas y procedimientos. En segundo lugar, los objetivos de la investigación, que consisten en diagnosticar, interpretar y generar insumos para el diseño de una propuesta didáctica contextualizada, requieren un enfoque que permita captar la complejidad del proceso de enseñanza y aprendizaje de la línea recta, identificando patrones, interpretando dificultades y reconociendo oportunidades de mejora. Finalmente, el tipo de datos a recolectar, como las opiniones obtenidas mediante entrevistas, producciones escritas derivadas de las pruebas diagnósticas y evidencias de prácticas de aula observadas, corresponde a información de carácter cualitativo, cuyo análisis implica un proceso interpretativo más que una simple cuantificación, lo que refuerza la pertinencia de este enfoque.

**Tipo y diseño de investigación**

El presente estudio se enmarca en la investigación-acción educativa, entendida como un proceso cíclico, reflexivo y sistemático orientado a mejorar la práctica pedagógica y resolver problemáticas específicas del aula (Kemmis & McTaggart, 1988). Este enfoque resulta pertinente porque, además de diagnosticar las dificultades que presentan los estudiantes en la comprensión del concepto de línea recta, busca generar una propuesta didáctica fundamentada que responda a las necesidades identificadas y pueda ser validada en el contexto escolar.

La investigación-acción educativa implica la participación directa del docente-investigador en todas las etapas del proceso, integrando la reflexión sobre la práctica con la construcción de alternativas pedagógicas contextualizadas. En consonancia con lo planteado por Latorre (2008), este enfoque se concibe como un proceso sistemático mediante el cual el profesorado identifica estrategias de mejora, las implementa, observa sus efectos y reflexiona para transformar su práctica. En este estudio, los estudiantes participan como sujetos activos en la fase diagnóstica y en la interacción con las actividades diseñadas, cuyas producciones y desempeños constituyen la base para la caracterización de las dificultades y la formulación de la propuesta.

El diseño metodológico adoptado se desarrolla en cinco fases articuladas que se integran entre sí:

1. **Identificación del problema**

Se parte de la observación del bajo rendimiento de los estudiantes de grado décimo en tareas relacionadas con la línea recta, evidenciado en evaluaciones internas y en los resultados históricos de las externas. Esta fase permite delimitar el problema central y formular la pregunta de investigación, tomando como base la teoría de los registros de representación semiótica y la Educación Matemática Realista.

2. **Diagnóstico de las dificultades**

Se aplican pruebas diagnósticas contextualizadas, diseñadas con tareas que exigen la conversión y tratamiento de diferentes registros de representación (gráfico, algebraico, tabular y verbal). Además, se realizan observaciones no participantes y entrevistas semiestructuradas. El análisis de estas evidencias permite identificar patrones de error, vacíos conceptuales y limitaciones en el uso de representaciones matemáticas.

3. **Planificación de la propuesta de mejora**

Con base en los hallazgos del diagnóstico, se diseñan las secuencias didácticas fundamentadas en la Educación Matemática Realista, orientadas a promover la articulación de representaciones y la comprensión funcional del concepto de línea recta. Esta fase incluye la definición de objetivos didácticos, la selección de actividades y recursos, y la justificación metodológica de cada componente de la propuesta.

4. **Validación teórica y contextual**

La propuesta diseñada se somete a la revisión y a la retroalimentación de actores del contexto escolar. Se evalúa su coherencia teórica, pertinencia didáctica y viabilidad de implementación, considerando criterios como la adecuación al nivel cognitivo de los estudiantes, la contextualización de las tareas y la factibilidad en las condiciones reales del aula.

5. **Ajuste de la propuesta**

A partir de las observaciones y sugerencias obtenidas en la fase de validación, se realizan los ajustes necesarios para fortalecer la propuesta. Estos ajustes aseguran que la estrategia planteada responda de manera precisa a las necesidades detectadas y mantenga coherencia con los principios teóricos que la sustentan.

## Técnicas e instrumentos de recolección de información

La recolección de información en esta investigación se realizó mediante una combinación de técnicas e instrumentos cualitativos, diseñados para caracterizar las dificultades conceptuales y representacionales que presentan los estudiantes en torno al aprendizaje de la ecuación de la línea recta, así como para analizar las percepciones, actitudes y contextos que inciden en dicho proceso.

La elección de los instrumentos responde directamente a los objetivos específicos del estudio, los cuales buscan:

a) Diagnosticar las dificultades de comprensión y representación relacionadas con la línea recta,

b) Analizar los errores conceptuales y procedimentales con base en la teoría de los registros de representación semiótica de Duval (2006), y

c) Diseño de una propuesta didáctica contextualizada fundamentada en la Educación Matemática Realista.

Desde este enfoque, los instrumentos no solo cumplen una función evaluativa, sino también exploratoria y reflexiva, permitiendo observar el proceso de pensamiento de los estudiantes, la forma en que interpretan los enunciados, los tipos de representaciones que privilegian y las dificultades que manifiestan al movilizarse entre distintos registros (gráfico, algebraico, tabular y verbal).

Para garantizar la validez de los datos, los instrumentos fueron aplicados en diferentes momentos del proceso investigativo y en contextos de aula reales, con el consentimiento informado de los padres de familia y la participación de los estudiantes.

En total se utilizaron cinco instrumentos principales, orientados a recoger información sobre los aspectos conceptuales, actitudinales y contextuales vinculados al aprendizaje de la línea recta:

- **Encuesta 1**: permitió obtener un diagnóstico inicial sobre contexto familiar, hábitos de estudio y actitudes frente a las matemáticas.
- **Entrevista**: se utilizó para explorar las creencias, significados y experiencias personales con la matemática escolar.
- **Pruebas diagnósticas Test 1 y Test 2**: orientadas a evaluar los conocimientos previos, comprensión conceptual y capacidad de representación en torno a la proporcionalidad y la ecuación de la recta.
- **Encuesta 2**: aplicada para identificar la percepción de los estudiantes frente a su desempeño en matemáticas y las causas que atribuyen a sus resultados.

La aplicación de estos instrumentos permitió triangular la información obtenida, fortaleciendo la interpretación de los resultados y aportando una visión integral del fenómeno estudiado. En las secciones siguientes se describe cada instrumento, su justificación teórica, el modelo aplicado y su relación con los objetivos de la investigación**.**

***Encuesta 1: Diagnóstico inicial sobre contexto y actitudes hacia las matemáticas***

**Propósito del instrumento.**

La primera encuesta tuvo como propósito recopilar información general sobre el contexto personal, familiar y académico de los estudiantes, con el fin de identificar factores externos e internos que podrían influir en su desempeño matemático. Este instrumento permitió conocer aspectos relacionados con las condiciones socioeconómicas, el acceso a recursos tecnológicos, las actitudes hacia las matemáticas, y la percepción de sus propias competencias en temas como la proporcionalidad y el lenguaje algebraico. El propósito principal fue contextualizar el diagnóstico académico posterior (test 1 y test 2), comprendiendo las posibles causas o condicionantes sociales, culturales y emocionales que intervienen en la comprensión del concepto de línea recta. La encuesta completa se presenta en el Apéndice 8.2.

Desde la perspectiva de la investigación educativa, comprender las condiciones de aprendizaje implica considerar no solo los contenidos y las estrategias pedagógicas, sino también las experiencias, percepciones y contextos de los estudiantes Hernández Sampieri et al. (2014) . El uso de encuestas diagnósticas de carácter mixto (preguntas cerradas y abiertas) facilita la recolección sistemática de información sobre variables de tipo social y actitudinal que inciden en la apropiación del conocimiento matemático (Bisquerra, 2004). En coherencia con el enfoque de la Educación Matemática Realista, esta encuesta permitió reconocer el punto de partida de los estudiantes en relación con su entorno y sus significados cotidianos sobre las matemáticas, lo cual es fundamental para diseñar actividades contextualizadas que respondan a sus realidades y expectativas (Freudenthal, 1991).

**Descripción del instrumento.**

La encuesta fue aplicada a 25 estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa San Luis, durante el inicio del proceso investigativo. La versión completa del instrumento se presenta en el Apéndice --. Se utilizó un formato en papel con 11 preguntas cerradas, distribuidas en tres dimensiones:

1. Datos sociodemográficos y familiares (preguntas 1 a 5)
2. Condiciones de acceso y recursos tecnológicos (preguntas 6 a 7)
3. Actitudes, percepciones y autovaloración de habilidades matemáticas (preguntas 8 a 11)

El instrumento se aplicó de manera presencial durante la jornada académica, con un tiempo promedio de 20 minutos por estudiante. Las respuestas fueron posteriormente analizadas mediante categorización cualitativa y cuantificación de frecuencias, con el fin de identificar tendencias generales y contrastarlas con los resultados obtenidos en las pruebas diagnósticas.

La encuesta estuvo conformada por once preguntas, organizadas en tres bloques temáticos. El primer bloque abordó aspectos sociodemográficos y familiares, incluyendo edad, género, composición del hogar y ocupación principal de los padres o tutores, con el propósito de contextualizar el entorno de los participantes. El segundo bloque se centró en las condiciones de acceso y uso de recursos tecnológicos, a través de preguntas sobre la disponibilidad de dispositivos y conectividad fuera del colegio. Finalmente, el tercer bloque exploró las actitudes y percepciones hacia las matemáticas, mediante ítems orientados a indagar la valoración de la asignatura, el nivel de comprensión de la proporcionalidad y el lenguaje algebraico, la influencia del contexto social y emocional en los estudios, así como las expectativas personales frente al aprendizaje matemático.

Aunque esta primera encuesta no evalúa directamente la competencia matemática, constituyó un insumo clave para interpretar los registros de representación utilizados por los estudiantes en las pruebas posteriores. Según Duval (2006), la comprensión matemática depende de la capacidad del estudiante para coordinar distintos registros de representación, gráfico, algebraico, tabular y verbal, y para atribuir significado a los símbolos en diversos contextos. En este sentido, la información obtenida a través de la encuesta permitió contextualizar el análisis posterior de las producciones estudiantiles y orientar la interpretación de sus respuestas desde una perspectiva integral, articulando los factores sociales, actitudinales y cognitivos que inciden en el aprendizaje del concepto de línea recta.

***Entrevista***

La entrevista tuvo como propósito profundizar en las percepciones, creencias y significados que los estudiantes atribuyen al aprendizaje de las matemáticas, especialmente en lo relacionado con la utilidad y comprensión del concepto de la línea recta y los contenidos algebraicos asociados.

A diferencia de la encuesta, que permitió una visión general, la entrevista facilitó un acercamiento más interpretativo, brindando espacio a la reflexión y al análisis de las experiencias individuales y colectivas de los estudiantes frente al área de matemáticas y su aplicación en la vida cotidiana. Este instrumento permitió además contrastar las creencias de los estudiantes con los resultados observados en las pruebas diagnósticas, lo que ayudó a identificar coherencias y discrepancias entre su autopercepción y su desempeño real.

Desde una perspectiva metodológica, las entrevistas son una herramienta fundamental en los estudios cualitativos, pues permiten acceder a los discursos subjetivos y significados personales que no pueden ser captados mediante cuestionarios estructurados (Hernández-Sampieri et al., 2014). En la investigación educativa, su aplicación resulta especialmente valiosa cuando se busca comprender cómo los estudiantes construyen sentido en torno al conocimiento matemático y cómo los factores sociales, emocionales y pedagógicos influyen en su aprendizaje (Flick, 2015). Desde el enfoque de la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1991), las entrevistas cumplen una función exploratoria que ayuda a reconocer cómo los estudiantes relacionan la matemática escolar con sus contextos de vida, identificando las brechas entre el conocimiento formal y la experiencia práctica. Esta comprensión se complementa con la perspectiva de Duval (2006), para quien el análisis del registro verbal resulta esencial en la interpretación de los procesos de traducción semiótica que los estudiantes realizan al explicar un procedimiento o interpretar un enunciado.

En coherencia con estos fundamentos teóricos, el instrumento se aplicó a los 25 estudiantes de décimo grado de la Institución Educativa San Luis. Las entrevistas se realizaron en pequeños grupos (de tres a cinco estudiantes) durante sesiones de clase, con una duración promedio de 30 a 40 minutos por grupo. Las respuestas fueron grabadas en audio, transcritas y posteriormente codificadas por categorías temáticas para su análisis. Durante el proceso, los estudiantes tuvieron libertad para expresar sus ideas y opiniones sin temor a ser evaluados, y se garantizó la confidencialidad y el consentimiento informado por parte de los padres de familia y los participantes.

***Estructura de la entrevista***

Las entrevistas se guiaron por un conjunto de doce preguntas abiertas organizadas en tres ejes temáticos. El primer eje buscó explorar las proyecciones personales y la percepción de la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y laboral, indagando cómo los estudiantes visualizan su relación con esta disciplina en contextos futuros. El segundo eje se centró en las experiencias y creencias familiares y sociales asociadas al uso de las matemáticas, permitiendo identificar referentes culturales y modelos cercanos que influyen en su valoración del conocimiento matemático. Finalmente, el tercer eje abordó las actitudes hacia el aprendizaje escolar de las matemáticas, incluyendo la autopercepción del desempeño, las causas atribuidas a las dificultades y las estrategias que consideran más efectivas para mejorar su comprensión.

La guía de entrevista completa, con las preguntas formuladas y las instrucciones para el entrevistador, se presenta en el Apéndice D

Las entrevistas proporcionaron información esencial para comprender las dificultades en el registro verbal y contextual que los estudiantes presentan al abordar conceptos matemáticos abstractos. De acuerdo con Duval (2006), la comprensión matemática implica la capacidad de traducir entre diferentes registros de representación, y el lenguaje verbal cumple un papel mediador clave entre la experiencia y la formalización simbólica.

La guía de entrevista completa, con las preguntas formuladas y las instrucciones para el entrevistador, se presenta en el Apéndice D.

***Test diagnóstico 1: Conocimientos previos sobre proporcionalidad y relaciones lineales***

El Test Diagnóstico 1 tuvo como propósito explorar los conocimientos previos de los estudiantes de grado décimo sobre las relaciones de proporcionalidad directa e inversa, así como su familiaridad con nociones elementales de variación lineal. El objetivo fue determinar si los estudiantes poseían las bases conceptuales necesarias para abordar el estudio formal de la ecuación de la línea recta y, en particular, para comprender la noción de pendiente como razón de cambio. A diferencia de una prueba tradicional, este test se centró menos en el cálculo exacto y más en identificar si el estudiante reconocía la relación entre las magnitudes y era capaz de predecir tendencias o comportamientos a partir de situaciones simples.

En coherencia con la Educación Matemática Realista, el diseño de la prueba se fundamentó en el principio de que el aprendizaje matemático surge de la comprensión de situaciones del entorno que pueden ser modeladas matemáticamente (Freudenthal, 1991). Por esta razón, el Test incluyó problemas contextualizados y enunciados verbales, presentados en formato de selección múltiple, que permitieron identificar cómo los estudiantes interpretan las relaciones entre variables antes de formalizarlas algebraicamente.

De manera complementaria, el diseño del test se apoyó en la teoría de los registros de representación semiótica de Duval (2006), la cual orientó el análisis hacia la forma en que los estudiantes interpretan y articulan diferentes modos de representación. En este caso, el Test 1 permitió explorar la comprensión de relaciones proporcionales expresadas en lenguaje natural y numérico, identificando la capacidad de los estudiantes para establecer correspondencias entre ambos registros y anticipar su posterior traducción al registro algebraico. Este enfoque aportó evidencia sobre los procesos cognitivos implicados en la construcción del concepto de pendiente y en la transición hacia su formalización simbólica.

**Descripción del instrumento.**

El test se aplicó durante una sesión de clase de dos horas, con una duración estimada de 45 minutos efectivos por estudiante. Estuvo compuesto por veinticuatro preguntas de opción múltiple con única respuesta, todas contextualizadas en situaciones cotidianas relacionadas con el trabajo, el comercio, el tiempo y el consumo. Su aplicación tuvo carácter formativo, ya que los estudiantes podían justificar sus respuestas incluso cuando no sabían la opción correcta. Este enfoque permitió valorar el razonamiento y las concepciones espontáneas más que la precisión del resultado.

Los ítems se organizaron en tres dimensiones principales:

1. Comprensión intuitiva de la proporcionalidad directa e inversa, mediante problemas de comparación entre magnitudes.
2. Reconocimiento de relaciones lineales en contextos reales, que requerían predecir comportamientos o tendencias.
3. Transición hacia la formalización algebraica, identificando los primeros indicios de razonamiento proporcional expresados en lenguaje simbólico.

La versión completa del test diagnóstico, con sus veinticuatro ítems y claves de respuesta, se presenta en el Apéndice F.

***Test diagnóstico 2: Comprensión algebraica y representación simbólica de la línea recta***

El Test Diagnóstico 2 tuvo como propósito evaluar la comprensión algebraica, gráfica y conceptual del concepto de línea recta, así como la capacidad de los estudiantes para establecer relaciones entre los distintos registros de representación involucrados en su estudio. Este instrumento fue aplicado después del Test 1, y buscó determinar si los estudiantes podían trasladar su razonamiento intuitivo sobre la proporcionalidad hacia el manejo formal de la ecuación lineal y la interpretación de situaciones de variación representadas algebraicamente. A diferencia del primer test, centrado en la identificación de relaciones proporcionales, el Test 2 exigió el uso de lenguaje algebraico, cálculo de pendientes, interpretación de ecuaciones y comprensión de la representación gráfica de la recta, lo que permitió evidenciar un nivel más profundo de análisis.

Desde la perspectiva de la teoría de los registros de representación semiótica de Duval (2006), este test se diseñó para abordar una de las principales dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: la incapacidad de los estudiantes para coordinar distintos registros de representación y realizar conversiones entre ellos. En el caso particular de la línea recta, estas dificultades suelen manifestarse al intentar relacionar la expresión algebraica $y = mx + b$ con su significado geométrico y con la interpretación contextual de la situación que representa (Bardini et al., 2004). En coherencia con este planteamiento, el Test 2 buscó identificar dichas dificultades, analizando cómo los estudiantes interpretan, traducen y manipulan las representaciones de la recta en los registros verbales, algebraicos y gráficos. Esta perspectiva se articuló con los principios de la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1991), al incorporar situaciones contextualizadas que permitieron observar cómo los estudiantes transitan desde la comprensión de relaciones presentes en su entorno hacia la formalización algebraica mediante procesos de modelamiento progresivo. De esta manera, ambos enfoques se complementan al vincular la coordinación entre registros con la necesidad de otorgar sentido a las representaciones matemáticas a partir de la experiencia.

**Descripción del instrumento.**

El Test Diagnóstico 2 se aplicó una vez finalizado el análisis del Test 1, dentro de la misma etapa diagnóstica. Su desarrollo se llevó a cabo durante sesiones presenciales a lo largo de una semana, con una duración total de dos horas distribuidas entre el trabajo en clase y la resolución autónoma en casa. El instrumento estuvo conformado por cuarenta preguntas de selección múltiple con única respuesta, diseñadas para evaluar la comprensión de los principales elementos de la ecuación de la recta: la pendiente, la ordenada al origen, la interpretación algebraica y la representación gráfica. Cada ítem presentaba situaciones contextualizadas en contextos cotidianos, como el trabajo, el comercio o el tiempo, que exigían establecer relaciones entre expresiones simbólicas, descripciones verbales y representaciones gráficas, con el fin de valorar la articulación entre los distintos registros de representación.

Durante la aplicación del test se incorporó una estrategia de “respuesta razonada”, esto es, una modalidad que permitió a los estudiantes justificar su elección o explicar el proceso seguido para llegar a una respuesta, incluso cuando no estaban seguros de la opción correcta. Esta estrategia tuvo un carácter formativo, orientado a valorar la comprensión y el razonamiento detrás de cada respuesta más que la precisión del resultado. Asimismo, se concibió como una oportunidad para promover la reflexión metacognitiva, alentando a los estudiantes a expresar y examinar sus propias ideas sobre el uso del lenguaje algebraico y su relación con las representaciones gráfica y verbal.

La versión completa del instrumento, con los cuarenta ítems y sus respectivas opciones de respuesta, se presenta en el Apéndice G. Con la aplicación de este segundo test concluyó la fase diagnóstica centrada en la comprensión conceptual y representacional de la línea recta. No obstante, se consideró necesario complementar este análisis con la exploración de los factores actitudinales y percepciones personales que podrían estar incidiendo en el desempeño de los estudiantes en matemáticas. En este sentido, la segunda encuesta se diseñó como un instrumento de carácter interpretativo orientado a recoger dichas percepciones.

### *Encuesta 2: Percepciones sobre el bajo desempeño en matemáticas*

#### Propósito del instrumento.

La segunda encuesta tuvo como propósito profundizar en la comprensión de los factores que los estudiantes asocian a su bajo desempeño en matemáticas, especialmente en lo referente a las pruebas institucionales y diagnósticas aplicadas durante el proceso. Este instrumento buscó identificar las creencias, actitudes y percepciones personales que influyen en su aprendizaje, así como los aspectos pedagógicos y emocionales que pueden estar incidiendo en sus resultados. Además, permitió recoger información sobre las estrategias de estudio, hábitos de preparación, nivel de comprensión de los enunciados y apoyo docente percibido por los estudiantes, lo que facilitó contextualizar los hallazgos de los Tests 1 y 2.

El diseño de esta encuesta se enmarca en el contexto de las evaluaciones estandarizadas de competencias matemáticas, como las pruebas *Saber*, basadas en el enfoque por competencias definido por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES), que evalúa la capacidad del estudiante para interpretar, argumentar y resolver problemas en contextos reales (ICFES, 2023). En coherencia con este enfoque, la Institución Educativa San Luis aplica periódicamente las Pruebas Camino al Saber, un instrumento interno de evaluación diagnóstica que replica la estructura de las pruebas *Saber* y tiene como finalidad identificar debilidades específicas en el área de matemáticas y orientar acciones pedagógicas de mejora.

En este contexto, la Encuesta 2 se diseñó para indagar las causas subjetivas y contextuales del bajo rendimiento detectado en dichas pruebas, considerando tanto los factores académicos como las percepciones personales de los estudiantes frente a la asignatura. Desde la perspectiva de la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1991), comprender estas percepciones resulta esencial, ya que el aprendizaje matemático no se reduce a la adquisición de procedimientos, sino que implica la construcción de significado a partir de experiencias que el estudiante considera relevantes y útiles. La motivación y la percepción de la aplicabilidad de la matemática en su vida cotidiana inciden directamente en su disposición hacia el aprendizaje y, por tanto, en su desempeño.

De manera complementaria, la teoría de los registros de representación semiótica (Duval, 2006) ofrece un marco para analizar cómo los estudiantes comunican y estructuran sus ideas acerca de las matemáticas. Desde esta perspectiva, las respuestas verbales de la encuesta permiten explorar las formas en que los estudiantes traducen sus experiencias y dificultades en representaciones lingüísticas, revelando cómo conciben la relación entre comprensión, práctica y contexto. Esta articulación entre ambas teorías sustenta el valor interpretativo del instrumento, al integrar la dimensión significativa del aprendizaje con el análisis de las representaciones mediante las cuales los estudiantes expresan su pensamiento matemático.

**Descripción del instrumento.**

Aunque la Encuesta 2 no evalúa directamente los contenidos matemáticos vinculados con la línea recta, se incluyó como un instrumento complementario orientado a comprender los factores subjetivos y contextuales que influyen en el desempeño de los estudiantes en el área de matemáticas. A través de diez preguntas abiertas, la encuesta explora las causas que los estudiantes asocian a sus resultados, sus hábitos y estrategias de estudio, las dificultades que enfrentan al resolver ejercicios, el papel del docente en el proceso de enseñanza y la utilidad que perciben en las actividades matemáticas. Su propósito es ampliar la comprensión del proceso de aprendizaje desde una perspectiva integral, reconociendo que las dificultades conceptuales se relacionan estrechamente con las condiciones personales, pedagógicas y emocionales de los estudiantes.

La encuesta fue aplicada a los mismos 25 estudiantes de grado décimo que participaron en los tests diagnósticos, durante la jornada académica y en formato impreso, con una duración promedio de 25 minutos. El cuestionario estuvo conformado por diez preguntas abiertas, elaboradas para favorecer la expresión libre de opiniones y percepciones, y facilitar la interpretación cualitativa de los discursos estudiantiles. Las respuestas fueron analizadas mediante un proceso de categorización temática, a partir del cual se identificaron tres dimensiones principales:

:

1. Factores personales: hábitos de estudio, autopercepción de capacidad y estrategias de preparación.
2. Factores pedagógicos: claridad de las explicaciones, pertinencia de las clases y percepción del acompañamiento docente.
3. Factores contextuales y emocionales: ansiedad frente a la prueba, tiempo de resolución, entorno familiar y motivación.

La versión completa del instrumento, con las diez preguntas aplicadas y su estructura detallada, se presenta en el Apéndice B, como referente metodológico para la comprensión integral de las percepciones estudiantiles sobre el aprendizaje de las matemáticas. Este instrumento complementa los diagnósticos conceptuales al ofrecer una visión más amplia de los factores personales y contextuales que influyen en la comprensión de la línea recta, en coherencia con los principios de la Educación Matemática Realista y la teoría de los registros de representación semiótica.

**Procedimiento de aplicación de los instrumentos**

La recolección de información se desarrolló mediante la aplicación secuencial y complementaria de instrumentos cuantitativos y cualitativos, con el propósito de caracterizar de manera progresiva los conocimientos previos, las dificultades conceptuales y las percepciones de los estudiantes frente al concepto de la línea recta. En una primera fase se aplicó el Test Diagnóstico 1, diseñado con un enfoque exploratorio e intuitivo. Este instrumento tuvo como objetivo identificar los conocimientos previos de los estudiantes en torno a relaciones de proporcionalidad directa e inversa, el reconocimiento inicial de relaciones lineales en contextos cotidianos y los primeros indicios de razonamiento proporcional expresado de manera informal. Su elaboración se orientó a evitar la sobre exigencia formal, permitiendo reconocer que los estudiantes poseen saberes iniciales a partir de los cuales es posible construir el aprendizaje, sin asumir una ausencia total de conocimiento. Posteriormente, se aplicó el Test Diagnóstico 2, de carácter más analítico y riguroso, cuyo propósito fue profundizar en la comprensión del concepto de línea recta desde aspectos específicos como la interpretación de la pendiente, la ordenada al origen, el uso del lenguaje algebraico y la articulación entre distintos registros de representación. A diferencia del primer instrumento, este test exigía mayor precisión conceptual y operativa, lo que permitió identificar con mayor detalle las dificultades persistentes en la formalización del concepto. Durante la aplicación del Test Diagnóstico 2 se adoptó una consideración metodológica adicional: se permitió a los estudiantes manifestar explícitamente cuando no comprendían un enunciado o una pregunta, así como explicar las razones de dicha dificultad, sin que ello implicara ningún tipo de penalización en la valoración académica. Esta decisión buscó diferenciar errores conceptuales de dificultades de comprensión lectora o interpretativa, y aportar información cualitativa relevante para el análisis posterior.

En una tercera fase se aplicaron los instrumentos cualitativos, correspondientes a la encuesta de selección múltiple, así como a la entrevista con preguntas abiertas. Para estos instrumentos se implementó una estrategia metodológica de triangulación interna: inicialmente, los estudiantes respondieron de manera individual; posteriormente, se promovió un espacio de discusión grupal para contrastar respuestas; y finalmente, el docente realizó un diálogo individual con los estudiantes, indagando por las razones que sustentaban sus elecciones y opiniones. Este procedimiento permitió reducir posibles sesgos de interpretación y fortalecer la validez de la información recolectada.

**Aspectos éticos y validez de los instrumentos**

La presente investigación se desarrolló respetando los principios éticos fundamentales de la investigación educativa, asegurando la voluntariedad, confidencialidad y respeto por la dignidad de los participantes. Todos los estudiantes y sus familias fueron informados acerca de los objetivos del estudio, los procedimientos a realizar y la finalidad de los datos recolectados. Posteriormente, se obtuvo el consentimiento informado por escrito de los padres de familia, autorizando la participación de sus hijos en las actividades diagnósticas, entrevistas y encuestas, así como el uso de evidencias escritas, gráficas y fotográficas para fines académicos y de investigación.

La participación de los estudiantes fue voluntaria y no tuvo impacto negativo en sus calificaciones, lo que garantizó que las respuestas obtenidas reflejaran con mayor autenticidad sus percepciones y procesos de razonamiento. Se procuró mantener un ambiente de confianza, en el cual los estudiantes pudieran expresar libremente sus ideas y dificultades sin temor a ser evaluados o juzgados.

En cuanto al manejo de la información, los datos fueron codificados y analizados de forma grupal, evitando cualquier tipo de identificación individual. Las grabaciones y transcripciones de las entrevistas se almacenaron de manera segura y fueron utilizadas exclusivamente por el investigador con fines analíticos, respetando las normas de confidencialidad establecidas por la institución educativa.

La validez de los instrumentos se garantiza mediante varias estrategias complementarias:

1. Triangulación de fuentes y técnicas: se contrastaron los resultados obtenidos en los test diagnósticos, las encuestas y las entrevistas, buscando coherencia y complementariedad entre los distintos tipos de información.
2. Revisión por expertos: los instrumentos fueron revisados por docentes del área de matemáticas con experiencia en didáctica, quienes verificaron la pertinencia de los ítems, su claridad y su adecuación al nivel cognitivo de los estudiantes.
3. Coherencia teórica: todos los instrumentos se diseñaron en correspondencia con los fundamentos de la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1991) y la teoría de los registros de representación semiótica (Duval, 2006), asegurando que las tareas y preguntas evaluarán los procesos de interpretación, conversión y tratamiento de las representaciones matemáticas.

De este modo, los principios éticos y las estrategias metodológicas aplicadas garantizaron la integridad del proceso investigativo, la validez de los datos obtenidos y la pertinencia de los resultados para sustentar la propuesta de mejora presentada en las secciones posteriores.

**Contexto institucional y participantes**

La investigación se llevó a cabo en la Institución Educativa San Luis, ubicada en el municipio de Yarumal, departamento de Antioquia, Colombia. Se trata de una institución oficial de carácter urbano, que ofrece educación formal en los niveles de preescolar, básica y media académica. La institución funciona en jornada diurna y atiende principalmente a estudiantes provenientes de estratos socioeconómicos bajos, quienes en su mayoría residen en sectores aledaños al casco urbano. En cuanto a su cultura institucional, el colegio orienta su Proyecto Educativo Institucional (PEI) hacia la formación integral de sus estudiantes, priorizando el fortalecimiento de competencias básicas y ciudadanas, con especial énfasis en la mejora de los resultados en las áreas de matemáticas y lenguaje. La institución fomenta un clima escolar basado en el respeto, la responsabilidad y el trabajo colaborativo, aunque enfrenta desafíos relacionados con el acceso a recursos didácticos y tecnológicos, lo que demanda estrategias pedagógicas adaptadas a su contexto.

El grupo participante estuvo conformado por 25 estudiantes de grado décimo de la educación media académica, cuyas edades oscilan entre 15 y 17 años. Se trata de un grupo heterogéneo en cuanto a ritmos de aprendizaje y estilos cognitivos, aunque comparten características comunes como un rendimiento académico en matemáticas que, en evaluaciones internas y externas, se ubica en un nivel bajo o básico. Estos estudiantes manifiestan dificultades recurrentes en la comprensión de conceptos algebraicos y en la articulación de representaciones gráficas, algebraicas, tabulares y verbales en el estudio de la línea recta.

## Resultados del diagnóstico y diseño de la propuesta

La presente sección tiene como propósito analizar e interpretar los resultados obtenidos a partir del proceso diagnóstico desarrollado en esta investigación y, con base en dichos resultados, sustentar el diseño de la propuesta de intervención didáctica orientada al fortalecimiento de la comprensión de la ecuación de la línea recta en estudiantes de grado décimo. En coherencia con el enfoque metodológico descrito en el Sección 3, el análisis integra información de carácter cuantitativo y cualitativo, lo que permite no solo caracterizar el estado inicial de los aprendizajes, sino también comprender las percepciones, valoraciones y significados que los estudiantes atribuyen al uso de las matemáticas en distintos contextos de su vida cotidiana y futura. El proceso diagnóstico se desarrolló a partir de la aplicación de dos pruebas escritas (Test Diagnóstico 1 y Test Diagnóstico 2), una encuesta de selección múltiple y entrevistas con preguntas abiertas dirigidas a los estudiantes. Estos instrumentos fueron aplicados de manera complementaria, permitiendo identificar tanto los conocimientos previos como las principales dificultades conceptuales asociadas al aprendizaje de la línea recta.

En este sentido, el cuarta sección cumple una doble función: por un lado, presentar y analizar los resultados del diagnóstico y, por otro, establecer los criterios pedagógicos y conceptuales que orientan el diseño de la propuesta de intervención didáctica. El análisis no se limita a la descripción de porcentajes o frecuencias, sino que busca interpretar los hallazgos a la luz de los objetivos de la investigación y de las necesidades reales del grupo de estudiantes.

### Análisis de resultados del Test Diagnóstico 1

El Test Diagnóstico 1 tuvo como finalidad identificar los conocimientos previos de los estudiantes relacionados con el pensamiento proporcional y el reconocimiento inicial de relaciones lineales. Este instrumento fue diseñado con un carácter introductorio e intuitivo, con el propósito de reconocer las nociones básicas que los estudiantes poseen y evitar asumir la ausencia total de saberes previos. A partir del análisis de los resultados generales del Test Diagnóstico 1 (véase Apéndice H, Tablas 3, 4 y 5), se observa que el 64 % de los estudiantes se ubica en un nivel de desempeño alto, el 20 % en un nivel medio y el 16 % en un nivel bajo. Estos resultados evidencian que una proporción significativa del grupo logra resolver situaciones problemáticas cuando estas se presentan en contextos cotidianos y con un nivel de exigencia conceptual moderado. No obstante, la presencia de estudiantes en los niveles medio y bajo indica que, aunque existen aproximaciones intuitivas al concepto, estas no siempre se traducen en una comprensión sólida y estable. En particular, se identifican dificultades para interpretar relaciones entre magnitudes y para establecer patrones de variación cuando las situaciones requieren mayor atención conceptual.

**Resultados del Test Diagnóstico 1 por dimensiones de análisis**

El análisis del Test Diagnóstico 1 por dimensiones permite precisar las fortalezas y debilidades conceptuales identificadas en los conocimientos previos de los estudiantes. En la dimensión correspondiente a la comprensión intuitiva de la proporcionalidad directa e inversa, los porcentajes de acierto por ítem se ubican entre el 32 % y el 52 %, con valores recurrentes cercanos al 40 % en varias preguntas asociadas (véase Apéndice H, Tabla 4). Estos resultados indican que, si bien los estudiantes logran reconocer relaciones básicas entre magnitudes en situaciones contextualizadas, dicho reconocimiento no es sistemático ni estable, razón por la cual en esta dimensión predomina un nivel de desempeño medio. En la dimensión relacionada con el reconocimiento de relaciones lineales en contextos reales, los porcentajes de acierto se concentran principalmente entre el 28 % y el 40 %, siendo este último el valor máximo observado en los ítems asociados (véase Apéndice H, Tabla 4). Estos resultados evidencian dificultades significativas para predecir comportamientos o interpretar tendencias cuando las situaciones requieren un mayor nivel de abstracción, lo que se traduce en un nivel de desempeño bajo predominante en esta dimensión. Por su parte, en la dimensión asociada a la transición hacia la formalización algebraica, los porcentajes de acierto alcanzan valores cercanos al 40 % y 44 % en los ítems correspondientes (véase Apéndice H, Tabla 4). Estos datos muestran que algunos estudiantes comienzan a identificar elementos simbólicos y expresiones algebraicas vinculadas a relaciones proporcionales; sin embargo, esta aproximación resulta aún incipiente y fragmentada, por lo que el nivel de desempeño predominante continúa siendo bajo. En conjunto, los resultados por dimensiones confirman que el Test Diagnóstico 1 permitió identificar la existencia de conocimientos previos relevantes, principalmente de carácter intuitivo, al tiempo que puso en evidencia brechas conceptuales claras en el reconocimiento de relaciones lineales y en la transición hacia la formalización algebraica. Estos hallazgos sustentan la necesidad de una intervención didáctica que parta de dichas nociones iniciales y las conduzca progresivamente hacia una comprensión más estructurada del concepto de línea recta.

**Análisis de resultados del Test Diagnóstico 2**

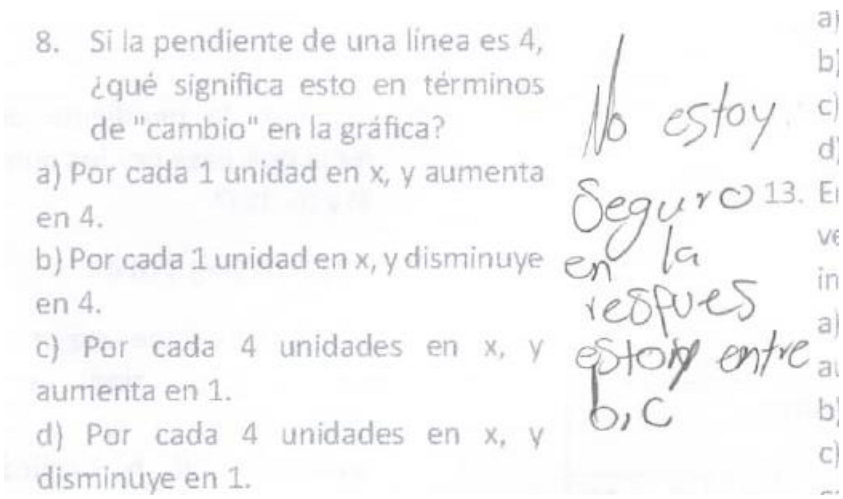
El Test Diagnóstico 2 fue diseñado con un nivel de exigencia conceptual mayor que el Test Diagnóstico 1, con el propósito de analizar de manera más detallada la comprensión del concepto de línea recta desde una perspectiva formal. A diferencia del primer instrumento, este test se estructuró a partir de cuatro aspectos de análisis: comprensión del concepto de pendiente, comprensión de la ordenada al origen y de los parámetros de la ecuación $y = mx + b$, interpretación y uso del lenguaje algebraico, y articulación entre los distintos registros de representación. Los resultados generales del Test Diagnóstico 2 muestran un desempeño significativamente inferior en comparación con el Test Diagnóstico 1. De acuerdo con la clasificación presentada en las Tablas 7 y 8 (Apéndice I), el 68 % de los estudiantes (17 de 25) se ubica en un nivel de desempeño bajo, el 28 % (7 estudiantes) en un nivel medio y solo el 4 % (1 estudiante) alcanza un nivel alto. Este descenso en los porcentajes de acierto no debe interpretarse como una ausencia de conocimientos, sino como el efecto de una evaluación más rigurosa que exige formalización algebraica, interpretación conceptual y articulación entre representaciones.

**a) Interpretación de la pendiente como razón de cambio**

Los ítems asociados a la comprensión del concepto de pendiente (preguntas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 11, 19, 21, 22, 23 y 25) presentan un porcentaje promedio de acierto cercano al 22 %, lo que ubica este aspecto en un nivel de desempeño bajo (véase Apéndice I, Tabla 8). En términos cuantitativos, aproximadamente 6 estudiantes lograron interpretar correctamente la pendiente en situaciones contextualizadas, mientras que 19 estudiantes (78 %) presentaron errores conceptuales o interpretativos. El análisis de las producciones escritas evidencia que, en la mayoría de los casos, la pendiente es tratada como un valor numérico aislado o como un resultado de un procedimiento mecánico, sin ser interpretada como una razón de cambio entre dos variables. Esta dificultad se observa incluso en ítems donde el cálculo algebraico es parcialmente correcto, pero la interpretación del resultado no se corresponde con el comportamiento de la situación planteada.

**Figura 3**

*Producción escrita de un estudiante en la pregunta 8 del Test Diagnóstico 2*


8. Si la pendiente de una línea es 4, ¿qué significa esto en términos de "cambio" en la gráfica?

a) Por cada 1 unidad en x, y aumenta en 4.

b) Por cada 1 unidad en x, y disminuye en 4.

c) Por cada 4 unidades en x, y aumenta en 1.

d) Por cada 4 unidades en x, y disminuye en 1.

No estoy Seguro en la respues estoy entre b, c

*Nota.* Se evidencia confusión en la interpretación de la pendiente como razón de cambio en la producción escrita de un estudiante. Elaboración propia.

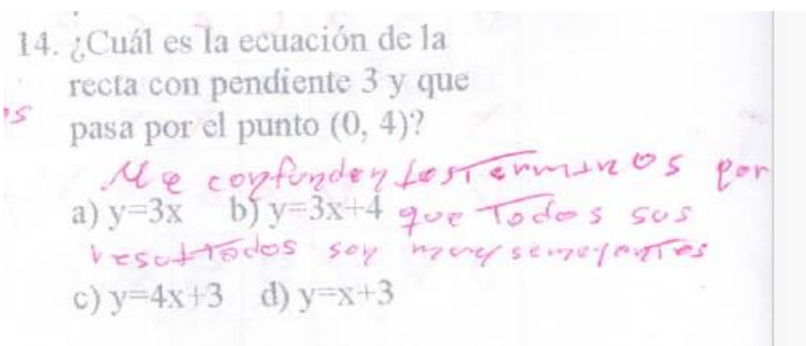
Esta dificultad se hace visible en la Figura 3, correspondiente a la respuesta de un estudiante en la pregunta 8 del Test Diagnóstico 2. En su producción escrita, el estudiante afirma: “no estoy seguro en las respuestas, estoy entre la B y la C”, lo que evidencia inseguridad conceptual y ausencia de un criterio funcional para interpretar el valor de la pendiente. La respuesta muestra que el estudiante no logra relacionar el valor obtenido con el crecimiento o decrecimiento de la relación representada, ni justificar su elección a partir del contexto del problema. Desde la perspectiva de los registros de representación semiótica, este error evidencia un problema de conversión entre registros (Duval, 1999), ya que el estudiante permanece en el registro algebraico sin lograr articularlo con el registro gráfico o contextual.

b) **Comprensión de la ordenada al origen**

En relación con la comprensión de la ordenada al origen, los ítems asociados (preguntas 14, 15, 17 y 18) alcanzan un porcentaje promedio de acierto cercano al 39 %, lo que corresponde a un nivel de desempeño medio (véase Apéndice I, Tabla 8). Esto implica que aproximadamente 10 estudiantes lograron responder correctamente estos ítems, mientras que 15 estudiantes (61 %) presentaron errores conceptuales o interpretativos. El análisis de las respuestas muestra que, aunque algunos estudiantes reconocen el parámetro b como parte de la ecuación y = mx + b, persisten confusiones al momento de interpretarlo geométricamente. En varios casos, la ordenada al origen es confundida con la pendiente o identificada como un punto cualquiera de la recta, lo que evidencia una diferenciación insuficiente entre los parámetros de la ecuación lineal.

**Figura 4**

*Evidencia de confusión entre pendiente y ordenada al origen*




*Nota.* Evidencia de una respuesta relacionada con la ecuación de la recta en el Test Diagnóstico 2, ítem 14. Elaboración propia.

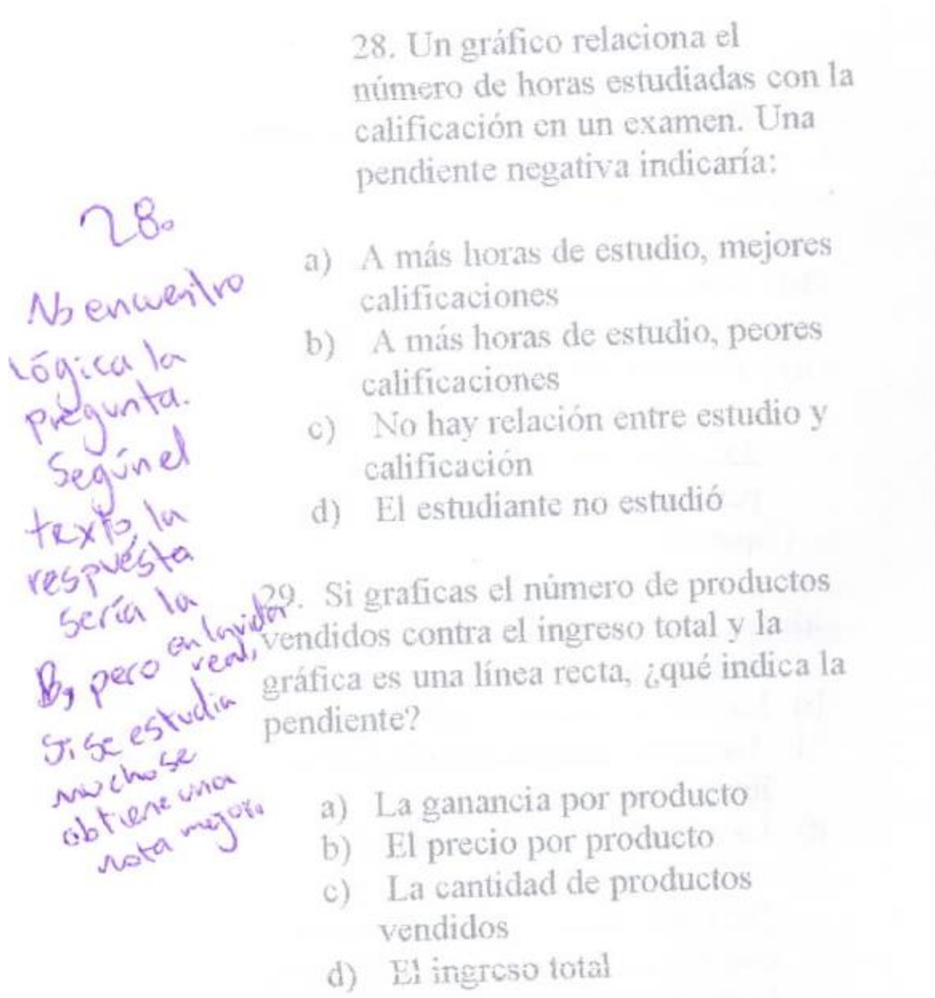
Esta dificultad se ilustra en la Figura 4, correspondiente a la respuesta de una estudiante en el ítem 14 del Test Diagnóstico 2, quien expresa: “me confundí con los términos porque todos sus resultados son muy semejantes”. Este fragmento evidencia que la estudiante no logra diferenciar conceptualmente los parámetros de la ecuación, percibiéndolos como valores equivalentes sin función específica. Este tipo de error refleja una comprensión superficial de la estructura algebraica de la recta y evidencia un obstáculo semiótico relacionado con la falta de conversión entre el registro algebraico y el registro gráfico (Duval, 1999).

c) **Identificación del sentido de variación**

Otro aspecto relevante identificado corresponde a la dificultad para asociar el signo de la pendiente con el sentido de variación de la recta. En los ítems orientados a interpretar si una recta es creciente o decreciente, el porcentaje promedio de acierto se aproxima al 30 %, lo que ubica este aspecto en un nivel de desempeño bajo (véase Tabla 10, Apéndice I). En términos concretos, cerca de 17 estudiantes (68 %) clasificaron incorrectamente el comportamiento de la recta.

**Figura 5**

*Justificación escrita de una estudiante*



28. Un gráfico relaciona el número de horas estudiadas con la calificación en un examen. Una pendiente negativa indicaría:

a) A más horas de estudio, mejores calificaciones
b) A más horas de estudio, peores calificaciones
c) No hay relación entre estudio y calificación
d) El estudiante no estudió

29. Si graficas el número de productos vendidos contra el ingreso total y la gráfica es una línea recta, ¿qué indica la pendiente?

a) La ganancia por producto
b) El precio por producto
c) La cantidad de productos vendidos
d) El ingreso total

28. No encuentro lógica la pregunta. Según el texto, la respuesta sería la B, pero en la vida real, si se estudia mucho se obtiene una nota mejor.

*Nota.* Evidencia de dificultad para interpretar el signo de la pendiente en una situación contextualizada del Test Diagnóstico 2, ítem 28. Elaboración propia.

Un ejemplo representativo de esta dificultad se observa en la Figura 5, correspondiente a una respuesta del ítem 28 del Test Diagnóstico 2. En su justificación escrita, la estudiante manifiesta: “no encuentro lógica a la pregunta; según el texto la respuesta sería la B, pero en la vida real si se estudia mucho se obtiene una nota mejor”. Este fragmento evidencia una tensión entre la intuición cotidiana del estudiante y la interpretación matemática del modelo propuesto.

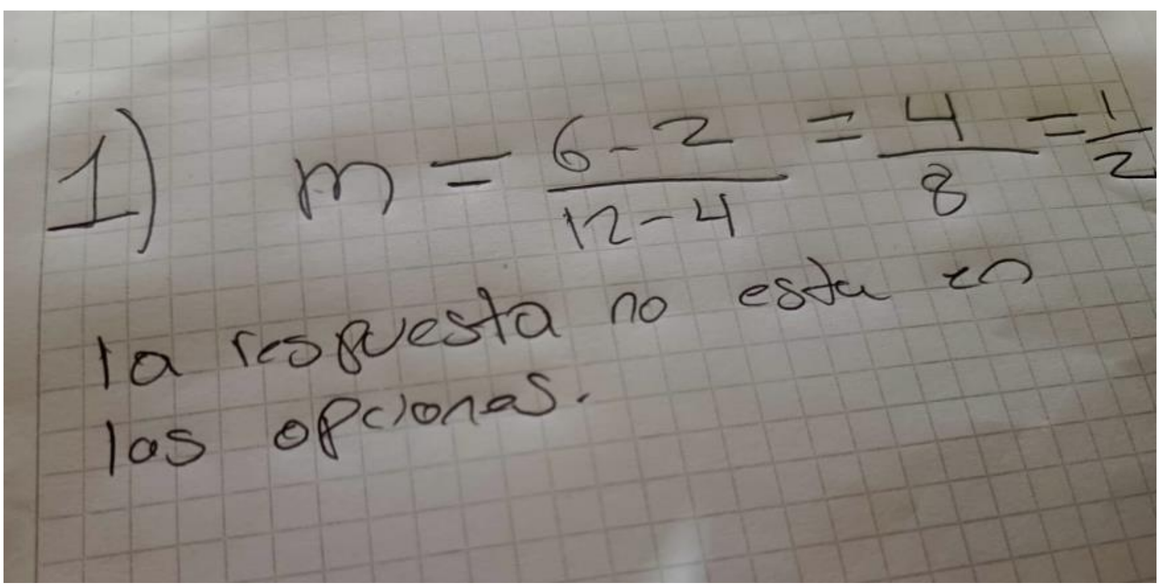
La estudiante valida la respuesta a partir de su experiencia personal, sin considerar que el problema plantea una relación inversa entre las variables. Desde la Educación Matemática Realista, este error confirma la necesidad de fortalecer la progresión horizontal, ya que el estudiante no logra modelar la situación real desde una perspectiva matemática coherente con el contexto planteado.

**d) Articulación entre coordenadas y representación gráfica**

Finalmente, los ítems asociados a la relación entre coordenadas, pendiente y representación gráfica presentan un porcentaje promedio de acierto cercano al 30 %, lo que corresponde a un nivel de desempeño bajo (véase Apéndice I, Tabla 8). Aproximadamente 17 estudiantes presentan dificultades al deducir la pendiente a partir de puntos dados, formular la ecuación de la recta o validar gráficamente el comportamiento lineal.

**Figura 6**

*Producción escrita de un estudiante en la pregunta 1*




*Nota.* Se evidencia dificultad en la articulación entre coordenadas, cálculo de la pendiente y validación del resultado obtenido. Elaboración propia.

Esta situación se evidencia en la Figura 6, correspondiente a la respuesta de un estudiante en la pregunta 1 del Test Diagnóstico 2, quien tras realizar un procedimiento algebraico concluye: "la respuesta no está en las opciones". Este fragmento muestra que el estudiante no valida el resultado obtenido ni contrasta el cálculo con la información gráfica o con las coordenadas proporcionadas. Este tipo de error evidencia un problema de articulación entre registros de representación (Duval, 1999), ya que el estudiante no logra coordinar el registro algebraico con el registro gráfico para verificar la coherencia del resultado dentro del contexto del problema.

**Análisis de las dificultades conceptuales**

El análisis integrado de los resultados obtenidos a partir del Test Diagnóstico 1, el Test Diagnóstico 2, la encuesta de selección múltiple y las entrevistas de preguntas abiertas permitió identificar dificultades conceptuales recurrentes en la comprensión del concepto de línea recta en el grupo de 25 estudiantes de grado décimo del Colegio San Luis. Estas dificultades no se presentan de manera aislada, sino que configuran un patrón coherente que explica las brechas observadas entre el reconocimiento intuitivo de relaciones lineales y su formalización algebraica. En primer lugar, se identifican dificultades significativas en la comprensión del concepto de pendiente. De acuerdo con los resultados del Test Diagnóstico 2, los ítems asociados a este aspecto alcanzan un porcentaje promedio de acierto cercano al 22 %, lo que corresponde a un nivel de desempeño bajo (véase Tabla 8, Apéndice I). Este resultado indica que, aunque algunos estudiantes reconocen la pendiente como un parámetro presente en la ecuación de la recta, no logran interpretarla de manera consistente como una razón de cambio entre variables. Esta dificultad se evidencia en errores sistemáticos al relacionar el valor de la pendiente con el comportamiento creciente o decreciente de la recta, así como en la interpretación de situaciones contextualizadas de variación. En segundo lugar, se observan dificultades relacionadas con la comprensión de la ordenada al origen y de los parámetros de la ecuación $y = mx + b$. Los ítems correspondientes a este aspecto presentan un porcentaje promedio de acierto aproximado del 39 %, lo que ubica este componente en un nivel de desempeño medio (véase Tabla 8, Apéndice I). Si bien este porcentaje es superior al registrado en el caso de la pendiente, los resultados evidencian confusiones persistentes entre los parámetros de la ecuación, particularmente al diferenciar el significado geométrico de la pendiente y de la ordenada al origen. Estas dificultades se manifiestan en errores al ubicar la intersección de la recta con el eje vertical y en interpretaciones incorrectas del valor inicial en contextos reales. Un tercer conjunto de dificultades se relaciona con el uso e interpretación del lenguaje algebraico en la ecuación de la recta. En este aspecto, el porcentaje promedio de acierto se sitúa alrededor del 43 %, correspondiente a un nivel de desempeño medio (véase Tabla 8, Apéndice I). Aunque este resultado indica que una parte del grupo logra operar con expresiones algebraicas lineales, el análisis cualitativo de las respuestas muestra que el manejo del lenguaje simbólico es predominantemente procedimental. Los estudiantes realizan sustituciones y cálculos sin establecer una relación clara entre la expresión algebraica, el fenómeno representado y su comportamiento gráfico, lo que limita la comprensión conceptual del modelo lineal. De manera transversal a los aspectos anteriores, se identifican dificultades relevantes en la articulación entre los distintos registros de representación del concepto de línea recta. Los ítems asociados a la coordinación entre los registros verbal, algebraico y gráfico presentan un porcentaje promedio de acierto cercano al 30 %, correspondiente a un nivel de desempeño bajo (véase Tabla 8, Apéndice I). Este resultado evidencia que los estudiantes presentan limitaciones para realizar conversiones entre representaciones, como pasar de una situación verbal a una ecuación, de una gráfica a una expresión algebraica o de una ecuación a su interpretación contextual. La baja tasa de aciertos en este tipo de tareas indica que las representaciones son abordadas de manera fragmentada, sin integrarse en una comprensión funcional del concepto. Los resultados del Test Diagnóstico 1 permiten complementar este análisis. Aunque el 64 % de los estudiantes se ubica en un nivel alto de desempeño en dicha prueba (Tabla 3, Apéndice), los porcentajes de acierto por dimensión muestran que la comprensión intuitiva de la proporcionalidad se apoya en estrategias contextuales y comparativas, pero no garantiza la transferencia hacia situaciones que exigen formalización algebraica o articulación entre registros. En particular, las dimensiones asociadas al reconocimiento de relaciones lineales en contextos reales y a la transición hacia la formalización algebraica presentan porcentajes de acierto inferiores al 40 % (Tabla 4, Apéndice), lo que anticipa las dificultades más profundas evidenciadas posteriormente en el Test Diagnóstico 2. La información cualitativa recogida mediante la encuesta y las entrevistas refuerza estos hallazgos. En la encuesta, una proporción significativa de estudiantes reconoce la utilidad de las matemáticas en contextos cotidianos y profesionales; sin embargo, esta valoración positiva no se traduce en una comprensión conceptual sólida del modelo lineal. En las entrevistas, los estudiantes expresan que asocian el estudio de la línea recta principalmente con la aplicación de fórmulas y la elaboración de gráficas, sin identificar con claridad la relación entre los distintos elementos del concepto ni su significado funcional en situaciones reales. En conjunto, los resultados permiten concluir que las principales dificultades conceptuales del grupo se concentran en la interpretación de la pendiente como razón de cambio, en la diferenciación de los parámetros de la ecuación de la recta y en la articulación entre registros de representación. Estas dificultades explican la brecha observada entre el reconocimiento intuitivo de relaciones lineales y su formalización algebraica, y constituyen el fundamento principal para el diseño de la propuesta didáctica que se presenta en los apartados siguientes.

**Análisis del contexto escolar y de las prácticas pedagógicas**

El análisis del contexto escolar y de las prácticas pedagógicas asociadas a la enseñanza de la línea recta en el Colegio San Luis permite comprender de manera más amplia los resultados obtenidos en la etapa diagnóstica. La información recolectada a partir de las entrevistas, las observaciones de aula y la revisión de planeaciones de clase aporta elementos clave para interpretar las dificultades conceptuales y representacionales evidenciadas en los Tests Diagnósticos 1 y 2. En términos generales, el desarrollo del currículo de matemáticas en la institución se encuentra estructurado y alineado con los lineamientos establecidos para el grado décimo, lo que garantiza la cobertura de los contenidos previstos. Sin embargo, el análisis de las prácticas pedagógicas muestra que la enseñanza del concepto de línea recta se centra en el tratamiento algebraico y gráfico formal, con un énfasis marcado en la aplicación de procedimientos y la resolución de ejercicios. Las observaciones de aula evidencian que las sesiones se organizan, en su mayoría, a partir de la explicación del docente, seguida de ejemplos resueltos en el tablero y ejercicios propuestos para el trabajo individual. Este enfoque favorece el aprendizaje procedimental y la familiarización con la ecuación de la recta, pero ofrece pocas oportunidades para que los estudiantes exploren el significado de los parámetros, contrasten distintas representaciones o construyan el concepto a partir de situaciones contextualizadas. Esta característica del proceso de enseñanza se relaciona directamente con las dificultades identificadas en la interpretación de la pendiente como razón de cambio y en la articulación entre registros de representación. En cuanto a los recursos didácticos utilizados, el texto guía institucional constituye el principal material de apoyo. Dicho texto presenta una orientación metodológica centrada en el manejo simbólico del álgebra y en la ejercitación repetitiva, lo que privilegia el registro algebraico por encima de otros registros. Las actividades propuestas en este material no promueven de manera sistemática la conversión entre representaciones verbal, gráfica y algebraica, aspecto que resulta fundamental para la comprensión integral del concepto de línea recta. El trabajo docente se complementa con material impreso y explicaciones en pizarra, reforzando el carácter expositivo del proceso. El uso de recursos tecnológicos se presenta de forma ocasional y limitada. Aunque se emplean algunas representaciones gráficas, estas suelen ser estáticas y no permiten una exploración dinámica de la relación entre la ecuación y la gráfica de la recta. Esta situación restringe las posibilidades de visualización del comportamiento funcional de la recta y dificulta que los estudiantes establezcan conexiones entre los distintos parámetros de la ecuación y su representación gráfica. Respecto al uso de situaciones contextualizadas, se identifican algunos intentos por incorporar problemas relacionados con contextos cotidianos, especialmente aquellos vinculados con proporcionalidad o cálculo de magnitudes. No obstante, estas situaciones no constituyen el eje central del proceso de enseñanza, sino que aparecen de manera puntual y generalmente al final del desarrollo del tema. Desde esta perspectiva, la construcción del concepto no se apoya de forma sistemática en experiencias cercanas a los estudiantes, lo que limita la transferencia del conocimiento matemático a situaciones reales, tal como se evidenció en los bajos porcentajes de acierto en los ítems contextualizados del Test Diagnóstico 2 (véase Tablas 6 y 8). Las entrevistas permiten complementar este análisis desde la percepción de los actores educativos. El docente reconoce la importancia de la línea recta como contenido fundamental para el desarrollo de aprendizajes posteriores, pero señala que las restricciones de tiempo y las exigencias curriculares influyen en la posibilidad de profundizar en actividades exploratorias o en el trabajo sistemático con múltiples representaciones. Por su parte, los estudiantes expresan que asocian el estudio de la línea recta principalmente con el uso de fórmulas y la elaboración de gráficas, sin identificar con claridad su sentido funcional ni su aplicabilidad en contextos distintos al escolar. El contexto institucional y las prácticas pedagógicas observadas favorecen el aprendizaje procedimental y el cumplimiento del currículo, pero presentan limitaciones en cuanto a la promoción de una comprensión conceptual profunda y articulada del concepto de línea recta. La predominancia del registro algebraico, el uso limitado de situaciones contextualizadas y la escasa articulación entre representaciones constituyen factores que contribuyen a explicar las dificultades identificadas en la etapa diagnóstica. Estos elementos se consolidan como referentes clave para orientar el diseño de la propuesta didáctica que se desarrollará en el siguiente apartado del sección.

**Articulación de hallazgos y lineamientos para la propuesta didáctica**

El análisis global del diagnóstico permitió consolidar un conjunto de hallazgos sobre la comprensión inicial de la línea recta en los estudiantes de grado décimo del Colegio San Luis. Estos hallazgos evidencian una brecha entre el reconocimiento intuitivo de relaciones de variación en situaciones cercanas y el dominio formal del modelo lineal, especialmente cuando se requiere interpretar parámetros, justificar respuestas y coordinar diferentes representaciones. En consecuencia, la propuesta didáctica se diseña como una respuesta directa a dichas necesidades, orientada a fortalecer una comprensión conceptual, representacional y funcional de la ecuación de la línea recta. De manera particular, se identifican dificultades persistentes en la interpretación de la pendiente como razón de cambio, en la diferenciación conceptual entre pendiente y ordenada al origen, y en la conversión entre representaciones verbal, tabular, gráfica y algebraica. También se evidencia que la resolución de ejercicios tiende a concentrarse en procedimientos, sin validación del resultado ni lectura del significado del modelo en contextos reales. Por tanto, el diseño de la propuesta requiere criterios claros que aseguren una progresión didáctica intencionada y coherente con las dificultades detectadas. Si a partir de lo anterior, se establecen los siguientes lineamientos para orientar el diseño de la propuesta didáctica:

– **Lineamiento 1:** iniciar el aprendizaje desde situaciones de variación que involucren explícitamente dos magnitudes relacionadas (por ejemplo, costo–cantidad, tiempo–distancia, unidades–precio), de modo que el estudiante identifique qué cambia, cuánto cambia y en qué condiciones cambia, antes de introducir la ecuación $y = mx + b$.

– **Lineamiento 2:** asegurar que la pendiente se construya y se interprete como razón de cambio, vinculándola de manera explícita con el "por cada" (incremento de una variable frente al incremento de la otra), y conectándola con el sentido de variación (creciente, decreciente o constante).

– **Lineamiento 3:** desarrollar la diferenciación conceptual entre los parámetros $m$ y $b$ mediante tareas que obliguen a contrastar rectas que cambian solo en la pendiente o solo en la ordenada al origen, promoviendo explicaciones sobre qué se modifica en el comportamiento de la recta y qué permanece igual.

– **Lineamiento 4:** diseñar actividades que exijan conversiones entre representaciones verbal, tabular, gráfica y algebraica, evitando que el estudiante permanezca en un único registro. Cada concepto debe trabajarse con al menos dos representaciones y con tránsito explícito entre ellas.

– **Lineamiento 5:** incluir procesos sistemáticos de validación y verificación del resultado: comprobar el modelo con puntos, contrastar el signo de la pendiente con el comportamiento de la gráfica, y justificar si el resultado tiene sentido en el contexto del problema.

– **Lineamiento 6:** incorporar momentos de discusión y argumentación matemática donde los estudiantes expliquen procedimientos, comparen estrategias y expongan razones, con el fin de reducir respuestas mecánicas y fortalecer el significado del modelo lineal.

– **Lineamiento 7:** integrar situaciones contextualizadas cercanas a la experiencia del estudiante como eje de las actividades, de modo que la ecuación de la recta se comprenda como herramienta de modelación y no únicamente como una fórmula escolar.

Estos lineamientos se asumen como criterios de diseño que orientan la estructura, el tipo de tareas y la progresión conceptual de la propuesta didáctica. De esta manera, la intervención se configura como un proceso que fortalece la comprensión funcional de la línea recta, promueve la articulación entre representaciones y favorece la construcción de significados a partir de situaciones de variación relevantes para los estudiantes.

**Matriz de articulación entre resultados diagnósticos y diseño didáctico**

Con el fin de consolidar los resultados del proceso diagnóstico y evidenciar de manera explícita su incidencia en el diseño de la propuesta didáctica, se presenta a continuación una matriz de articulación que relaciona los principales hallazgos identificados, las evidencias que los sustentan y sus implicaciones directas para el diseño de la intervención. Esta matriz permite visualizar cómo los resultados obtenidos orientan de manera intencionada las decisiones pedagógicas y metodológicas de la propuesta.

**Tabla 1**

*Matriz de articulación*

| **Hallazgo identificado** | **Evidencia diagnóstica** | **Implicación para el diseño de la propuesta didáctica** |
|---|---|---|
| Dificultades en la interpretación de la pendiente como razón de cambio | Porcentaje promedio de acierto cercano al 22 % en los ítems asociados al concepto de pendiente en el Test Diagnóstico 2; producciones escritas que evidencian tratamiento de la pendiente como un valor numérico aislado (Figura 4); fragmentos como: “Yo solo miro el número que va antes de la x, esa es la pendiente”. | Diseñar actividades que construyan la pendiente a partir de situaciones de variación entre dos magnitudes, enfatizando su interpretación como “por cada” y su relación con el comportamiento funcional de la recta. |
| Confusión conceptual entre pendiente y ordenada al origen | Porcentaje promedio de acierto cercano al 39 % en los ítems relacionados con la ordenada al origen; errores recurrentes al diferenciar los parámetros m y b en la ecuación $y = mx + b$; fragmentos como: “Me confundí con los términos | Proponer tareas que contrasten rectas que varían únicamente en la pendiente o únicamente en la ordenada al origen, promoviendo explicaciones explícitas sobre el significado de cada parámetro. |

| **Hallazgo identificado** | **Evidencia diagnóstica** | **Implicación para el diseño de la propuesta didáctica** |
|---|---|---|
| | porque todos sus resultados son muy semejantes" (Figura 4). | |
| Dificultad para asociar el signo de la pendiente con el sentido de variación | Porcentaje promedio de acierto cercano al 30 % en ítems sobre crecimiento y decrecimiento; respuestas que priorizan la intuición cotidiana sobre el modelo matemático; fragmentos como: "En la vida real si se estudia más se obtiene una nota mejor" (Figura 5). | Incorporar situaciones contextualizadas que permitan analizar relaciones crecientes y decrecientes, favoreciendo la interpretación funcional del signo de la pendiente y su validación gráfica. |
| Predominio del registro algebraico sin articulación con otros registros | Bajo porcentaje de acierto (≈30 %) en ítems que requieren coordinación entre representaciones; producciones que muestran cálculos correctos sin validación gráfica o | Diseñar actividades que exijan conversiones explícitas entre registros verbales, tabular, gráficos y algebraicos, evitando el trabajo aislado en un solo registro. |

| **Hallazgo identificado** | **Evidencia diagnóstica** | **Implicación para el diseño de la propuesta didáctica** |
|---|---|---|
| | contextual; fragmentos como: "La respuesta no está en las opciones" (Figura 6). | |
| Uso procedimental del lenguaje algebraico | Porcentaje promedio de acierto cercano al 43 % en ítems algebraicos, con errores de interpretación del significado del modelo; respuestas centradas en sustitución mecánica sin lectura del contexto. | Incluir procesos sistemáticos de validación del modelo algebraico mediante verificación con puntos, análisis gráfico y discusión sobre la coherencia del resultado en el contexto planteado. |
| Brecha entre reconocimiento intuitivo y formalización algebraica | Resultados del Test Diagnóstico 1 con 64 % en nivel alto frente a 68 % en nivel bajo en el Test Diagnóstico 2; bajos porcentajes en dimensiones de reconocimiento de relaciones lineales y formalización algebraica. | Diseñar una progresión didáctica que parta de contextos cercanos (progresión horizontal) y conduzca gradualmente a la formalización del modelo lineal (progresión vertical), en coherencia con la Educación Matemática Realista. |

## Diseño de la propuesta

La propuesta didáctica que se presenta a continuación se construye a partir de los hallazgos obtenidos en el proceso diagnóstico analizado en los apartados anteriores de la presente sección y se fundamenta directamente en los lineamientos establecidos en el apartado 4.6 y en la matriz de articulación entre resultados diagnósticos y diseño didáctico presentada en el apartado 4.7. Dichos lineamientos sintetizan las principales dificultades conceptuales y representacionales identificadas en los estudiantes de grado décimo del Colegio San Luis y se asumen como criterios orientadores para el diseño de la secuencia didáctica, el tipo de tareas propuestas y la progresión conceptual de la intervención. En particular, la propuesta responde a las dificultades persistentes relacionadas con la interpretación de la pendiente como razón de cambio, la diferenciación conceptual entre los parámetros de la ecuación de la recta y la articulación entre los registros verbal, tabular, gráfico y algebraico. Estas dificultades, evidenciadas en los resultados del Test Diagnóstico 2, se relacionan con lo que Duval (1999, 2006) denomina obstáculos semióticos, derivados de la fijación en un único registro de representación y de la ausencia de conversiones coherentes entre representaciones. Asimismo, se identificó una tendencia al uso mecánico de procedimientos algebraicos sin validación funcional del resultado, lo que limita la comprensión del modelo lineal como herramienta para interpretar fenómenos de variación. Desde el punto de vista teórico, el diseño de la propuesta se sustenta en los principios de la Educación Matemática Realista (EMR), desarrollada por Freudenthal (1991) y profundizada por Gravemeijer (1994), y en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica de Duval (2006). Estos enfoques resultan pertinentes para atender las necesidades detectadas en el diagnóstico, ya que permiten concebir el aprendizaje matemático como un proceso de construcción de significado a partir de situaciones reales y de la coordinación entre múltiples formas de representación. De acuerdo con la EMR, el aprendizaje matemático se potencia cuando los estudiantes parten de situaciones contextualizadas que les resultan comprensibles y significativas, lo que favorece una progresión horizontal desde la experiencia concreta hacia la modelación matemática, y posteriormente una progresión vertical hacia la formalización conceptual (Freudenthal, 1991; Gravemeijer, 1994). En coherencia con este enfoque, la propuesta se estructura a partir de situaciones de variación cercanas al contexto escolar y cotidiano de los estudiantes, utilizadas como punto de partida para la construcción del concepto de línea recta antes de introducir de manera explícita la ecuación $y = mx + b$. Por su parte, la Teoría de los Registros de Representación Semiótica plantea que la comprensión de un objeto matemático no depende únicamente del dominio de un registro aislado, sino de la capacidad de coordinar y convertir entre diferentes registros de representación (Duval, 2006). El diagnóstico evidenció que los estudiantes presentan dificultades significativas en esta coordinación, especialmente al pasar del registro algebraico al gráfico o al contextual. En respuesta a ello, las actividades de la propuesta demandan de manera intencionada el tránsito entre registros verbal, tabular, gráfico y algebraico, promoviendo procesos de conversión y tratamiento que favorecen una comprensión más integrada del concepto de línea recta. La secuencia didáctica se organiza en seis actividades distribuidas en cuatro momentos pedagógicos: exploración contextualizada, representación y modelación, articulación entre registros y sistematización-aplicación. Esta organización responde directamente a los lineamientos definidos en el apartado 4.6 y a las implicaciones pedagógicas sistematizadas en la matriz del apartado 4.7, garantizando una progresión didáctica coherente con las dificultades identificadas. En el momento de exploración contextualizada, las actividades introducen relaciones de variación entre magnitudes a partir de situaciones reales, permitiendo que los estudiantes identifiquen qué cambia, cuánto cambia y en qué condiciones cambia una variable respecto a otra. Este enfoque busca fortalecer la comprensión inicial del fenómeno antes de su formalización, en consonancia con la progresión horizontal propuesta por la EMR (Gravemeijer, 1994). El momento de representación y modelación se orienta a la construcción de tablas, gráficas y expresiones algebraicas que describen las situaciones analizadas, promoviendo la interpretación funcional de la pendiente y la ordenada al origen. En este punto, se enfatiza la relación entre los parámetros de la ecuación y el comportamiento de la recta, evitando un tratamiento puramente procedimental del modelo algebraico. Posteriormente, el momento de articulación entre registros se centra en la conversión y coordinación entre representaciones, atendiendo de manera explícita una de las principales dificultades evidenciadas en el diagnóstico. Este énfasis responde a la necesidad de superar la fragmentación del conocimiento matemático y de fortalecer la comprensión conceptual mediante el tránsito consciente entre registros (Duval, 2006). Finalmente, el momento de sistematización y aplicación busca consolidar los aprendizajes a través de la resolución de problemas integradores y la modelación de nuevas situaciones, favoreciendo la transferencia del conocimiento y la validación del modelo lineal en contextos diversos. En este momento se incorporan espacios de discusión y argumentación matemática, orientados a que los estudiantes justifiquen procedimientos y resultados, reduciendo la tendencia a respuestas mecánicas. La propuesta se articula con el contexto institucional del Colegio San Luis, considerando la malla curricular del grado décimo, la disponibilidad de recursos y las características socioculturales de los estudiantes. Las actividades han sido diseñadas para desarrollarse dentro del tiempo asignado al área de matemáticas y con materiales accesibles, lo que garantiza su viabilidad y pertinencia. En conjunto, el diseño de la propuesta constituye una respuesta pedagógica fundamentada teórica y empíricamente, que articula los hallazgos del diagnóstico con decisiones didácticas coherentes y orientadas al fortalecimiento de la comprensión conceptual y funcional de la línea recta.

**Organización general de la propuesta didáctica**

La propuesta didáctica se organiza a partir de una estructura intencionada que responde directamente a los hallazgos obtenidos en el proceso diagnóstico y a los lineamientos establecidos en los apartados 4.6 y 4.7 de la presente sección. Su diseño no es arbitrario, sino que se fundamenta en la necesidad de superar las dificultades conceptuales y representacionales identificadas en los estudiantes de grado décimo del Colegio San Luis, particularmente en la interpretación de la pendiente como razón de cambio, la diferenciación entre los parámetros de la ecuación de la recta y la articulación entre los distintos registros de representación. En coherencia con los principios de la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1991; Gravemeijer, 1994) y con la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (Duval, 2006), la propuesta se estructura en cuatro momentos pedagógicos que permiten una progresión didáctica clara desde situaciones intuitivas y contextualizadas hasta procesos de formalización, articulación y aplicación del conocimiento matemático. Esta organización busca garantizar que los estudiantes construyan el concepto de línea recta de manera progresiva, significativa y funcional. El primer momento, denominado exploración contextualizada, responde a la necesidad de partir de situaciones realistas de variación que resulten comprensibles y cercanas para los estudiantes. Este momento atiende una de las principales debilidades identificadas en el diagnóstico: la dificultad para interpretar fenómenos de variación cuando se presentan de forma descontextualizada. Desde la perspectiva de la Educación Matemática Realista, este momento favorece la progresión horizontal, permitiendo que los estudiantes construyan modelos iniciales a partir de su experiencia cotidiana antes de introducir formalizaciones algebraicas. El segundo momento, representación y modelación, tiene como propósito avanzar desde las situaciones contextualizadas hacia la construcción de modelos matemáticos intermedios, tales como tablas de valores, gráficas y expresiones algebraicas. Este momento responde a las dificultades detectadas en la formalización insuficiente de relaciones lineales y en la comprensión del significado de los parámetros de la ecuación $y = mx + b$. Aquí se busca que los estudiantes reconozcan la pendiente y la ordenada al origen como elementos con significado funcional, y no únicamente como componentes de una fórmula. El tercer momento, articulación entre registros, se orienta específicamente a atender los obstáculos semióticos identificados en el diagnóstico, relacionados con la fijación en un único registro de representación y la ausencia de conversiones coherentes entre registros verbal, tabular, gráfico y algebraico. En este momento se diseñan actividades que exigen de manera explícita el tránsito entre representaciones, promoviendo procesos de conversión y tratamiento que, según Duval (2006), son fundamentales para la comprensión conceptual de los objetos matemáticos.

El cuarto momento, sistematización y aplicación, tiene como finalidad consolidar los aprendizajes construidos a lo largo de la secuencia didáctica y favorecer la transferencia del conocimiento a nuevas situaciones. Este momento responde a la tendencia observada en el diagnóstico al uso mecánico de procedimientos sin validación funcional del resultado. A través de problemas integradores y situaciones nuevas, se busca que los estudiantes justifiquen sus respuestas, verifiquen la coherencia del modelo lineal y reconozcan la utilidad de la recta como herramienta de modelación. La organización de estos momentos evidencia una progresión didáctica intencionada que va desde contextos reales hacia modelos matemáticos formales, y desde representaciones aisladas hacia una comprensión integrada del concepto de línea recta. Esta progresión es coherente con la Educación Matemática Realista, al favorecer el paso de modelos informales a modelos formales, y con la Teoría de los Registros de Representación Semiótica, al promover la coordinación entre múltiples registros. Para facilitar la comprensión global de la estructura de la propuesta, en la siguiente Tabla 11 se presenta una síntesis que articula los momentos pedagógicos, el número de sesiones previstas, el propósito de cada momento, las actividades asociadas y los registros de representación trabajados.

**Tabla 2**

*Síntesis de la estructura general de la propuesta didáctica*

| **Momento pedagógico** | **N de sesiones** | **Propósito del momento** | **Actividades asociadas** | **Registros de representación trabajados** |
|---|---|---|---|---|
| Exploración contextualizada | 2 | Introducir relaciones de variación a partir de situaciones reales y activar modelos iniciales desde la experiencia cotidiana del estudiante | Observación de rectas en el entorno escolar, medición de pendientes en rampas y superficies inclinadas | Verbal, contextual, gráfico |

| **Momento pedagógico** | **N de sesiones** | **Propósito del momento** | **Actividades asociadas** | **Registros de representación trabajados** |
|---|---|---|---|---|
| Representación y modelación | 3 | Construir modelos matemáticos intermedios y avanzar hacia la formalización de las relaciones lineales | Elaboración de tablas de valores, trazado de gráficas, formulación de ecuaciones lineales | Tabular, gráfico, algebraico |
| Articulación entre registros | 1 | Favorecer la conversión y coordinación entre distintos registros de representación para superar obstáculos semióticos | Análisis del efecto de los parámetros m y b, conversión entre tablas, gráficas y ecuaciones | Verbal, tabular, gráfico, algebraico |
| Sistematización y aplicación | 2 | Consolidar los aprendizajes y aplicar el modelo lineal en nuevas situaciones, | Resolución de problemas integradores, modelación de situaciones reales | Verbal, tabular, gráfico, algebraico |

| Momento pedagógico | N de sesiones | Propósito del momento | Actividades asociadas | Registros de representación trabajados |
|---|---|---|---|---|
| | | validando su coherencia funcional | seleccionadas por los estudiantes | |

Esta estructura garantiza coherencia entre los hallazgos del diagnóstico, los lineamientos definidos para el diseño de la propuesta y las decisiones didácticas que orientan la secuencia de actividades. Asimismo, permite que el desarrollo detallado de las actividades, presentado en el apartado 4.10, se comprenda como un proceso articulado y progresivo, y no como una lista aislada de tareas.

**Desarrollo de la propuesta didáctica**

El desarrollo de la propuesta didáctica se concibe como un proceso secuencial y articulado que concreta, en términos pedagógicos y didácticos, la estructura general presentada en el apartado 4.9. Mientras dicho apartado ofrece una visión global de la organización de la propuesta, el presente numeral se centra en explicar cómo se despliegan los momentos pedagógicos a través de las actividades diseñadas, cómo se encadenan entre sí y de qué manera cada una contribuye a superar las dificultades conceptuales y representacionales identificadas en el diagnóstico.

La secuencia didáctica propuesta responde de manera directa a los lineamientos definidos en el apartado 4.6 y a las implicaciones pedagógicas sistematizadas en la matriz de articulación del apartado 4.7. En este sentido, el orden de las actividades no es arbitrario, sino que obedece a una progresión didáctica intencionada que busca conducir a los estudiantes desde una comprensión intuitiva y contextualizada de la variación hasta una comprensión formal, articulada y funcional de la ecuación de la línea recta. El primer momento, correspondiente a la exploración contextualizada, se desarrolla a través de las actividades 1 y 2. Estas actividades se orientan a enfrentar una de las principales necesidades detectadas en el diagnóstico: la dificultad para interpretar relaciones de variación más allá de procedimientos algebraicos aislados. En este momento, los estudiantes trabajan a partir de situaciones reales cercanas a su entorno escolar y cotidiano, lo que permite activar modelos fenomenológicos iniciales y favorecer la identificación de qué magnitudes varían, cómo lo hacen y en qué condiciones. Esta fase responde a la progresión horizontal planteada por la Educación Matemática Realista, en la medida en que el aprendizaje se inicia desde experiencias significativas antes de introducir formalismos matemáticos (Freudenthal, 1991; Gravemeijer, 1994). El segundo momento, correspondiente a la representación y modelación, se concreta principalmente a través de las actividades 3 y 4. En esta etapa, los estudiantes avanzan hacia la construcción de tablas, gráficas y expresiones algebraicas que modelan las situaciones previamente exploradas. El énfasis se sitúa en la interpretación de la pendiente como razón de cambio y en la comprensión de la ordenada al origen como valor inicial, atendiendo a las dificultades detectadas en el Test Diagnóstico 2 relacionadas con la confusión entre los parámetros de la ecuación $y=mx+b$. Este momento permite iniciar la progresión vertical del aprendizaje, al introducir gradualmente la formalización conceptual sin perder el vínculo con el contexto que da sentido al modelo matemático.

El tercer momento, correspondiente a la articulación entre registros de representación, se desarrolla de manera central en la actividad 5. Esta fase responde de forma directa a uno de los hallazgos más relevantes del diagnóstico: la dificultad de los estudiantes para coordinar los registros verbal, tabular, gráfico y algebraico. Desde la perspectiva de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica, esta dificultad se asocia a obstáculos semióticos derivados de la fijación en un único registro y de la ausencia de conversiones coherentes entre representaciones (Duval, 1999, 2006). En este momento, las tareas propuestas exigen explícitamente el tránsito entre diferentes registros y la validación de su coherencia, promoviendo una comprensión más integrada del concepto de línea recta. El cuarto momento, correspondiente a la sistematización y aplicación, se concreta a través de la actividad 6 y cumple la función de consolidar los aprendizajes construidos a lo largo de la secuencia. En esta etapa, los estudiantes aplican el modelo lineal a nuevas situaciones de su interés, recolectan o estiman datos, formulan ecuaciones y justifican el sentido de los parámetros obtenidos. Este momento busca fortalecer la transferencia del conocimiento y reducir la tendencia al uso mecánico de procedimientos, favoreciendo la argumentación y la validación funcional de los resultados. Desde la EMR, este proceso se vincula con la reinvención guiada, en la medida en que los estudiantes reorganizan y aplican los saberes formales construidos a partir de su propia experiencia (Gravemeijer, 1994). En conjunto, el desarrollo de la propuesta didáctica configura una secuencia coherente que articula exploración, modelación, coordinación de registros y aplicación, atendiendo de manera explícita las dificultades identificadas en el diagnóstico. La progresión de las actividades permite transitar de lo intuitivo a lo formal, de lo contextual a lo algebraico y de lo procedimental a lo conceptual, en coherencia con los principios de la Educación Matemática Realista y de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica. De este modo, la propuesta se presenta como una intervención didáctica fundamentada, sistemática y orientada al fortalecimiento de una comprensión funcional y significativa de la línea recta en estudiantes de grado décimo.

**Descripción de las actividades didácticas**

En este apartado se describen de manera detallada las actividades que conforman la propuesta didáctica, explicitando su contexto, propósito formativo, materiales, secuencia de trabajo, registros de representación involucrados y rol del docente. Cada actividad se vincula de forma directa con uno de los momentos pedagógicos definidos previamente y responde a los lineamientos establecidos a partir del análisis diagnóstico. De este modo, las actividades no se presentan como acciones aisladas, sino como componentes articulados de una secuencia didáctica progresiva orientada a fortalecer la comprensión funcional de la ecuación de la línea recta en estudiantes de grado décimo. Las actividades han sido diseñadas para promover una progresión didáctica intencionada, que avanza desde situaciones contextualizadas e intuitivas hacia la formalización y aplicación del modelo lineal, integrando los principios de la Educación Matemática Realista y la Teoría de los Registros de Representación Semiótica. En cada actividad se especifican los elementos necesarios para su desarrollo, asegurando coherencia con los hallazgos del diagnóstico y con los marcos teóricos que fundamentan la propuesta.

**Actividad 1: Observamos rectas en el entorno**

Momento pedagógico: Exploración contextualizada

Contexto o situación inicial

Los estudiantes realizan un recorrido guiado por el colegio y sus alrededores con el fin de identificar estructuras, objetos y situaciones donde se evidencien líneas rectas o inclinaciones constantes, tales como rampas, corredores, escaleras, canchas o vallas.

Propósito formativo

Reconocer la presencia de la recta en el entorno cotidiano y comprender su utilidad para describir relaciones espaciales antes de abordar representaciones formales.

Materiales a utilizar

Cuaderno de registro, lápiz, regla, hojas blancas, celular o cámara (si está disponible).

Secuencia de trabajo

Inicialmente, el docente presenta el propósito de la actividad y orienta la observación. Posteriormente, los estudiantes recorren el entorno y registran ejemplos de líneas rectas mediante bocetos o fotografías. Luego, clasifican las rectas observadas según su orientación. Finalmente, se realiza una socialización en aula donde los estudiantes discuten sus hallazgos y reflexionan sobre posibles usos de la recta para describir situaciones reales.

Registros de representación involucrados

Contextual, verbal y gráfico.

Rol del docente

Guiar la observación, promover la reflexión y vincular los ejemplos reales con la noción matemática de recta.

Fundamentación pedagógica de la actividad

Esta actividad favorece la progresión horizontal del aprendizaje al partir de experiencias significativas del entorno cercano del estudiante, permitiendo que el significado de la recta emerja antes de su formalización. Desde la Educación Matemática Realista, se promueve la activación de modelos fenomenológicos iniciales que sirven de base para el desarrollo posterior del concepto (Freudenthal, 1991).

**Actividad 2: Midiendo pendientes en el entorno escolar**

Momento pedagógico: Exploración contextualizada

Contexto o situación inicial

Se seleccionan rampas o superficies inclinadas del colegio para analizar su inclinación mediante mediciones reales.

Propósito formativo

Interpretar la pendiente como razón de cambio entre dos magnitudes a partir de una situación real.

Materiales a utilizar

Cinta métrica, papel milimetrado, regla, escuadra, hoja de trabajo, lápiz.

Secuencia de trabajo

El docente presenta la situación y organiza los grupos. Los estudiantes identifican una rampa y miden su altura y base. Posteriormente, calculan la pendiente como razón entre las medidas obtenidas. Luego, expresan el resultado en lenguaje verbal y representan gráficamente el perfil de la rampa. Finalmente, se realiza una discusión grupal sobre el significado del valor obtenido.

Registros de representación involucrados

Contextual, tabular, gráfico y algebraico.

Rol del docente

Orientar las mediciones, verificar cálculos y promover la interpretación funcional del resultado.

Fundamentación pedagógica de la actividad

Esta actividad responde a una de las principales dificultades identificadas en el diagnóstico: la interpretación de la pendiente como un valor aislado. Al vincular el cálculo con una situación real y con una interpretación verbal, se fortalece la comprensión de la pendiente como razón de cambio, en coherencia con la progresión horizontal propuesta por la EMR y como base para posteriores procesos de formalización.

**Actividad 3: Del costo por unidad a la ecuación de la recta**

Momento pedagógico: Representación y modelación

Contexto o situación inicial

Se plantea una situación de compra de cuadernos en una papelería local, donde el costo total depende de un precio fijo por unidad.

Propósito formativo

Relacionar datos tabulares con la ecuación de la recta e identificar los parámetros pendiente y ordenada al origen.

Materiales a utilizar

Hoja de trabajo con tabla de datos, papel milimetrado, regla, escuadra, lápiz.

Secuencia de trabajo

El docente presenta la tabla de datos. Los estudiantes analizan la variación, identifican la pendiente y determinan el costo inicial. Posteriormente, construyen la ecuación de la recta que modela la situación. Finalmente, realizan la representación gráfica e interpretan el significado de los parámetros.

Registros de representación involucrados

Tabular, algebraico, gráfico y contextual.

Rol del docente

Orientar la identificación de los parámetros y promover la interpretación funcional del modelo.

Fundamentación pedagógica de la actividad

La actividad impulsa la progresión vertical del aprendizaje al introducir la formalización algebraica a partir de un contexto significativo. Asimismo, promueve procesos de conversión entre registros, atendiendo a la necesidad diagnosticada de fortalecer la articulación entre representaciones, tal como plantea la teoría de Duval (2006).

**Actividad 4: Interpretando la pendiente y la intersección**

Momento pedagógico: Representación y modelación

Contexto o situación inicial

Se analizan situaciones cotidianas relacionadas con transporte, telefonía y ahorro, donde intervienen costos fijos y variables.

Propósito formativo

Diferenciar conceptualmente la pendiente y la ordenada al origen en distintos contextos.

Materiales a utilizar

Hojas de trabajo, papel milimetrado, calculadora, lápiz.

Secuencia de trabajo

Lectura y análisis de las situaciones propuestas. Identificación de variables y parámetros. Formulación de ecuaciones lineales. Representación gráfica y comparación entre situaciones. Socialización y conclusiones colectivas.

Registros de representación involucrados

Verbal, algebraico y gráfico.

Rol del docente

Guiar la interpretación de los parámetros y fomentar la argumentación matemática.

Fundamentación pedagógica de la actividad

Esta actividad atiende las confusiones detectadas entre los parámetros m y b, evidenciadas en el diagnóstico. Al enfatizar el significado contextual y gráfico de los parámetros, se busca superar una comprensión meramente procedimental del modelo algebraico y fortalecer la diferenciación conceptual.

**Actividad 5: Tres formas, una misma recta**

Momento pedagógico: Articulación entre registros

Contexto o situación inicial

Se presenta una situación de costo de impresión representada gráficamente, que debe ser analizada desde diferentes registros.

Propósito formativo

Reconocer la equivalencia entre representaciones gráfica, algebraica y tabular de una misma relación lineal.

Materiales a utilizar

Gráfica impresa, papel milimetrado, regla, escuadra, lápiz.

Secuencia de trabajo

Análisis de la gráfica presentada. Identificación de la pendiente y la ordenada al origen. Construcción de la ecuación correspondiente. Elaboración de la tabla de valores. Validación colectiva de la coherencia entre registros.

Registros de representación involucrados

Gráfico, algebraico y tabular.

Rol del docente

Orientar la conversión entre registros y promover la reflexión colectiva.

Fundamentación pedagógica de la actividad

La actividad se orienta a superar obstáculos semióticos asociados a la falta de conversión entre registros, identificados en el diagnóstico. La coordinación explícita entre representaciones favorece una comprensión integrada del concepto de línea recta, en consonancia con los planteamientos de Duval (1999, 2006).

**Actividad 6: Aplicamos la recta a nuevos contextos**

Momento pedagógico: Sistematización y aplicación

Contexto o situación inicial

Cada grupo selecciona una situación real cercana a su contexto, como consumo de agua, ahorro familiar o venta de productos escolares.

Propósito formativo

Aplicar el modelo lineal a nuevos contextos y consolidar la comprensión funcional del concepto.

Materiales a utilizar

Papel milimetrado, hojas de cálculo (si están disponibles), computador o GeoGebra, lápiz.

Secuencia de trabajo

Selección de la situación. Recolección o estimación de datos. Construcción de la ecuación y tabla. Representación gráfica. Presentación y discusión de resultados.

Registros de representación involucrados

Verbal, tabular, algebraico y gráfico.

Rol del docente

Acompañar la modelación y retroalimentar las presentaciones.

Fundamentación pedagógica de la actividad

Esta actividad permite consolidar la progresión vertical del aprendizaje y promover la transferencia del conocimiento a nuevos contextos. Desde la EMR, se vincula con la reinvención guiada, al permitir que los estudiantes validen y apliquen el modelo formal en situaciones diversas, superando el uso mecánico de procedimientos.

**Articulación con el contexto institucional**

La propuesta didáctica diseñada se articula de manera directa con el contexto institucional del Colegio San Luis, teniendo en cuenta las condiciones curriculares, pedagógicas, materiales y socioculturales en las que se desarrolla el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el grado décimo. Esta articulación resulta fundamental para garantizar la viabilidad, pertinencia y sostenibilidad de la propuesta dentro de la práctica docente cotidiana. Desde el punto de vista curricular, la propuesta se enmarca en la malla de matemáticas correspondiente al grado décimo, en la cual el estudio de la ecuación de la línea recta constituye un contenido central del eje de funciones y relaciones. Las actividades planteadas permiten abordar los estándares y derechos básicos de aprendizaje asociados a la interpretación de relaciones de variación, el uso de representaciones gráficas y algebraicas, y la modelación de situaciones reales mediante funciones lineales. La secuencia didáctica ha sido organizada de manera que pueda desarrollarse dentro del tiempo asignado al área, sin afectar el cumplimiento de otros contenidos previstos en el plan de estudios. En relación con las condiciones pedagógicas de la institución, la propuesta se ajusta a las prácticas habituales del aula, en las que se combinan momentos de trabajo guiado por el docente con espacios de trabajo individual y colaborativo. Las actividades han sido diseñadas para favorecer la participación de los estudiantes, la discusión colectiva y la argumentación matemática, aspectos coherentes con el enfoque pedagógico institucional y con las dinámicas de aula observadas durante el proceso diagnóstico. Asimismo, la estructura por momentos pedagógicos facilita al docente la gestión del tiempo y la organización de las sesiones, permitiendo una transición clara entre exploración, formalización y aplicación. En cuanto a los recursos materiales y tecnológicos disponibles, la propuesta prioriza el uso de materiales de fácil acceso en el contexto escolar, como papel milimetrado, reglas, escuadras, cintas métricas y hojas de trabajo. Cuando se contempla el uso de herramientas tecnológicas, estas se consideran como un apoyo complementario y no como un requisito indispensable para el desarrollo de las actividades. Esta decisión responde a las condiciones reales de la institución y busca evitar que las limitaciones en el acceso a tecnología se conviertan en un obstáculo para la implementación de la propuesta. Desde una perspectiva sociocultural, la propuesta toma en consideración las características del estudiantado del Colegio San Luis, cuyos contextos familiares y comunitarios influyen en su forma de relacionarse con el conocimiento matemático. Por ello, las situaciones problemáticas planteadas se vinculan con experiencias cercanas a su vida cotidiana, como el transporte, el comercio local, el ahorro o el consumo de servicios, favoreciendo la motivación y el sentido de utilidad de los aprendizajes. Esta contextualización contribuye a que la matemática sea percibida como una herramienta para comprender y analizar situaciones reales, y no como un conjunto de procedimientos descontextualizados. En conjunto, la articulación de la propuesta con el contexto institucional garantiza que esta no se conciba como una intervención externa o artificial, sino como una estrategia didáctica integrada a la realidad del aula y de la institución. Esta coherencia entre diagnóstico, diseño de la propuesta y contexto de implementación fortalece el potencial de la intervención para impactar de manera significativa en la comprensión de la ecuación de la línea recta por parte de los estudiantes de grado décimo del Colegio San Luis y sienta bases sólidas para su posible adaptación o replicabilidad en contextos educativos similares.

# Validación de la propuesta didáctica

La presente sección tiene como propósito desarrollar la validación de la propuesta didáctica diseñada a partir del diagnóstico realizado, orientada a fortalecer la comprensión del concepto de línea recta en estudiantes de grado décimo del Colegio San Luis, en el municipio de Yarumal, Antioquia. Dicha validación se concibe desde una perspectiva teórica, didáctica y contextual, en coherencia con el carácter diagnóstico de la investigación y sin contemplar la implementación de la propuesta en el aula. La validación no busca comprobar empíricamente los efectos de la propuesta sobre el aprendizaje de los estudiantes, sino analizar su coherencia interna, su fundamentación teórica y su pertinencia frente a las dificultades identificadas en el diagnóstico. En este sentido, el proceso de validación permite valorar si la propuesta responde de manera consistente al problema de investigación, si se articula adecuadamente con los marcos teóricos adoptados —Educación Matemática Realista y teoría de los registros de representación semiótica— y si resulta viable dentro del contexto institucional descrito. Para tal fin, el sección se estructura en seis apartados. En primer lugar, se delimita el enfoque y el alcance del proceso de validación. Posteriormente, se presentan los criterios considerados para valorar la propuesta, así como el instrumento utilizado y los participantes involucrados en dicho proceso. A continuación, se expone el análisis de los resultados de la validación, y finalmente se sintetizan los principales hallazgos derivados de este análisis, los cuales constituyen un insumo fundamental para el fortalecimiento de la propuesta y para la formulación de conclusiones y recomendaciones en la sección siguiente.

## Enfoque y alcance de la validación

El proceso de validación desarrollado en el presente estudio se inscribe en un enfoque cualitativo de carácter teórico, didáctico y contextual, en coherencia con la naturaleza diagnóstica de la investigación. En este sentido, la validación no se orienta a la comprobación empírica de resultados de aprendizaje derivados de la implementación de la propuesta, sino al análisis reflexivo de su coherencia interna, su fundamentación teórica y su pertinencia pedagógica frente a las dificultades identificadas en el diagnóstico. Desde la investigación educativa, la validación de propuestas didácticas en estudios de tipo diagnóstico cumple la función de examinar la consistencia entre el problema identificado, los referentes teóricos adoptados y las decisiones de diseño pedagógico, sin que ello implique necesariamente una fase de intervención o experimentación en el aula (Hernández Sampieri, Fernández y Baptista, 2014; Latorre, 2008). Este tipo de validación permite otorgar rigor académico al diseño de la propuesta y sustentar su potencial formativo dentro del contexto analizado. El alcance de la validación se centra, por tanto, en valorar si la propuesta didáctica diseñada responde de manera coherente a las dificultades conceptuales y representacionales identificadas en los estudiantes, particularmente en lo relacionado con la comprensión de la pendiente, la ordenada al origen y la articulación entre distintos registros de representación. Asimismo, se analiza si la propuesta se fundamenta de forma explícita en los principios de la Educación Matemática Realista, entendida como un enfoque que promueve la construcción progresiva del significado matemático a partir de situaciones contextualizadas y cercanas a la experiencia del estudiante (Freudenthal, 1991; Treffers, 1993).

De igual manera, el proceso de validación considera la articulación de los registros de representación semiótica, evaluando si las actividades propuestas favorecen la conversión y coordinación entre registros gráfico, algebraico, tabular y verbal, aspecto fundamental para la comprensión matemática según los planteamientos de Duval (1999, 2006). Esta perspectiva permite analizar la propuesta más allá de su estructura formal, atendiendo a los procesos cognitivos implicados en la construcción del significado de la recta. Finalmente, la validación contempla la viabilidad contextual de la propuesta, entendida como su adecuación a las condiciones institucionales del Colegio San Luis, al currículo vigente y al nivel cognitivo de los estudiantes de grado décimo. En concordancia con el carácter diagnóstico del estudio, este proceso de validación no pretende establecer la eficacia de la propuesta en términos de resultados de aprendizaje, sino confirmar su pertinencia y coherencia como alternativa pedagógica fundamentada, susceptible de ser implementada y evaluada en investigaciones posteriores (Artigue, 1998; Godino et al., 2004).

## Criterios de validación de la propuesta didáctica

El proceso de validación de la propuesta didáctica se desarrolló mediante una rúbrica de validación teórica y didáctica, diseñada específicamente para este estudio y presentada en el Apéndice K. Este instrumento tiene como finalidad valorar la coherencia, pertinencia y viabilidad de la propuesta "Comprensión de la línea recta desde la Educación Matemática Realista", considerando su fundamentación teórica, su adecuación al contexto del Colegio San Luis y su contribución potencial al aprendizaje del concepto de línea recta. La rúbrica se estructuró como una matriz de valoración analítica de carácter cualitativo, organizada a partir de criterios e indicadores que permiten examinar de manera sistemática los distintos componentes de la propuesta. Para la valoración de cada criterio se establecieron tres niveles cualitativos: A (Alto), cuando el criterio se cumple plenamente; M (Medio), cuando se cumple de forma parcial y requiere ajustes menores; y B (Bajo), cuando el cumplimiento es limitado y requiere una revisión más profunda. Esta escala cualitativa resulta coherente con el enfoque metodológico del estudio, ya que privilegia el análisis interpretativo sobre la medición cuantitativa de resultados (Hernández Sampieri, Fernández y Baptista, 2014; Flick, 2015). Los criterios incluidos en la rúbrica se derivan directamente de los marcos teóricos y del diagnóstico desarrollado en los secciones anteriores. En particular, se consideraron criterios relacionados con la coherencia teórica de la propuesta, la pertinencia didáctica frente a las dificultades identificadas, la claridad metodológica de la secuencia de actividades, la viabilidad institucional, la adecuación cognitiva al nivel de los estudiantes, la contextualización realista de las situaciones planteadas, la integración de los registros de representación semiótica y el impacto formativo esperado. Estos criterios permiten analizar si la propuesta articula de manera consistente los principios de la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1991; Treffers, 1993) y la teoría de los registros de representación semiótica (Duval, 1999, 2006). Cada criterio de la rúbrica se acompaña de indicadores específicos y de un espacio destinado a observaciones cualitativas por parte de los validadores, lo cual favorece una valoración argumentada y reflexiva de la propuesta. De este modo, el instrumento no solo permite emitir un juicio global sobre la coherencia y pertinencia de la propuesta, sino también identificar aspectos susceptibles de fortalecimiento, en consonancia con el carácter formativo del proceso de validación (Artigue, 1998; Godino et al., 2004). En coherencia con el carácter diagnóstico de la investigación, la rúbrica no se orienta a evaluar resultados de aprendizaje derivados de una implementación en aula, sino a analizar la solidez teórica y didáctica de la propuesta como producto del proceso investigativo. Por esta razón, el instrumento se constituye en una herramienta pertinente para sustentar la validez académica de la propuesta y respaldar su potencial como alternativa pedagógica fundamentada, susceptible de ser implementada y evaluada en estudios posteriores.

**Instrumento de validación**

El proceso de validación de la propuesta didáctica se llevó a cabo mediante una rúbrica de validación teórica y didáctica, elaborada específicamente para el presente estudio y presentada en el Apéndice K. Este instrumento tiene como finalidad valorar la coherencia, la pertinencia y la viabilidad de la propuesta “Comprensión de la línea recta desde la Educación Matemática Realista”, en correspondencia con el carácter diagnóstico de la investigación y sin considerar su implementación en el aula. La rúbrica se configuró como una matriz de valoración analítica de naturaleza cualitativa, organizada a partir de criterios e indicadores que permiten examinar de manera sistemática los distintos componentes de la propuesta. Para cada criterio se definieron tres niveles cualitativos de valoración: A (Alto), cuando el criterio se cumple plenamente; M (Medio), cuando se cumple de forma parcial y requiere ajustes menores; y B (Bajo), cuando el cumplimiento es limitado y demanda una revisión más profunda. Esta forma de valoración resulta coherente con el enfoque cualitativo del estudio, en tanto privilegia el análisis interpretativo y argumentado sobre la cuantificación de resultados (Hernández Sampieri, Fernández y Baptista, 2014; Flick, 2015). Los criterios incluidos en la rúbrica se derivan directamente del diagnóstico realizado y de los marcos teóricos que sustentan la investigación. En particular, se consideraron aspectos relacionados con la coherencia teórica de la propuesta, la pertinencia didáctica frente a las dificultades identificadas, la claridad metodológica de la secuencia de actividades, la viabilidad institucional, la adecuación cognitiva al nivel de los estudiantes, la contextualización realista de las situaciones planteadas, la integración de los registros de representación semiótica y el impacto formativo esperado. Estos criterios permiten analizar la propuesta a la luz de los principios de la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1991; Treffers, 1993) y de la teoría de los registros de representación semiótica (Duval, 1999, 2006). Asimismo, la rúbrica contempla un espacio para observaciones cualitativas por parte de los validadores, lo cual favorece una valoración reflexiva y formativa del diseño propuesto. En coherencia con el carácter diagnóstico del estudio, el instrumento no busca evaluar resultados de aprendizaje ni efectos de intervención, sino sustentar la solidez teórica, didáctica y contextual de la propuesta como producto del proceso investigativo, aportando elementos para su fortalecimiento y eventual implementación en investigaciones posteriores.

**Participantes del proceso de validación**

El proceso de validación de la propuesta didáctica se realizó con la participación exclusiva de **profesores del área de matemáticas**, seleccionados por su experiencia en la enseñanza en educación media y por su conocimiento del currículo escolar vigente. La inclusión de estos participantes permitió valorar la propuesta desde una perspectiva pedagógica y disciplinar especializada, acorde con los objetivos del estudio y con el carácter diagnóstico de la investigación.

Los profesores participantes asumieron el rol de validadores, analizando la propuesta didáctica a partir de los criterios establecidos en la rúbrica de validación teórica y didáctica presentada en el Apéndice K. Su participación se centró en emitir juicios argumentados sobre la coherencia teórica de la propuesta, su pertinencia didáctica frente a las dificultades diagnosticadas y su viabilidad dentro de un contexto escolar real, sin involucrar procesos de implementación ni trabajo directo con estudiantes. Es importante precisar que no participaron estudiantes ni padres de familia en el proceso de validación, dado que la investigación no contempla la aplicación de la propuesta ni la evaluación de resultados de aprendizaje. En este sentido, la validación se concibe como un ejercicio académico y profesional orientado a examinar la solidez del diseño didáctico, más que como una intervención pedagógica. La selección de los profesores se realizó atendiendo a criterios de pertinencia, experiencia y disponibilidad, priorizando perfiles con formación en educación y trayectoria en la enseñanza de las matemáticas. Este procedimiento es coherente con el enfoque cualitativo del estudio, en el cual el valor de la información obtenida se fundamenta en el conocimiento experto de los participantes más que en la representatividad numérica (Hernández Sampieri, Fernández y Baptista, 2014; Latorre, 2008). Finalmente, el proceso de validación se desarrolló respetando principios éticos propios de la investigación educativa. La participación de los profesores fue voluntaria, se garantizó la confidencialidad de su información personal y las valoraciones emitidas se utilizaron exclusivamente con fines académicos, contribuyendo así a fortalecer la rigurosidad metodológica del estudio y a respaldar la propuesta didáctica como un diseño coherente, pertinente y contextualizado.

**Análisis de los resultados de la validación**

El análisis de los resultados del proceso de validación se realizó a partir de la revisión sistemática de las valoraciones consignadas por los profesores en las rúbricas de validación teórica y didáctica presentadas en el Apéndice K. Dicho análisis se desarrolló desde una perspectiva cualitativa, considerando tanto los niveles de valoración asignados a cada criterio como las observaciones escritas realizadas por los validadores, en coherencia con el enfoque diagnóstico del estudio. De manera general, los resultados evidencian una valoración favorable de la propuesta didáctica en relación con su coherencia teórica, su pertinencia didáctica y su viabilidad institucional. Como se observa en las matrices diligenciadas por los profesores (Apéndice K), la mayoría de los criterios fueron valorados en el nivel A, lo cual indica que la propuesta cumple de manera adecuada con los principios teóricos y didácticos que la sustentan.

En particular, los criterios asociados a la coherencia teórica y a la integración de los registros de representación semiótica recibieron valoraciones altas por parte de los validadores. Los profesores destacaron la correspondencia entre el diagnóstico realizado, los fundamentos de la Educación Matemática Realista y el diseño de las actividades propuestas, aspecto reiterado en las observaciones consignadas en el Apéndice K. Estas valoraciones respaldan la intención de la propuesta de favorecer la comprensión del concepto de línea recta a partir de la articulación entre registros gráfico, algebraico, tabular y verbal, en consonancia con los planteamientos de Duval (1999, 2006). En relación con la claridad metodológica y la pertinencia didáctica, los resultados consignados en el Apéndice K señalan que la secuencia de actividades presenta una organización lógica y comprensible, adecuada para su eventual implementación en el aula. No obstante, algunos validadores sugieren la conveniencia de explicitar con mayor claridad la relación entre determinadas actividades y los niveles de desempeño identificados en el diagnóstico, con el fin de facilitar su interpretación por parte de otros docentes. Respecto a la viabilidad institucional, las valoraciones consignadas en el Apéndice K indican que la propuesta se ajusta a las condiciones reales del contexto escolar, tanto en términos de carga horaria como de recursos disponibles. Los profesores coincidieron en que la propuesta no requiere materiales especializados ni modificaciones significativas al plan de estudios vigente, lo cual refuerza su pertinencia como alternativa pedagógica contextualizada. Finalmente, en cuanto al impacto formativo esperado, los profesores consideraron que la propuesta tiene el potencial de favorecer el aprendizaje significativo y el pensamiento funcional de los estudiantes, al promover la comprensión de la variación entre magnitudes y la interpretación de la recta como modelo de situaciones reales. Las observaciones consignadas en el Apéndice K no evidencian cuestionamientos estructurales a la propuesta, sino sugerencias orientadas a su fortalecimiento y ajuste didáctico, las cuales se consideran insumos relevantes para el perfeccionamiento del diseño elaborado.

**Síntesis de la validación de la propuesta**

El proceso de validación desarrollado permitió establecer una visión integrada sobre la coherencia, pertinencia y viabilidad de la propuesta didáctica diseñada para la comprensión del concepto de línea recta desde la Educación Matemática Realista. A partir del análisis de las valoraciones y observaciones consignadas por los profesores en el Apéndice K, se evidencia que la propuesta presenta una estructura sólida y consistentemente articulada con el diagnóstico realizado y con los referentes teóricos que sustentan la investigación. En términos generales, los resultados de la validación muestran que la propuesta responde de manera adecuada a las principales dificultades conceptuales y representacionales identificadas en los estudiantes, especialmente en lo relacionado con la interpretación de la pendiente, la ordenada al origen y la articulación entre distintos registros de representación. La valoración positiva de estos aspectos confirma la pertinencia de las decisiones didácticas adoptadas y respalda la coherencia entre los secciones de diagnóstico y el diseño de la propuesta. Asimismo, la síntesis de la validación permite concluir que la propuesta integra de forma consistente los principios de la Educación Matemática Realista, al partir de situaciones contextualizadas y promover una construcción progresiva del significado matemático, así como los planteamientos de la teoría de los registros de representación semiótica, al favorecer la conversión y coordinación entre registros gráfico, algebraico, tabular y verbal. Estas valoraciones, reiteradas por los profesores participantes, refuerzan la solidez teórica del diseño elaborado.

Las observaciones realizadas por los validadores se orientan principalmente a sugerencias de ajuste y clarificación metodológica, sin evidenciar inconsistencias de fondo en la propuesta. Dichas sugerencias se constituyen en insumos relevantes para el perfeccionamiento del diseño didáctico, particularmente en lo relacionado con la explicitación de la relación entre actividades y niveles de desempeño diagnosticados, lo cual contribuiría a facilitar su uso por parte de otros docentes.

En coherencia con el carácter diagnóstico de la investigación, la validación realizada no pretende establecer conclusiones sobre la eficacia de la propuesta en términos de resultados de aprendizaje, sino confirmar su pertinencia y coherencia como una alternativa pedagógica fundamentada. En este sentido, la síntesis de la validación respalda la propuesta como un producto académico sólido, susceptible de ser implementado y evaluado en estudios posteriores, y constituye un cierre coherente del proceso investigativo desarrollado.

# Conclusiones y recomendaciones

La presente sección tiene como propósito sintetizar los principales resultados y aportes derivados del proceso investigativo desarrollado, así como presentar las conclusiones generales y las recomendaciones que se desprenden del estudio. Este apartado constituye el cierre reflexivo del trabajo, en tanto retoma los objetivos planteados inicialmente, valora su grado de cumplimiento y expone las implicaciones pedagógicas y académicas de los hallazgos obtenidos. En coherencia con el carácter diagnóstico de la investigación, las conclusiones que aquí se presentan no se fundamentan en la implementación empírica de la propuesta didáctica, sino en el análisis de los resultados del diagnóstico, la revisión teórica y el proceso de validación teórica y contextual realizado. Desde esta perspectiva, el sección permite integrar de manera articulada los elementos conceptuales, metodológicos y didácticos abordados a lo largo del estudio, destacando su contribución al fortalecimiento de la enseñanza y el aprendizaje del concepto de línea recta. Asimismo, esta sección expone los aportes de la investigación a la práctica docente, particularmente en relación con el diseño de propuestas didácticas contextualizadas que articulan la Educación Matemática Realista y la Teoría de los Registros de Representación Semiótica. Finalmente, se señalan las limitaciones del estudio y se formulan recomendaciones orientadas tanto a futuras investigaciones como a la práctica pedagógica, con el propósito de ampliar y profundizar el alcance de los resultados obtenidos y proyectar posibles líneas de desarrollo posteriores.

## Conclusiones generales del estudio

El desarrollo de la presente investigación permitió alcanzar una comprensión integral del proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto de línea recta en estudiantes de grado décimo del Colegio San Luis, a partir de un enfoque diagnóstico sustentado en la Educación Matemática Realista y la Teoría de los Registros de Representación Semiótica. Los resultados obtenidos evidencian que las dificultades asociadas a este concepto no se limitan a errores procedimentales aislados, sino que responden a vacíos conceptuales y representacionales relacionados con la interpretación de la pendiente, la ordenada al origen y la articulación entre diferentes formas de representación. El diagnóstico realizado puso de manifiesto que una proporción significativa de los estudiantes presenta una comprensión fragmentada de la línea recta, caracterizada por una lectura mecánica de la ecuación y una interpretación predominantemente visual de la gráfica, sin una adecuada comprensión de la relación funcional entre las magnitudes involucradas. Asimismo, se identificaron dificultades persistentes en la conversión entre registros gráfico, algebraico, tabular y verbal, lo cual limita la construcción de un significado matemático profundo y funcional del concepto. A partir de estos hallazgos, el estudio permitió diseñar una propuesta didáctica contextualizada, estructurada en una secuencia progresiva de seis actividades, orientadas a favorecer el tránsito desde situaciones reales y significativas hacia la formalización matemática. La propuesta articula de manera coherente los principios de la Educación Matemática Realista, al partir de contextos cercanos a la experiencia del estudiante, y los aportes de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica, al promover la coordinación y conversión entre distintas representaciones del concepto de línea recta. La validación teórica y contextual de la propuesta, realizada por docentes del área de matemáticas del Colegio San Luis, permitió confirmar su coherencia interna, su pertinencia didáctica y su viabilidad institucional. Las valoraciones recogidas evidencian que la propuesta responde de manera consistente a las dificultades identificadas en el diagnóstico y se ajusta a las condiciones reales del contexto escolar, sin requerir recursos o modificaciones curriculares que dificulten su aplicación. En síntesis, el estudio concluye que el abordaje de la línea recta desde una perspectiva realista y representacional constituye una alternativa pedagógica pertinente para superar enfoques tradicionales centrados en la repetición de procedimientos. La investigación demuestra que la articulación entre diagnóstico, fundamentación teórica y diseño didáctico permite construir propuestas coherentes y contextualizadas, con potencial para fortalecer la comprensión conceptual y funcional de la línea recta en contextos escolares reales, aun cuando su implementación empírica quede planteada como una fase posterior de investigación.

**Aportes de la investigación a la práctica docente**

La presente investigación aporta elementos significativos a la práctica docente en el área de matemáticas, particularmente en la enseñanza del concepto de línea recta en educación media. A partir del diagnóstico realizado, el estudio ofrece una comprensión clara de las dificultades conceptuales y representacionales que enfrentan los estudiantes, lo cual constituye un insumo valioso para que los docentes orienten sus decisiones pedagógicas de manera más informada y ajustada a las necesidades reales del aula. Uno de los principales aportes del estudio es el diseño de una propuesta didáctica contextualizada que articula los principios de la Educación Matemática Realista con la Teoría de los Registros de Representación Semiótica. Esta articulación proporciona a los docentes una alternativa metodológica para abordar la línea recta más allá de la enseñanza centrada en la manipulación algebraica, favoreciendo la comprensión del concepto como una relación entre magnitudes y como un modelo de situaciones reales. En este sentido, la propuesta promueve un enfoque de enseñanza que prioriza la construcción de significado y el desarrollo del pensamiento funcional.

Asimismo, la secuencia de actividades diseñada ofrece a los docentes una estructura clara y progresiva para el trabajo en aula, que facilita el tránsito desde contextos cotidianos hacia representaciones más formales. Este diseño contribuye a fortalecer la planificación docente, al ofrecer actividades con propósitos definidos, orientaciones metodológicas precisas y oportunidades para la exploración, la argumentación y la reflexión colectiva por parte de los estudiantes.

Otro aporte relevante se relaciona con la integración intencionada de los registros gráfico, algebraico, tabular y verbal en el desarrollo de las actividades. Esta perspectiva permite a los docentes identificar y abordar de manera explícita las dificultades asociadas a la conversión y coordinación entre registros, favoreciendo una comprensión más profunda del concepto de línea recta y evitando prácticas de enseñanza fragmentadas que priorizan un único tipo de representación.

Finalmente, la investigación aporta a la práctica docente al presentar una propuesta viable y adaptable al contexto institucional del Colegio San Luis, considerando la carga horaria, los recursos disponibles y el perfil de los estudiantes. La validación realizada por docentes de la institución refuerza el valor práctico de la propuesta y fomenta una cultura de reflexión pedagógica y trabajo colaborativo, en la que el diseño, análisis y ajuste de estrategias didácticas se convierten en herramientas para la mejora continua de la enseñanza de las matemáticas.

## Limitaciones del estudio

El presente estudio presenta algunas limitaciones que es necesario reconocer para una adecuada comprensión de sus alcances y resultados. En primer lugar, la investigación se desarrolló con un enfoque diagnóstico, por lo que no contempló la implementación empírica de la propuesta didáctica en el aula. En consecuencia, no fue posible analizar el impacto directo de la propuesta en el aprendizaje de los estudiantes ni establecer comparaciones entre niveles de desempeño antes y después de su aplicación.

En segundo lugar, el proceso de validación de la propuesta se realizó desde una perspectiva teórica y contextual, a partir de la valoración cualitativa de docentes del área de matemáticas del Colegio San Luis. Si bien esta validación permitió confirmar la coherencia, pertinencia y viabilidad del diseño didáctico, no incluye evidencias empíricas derivadas de la interacción real de los estudiantes con las actividades propuestas, lo cual limita el alcance de las conclusiones a un nivel potencial y proyectivo. Otra limitación del estudio se relaciona con el contexto específico en el que se desarrolló la investigación. El diagnóstico, el análisis y la validación se circunscriben a una institución educativa particular, con características curriculares, organizativas y socioculturales propias. Por esta razón, los resultados y conclusiones no pueden generalizarse de manera directa a otros contextos educativos sin considerar las particularidades de cada institución. Finalmente, el estudio se centró exclusivamente en el análisis del concepto de línea recta, por lo que no aborda de manera directa la aplicación de los enfoques teóricos adoptados a otros contenidos del currículo de matemáticas. Esta delimitación temática, aunque necesaria para el desarrollo riguroso de la investigación, restringe el alcance de los hallazgos a un tema específico, dejando abierta la posibilidad de ampliar el análisis a otros conceptos y niveles educativos en investigaciones posteriores.

**Recomendaciones para futuras investigaciones y prácticas pedagógicas**

A partir de los resultados obtenidos y de las limitaciones identificadas en el desarrollo del estudio, se formulan algunas recomendaciones orientadas tanto a futuras investigaciones como a la práctica pedagógica en el área de matemáticas. Estas recomendaciones buscan ampliar el alcance de los hallazgos y contribuir a la mejora continua de los procesos de enseñanza y aprendizaje del concepto de línea recta en contextos escolares. En relación con futuras investigaciones, se recomienda avanzar hacia una fase de implementación empírica de la propuesta didáctica diseñada, con el fin de analizar su impacto en la comprensión conceptual y funcional de la línea recta por parte de los estudiantes. La aplicación de la propuesta en el aula permitiría evaluar cambios en los niveles de desempeño, identificar ajustes necesarios en las actividades y generar evidencia empírica que complemente el análisis diagnóstico desarrollado en el presente estudio. Asimismo, se sugiere realizar investigaciones con diseños metodológicos mixtos que integren instrumentos cualitativos y cuantitativos, con el propósito de obtener una visión más amplia y profunda de los procesos de aprendizaje involucrados. De igual manera, se recomienda ampliar el alcance de la investigación hacia otros contenidos del currículo de matemáticas, como funciones no lineales, sistemas de ecuaciones o proporcionalidad, con el fin de explorar la aplicabilidad de la Educación Matemática Realista y la Teoría de los Registros de Representación Semiótica en distintos ámbitos del aprendizaje matemático. Estudios comparativos en instituciones con características socioculturales diversas podrían aportar información relevante sobre la adaptabilidad y pertinencia de estos enfoques en diferentes contextos educativos. En cuanto a la práctica pedagógica, se sugiere a los docentes de matemáticas emplear la propuesta didáctica como una guía flexible, ajustándola al ritmo de aprendizaje y a las características de cada grupo. Es recomendable fortalecer los procesos de formación docente en torno a los principios de la Educación Matemática Realista y al uso consciente de los registros de representación semiótica, de manera que las actividades se implementen de forma reflexiva y contextualizada, favoreciendo la construcción de significado matemático. Finalmente, se recomienda a las instituciones educativas continuar fortaleciendo la integración progresiva de recursos tecnológicos accesibles, como software de geometría dinámica o simuladores digitales, que permitan enriquecer la exploración gráfica y la articulación entre representaciones. La incorporación de estos recursos, en coherencia con los enfoques teóricos adoptados, puede potenciar la visualización, la experimentación y la comprensión de conceptos matemáticos, contribuyendo al desarrollo de prácticas pedagógicas más significativas y contextualizadas.

**Referencias**

Adu-Gyamfi, K., Stiff, L. V., & Bossé, M. J. (2012). Lost in translation: Examining translation errors associated with mathematical representations. School Science and Mathematics, 112(3), 159–170. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2011.00129.x

Alpízar Vargas, M., Fernández Álvarez, H., Morales Reyes, J., & Quesada Segura, S. (2018). Dificultades y errores presentes en estudiantes de educación secundaria en el aprendizaje de la función lineal. Revista de Investigación y Divulgación en Matemática Educativa, (9), 6–19.

Artigue, M. (1998). Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental: ¿Qué se puede aprender de las investigaciones didácticas y los cambios curriculares? Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 1(1), 40–55.

Bardini, C., Pierce, R., & Stacey, K. (2004). Teaching linear functions in context with graphics calculators: Students' responses and the impact on their learning. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 35(6), 789–806.

Bisquerra, R. (2004). Metodología de la investigación educativa. La Muralla.

Campo-Meneses, K. G., & García-García, J. (2025). Comprensión matemática evidenciada por estudiantes de secundaria sobre las funciones exponencial y logarítmica. AIEM – Avances de Investigación en Educación Matemática, 27, 179–201. https://doi.org/10.35763/aiem27.6430

Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization in mathematics. Educational Studies in Mathematics, 38(1–3), 1–13.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. Educational Studies in Mathematics, 61(1–2), 103–131.

Flick, U. (2015). El diseño de la investigación cualitativa. Ediciones Morata.

Freudenthal, H. (1991). Revisiting mathematics education: China lectures. Kluwer Academic Publishers.

Gallardo, J., González, J. L., & Quispe, W. (2008). Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración: Un estudio sobre las interferencias en el uso de los significados de la fracción. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 11(3), 355–382.

Garnica, A., & Castro, L. (2021). Comprensión de la pendiente como razón de cambio en estudiantes de educación media. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 24(3), 355–379.

Godino, J. D. (2024). Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Universidad de Granada. https://enfoqueontosemiotico.ugr.es

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2004). Didáctica de las matemáticas para maestros. Universidad de Granada. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/

Goldin, G. A. (2002). Affect, meta-affect, and mathematical belief structures. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), Beliefs: A hidden variable in mathematics education? (pp. 59–72). Kluwer Academic Publishers.

Gravemeijer, K. P. E. (1994). Developing realistic mathematics education [Doctoral thesis, Utrecht University]. CD-β Press/Freudenthal Institute.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). Metodología de la investigación (6.ª ed.). McGraw-Hill Education.

Hitt, F. (1998). Difficulties in the articulation of different representations linked to the concept of function: A study of students in teacher education. Journal of Mathematical Behavior, 17(1), 123–134.

ICFES. (2023). Resultados de las pruebas Saber 11: Informe nacional. Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. https://www.icfes.gov.co

ICFES. (2024). Informe nacional de resultados Saber 11. Segundo semestre de 2023. Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. https://www.icfes.gov.co

Johar, R., Maisela, A., & Suhartati. (2023). Students' creative thinking skill through realistic mathematics education on straight-line equation. Jurnal Elemen, 9(2), 334–350. https://doi.org/10.29408/jel.v9i2.7697

Kemmis, S., & McTaggart, R. (1988). The action research planner (3rd ed.). Deakin University Press.

Latorre, A. (2008). La investigación-acción: conocer y cambiar la práctica educativa. Graó.

Loyola Malqui, J. L., Huamán Vila, E., Quispe Garay, Y. I., Zárate Meza, A. L., & Gamarra Castillo, D. Á. (2025). Matemática realista en estudiantes de educación secundaria. Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, 9(1), 6555–6579. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v9i1.16357

Makonye, J. P. (2014). Teaching functions using a realistic mathematics education approach: A theoretical perspective. Journal of Educational Studies, 13(2), 83–97.

Montano Angulo, C. G. (2019). Algunas dificultades en la comprensión de la función lineal asociadas a la conversión entre los registros gráfico y algebraico en grado noveno [Trabajo de grado, Universidad del Valle].

OECD. (2019). PISA 2018 results (Volume I): What students know and can do. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/5f07c754-en

Pino-Fan, L., & Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. Paradigma, 36(1), 87–109.

Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 9(1), 103–129.

Ramírez, F. Z. (2020). Comprensión del concepto de función a partir de representaciones por estudiantes de grado noveno mediante situaciones y un ejecutable virtual [Tesis de maestría, Universidad de Antioquia].

Rico, L. (2009). La investigación en educación matemática. Universidad de Granada. https://www.ugr.es/~lrico/Investigacion_Educacion_Matematica.pdf

Rodríguez Muñoz, N. E., Hernández de la Hoz, M. D. C., & Pacheco Teherán, T. M. (2022). La matemática realista como estrategia didáctica para la enseñanza de las matemáticas en entornos rurales [Trabajo de grado de maestría, Universidad de Cartagena]. Repositorio Universidad de Cartagena.

Suárez Gil, D. C. (2021). Comprensión del concepto de la línea recta desde la teoría APOE en estudiantes de grado noveno [Trabajo de grado de maestría, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia].

Sánchez, D. M. (2016). Conceptualización de la función lineal y afín: Una experiencia de aula. Revista Virtual Universidad Católica del Norte, 49, 125–144.

Tashtoush, M. A., Wardat, Y., Al-Shannaq, M., Alali, R., Saleh, S., & Al-Saud, K. (2023). Conceptual understanding for systems of linear equations: Difficulties and challenges. Information Sciences Letters, 12(12), 2491–2503. http://dx.doi.org/10.18576/isl/121210

Treffers, A. (1993). Mathematics education and didactics. Kluwer Academic Publishers.

Usdiyana, D., Jupri, A., & Sispiyati, R. (2020). The use of realistic mathematics education theory for designing an algebra learning sequence: The case of linear equations in one variable. In Proceedings of the 7th Mathematics, Science, and Computer Science Education International Seminar (MSCEIS 2019). EAI. https://doi.org/10.4108/eai.12-10-2019.2296410

## Apéndices

# Apéndice A

## Fotos

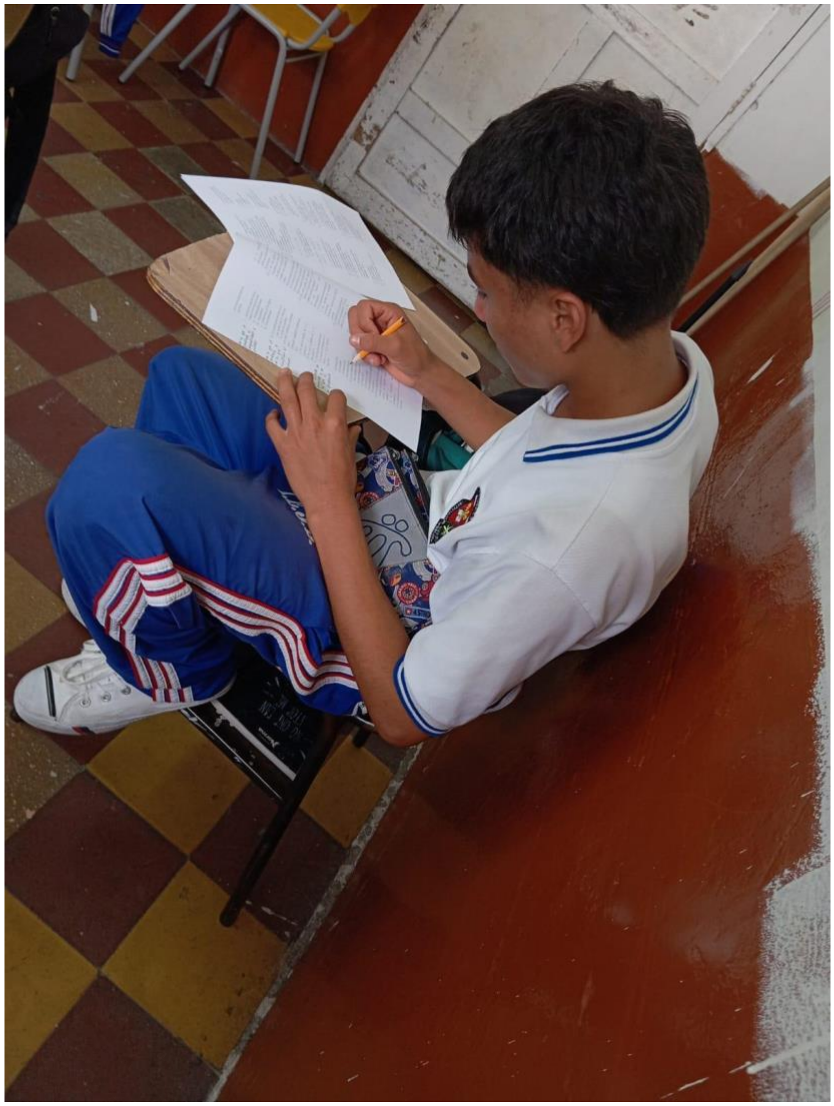
**Figura A1**

*Socialización y aclaración de dudas durante el desarrollo de la actividad diagnóstica*

*Nota.* Evidencia fotográfica del acompañamiento docente durante el desarrollo de la actividad diagnóstica con estudiantes de grado décimo. Elaboración propia.

**Figura A2**

*Estudiante desarrollando uno de los instrumentos diagnósticos*



*Nota.* Evidencia fotográfica de la aplicación individual del instrumento diagnóstico a un estudiante de grado décimo. Elaboración propia. Se omiten datos identificatorios por razones éticas.

## Apéndice B

## Encuesta 1

1. Edad
    a. 14
    b. 15
    c. 16
    d. 17
    e. 18
2. Genero
    a. Masculino
    b. Femenino
3. ¿Con quién vives?
    a. Con ambos padres
    b. Solo con mi madre
    c. Solo con mi padre
    d. Con otros familiares
    e. Solo.
4. Ocupación principal de los padres o tutores
    a. Comerciante
    b. Trabajador del campo
    c. Empleada doméstica
    d. Otro.

5. ¿Tienes acceso a un celular propio?
   a. Sí, con datos móviles
   b. Sí, pero sin datos móviles
   c. No tengo celular
6. ¿Tienes acceso a internet fuera del colegio?
   a. Sí, siempre
   b. Sí, a veces
   c. No tengo acceso
7. ¿Cuál es tu actitud hacia las matemáticas?
   a. Me gustan y las entiendo bien
   b. Me gustan, pero me resultan difíciles
   c. No me gustan, pero entiendo lo básico
   d. No me gustan y se me dificultan.
8. ¿Cómo calificarías tu comprensión de la proporcionalidad?
   a. Entiendo bien y puedo aplicarlo en diferentes situaciones
   b. Entiendo lo básico, pero me cuesta aplicarlo
   c. No entiendo bien y no sé cómo aplicarlo
   d. No tengo ningún conocimiento sobre la proporcionalidad
9. ¿Cuál es tu nivel de conocimiento en lenguaje algebraico?
   a. Lo manejo bien y puedo resolver problemas algebraicos
   b. Tengo conocimientos básicos, pero con dificultad
   c. Apenas tengo conocimiento sobre álgebra
   d. No tengo ningún conocimiento sobre álgebra

10. ¿Cómo influye tu contexto social y emocional en tus estudios?

a. Puedo concentrarme y estudiar bien a pesar de las dificultades

b. A veces me cuesta concentrarme debido a la situación en mi entorno

c. La situación en mi entorno afecta gravemente mi rendimiento escolar

d. Ninguna

11. ¿Qué esperas lograr con tus estudios en matemáticas?

a. Mejorar mis habilidades y aplicarlas en el futuro

b. Pasar las clases sin mucho interés en su aplicación futura

c. No veo la relevancia de las matemáticas en mi vida

d. Otros.

## Apéndice C

## Encuesta 2

1. ¿Por qué crees que tus resultados en matemáticas en las pruebas (internas o externas) han sido bajos?

2 ¿Cuándo te preparas para una prueba de matemáticas, ¿qué haces (estudiar solo, con ayuda, práctica de ejercicios, ver videos, etc.)?

3 ¿Cuál crees que es la parte más difícil de los ejercicios de matemáticas que te han evaluado?

4 en las pruebas, ¿se te hace difícil interpretar lo que pide el enunciado, realizar los cálculos, decidir qué método usar, o graficar?

5 ¿Crees que el tiempo que asignan para hacer la prueba es suficiente? ¿Por qué sí o por qué no?

6 ¿Las explicaciones que da el profesor durante las clases ayudan para que entiendas los ejercicios de la prueba? ¿En qué aspectos sí y en cuáles no?

7 ¿Te ha pasado que no sabes qué representan las variables o los símbolos en el ejercicio? ¿Puedes dar un ejemplo?

8 ¿Qué tipo de ejercicios prefieres: ¿de ejemplo guiado, con contexto real o puramente simbólicos? ¿Por qué?

9 ¿Crees que recibir retroalimentación después de la prueba te ayuda? ¿Qué tipo de retroalimentación te gustaría recibir?

10 ¿Qué crees que podría ayudar para mejorar tus resultados en matemáticas (tutorías, más ejercicios aplicados, clases con ejemplos reales, uso de herramientas visuales)?

# Apéndice D

## Entrevistas

### Modelo de entrevista utilizado

Instrucciones para el entrevistador:

Realiza las siguientes preguntas a tu compañero de manera relajada y amigable, como si estuvieran teniendo una conversación casual. Anota las respuestas de tu compañero y presta atención a los detalles.

1. Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?
2. Cuando piensas en la vida adulta, como manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?
3. En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?
4. Piensa en alguna persona que conozcas (familiares o amigos) que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?
5. ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo? Si no, ¿por qué no crees que sean necesarias?
6. Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué sí o por qué no?

7. Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días (como el teléfono, videojuegos o la ropa), ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

8. ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, ¿cuándo cocinas, juegas o haces algún deporte? ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

9. Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

10. En un mundo donde muchas cosas están automatizadas (como las aplicaciones de entrega o los servicios en línea), ¿crees que las matemáticas todavía son importantes? ¿O piensas que ya no son tan necesarias para las personas comunes?

11. Si pudieras aprender cualquier cosa nueva fuera de las materias que ya estudias, ¿te gustaría aprender más sobre cómo las matemáticas se aplican en el mundo real? ¿Por qué sí o por qué no?

**Entrevista 1**

**Entrevistadora (Yirliry):** Hola, mi nombre es Yirliry y hoy estoy entrevistando a Harold. ¿Cómo estás, Harold?

**Entrevistado (Harold):** Hola, mi nombre es Harold Esteban, tengo 18 años. Estoy bien, gracias.

**Yirliry:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener?

**Harold:** Pues a mí me gustaría cocinar o ayudarle a las personas.

**Yirliry:** ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Harold:** Sí, creo que las matemáticas serían importantes ya que debo calcular los ingredientes, las cantidades, las proporciones y todo lo relacionado con las recetas.

**Yirliry:** Cuando piensas en la vida adulta, como manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**Harold:** Las matemáticas nos pueden ayudar a tomar decisiones tanto buenas como malas, ya que podemos calcular cuánto dinero necesitamos gastar, cuánto debemos ahorrar y cómo planificar mejor nuestras finanzas.

**Yirliry:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Harold:** Creo que sería muy difícil, ya que las matemáticas son un punto clave para calcular materiales, medir distancias y organizar los gastos, tanto para una casa como para un negocio.

**Yirliry:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Harold:** Claro, sería más complicada. Sin matemáticas no podrían manejar cuentas, llevar un inventario, hacer inversiones o calcular pérdidas en su negocio.

**Yirliry:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Harold:** Sí, quiero tener mi propio negocio. Las matemáticas me ayudarían con la contabilidad, los inventarios, calcular las ganancias y pérdidas, decidir qué productos comprar o desechar, y en general a organizarme mejor.

**Yirliry:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Harold:** Sí, las matemáticas son fundamentales en todo eso, ya que son necesarias para calcular impuestos, organizar ahorros, planear inversiones y tomar decisiones financieras.

**Yirliry:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Harold:** Sí, definitivamente. Por ejemplo, para fabricar celulares o ropa tuvieron que calcular cuántas unidades producir, medir materiales y diseñar cada producto.

**Yirliry:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Harold:** Bueno, personalmente no cocino, pero creo que las matemáticas juegan un papel importante en cosas como medir tiempos o distancias al practicar deportes.

**Yirliry:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Harold:** Sería importante hacer cálculos para comparar precios, rendimiento, consumo de gasolina y otros factores para elegir la mejor opción.

**Yirliry:** En un mundo donde muchas cosas están automatizadas, como las aplicaciones de entrega o los servicios en línea, ¿crees que las matemáticas todavía son importantes? ¿O piensas que ya no lo son tanto para las personas comunes?

**Harold:** Aunque muchas cosas están automatizadas, creo que las matemáticas siguen siendo necesarias porque detrás de toda esa tecnología hay cálculos y programación que las hacen funcionar.

**Yirliry:** Si pudieras aprender algo nuevo fuera de las materias que ya estudias, ¿te gustaría aprender más sobre cómo las matemáticas se aplican en el mundo real? ¿Por qué?

**Harold:** la verdad no me interesa.

**Entrevista 2**

**Entrevistador (Estiven Correo):** Hola, Pablo. ¿Te parece si hacemos una entrevista sobre la importancia de las matemáticas?

**Entrevistado (Pablo Cárdenas):** ¡Claro que sí! Adelante con las preguntas.

**Estiven:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Pablo:** Me gustaría tener un trabajo relacionado con el campo o con vehículos. Sí necesitaría usar matemáticas, especialmente para calcular los gastos y organizar los recursos.

**Estiven:** Cuando piensas en la vida adulta, como manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**Pablo:** Creo que las matemáticas serían muy importantes porque me ayudan a calcular los gastos y a tomar decisiones más acertadas para administrar mejor el dinero.

**Estiven:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Pablo:** Sería muy difícil, ya que para calcular el dinero y organizar un presupuesto, las matemáticas son indispensables.

**Estiven:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Pablo:** Pienso en mi mamá, que es contadora. Su vida sería muy complicada sin matemáticas, ya que tiene que llevar el control de todos los gastos, cuentas e inversiones.

**Estiven:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Pablo:** Sí, me gustaría tener mi propio negocio, y creo que las matemáticas serían indispensables para no descuadrarme y asegurarme de que siempre haya control sobre el dinero.

**Estiven:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Pablo:** Sí, creo que las matemáticas juegan un papel importantísimo. Para administrar ahorros, calcular impuestos o tomar decisiones financieras, las matemáticas son fundamentales.

**Estiven:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Pablo:** Sí, fueron necesarias. Por ejemplo, en el caso de los celulares, las matemáticas son cruciales para diseñar, calcular las piezas y programar los sistemas que hacen que funcionen.

**Estiven:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Pablo:** Sí, las usamos todos los días. Por ejemplo, en la cocina es necesario calcular las cantidades exactas de los ingredientes, y eso es muy útil.

**Estiven:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Pablo:** Sería importante calcular el ahorro necesario, el dinero que necesito para comprar el auto y comparar diferentes opciones para elegir la mejor.

**Estiven:** En un mundo donde muchas cosas están automatizadas, como las aplicaciones de entrega o los servicios en línea, ¿crees que las matemáticas todavía son importantes? ¿O piensas que ya no son tan necesarias para las personas comunes?

**Pablo:** Yo creo que las matemáticas hoy en día son incluso más necesarias. Sin ellas no podríamos tener control sobre los números ni sobre cómo funcionan las automatizaciones.

**Estiven:** Si pudieras aprender algo nuevo fuera de las matemáticas, ¿te gustaría aprender más sobre cómo se aplican en el mundo real? ¿Por qué?

**Pablo:** Sí, me gustaría aprender más porque creo que las matemáticas son útiles para todas las personas y nos ayudan a resolver problemas cotidianos.

**Entrevista 3**

**Entrevistadora (Isabela ):** Hola, Enlly. Hoy quiero hacerte unas preguntas relacionadas con la importancia de las matemáticas. ¿Estás lista?

**Entrevistada (Enlly):** ¡Claro, Isa! Adelante con las preguntas.

**Isa:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitas usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Enlly:** Yo creo que, en realidad, no tendría que usar matemáticas, pero lo más probable es que sí las use. Aunque la verdad, siendo enfermera, no creo que sean necesarias porque no veo cómo se aplicarían las matemáticas en este trabajo.

**Isa:** Muy bien, ahora cuando piensas en la vida adulta, como manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**Enlly:** Las matemáticas me ayudarían mucho, por ejemplo, para calcular cuánto necesito para viajar o comprar cosas como ropa y comida. Creo que para la vida adulta las matemáticas son muy importantes porque ayudan a organizar todo mejor.

**Isa:** Excelente. Ahora, en el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Enlly:** Sería muy difícil sin usar matemáticas porque los números son esenciales para poder organizarse, calcular los gastos y asegurarse de que todo esté bien planeado, especialmente cuando se trata de tener una casa.

**Isa:** Ahora, pensando en una persona que usa matemáticas en su trabajo, ¿crees que su vida sería más complicada si no tuviera matemáticas? ¿Por qué?

**Enlly:** Para mi mamá sería muy complicado. Ella necesita las matemáticas para que no la estafen o para que no haya errores en su trabajo. Si no usara matemáticas, sería mucho más difícil para ella hacer las cuentas y asegurarse de que todo esté correcto.

**Isa:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Enlly:** Sí, creo que en algún momento de mi vida me gustaría tener un negocio. Las matemáticas serían fundamentales porque necesitas saber cuánto dinero tienes, qué te falta, y cómo manejar las ganancias y los gastos.

**Isa:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Enlly:** Sí, juegan un papel súper importante. Si no fuera por las matemáticas, las personas podrían perderse, pagar de más o ser estafadas. Por eso creo que son esenciales para manejar esas cosas.

**Isa:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Enlly:** Claro que sí, sin las matemáticas esas cosas no existirían. Por ejemplo, para traer ropa del exterior necesitan calcular cuántas piezas pueden transportar y cuánto costará. Todo tiene que ser muy específico, y ahí es donde las matemáticas son indispensables.

**Isa:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Enlly:** Sí, en ocasiones he usado matemáticas sin darme cuenta. Por ejemplo, cuando voy con mi mamá a pagar algo, tengo que calcular el total y contar el dinero para asegurarme de que es correcto.

**Entrevista 4**

**Entrevistador (Samuel Casas):** Buenos días, Manuela. Hoy vamos a hablar un poco sobre la importancia de las matemáticas en diferentes aspectos de la vida. ¿Estás lista?

**Entrevistada (Manuela Areiza Bernal):** ¡Buenos días, Samuel! Claro que sí, estoy lista.

**Samuel:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitas usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Manuela:** Bueno, yo quisiera ser profesora, y pues sí, uno siempre necesita usar las matemáticas. Aunque mi idea es ser profesora de lengua castellana, creo que todas las carreras tienen algo relacionado con las matemáticas, aunque sea un poquito. Además, en la vida adulta casi todo está directamente relacionado con ellas.

**Samuel:** ¿Cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones en la vida adulta?

**Manuela:** Pues uno tiene que pensar cuánto valen las cosas y cuánto puede gastar según el dinero que tenga. No se puede gastar a la loca, todo tiene que estar bien planeado, y ahí es donde las matemáticas son muy importantes.

**Samuel:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Manuela:** Sería muy difícil, porque uno necesita saber cuánto tiene, cuánto gana, cuánto puede gastar, y lo que valen las cosas. Si no se usan las matemáticas, uno terminaría haciendo las cosas de manera desordenada, como "a machetazos".

**Samuel:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Manuela:** Ah, pues yo conozco a varios. Por ejemplo, la mayoría de mis tíos trabajan en construcción, y para construir algo tienen que saber las medidas, calcular cuánto material necesitan, y todo eso. Sería muy complicado para ellos hacer ese trabajo sin matemáticas.

**Samuel:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Manuela:** La verdad, no lo he pensado mucho, pero si tuviera un negocio, las matemáticas serían muy importantes. Ayudarían a saber cuánto necesito para el arriendo del local, para la mercancía, para pagar a los trabajadores, cuánto invertir y cuánto ahorrar.

**Samuel:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Manuela:** Sí, juegan un papel muy importante porque uno necesita saber cuánto puede gastar y cuánto ahorrar. Tienen que hacer cuentas para pagar lo necesario y no salirse del presupuesto.

**Samuel:** Si piensas en las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Manuela:** Claro que sí. Por ejemplo, para hacer ropa tuvieron que calcular cuánto material necesitaban según las medidas del cuerpo de hombres y mujeres. En las cosas tecnológicas, como los celulares, también se usan las matemáticas para calcular electricidad, circuitos y todo eso.

**Samuel:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Manuela:** Yo creo que no le presto mucha atención, pero sí las uso, especialmente en la cocina. Por ejemplo, hay que medir los ingredientes para que no quede muy salado, muy simple o en cantidades incorrectas. Así que, aunque no lo hago de manera precisa, las matemáticas están ahí.

**Samuel:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Manuela:** Si lo compro a cuotas, tendría que calcular cuánto puedo pagar cada mes según lo que gano. También tendría que considerar el costo del seguro, la gasolina y otros gastos asociados.

**Samuel:** En un mundo donde muchas cosas están automatizadas, como las aplicaciones de entrega o los servicios en línea, ¿crees que las matemáticas todavía son importantes? ¿Por qué?

**Manuela:** Sí, son necesarias. El hecho de que estén automatizadas no significa que no se usen matemáticas. Solo que ahora no las hacemos directamente porque tenemos calculadoras o aplicaciones. Pero siguen siendo fundamentales para que esas cosas funcionen.

**Samuel:** Si pudieras aprender algo nuevo fuera de las materias que ya estudias, ¿te gustaría aprender más sobre cómo se aplican las matemáticas en el mundo real? ¿Por qué?

**Manuela:** Pues las matemáticas no me interesan mucho, así que no sería mi primera opción. Sin embargo, creo que sería conveniente tener un buen nivel en matemáticas porque son importantes para la vida diaria. Si tuviera la oportunidad, creo que podría interesarme.

**Entrevista 5**

**Entrevistadora (Manuela Areiza Bernal):** Buenos días, mi nombre es Manuela Areiza Bernal, soy de grado noveno de la SEP La Epifanía 1, tengo 14 años y seré la entrevistadora de hoy.

**Entrevistado (Samuel Casas Ramillo):** Hola, buenos días. Mi nombre es Samuel Casas Ramillo, también soy de grado noveno de la SEP La Epifanía 1, tengo 15 años y estoy listo para la entrevista.

**Manuela:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Samuel:** El trabajo que me gustaría sería veterinaria, y claro que necesitaría usar matemáticas, por ejemplo, al devolver el dinero a los pacientes o al calcular las dosis de medicamentos.

**Manuela:** Cuando piensas en la vida adulta, como manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**Samuel:** Las matemáticas me ayudarían ahorrando dinero y evitando malgastarlo en cosas innecesarias.

**Manuela:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Samuel:** Sería muy difícil. Por ejemplo, si no supiera matemáticas, estaría contando billeticos de 50 y pensando que tengo más dinero del que realmente tengo. Sin matemáticas, no sabría manejar bien el presupuesto.

**Manuela:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Samuel:** Sí, la persona que conozco es mi mamá. Si ella no supiera matemáticas, sería mucho más difícil para ella. Al devolver el dinero en el negocio, se podría confundir y eso le causaría problemas.

**Manuela:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Samuel:** Sí, a mí me gustaría tener mi propio negocio en el futuro. Las matemáticas me ayudarían a resolver problemas de dinero, manejar las cuentas y organizar bien los ingresos y egresos.

**Manuela:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Samuel:** Sí, juegan un papel muy importante a la hora de hacer todas esas cuentas. Sin matemáticas, sería muy difícil organizarse y manejar el dinero correctamente.

**Manuela:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Samuel:** Sí, las matemáticas son necesarias para eso. Por ejemplo, en los videojuegos y los teléfonos, hay muchos cálculos detrás de todo para que funcionen bien.

**Manuela:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Samuel:** Sí, aunque no siempre me doy cuenta. Por ejemplo, al jugar, puedo calcular distancias, pasos o movimientos, y eso también es matemáticas.

**Manuela:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Samuel:** Sí, las matemáticas son importantes en esa situación. Hay que calcular cosas como el motor, el cilindraje, el costo total y otros aspectos para tomar la mejor decisión.

**Manuela:** En un mundo donde muchas cosas están automatizadas, como las aplicaciones de entrega o los servicios en línea, ¿crees que las matemáticas todavía son importantes? ¿Por qué?

**Samuel:** Sí, siguen siendo importantes. Aunque todo está automatizado, las matemáticas están detrás de esas tecnologías, incluso si no las usamos directamente como antes.

**Manuela:** Si pudieras aprender algo nuevo fuera de las materias que ya estudias, ¿te gustaría aprender más sobre cómo las matemáticas se aplican en el mundo real? ¿Por qué?

**Samuel:** Sí, me gustaría aprender más porque creo que eso facilitaría muchas cosas y me ayudaría a entender mejor cómo funcionan en la vida diaria sin dejarme estafar.

**Entrevista 6**

**Entrevistadora (Nancy Velázquez):** Hola, Michael Andrés. Vamos a realizar una entrevista sobre la importancia de las matemáticas en la vida diaria y profesional. ¿Estás listo?

**Entrevistado (Michael Andrés Aguiar Uribe):** ¡Hola! Sí, estoy listo.

**Nancy:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Michael:** A mí me gustaría ser cirujano. Las matemáticas son necesarias en este trabajo porque uno tiene que saber cuánta dosis de medicamentos administrar, cuántos días faltan para una cirugía y calcular los síntomas o tiempos que necesita el paciente.

**Nancy:** ¿Cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones en la vida adulta?

**Michael:** Las matemáticas se usan para tomar decisiones importantes, como administrar bien el dinero y calcular la dosis adecuada de medicamentos a los pacientes sin cometer errores.

**Nancy:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Michael:** Sin las matemáticas sería muy difícil organizar un proyecto o la compra de una casa, porque uno no sabría cuánto presupuesto tiene ni cómo administrarlo.

**Nancy:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Michael:** Tengo un familiar que tiene un carro. Si él no utilizara matemáticas, no sabría cuántas ganancias recibe ni cuánto gasta. Sería mucho más complicado para él manejar su negocio.

**Nancy:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Michael:** Sí, me gustaría tener un negocio en el futuro. Las matemáticas son muy importantes porque te ayudan a saber cuánto entra y cuánto sale. Son fundamentales para llevar las cuentas y asegurar que el negocio sea rentable.

**Nancy:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Michael:** Sí, las matemáticas son muy importantes porque te permiten calcular cuánto tienes que pagar de impuestos, cuánto puedes ahorrar y cómo manejar tu dinero para comprar una casa.

**Nancy:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Michael:** Sí, son necesarias. Por ejemplo, cuando trabajé y ahorré dinero para comprar mi teléfono, las matemáticas me ayudaron a calcular cuánto necesitaba y cuánto debía ahorrar para conseguirlo.

**Nancy:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Michael:** Sí, me he dado cuenta. Las matemáticas son necesarias para saber cuánto tiempo dedico a cada acción, como cocinar, hacer deporte o jugar en el celular. Me ayudan a organizar mejor mi tiempo.

**Nancy:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Michael:** Tendría que calcular cuánto vale el carro, cuánto tengo ahorrado y cuánto debo gastar para poder comprarlo. Es importante tener en cuenta todos esos factores.

**Nancy:** En un mundo donde muchas cosas están automatizadas, como las aplicaciones de entrega o los servicios en línea, ¿crees que las matemáticas todavía son importantes? ¿Por qué?

**Michael:** Sí, las matemáticas son muy importantes porque se utilizan en toda la vida cotidiana y en todos los trabajos. Aunque muchas cosas están automatizadas, las matemáticas siguen siendo necesarias detrás de todo eso.

**Nancy:** Si pudieras aprender algo nuevo fuera de las materias que ya estudias, ¿te gustaría aprender más sobre cómo se aplican las matemáticas en el mundo real? ¿Por qué?

**Michael:** Sí, me gustaría aprender más sobre matemáticas para poder manejar mejor el dinero que llega a mis bolsillos y para aplicarlas en otras áreas de mi vida.

**Entrevista 7**

**Entrevistador (Michael Andretti):** Buenas tardes, Daniela. Hoy te haré una serie de preguntas sobre la importancia de las matemáticas en la vida diaria y profesional. ¿Estás lista?

**Entrevistada (Daniela Sosa Extraña):** Buenas tardes, Michael. Sí, estoy lista.

**Michael:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que las matemáticas son necesarias en ese trabajo? ¿Por qué?

**Daniela:** Me gustaría trabajar como contadora, y en este tipo de trabajo las matemáticas son muy importantes, ya que son esenciales para llevar cuentas, organizar finanzas y tomar decisiones económicas.

**Michael:** ¿Cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones en la vida adulta?

**Daniela:** Las matemáticas son muy importantes porque me ayudan a tomar decisiones financieras, como saber cuánta plata tengo disponible, cuánto debo pagar y cómo puedo administrar mejor mi dinero.

**Michael:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan difícil o fácil crees que sería sin usar matemáticas?

**Daniela:** Las matemáticas son fundamentales para tener un proyecto, una casa o un negocio, porque para todo se necesitan cálculos. No se puede hacer nada sin matemáticas.

**Michael:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Daniela:** Tengo un familiar que tiene un negocio, y si él no supiera matemáticas, no sabría cuánta plata le entra, cuánta plata sale ni cuáles son sus ganancias o pérdidas. Sin matemáticas, no podría administrar bien su negocio.

**Michael:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Daniela:** Sí, me gustaría montar mi propio negocio. Para eso se necesitan matemáticas, ya que me ayudarían a saber cuánto tengo que invertir, cuántas ganancias tengo al mes y cuántas pérdidas he tenido.

**Michael:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Daniela:** Sí, son muy importantes, especialmente en los impuestos. Si no sé matemáticas, los impuestos pueden afectar mi negocio, porque podría pagar de más y perder ganancias. Sin matemáticas, mi negocio podría quebrar.

**Michael:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Daniela:** Sí, las matemáticas fueron necesarias para obtener cosas como el celular, los videojuegos o la ropa. Para poder comprarlas, tuve que ahorrar, calcular precios y administrar bien mi dinero.

**Michael:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Daniela:** Sí, es útil porque me ayuda a calcular cuánto tiempo gasto en cada acción, ya sea en un proyecto, en cocinar o en cualquier otra actividad diaria.

**Michael:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Daniela:** Sería importante calcular cuánto tiempo debo ahorrar para poder comprarlo, cuánto cuesta el auto y cuánto puedo gastar sin afectar mis finanzas.

**Michael:** En un mundo donde muchas cosas están automatizadas, como las aplicaciones de entrega o los servicios en línea, ¿crees que las matemáticas todavía son importantes? ¿Por qué?

**Daniela:** Sí, las matemáticas siguen siendo muy importantes porque nunca van a desaparecer. Sin ellas, no podríamos hacer muchas de las cosas que hacemos hoy en día.

**Michael:** Si pudieras aprender algo nuevo fuera de las materias que ya estudias, ¿te gustaría aprender más sobre cómo se aplican las matemáticas en el mundo real? ¿Por qué?

**Daniela:** Sí, porque en mi trabajo como contadora necesitaré aprender más sobre matemáticas para mejorar mis habilidades y administrar bien mi futuro negocio.

**Michael:** Muchas gracias por tu tiempo, Daniela. ¡Que tengas una feliz tarde!

**Daniela:** Gracias a ti. ¡Feliz tarde!

**Entrevista 8**

**Entrevistador (Pablo Cárdenas):** Buenos días, Steven. Hoy te haré unas preguntas sobre la importancia de las matemáticas en la vida cotidiana y en el trabajo. ¿Estás listo?

**Entrevistado (Steven Correo):** ¡Buenos días, Pablo! Sí, estoy listo.

**Pablo:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Steven:** Me gustaría trabajar en el campo, y creo que solo necesitaría matemáticas básicas.

**Pablo:** ¿Cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones en la vida adulta?

**Steven:** Las matemáticas me pueden ayudar a poder ahorrar y administrar mejor mi dinero.

**Pablo:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Steven:** Sería muy difícil porque necesito saber cuánto dinero necesito y cómo distribuirlo bien.

**Pablo:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Steven:** Mi mamá tiene que calcular cuántos condimentos le tiene que echar a la comida usando matemáticas.

**Pablo:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Steven:** No, no me gustaría tener un negocio.

**Pablo:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Steven:** Sí, porque tienen que hacer cálculos para manejar bien el dinero.

**Pablo:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Steven:** Sí, porque las personas que las fabrican tuvieron que calcular cuánta plata necesitaban para producirlas.

**Pablo:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Steven:** Para estas cosas nadie necesita matemáticas.

**Pablo:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Steven:** Habría que calcular el costo, pero no estoy seguro de qué más.

**Pablo:** En un mundo donde muchas cosas están automatizadas, como las aplicaciones de entrega o los servicios en línea, ¿crees que las matemáticas todavía son importantes? ¿Por qué?

**Steven:** No, para esas cosas las matemáticas no son importantes.

**Pablo:** Si pudieras aprender algo nuevo fuera de las materias que ya estudias, ¿te gustaría aprender más sobre cómo se aplican las matemáticas en el mundo real? ¿Por qué?

**Steven:** No, no me gustaría aprender nada más porque no me gustan las matemáticas.

**Pablo:** Muchas gracias por responder mis preguntas, Steven.

**Steven:** De nada.

**Entrevista 9**

**Entrevistador (Sebastián Mejía):** Hola, mi nombre es Sebastián, tengo 14 años y estoy en la SEP Piano Mejía. A continuación, te voy a hacer unas preguntas sobre la importancia de las matemáticas en la vida. ¿Listo?

**Entrevistado (Sebastián):** Sí, claro.

**Sebastián:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Sebastián:** No estoy seguro de lo que voy a hacer en el futuro, pero principalmente quiero vivir del deporte, específicamente del ajedrez, y estudiar una carrera universitaria. Actualmente, tengo pensado estudiar inglés. Y sí, las matemáticas son esenciales para la vida.

**Sebastián:** Cuando piensas en la vida adulta, como manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**Sebastián:** Creo que las matemáticas son una parte fundamental de la vida, sin ellas prácticamente nada de lo que tenemos existiría. Financiera y económicamente, nos pueden ayudar a determinar cuánto dinero podemos gastar y cómo administrar mejor nuestros recursos. Por ejemplo, si tengo $100,000, debo decidir cuánto gastar en entretenimiento y cuánto reservar para mis necesidades básicas.

**Sebastián:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Sebastián:** Sin matemáticas, organizar un presupuesto sería literalmente imposible. No veo cómo se puede planificar sin números.

**Sebastián:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Sebastián:** Sí, puedo poner de ejemplo a mi mamá, que fue cajera por un tiempo. Sin matemáticas, le habría resultado muy difícil administrar la caja, ya que su trabajo dependía completamente de los números.

**Sebastián:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Sebastián:** Sí, quiero tener mi propio negocio cuando tenga alrededor de 20 años. Me gustaría que sea algo que me genere ingresos pasivos. Para administrarlo, las matemáticas son esenciales, ya que todos los gastos y la administración en general dependen de ellas. Sin matemáticas, sería imposible manejarlo correctamente.

**Sebastián:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Sebastián:** Sí, juegan un papel fundamental en todas las actividades financieras. Nos ayudan a saber cuánto debemos pagar, cuánto podemos ahorrar y cómo administrar nuestros ingresos correctamente.

**Sebastián:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Sebastián:** Sí, en todo se aplican matemáticas. Por ejemplo, en la industria textil, se usan para calcular medidas de ropa, mientras que, en los videojuegos y teléfonos, son esenciales para el desarrollo de software y hardware.

**Sebastián:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Sebastián:** Sí, en muchos aspectos de la vida. Por ejemplo, cuando juego ajedrez, hay ciertas técnicas y estrategias que requieren matemáticas básicas, aunque no nos demos cuenta.

**Sebastián:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Sebastián:** Sería importante calcular aspectos como el kilometraje, el precio, el costo de mantenimiento y otros factores que influyen en la compra de un vehículo.

**Sebastián:** En un mundo donde muchas cosas están automatizadas, como las aplicaciones de entrega o los servicios en línea, ¿crees que las matemáticas todavía son importantes? ¿Por qué?

**Sebastián:** Sí, sin duda. Aunque las herramientas tecnológicas hacen que no tengamos que hacer cálculos manualmente, las matemáticas siguen siendo la base de todo el desarrollo tecnológico.

**Sebastián:** Si pudieras aprender algo nuevo fuera de las materias que ya estudias, ¿te gustaría aprender más sobre cómo se aplican las matemáticas en el mundo real? ¿Por qué?

**Sebastián:** Aunque me estoy aburriendo un poco de las matemáticas, sí me interesaría aprender cómo se aplican en el mundo financiero, la economía y la administración del dinero.

**Sebastián:** Muchas gracias por participar en esta entrevista.

**Sebastián:** Gracias a ti. Esta entrevista nos muestra que las matemáticas son fundamentales para la vida, los negocios y la gestión de nuestros recursos.

**Entrevista 10**

**Entrevistador:** Valeria González

**Entrevistado:** Juan Camilo Restrepo

**Valeria:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Juan Camilo:** Me gustaría ser arquitecto. Sí necesitaría matemáticas porque debo calcular estructuras, áreas y presupuestos.

**Valeria:** Cuando piensas en la vida adulta, cómo manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**Juan Camilo:** Me ayudan a saber cuánto puedo gastar y cuánto debo ahorrar sin afectar mis finanzas personales.

**Valeria:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Juan Camilo:** Sería muy difícil, porque sin matemáticas no sabría cuánto necesito invertir y cómo organizar mis gastos.

**Valeria:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Juan Camilo:** Sí, mi primo es ingeniero y siempre usa matemáticas para calcular estructuras. Sin ellas, su trabajo sería imposible.

**Valeria:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Juan Camilo:** Sí, quiero tener mi propio estudio de arquitectura. Las matemáticas me ayudarían a calcular costos y manejar bien el dinero.

**Valeria:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Juan Camilo:** Sí, porque sin matemáticas no podríamos organizar nuestras finanzas correctamente.

**Valeria:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Juan Camilo:** Sí, porque todas esas cosas requieren cálculos matemáticos en su diseño y fabricación.

**Valeria:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Juan Camilo:** Sí, cuando cocino, siempre tengo que medir los ingredientes y calcular tiempos de cocción.

**Valeria:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Juan Camilo:** El precio, el costo del seguro y cuánto debo ahorrar para comprarlo.

**Entrevista 11**

**Entrevistador:** Sofía Ramírez

**Entrevistado:** Daniel Pérez

**Sofía:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Daniel:** Me gustaría ser mecánico. Sí, necesito matemáticas para calcular el torque de los motores y la eficiencia del combustible.

**Sofía:** Cuando piensas en la vida adulta, cómo manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**Daniel:** Me ayudan a distribuir bien mi dinero y evitar gastar de más.

**Sofía:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Daniel:** Sería imposible, porque no sabría cuánto debo gastar en materiales o mano de obra.

**Sofía:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Daniel:** Sí, mi papá es contador y sin matemáticas no podría hacer su trabajo correctamente.

**Sofía:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Daniel:** Sí, quiero tener mi propio taller. Las matemáticas me ayudarían a calcular costos y administrar el negocio.

**Sofía:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Daniel:** Sí, porque sin ellas no podríamos organizar nuestros gastos y pagar lo necesario.

**Sofía:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Daniel:** Sí, porque los diseñadores y programadores las usan para crear esos productos.

**Sofía:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Daniel:** Sí, cuando reparo motores, siempre estoy midiendo y calculando.

**Sofía:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Daniel:** Cuánto cuesta, cuánto consume de gasolina y cuánto debo ahorrar para comprarlo.

**Entrevista 12**

**Entrevistador:** Andrés Hurtado

**Entrevistado:** Carolina Medina

**Andrés:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Carolina:** Me gustaría ser diseñadora de moda. Sí necesitaría matemáticas para calcular medidas, patrones y costos de producción.

**Andrés:** Cuando piensas en la vida adulta, cómo manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**Carolina:** Me ayudan a distribuir mi dinero entre lo necesario y lo que puedo gastar en diversión.

**Andrés:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Carolina:** Sería muy difícil, porque sin matemáticas no sabría cuánto puedo gastar y cómo distribuir los recursos.

**Andrés:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Carolina:** Sí, mi hermana es ingeniera y usa matemáticas todo el tiempo para hacer cálculos de estructuras y materiales.

**Andrés:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Carolina:** Sí, quiero tener mi propia marca de ropa. Las matemáticas me ayudarían a calcular costos de producción, ganancias y ventas.

**Andrés:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Carolina:** Sí, porque sin matemáticas sería difícil organizar pagos y saber cuánto ahorrar.

**Andrés:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Carolina:** Sí, porque todo se diseña con cálculos de medidas, pesos y costos.

**Andrés:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Carolina:** Sí, cuando ajusto las medidas de los patrones de ropa, siempre hago cálculos sin darme cuenta.

**Andrés:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Carolina:** Cuánto cuesta, cuánto debo ahorrar y los gastos adicionales como mantenimiento y seguro.

**Entrevista 13**

**Entrevistador:** Laura Márquez

**Entrevistado:** Felipe Ospina

**Laura:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Felipe:** Me gustaría ser programador. Sí necesito matemáticas, porque la programación usa lógica y cálculos.

**Laura:** Cuando piensas en la vida adulta, cómo manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**Felipe:** Me permiten hacer un presupuesto y asegurarme de que no me quede sin dinero.

**Laura:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Felipe:** Sería imposible, porque no podría calcular mis gastos ni planificar mis finanzas.

**Laura:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Felipe:** Sí, mi hermano es diseñador gráfico y necesita cálculos para hacer sus proyectos.

**Laura:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Felipe:** Sí, quiero tener mi propia empresa de desarrollo de software. Las matemáticas me ayudarían a manejar costos, sueldos y ganancias.

**Laura:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Felipe:** Sí, porque sin matemáticas no podríamos calcular lo que debemos pagar ni cuánto podemos ahorrar.

**Laura:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Felipe:** Sí, porque sin cálculos no podrían programar ni diseñar estos productos.

**Laura:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Felipe:** Sí, cuando programo videojuegos, siempre hago cálculos para ajustar movimientos y mecánicas.

**Laura:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Felipe:** Cuánto cuesta, cuánto consumo de gasolina tiene y cuánto dinero necesito para mantenerlo.

**Entrevista 14**

**Entrevistador:** Samuel Ortiz

**Entrevistado:** Mariana López

**Samuel:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Mariana:** Me gustaría ser veterinaria. Sí, porque debo calcular dosis de medicamentos y gastos en los tratamientos.

**Samuel:** Cuando piensas en la vida adulta, cómo manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**Mariana:** Me ayudan a saber cuánto puedo gastar y cuánto necesito ahorrar para mis necesidades básicas y viajes.

**Samuel:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Mariana:** Sería imposible, porque sin matemáticas no podría hacer cálculos de costos o distribución de dinero.

**Samuel:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Mariana:** Sí, mi papá es administrador y necesita hacer cálculos financieros para su empresa.

**Samuel:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Mariana:** Sí, quiero mi propia clínica veterinaria. Las matemáticas me ayudarían a administrar los costos y calcular los precios de los servicios.

**Samuel:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Mariana:** Sí, porque ayudan a calcular gastos y administrar el dinero correctamente.

**Samuel:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Mariana:** Sí, todo se diseña con cálculos matemáticos, desde medidas hasta costos de producción.

**Samuel:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Mariana:** Sí, cuando administro los tiempos en mis entrenamientos y cuando calculo porciones al cocinar.

**Samuel:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Mariana:** Cuánto cuesta, el seguro, la gasolina y cuánto debo ahorrar para comprarlo.

**Entrevista 15**

**Entrevistador:** Ricardo Fernández

**Entrevistado:** Valentina Soto

**Ricardo:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Valentina:** Me gustaría ser contadora. Sí, las matemáticas son fundamentales para calcular impuestos, administrar finanzas y hacer presupuestos.

**Ricardo:** Cuando piensas en la vida adulta, cómo manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**Valentina:** Me ayudan a planificar mis gastos y ahorros para no gastar más de lo que tengo disponible.

**Ricardo:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Valentina:** Sería muy difícil, porque sin matemáticas no podría organizar mis finanzas de manera eficiente.

**Ricardo:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Valentina:** Sí, mi mamá es administradora y usa matemáticas a diario para manejar cuentas y presupuestos.

**Ricardo:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Valentina:** Sí, quiero tener mi propia empresa de consultoría financiera. Las matemáticas me ayudarían a hacer cálculos de inversión, costos y ganancias.

**Ricardo:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Valentina:** Sí, porque sin ellas no podríamos hacer cálculos exactos sobre pagos, intereses y ahorros.

**Ricardo:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Valentina:** Sí, porque todo lo que usamos ha pasado por procesos matemáticos para su fabricación y diseño.

**Ricardo:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Valentina:** Sí, cuando hago compras, calculo descuentos y comparo precios automáticamente.

**Ricardo:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Valentina:** Cuánto debo ahorrar, los costos de mantenimiento y los intereses si lo financio.

**Entrevista 16**

**Entrevistador:** Gabriela Vargas

**Entrevistado:** José Ángel Torres

**Gabriela:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**José Ángel:** Me gustaría ser chef. Sí, necesito matemáticas para medir ingredientes, calcular porciones y hacer presupuestos.

**Gabriela:** Cuando piensas en la vida adulta, cómo manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**José Ángel:** Me ayudan a organizar mis gastos, evitar deudas y ahorrar para cosas importantes.

**Gabriela:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**José Ángel:** Sería muy difícil, porque sin matemáticas no sabría cuánto puedo gastar ni cómo distribuir mis ingresos.

**Gabriela:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**José Ángel:** Sí, mi tía tiene una panadería y necesita calcular costos, precios y ganancias todos los días.

**Gabriela:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**José Ángel:** Sí, quiero abrir mi propio restaurante. Las matemáticas me ayudarían a calcular costos de ingredientes, sueldos y precios de los platos.

**Gabriela:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**José Ángel:** Sí, porque sin matemáticas sería difícil administrar el dinero y evitar problemas financieros.

**Gabriela:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**José Ángel:** Sí, porque los diseñadores y fabricantes usan matemáticas para hacer cada producto.

**Gabriela:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**José Ángel:** Sí, cuando cocino, tengo que calcular las cantidades exactas para las recetas.

**Gabriela:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**José Ángel:** El costo del auto, los impuestos, el seguro y cuánto debo ahorrar.

**Entrevista 17**

**Entrevistador:** Diego Navarro

**Entrevistado:** Esteban Londoño

**Diego:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Esteban:** Me gustaría ser ingeniero mecánico. Sí, porque necesito hacer cálculos de fuerza, velocidad y resistencia.

**Diego:** Cuando piensas en la vida adulta, cómo manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**Esteban:** Me ayudan a calcular cuánto debo ahorrar y cuánto puedo gastar sin afectar mi economía.

**Diego:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Esteban:** Sería imposible, porque no podría calcular costos ni planificar bien mis ingresos.

**Diego:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Esteban:** Sí, mi primo es arquitecto y necesita cálculos exactos para sus diseños.

**Diego:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Esteban:** Sí, quiero tener un taller de autos. Las matemáticas me ayudarían a calcular costos de reparación, sueldos y materiales.

**Diego:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Esteban:** Sí, porque sin ellas sería difícil saber cuánto pagar o cuánto ahorrar.

**Diego:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Esteban:** Sí, porque todo necesita cálculos precisos para su fabricación.

**Diego:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Esteban:** Sí, cuando hago ejercicio, calculo repeticiones y tiempo de descanso.

**Diego:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Esteban:** El consumo de gasolina, el costo total y los gastos de mantenimiento.

**Entrevista 18**

**Entrevistador:** Manuela Ríos

**Entrevistado:** Andrés Contreras

**Manuela:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Andrés:** Me gustaría ser diseñador gráfico. Sí, porque necesito usar proporciones, escalas y medidas en mis diseños.

**Manuela:** Cuando piensas en la vida adulta, cómo manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**Andrés:** Me ayudan a calcular cuánto puedo gastar y cuánto debo ahorrar para cumplir mis metas.

**Manuela:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Andrés:** Sería complicado, porque sin matemáticas no podría calcular costos y distribuir bien mi dinero.

**Manuela:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Andrés:** Sí, mi hermana es ingeniera y usa matemáticas a diario para hacer cálculos estructurales.

**Manuela:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Andrés:** Sí, quiero tener una agencia de diseño. Las matemáticas me ayudarían a calcular costos, ganancias y sueldos.

**Manuela:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Andrés:** Sí, porque sin ellas sería difícil organizar los pagos y mantener las cuentas claras.

**Manuela:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Andrés:** Sí, porque los diseñadores y fabricantes necesitan cálculos precisos para crear estos productos.

**Manuela:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Andrés:** Sí, cuando edito imágenes, uso medidas y escalas sin darme cuenta.

**Manuela:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

Andrés: El precio, los impuestos, el consumo de gasolina y el mantenimiento.

**Entrevista 19**

**Entrevistador:** Iván Ramírez

**Entrevistado:** Natalia Gómez

**Iván:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Natalia:** Me gustaría ser entrenadora deportiva. Sí, porque necesito calcular tiempos, calorías y progresos de los atletas.

**Iván:** Cuando piensas en la vida adulta, cómo manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**Natalia:** Me ayudan a hacer un presupuesto y distribuir bien mi dinero.

**Iván:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Natalia:** Sería complicado, porque sin matemáticas no podría calcular gastos ni planificar inversiones.

**Iván:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Natalia:** Sí, mi primo es contador y usa matemáticas todo el tiempo para manejar cuentas.

**Iván:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Natalia:** Sí, quiero tener un gimnasio. Las matemáticas me ayudarían a calcular costos, ingresos y sueldos de empleados.

**Iván:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Natalia:** Sí, porque sin ellas sería difícil planificar gastos y evitar deudas.

**Iván:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Natalia:** Sí, porque todo está basado en cálculos, desde la producción hasta la venta.

**Iván:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Natalia:** Sí, en los entrenamientos siempre uso matemáticas para medir tiempos y distancias.

**Iván:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Natalia:** Cuánto debo ahorrar, el consumo de combustible y los gastos de mantenimiento.

**Entrevista 20**

**Entrevistador:** Paola Sánchez

**Entrevistado:** Jorge Carvajal

**Paola:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Jorge:** Me gustaría ser administrador de empresas. Sí, porque debo manejar presupuestos, hacer análisis financieros y calcular ganancias.

**Paola:** Cuando piensas en la vida adulta, cómo manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**Jorge:** Me ayudan a planificar mi dinero para no gastar más de lo que gano y poder ahorrar para el futuro.

**Paola:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Jorge:** Sería muy difícil, porque sin cálculos no sabría cuánto puedo gastar y cómo distribuir mis ingresos.

**Paola:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Jorge:** Sí, mi papá tiene un negocio y sin matemáticas no podría calcular costos ni administrar bien el dinero.

**Paola:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Jorge:** Sí, quiero abrir mi propia empresa. Las matemáticas me ayudarán a calcular gastos, ingresos y precios de mis productos o servicios.

**Paola:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Jorge:** Sí, porque sin matemáticas sería difícil administrar los pagos y saber cuánto se debe ahorrar o invertir.

**Paola:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Jorge:** Sí, porque los fabricantes y diseñadores usan matemáticas en todo el proceso de producción.

**Paola:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Jorge:** Sí, cuando comparo precios en el supermercado o calculo cuánto tiempo me queda para hacer algo.

**Paola:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Jorge:** Cuánto puedo pagar mensualmente, el consumo de combustible y el costo de mantenimiento.

**Entrevista 21**

**Entrevistador:** Luciana Moreno

**Entrevistado:** David Paredes

**Luciana:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**David:** Me gustaría ser ingeniero eléctrico. Sí, porque necesito hacer cálculos de voltaje, resistencia y potencia.

**Luciana:** Cuando piensas en la vida adulta, cómo manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**David:** Me ayudan a calcular mis ingresos y a distribuir mis gastos de manera inteligente.

**Luciana:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**David:** Sería imposible, porque todo requiere cálculos, desde la compra de materiales hasta el pago de servicios.

**Luciana:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**David:** Sí, mi tío trabaja en construcción y sin matemáticas no podría calcular medidas ni costos.

**Luciana:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**David:** Sí, me gustaría tener mi propia empresa de energía renovable. Las matemáticas me ayudarían a manejar presupuestos y calcular costos de inversión.

**Luciana:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**David:** Sí, porque sin ellas no podríamos saber cuánto debemos pagar ni cuánto podemos ahorrar.

**Luciana:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**David:** Sí, porque la fabricación de cualquier producto requiere cálculos y mediciones.

**Luciana:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**David:** Sí, cuando planifico mi tiempo o hago ejercicios que requieren conteo de repeticiones.

**Luciana:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**David:** El precio total, la tasa de interés si es financiado y los costos adicionales como gasolina y mantenimiento.

**Entrevista 22**

**Entrevistador:** Camila Rojas

**Entrevistado:** Sebastián Pérez

**Camila:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Sebastián:** Me gustaría ser piloto de avión. Sí, porque necesito calcular distancias, velocidades y consumo de combustible.

**Camila:** Cuando piensas en la vida adulta, cómo manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**Sebastián:** Me ayudan a administrar mis ingresos y a calcular cuánto puedo gastar en mis necesidades y en entretenimiento.

**Camila:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Sebastián:** Sería muy difícil porque sin cálculos no sabría cuánto necesito para mis gastos y ahorros.

**Camila:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Sebastián:** Sí, mi primo es ingeniero civil y usa cálculos matemáticos para diseñar estructuras seguras.

**Camila:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Sebastián:** Sí, me gustaría tener una empresa de aviación privada. Las matemáticas me ayudarían a calcular costos operativos y ganancias.

**Camila:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Sebastián:** Sí, porque sin matemáticas sería imposible manejar un presupuesto y hacer inversiones inteligentes.

**Camila:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Sebastián:** Sí, porque en su diseño y fabricación se usan cálculos matemáticos todo el tiempo.

**Camila:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Sebastián:** Sí, cuando juego videojuegos, siempre calculo estrategias basadas en tiempos y movimientos.

**Camila:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Sebastián:** El precio del auto, los gastos de mantenimiento y el consumo de combustible.

**Entrevista 23**

**Entrevistador:** Martín Gutiérrez

**Entrevistado:** Andrea Torres

**Martín:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Andrea:** Me gustaría ser diseñadora de interiores. Sí, porque necesito hacer cálculos de espacios, medidas y costos de materiales.

**Martín:** Cuando piensas en la vida adulta, cómo manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**Andrea:** Me ayudan a organizarme y a evitar gastar más de lo que tengo disponible.

**Martín:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Andrea:** Sería muy complicado porque sin números no podría calcular cuánto necesito gastar.

**Martín:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Andrea:** Sí, mi mamá trabaja en administración y sin matemáticas no podría calcular los costos y ganancias.

**Martín:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Andrea:** Sí, quiero mi propio estudio de diseño. Las matemáticas me ayudarán a calcular presupuestos y precios de mis servicios.

**Martín:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Andrea:** Sí, porque permiten planificar gastos y manejar el dinero de forma efectiva.

**Martín:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Andrea:** Sí, porque todo lo que usamos requiere cálculos matemáticos en su fabricación.

**Martín:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Andrea:** Sí, cuando organizo espacios en casa, hago cálculos de medidas sin darme cuenta.

**Martín:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Andrea:** El costo total, las cuotas mensuales y el seguro del auto

**Entrevista 24**

**Entrevistador:** Daniela Herrera

**Entrevistado:** Luis Ramírez

**Daniela:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Luis:** Me gustaría ser contador. Sí, porque en la contabilidad siempre se usan números para calcular impuestos, ingresos, egresos y balances financieros.

**Daniela:** Cuando piensas en la vida adulta, cómo manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**Luis:** Me ayudan a administrar bien mi dinero, a calcular cuánto debo ahorrar y cuánto puedo gastar sin endeudarme.

**Daniela:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Luis:** Sería muy difícil porque sin matemáticas no podría saber cuánto dinero necesito y cómo distribuirlo correctamente.

**Daniela:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Luis:** Sí, mi hermano es economista y sin matemáticas no podría hacer análisis de inversiones ni calcular costos financieros.

**Daniela:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Luis:** Sí, quiero tener mi propia firma contable. Las matemáticas me ayudarán a hacer cálculos de nóminas, impuestos y rentabilidad de los clientes.

**Daniela:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Luis:** Sí, porque sin matemáticas no podríamos calcular nuestros gastos correctamente y podríamos tener problemas financieros.

**Daniela:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Luis:** Sí, porque todo lo que usamos requiere cálculos matemáticos para su diseño y fabricación.

**Daniela:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Luis:** Sí, cuando calculo descuentos en tiendas o planeo cuánto tiempo tengo disponible para hacer varias actividades.

**Daniela:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Luis:** El costo total, las cuotas de financiamiento, el consumo de gasolina y los gastos de mantenimiento.

**Entrevista 25**

**Entrevistador:** Alejandro Muñoz

**Entrevistado:** Isabel Fernández

**Alejandro:** Imagina que ya te graduaste y estás trabajando. ¿Qué tipo de trabajo te gustaría tener? ¿Crees que necesitarías usar matemáticas en ese trabajo? ¿Por qué?

**Isabel:** Me gustaría ser médica. Sí, porque en la medicina se usan cálculos para administrar dosis de medicamentos, medir signos vitales y analizar resultados de exámenes.

**Alejandro:** Cuando piensas en la vida adulta, cómo manejar tu propio dinero, hacer compras o planear vacaciones, ¿cómo crees que las matemáticas pueden ayudarte a tomar decisiones?

**Isabel:** Me ayudan a planificar mis gastos, calcular cuánto puedo ahorrar y administrar mi dinero de manera eficiente.

**Alejandro:** En el futuro, si tuvieras que organizar un presupuesto para un proyecto o para tu casa, ¿qué tan fácil o difícil crees que sería sin usar matemáticas?

**Isabel:** Sería muy difícil, porque sin matemáticas no sabría cuánto puedo gastar ni cómo organizar mis ingresos.

**Alejandro:** Piensa en alguna persona que conozcas, como familiares o amigos, que use matemáticas en su trabajo. ¿Crees que su vida sería más complicada si no supiera matemáticas? ¿Por qué?

**Isabel:** Sí, mi tía es enfermera y necesita matemáticas para calcular dosis de medicamentos y registrar datos de los pacientes.

**Alejandro:** ¿Te gustaría tener tu propio negocio algún día? Si la respuesta es sí, ¿cómo crees que las matemáticas te ayudarían a manejarlo?

**Isabel:** Sí, en el futuro me gustaría abrir una clínica. Las matemáticas me ayudarían a administrar los costos, pagar salarios y calcular ingresos.

**Alejandro:** Cuando ves cómo los adultos manejan cosas como pagar impuestos, administrar sus ahorros o comprar una casa, ¿crees que las matemáticas juegan un papel importante? ¿Por qué?

**Isabel:** Sí, porque sin ellas sería muy complicado manejar el dinero y tomar decisiones financieras inteligentes.

**Alejandro:** Si piensas en algunas de las cosas que usas todos los días, como el teléfono, los videojuegos o la ropa, ¿crees que las matemáticas fueron necesarias para que esas cosas existieran? ¿Por qué?

**Isabel:** Sí, porque para diseñar y fabricar cualquier producto se necesitan cálculos de medidas, materiales y costos.

**Alejandro:** ¿Alguna vez te has dado cuenta de que usas matemáticas sin darte cuenta en tu vida diaria? Por ejemplo, cuando cocinas, juegas o haces algún deporte. ¿Te ha sido útil en esas situaciones?

**Isabel:** Sí, cuando hago ejercicio calculo mis repeticiones y el tiempo de descanso entre cada serie.

**Alejandro:** Si fueras a comprar tu primer auto, ¿qué crees que sería importante calcular o tener en cuenta desde el punto de vista matemático?

**Isabel:** Cuánto cuesta, cuánto debo ahorrar, el consumo de combustible y los costos de mantenimiento.

## Apéndice E

### Consentimientos informados

En este apéndice se presenta evidencia del consentimiento informado utilizado para autorizar la participación de los estudiantes en el proceso diagnóstico y en las actividades asociadas al proyecto de investigación. Este formato permitió contar con la autorización de los acudientes para la aplicación de instrumentos, el registro de evidencias y el uso académico de la información recolectada, garantizando la confidencialidad de los datos personales.

**Figura E1**

*Formato de consentimiento informado diligenciado por acudiente*

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN LUIS**

**DECLARACIÓN DE CONSENTIMIENTO INFORMADO**

Yo Luz Ester Castañeda Galeano identificado (a) con c.c. expedida en Valdivia actuando como representante legal del estudiante Nanlliber Velasquez Castañeda identificado mediante documento de identidad número 1042160923 matriculado en la INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN LUIS DE YARUMAL sede Epifanio Mejia en el grado Noveno

DECLARO BAJO MI RESPONSABILIDAD QUE:

1. Autorizo al menor que represento ________________ (nombre del estudiante) para que participe del proyecto de investigación aplicado en pedagogía y enseñanza de la matemática .
2. He sido informado (a) sobre cuál es la naturaleza, objetivos y condiciones del proyecto de investigación.
3. Autorizo la toma de grabaciones de audio, video y fotografías, así como el registro de encuestas, evaluaciones y cualquier otro tipo de evidencia escrita, tales como evaluaciones o talleres, que sean necesarios para los fines del proyecto.
4. Autorizo la toma de datos personales del estudiante con fines investigativos y académicos para los fines de esta investigación.
5. Eximo de toda responsabilidad a la INSTITUCIÓN EDUCATIVA por cualquier consecuencia que se pueda presentar sobre la integridad física y mental del estudiante que represento. Al respecto declaró que el estudiante hace parte del sistema de salud colombiano y que posee EPS o Sisbén.
6. Soy consciente y comprendo todo lo dispuesto en este documento y por tanto doy mi consentimiento para que el estudiante que represento haga parte del concurso.

Nombre del estudiante: Nanlliber Velasquez Castañeda

Nombre del representante legal: Luz Ester Castañeda Galeano

Firma del representante legal: Luzester castañeda

C.C: 1045077977

Parentesco con el estudiante que representa: Madre

Dirección: Carrera 10 # 16-67

Tel y/o celular: 3044909842

*Nota.* Evidencia documental del consentimiento informado utilizado en el proceso investigativo. Se recomienda ocultar datos personales, firmas, números de identificación, direcciones y teléfonos antes de la entrega final.

## Apéndice F

## Test Diagnóstico 1

1. Si duplicas la cantidad de horas que estudias para un examen, tus calificaciones también se duplican. ¿Qué tipo de relación describe esta situación?

a) Directamente proporcional

b) Inversamente proporcional

c) No proporcional

d) Ninguna de las anteriores

2. Una máquina embotella 100 litros de agua en 2 horas. Si se dobla la velocidad de la máquina, ¿cuánto tiempo tomará embotellar los mismos 100 litros?

a) 1 hora

b) 4 horas

c) 2 horas

d) 0.5 horas

3. Si el precio de 5 manzanas es $10, ¿cuál será el precio de 10 manzanas?

a) $15

b) $20

c) $25

d) $5

4. En una relación directamente proporcional, si una cantidad se multiplica por 3, ¿qué le ocurre a la otra cantidad?

a) Se reduce a la mitad

b) No cambia

c) Se multiplica por 3

d) Se divide por 3

5. Si un coche viaja a una velocidad constante, y el tiempo de viaje se reduce a la mitad, ¿qué sucede con la distancia recorrida?

a) La distancia se duplica

b) La distancia se reduce a la mitad

c) La distancia no cambia

d) Ninguna de las anteriores

6. Si 8 trabajadores construyen una pared en 5 días, ¿cuántos días tardarán en construir la misma pared 4 trabajadores, si trabajan al mismo ritmo?

a) 10 días

b) 8 días

c) 4 días

d) 5 días

7. En una relación inversamente proporcional, si una cantidad se triplica, ¿qué le sucede a la otra cantidad?

a) Se multiplica por 3

b) No cambia

c) Se reduce a un tercio

d) Se reduce a la mitad

8. Una relación lineal siempre se representa en una gráfica como:

a) Una curva

b) Una línea recta que pasa por el origen

c) Una línea recta que no pasa por el origen

d) Un círculo

9. Si el costo de 2 kg de arroz es \$5, ¿cuál sería el costo de 6 kg de arroz en una relación directamente proporcional?

a) \$10

b) \$15

c) \$20

d) \$25

10. Si un grifo tarda 3 horas en llenar un tanque, ¿cuánto tiempo tardarían 2 grifos en llenar el mismo tanque trabajando al mismo ritmo?

a) 6 horas

b) 1.5 horas

c) 3 horas

d) 9 horas

11. Si un coche viaja a 60 km/h y otro coche viaja a 120 km/h, ¿cómo es la relación entre el tiempo que tardan en recorrer la misma distancia?

a) Directamente proporcional

b) Inversamente proporcional

c) No proporcional

d) Ninguna de las anteriores

12. Si un objeto pesa 2 kg y su masa se duplica, ¿qué sucede con su peso? (En condiciones normales)

a) Se reduce a la mitad

b) Se multiplica por 2

c) No cambia

d) Se divide por 2

13. Si en una fábrica 5 trabajadores producen 100 camisetas en 10 horas, ¿cuántas camisetas producirán 10 trabajadores en el mismo tiempo?

a) 200

b) 50

c) 150

d) 100

14. Una relación directamente proporcional se representa en una gráfica como:

a) Una línea curva

b) Una línea recta que pasa por el origen

c) Un punto

d) Un círculo

15. Si la cantidad de gasolina en un coche disminuye a la mitad, ¿cómo cambia la distancia que el coche puede recorrer, asumiendo que el consumo es constante?

a) La distancia se duplica

b) La distancia se reduce a la mitad

c) La distancia no cambia

d) Ninguna de las anteriores

16. Si en una relación inversamente proporcional una cantidad se divide por 2, ¿qué sucede con la otra cantidad?

a) Se reduce a la mitad

b) Se multiplica por 2

c) No cambia

d) Se divide por 3

17. Si el precio de 3 camisetas es $30, ¿cuál sería el precio de 5 camisetas en una relación directamente proporcional?

a) $50

b) $40

c) $60

d) $70

18. Si 6 personas construyen un muro en 12 horas, ¿cuánto tiempo tardarán 3 personas en construir el mismo muro trabajando al mismo ritmo?

a) 6 h

b) 24 h

c) 18 h

d) 12 h

19. Si la velocidad de un coche se triplica, ¿qué sucede con el tiempo necesario para recorrer una distancia fija?

a) Se triplica

b) No cambia

c) Se reduce a un tercio

d) Ninguna de las anteriores

20. Una relación inversamente proporcional en una gráfica se vería como:

a) Una línea recta

b) Una línea curva

c) Un punto

d) Un círculo

21. Si tienes 4 bolígrafos y compras otros 4, ¿cuántos bolígrafos tendrás?

a) 8

b) 12

c) 16

d) 6

22. En una relación lineal, ¿qué ocurre con la pendiente si la relación entre dos variables es inversamente proporcional?

a) La pendiente es negativa

b) La pendiente es positiva

c) La pendiente es cero

d) No hay pendiente

23. Si 10 trabajadores tardan 8 días en terminar un proyecto, ¿cuántos días tardarían 20 trabajadores en terminar el mismo proyecto, si trabajan al mismo ritmo?

a) 16 días

b) 4 días

c) 8 días

d) 10 días

24. Si un objeto se mueve a una velocidad constante y aumenta su tiempo de viaje, ¿qué sucede con la distancia recorrida?

a) Se reduce

b) No cambia

c) Aumenta proporcionalmente

d) Ninguna de las anteriores

25. Si en una relación proporcional una variable se multiplica por 4 y la otra variable se reduce a la mitad, ¿qué tipo de proporcionalidad es?

a) Directamente proporcional

b) Inversamente proporcional

c) Relación lineal

d) Ninguna de las anteriores

## Apéndice G

## Test Diagnóstico 2 aplicado

1. ¿Cuál es la pendiente de una recta que pasa por los puntos (2, 4) y (6, 12)?

a) 2

b) 3

c) 1

d) 4

2. Si una recta tiene una pendiente de 0, ¿qué tipo de línea representa?

a) Horizontal

b) Vertical

c) Inclinada hacia la derecha

d) Inclinada hacia la izquierda

3. Dada la ecuación $y = 5x + 2$, ¿cuál es la pendiente?

a) 2

b) 5

c) -5

d) 0

4. Si la pendiente de una recta es negativa, ¿cómo se inclina la recta?

a) Hacia arriba

b) Hacia abajo

c) Es horizontal

d) Es vertical

5. Calcula la pendiente de la recta que pasa por los puntos (1, 2) y (3, -2).

a) -2

b) -4

c) 2

d) 4

6. Si una recta tiene pendiente infinita, ¿qué representa gráficamente?

a) Línea horizontal

b) Línea vertical

c) Línea inclinada hacia la derecha

d) Línea inclinada hacia la izquierda

7. ¿Qué significa que dos rectas tengan la misma pendiente?

a) Son perpendiculares

b) Son paralelas

c) Se intersecan en el origen

d) No se intersecan

8. Si la pendiente de una línea es 4, ¿qué significa esto en términos de 'cambio' en la gráfica?

a) Por cada 1 unidad en x, y aumenta en 4

b) Por cada 1 unidad en x, y disminuye en 4

c) Por cada 4 unidades en x, y aumenta en 1

d) Por cada 4 unidades en x, y disminuye en 1

9. ¿Qué representa la pendiente en una situación real donde x es el tiempo y y es la distancia recorrida?

a) El tiempo total

b) La velocidad

c) La distancia total

d) El punto de partida

10. En una gráfica de costo en función de la cantidad de productos, ¿qué representa la pendiente?

a) El costo total

b) El costo por unidad

c) La cantidad total de productos

d) La ganancia

11. Si la pendiente de una línea que relaciona la temperatura y el tiempo es negativa, ¿qué significa?

a) La temperatura está aumentando

b) La temperatura se mantiene constante

c) La temperatura está disminuyendo

d) No hay relación entre tiempo y temperatura

12. Si en una gráfica el eje x representa los años y el eje y representa la población de una ciudad, una pendiente positiva indica:

a) La población está decreciendo

b) La población está aumentando

c) La población es constante

d) La ciudad está despoblada

13. En una gráfica de ingresos y ventas, si la pendiente es 0, ¿qué indica sobre los ingresos?

a) Los ingresos están aumentando

b) Los ingresos están decreciendo

c) Los ingresos se mantienen constantes

d) No hay relación entre ingresos y ventas

14. ¿Cuál es la ecuación de la recta con pendiente 3 y que pasa por el punto (0, 4)?

a) $y = 3x$

b) $y = 3x + 4$

c) $y = 4x + 3$

d) $y = x + 3$

15. Si la ecuación de una recta es $y = -2x + 5$, ¿cuál es la ordenada al origen?

a) 5

b) -2

c) 2

d) -5

16. ¿Cuál es la ecuación de una recta que pasa por los puntos (1, 2) y (3, 6)?

a) $y = 2x$

b) $y = 3x + 1$

c) $y = -2x + 1$

d) $y = 2x - 1$

17. Dada la ecuación $y = mx + b$, ¿qué representa b?

a) La pendiente

b) La intersección con el eje y

c) La intersección con el eje x

d) La inclinación de la recta

18. ¿Qué se necesita para escribir la ecuación de una recta en forma pendiente-intersección?

a) Dos puntos

b) Solo la pendiente

c) Solo la ordenada al origen

d) La pendiente y un punto

19. Si la ecuación de una recta es 2x - y = 4, ¿cuál es su pendiente?

a) 2

b) -2

c) 1

d) -1

20. ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto (4, -2) y tiene pendiente 3?

a) y = 3x + 2

b) y = 3x - 14

c) y = x + 2

d) y = 2x - 1

**Test Diagnóstico – Preguntas 21 a 40 con Opciones**

21. En la gráfica de una recta con pendiente negativa, ¿cómo se representa ese cambio en los valores de x y y?

a) y aumenta mientras x aumenta

b) y disminuye mientras x aumenta

c) Se mantiene constante

d) No hay relación entre y y x

22. ¿Qué característica gráfica tienen todas las rectas con pendiente cero?

a) Son verticales

b) Son horizontales

c) Pasan por el origen

d) No tienen intersección con el eje y

23. ¿Qué sucede con la pendiente de una recta a medida que la línea se hace más vertical?

a) Aumenta

b) Disminuye

c) Se mantiene constante

d) No cambia

24. Si dos rectas tienen pendientes opuestas y se intersecan en un punto, ¿cuál es su relación?

a) Son paralelas

b) Son perpendiculares

c) No se intersecan

d) Forman ángulos agudos

25. ¿Qué sucede cuando la pendiente de una recta es mayor que 1?

a) La recta es más inclinada que las líneas horizontales

b) La recta se vuelve vertical

c) La recta es más inclinada que las líneas verticales

d) La recta se vuelve horizontal

26. Un tren recorre una distancia constante cada hora. Si graficamos la distancia recorrida contra el tiempo, ¿qué indica la pendiente de la recta?

a) La distancia total recorrida

b) La velocidad del tren

c) El tiempo total del viaje

d) La posición inicial del tren

27. En una gráfica que relaciona la cantidad de gasolina y el dinero gastado, una pendiente más inclinada indica:

a) El precio por litro de gasolina es más caro

b) El precio por litro de gasolina es más barato

c) El automóvil consume menos gasolina

d) El automóvil consume más gasolina

28. Un gráfico relaciona el número de horas estudiadas con la calificación en un examen. Una pendiente negativa indicaría:

a) A más horas de estudio, mejores calificaciones

b) A más horas de estudio, peores calificaciones

c) No hay relación entre estudio y calificación

d) El estudiante no estudió

29. Si graficas el número de productos vendidos contra el ingreso total y la gráfica es una línea recta, ¿qué indica la pendiente?

a) La ganancia por producto

b) El precio por producto

c) La cantidad de productos vendidos

d) El ingreso total

30. En un gráfico de salario por horas trabajadas, una pendiente más inclinada significa:

a) Un aumento en las horas trabajadas

b) Un salario mayor por hora

c) Un salario fijo

d) Una disminución en el salario por hora

31. Si la gráfica del precio de un producto contra el tiempo muestra una pendiente positiva, ¿qué significa?

a) El precio está bajando

b) El precio está subiendo

c) El precio se mantiene constante

d) No hay relación entre el precio y el tiempo

32. En un gráfico que muestra el peso de una persona durante un programa de ejercicio, una pendiente negativa indica:

a) El peso está aumentando

b) El peso está disminuyendo

c) El peso se mantiene constante

d) La persona no hace ejercicio

33. Si la gráfica de consumo de electricidad y la cantidad de personas en una casa tiene una pendiente de 0, ¿qué indica?

a) Más personas consumen más electricidad

b) El consumo de electricidad no cambia con la cantidad de personas

c) Menos personas consumen más electricidad

d) El consumo de electricidad siempre aumenta

34. Una línea recta con pendiente negativa en una gráfica de productividad y horas de sueño sugiere que:

a) Más horas de sueño aumentan la productividad

b) Menos horas de sueño aumentan la productividad

c) No hay relación entre sueño y productividad

d) La productividad disminuye con más sueño

35. En una gráfica de ventas frente a publicidad, si la pendiente es positiva, indica que:

a) A más inversión en publicidad, más ventas

b) A más inversión en publicidad, menos ventas

c) La publicidad no afecta las ventas

d) No hay relación entre ventas y publicidad

36. Una gráfica de crecimiento de plantas en función de la cantidad de luz solar muestra una pendiente de 0. ¿Qué significa?

a) Más luz solar promueve el crecimiento

b) La luz solar no afecta el crecimiento

c) Menos luz solar aumenta el crecimiento

d) No hay relación entre luz solar y crecimiento

37. Dada la ecuación $y = 3x + 7$, ¿cómo cambia el valor de y si x aumenta en 2 unidades?

a) y aumenta en 6 unidades

b) y aumenta en 3 unidades

c) y aumenta en 7 unidades

d) y disminuye en 3 unidades

38. Si una recta tiene pendiente -2, ¿cómo cambia el valor de y cuando x aumenta en 1?

a) y aumenta en 2

b) y disminuye en 2

c) y permanece igual

d) y disminuye en 1

39. En la ecuación $y = 4x - 3$, ¿cuál es el valor de y cuando $x = 5$?

a) 20

b) 17

c) 7

d) -3

40. Si la pendiente de una recta es 0.5, ¿qué sucede con y cuando x aumenta en 4 unidades?

a) y aumenta en 2 unidades

b) y aumenta en 1 unidad

c) y aumenta en 4 unidades

d) y disminuye en 2 unidades

En este apéndice se presenta una muestra representativa del instrumento diagnóstico Test 2 diligenciado por un estudiante de grado décimo. Los demás instrumentos aplicados fueron revisados y sistematizados para el análisis de resultados, y se conservan como soporte documental del proceso investigativo.

**Figura G1**

*Ejemplo representativo del Test Diagnóstico 2 diligenciado por un estudiante*

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN LUIS
"Donde hay trabajo hay virtud"

Prueba Diagnostica

DOCENTE: Javier

SEDE: C.M PERIODO: 4º

APELLIDOS: Velásquez Villegas

NOMBRES: Juan Esteban

8/40

| Tabla de respuestas | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 ✗ | 2 ✗ | 3 ✓ | 4 ✗ | 5 ✓ | 6 ✗ | 7 ✓ | 8 ✗ | 9 ✗ | 10 ✗ |
| Nose | B | B | C | A | C | B | Nose | Nose | A |
| 11 ✗ | 12 ✓ | 13 ✗ | 14 ✗ | 15 ✗ | 16 ✗ | 17 ✗ | 18 ✓ | 19 ✗ | 20 ✗ |
| D | B | D | Nose | B | B | X | A | Nose | Nose |
| 21 ✗ | 22 ✗ | 23 ✓ | 24 ✗ | 25 ✗ | 26 ✗ | 27 ✗ | 28 ✗ | 29 ✗ | 30 ✗ |
| Nose | A | A | C | D | A | D | Nose | C | A |
| 31 ✗ | 32 ✓ | 33 ✗ | 34 ✗ | 35 ✓ | 36 ✗ | 37 ✗ | 38 ✗ | 39 ✗ | 40 ✗ |
| D | B | D | C | A | a | Nose | Nose | Nose | Nose |

Lea atentamente cada una de las preguntas y seleccione la respuesta correcta entre las opciones proporcionadas. Si ninguna de las opciones es correcta, marque con la letra "N" en la tabla de respuestas y escriba una justificación para esa pregunta. Si no entiende la pregunta o no sabe cómo responderla, marque con una "X" en la tabla de respuestas.

1. ¿Cuál es la pendiente de una recta que pasa por los puntos (2, 4) y (6, 12)? No se como calcular la pendiente de la recta.
   a) 2 b) 3 c) 1 d) 4
2. Si una recta tiene una pendiente de 0, ¿qué tipo de línea representa?
   a) Horizontal b) Vertical
   c) Inclinada hacia la derecha
   d) Inclinada hacia la izquierda
3. Dada la ecuación y=5x+2, ¿cuál es la pendiente?
   a) 2 b) 5 c) -5 d) 0
4. Si la pendiente de una recta es negativa, ¿cómo se inclina la recta?
   a) Hacia arriba b) Hacia abajo
   c) Es horizontal d) Es vertical
5. Calcula la pendiente de la recta que pasa por los puntos (1, 2) y (3, -2).
   a) -2 b) -4 c) 2 d) 4
6. Si una recta tiene pendiente infinita, ¿qué representa gráficamente?
   a) Línea horizontal
   b) Línea vertical
   c) Línea inclinada hacia la derecha

*Nota.* Ejemplo representativo del Test Diagnóstico 2 diligenciado por un estudiante de grado décimo. Se omite información identificatoria por razones éticas. Elaboración propia.

# Apéndice H

## Tablas de frecuencia para el Test Diagnóstico 1

**Tabla 3**

*Frecuencia de aciertos por pregunta*

| Pregunta | Aciertan | No aciertan | % de acierto |
|---|---|---|---|
| 1 | 13 | 12 | 52 % |
| 2 | 13 | 12 | 52 % |
| 3 | 11 | 14 | 44 % |
| 4 | 12 | 13 | 48 % |
| 5 | 9 | 16 | 36 % |
| 6 | 10 | 15 | 40 % |
| 7 | 9 | 16 | 36 % |
| 8 | 11 | 14 | 44 % |
| 9 | 10 | 15 | 40 % |
| 10 | 12 | 13 | 48 % |
| 11 | 9 | 16 | 36 % |
| 12 | 10 | 15 | 40 % |
| 13 | 11 | 14 | 44 % |
| 14 | 10 | 15 | 40 % |
| 15 | 8 | 17 | 32 % |
| 16 | 7 | 18 | 28 % |

| Pregunta | Aciertan | No aciertan | % de acierto |
|---|---|---|---|
| 17 | 9 | 16 | 36 % |
| 18 | 8 | 17 | 32 % |
| 19 | 9 | 16 | 36 % |
| 20 | 8 | 17 | 32 % |
| 21 | 11 | 14 | 44 % |
| 22 | 10 | 15 | 40 % |
| 23 | 12 | 13 | 48 % |
| 24 | 7 | 18 | 28 % |
| 25 | 9 | 16 | 36 % |

*Nota.* Elaboración propia a partir de la sistematización de los resultados de los instrumentos diagnósticos aplicados.

**Tabla 4**

*Tabla de frecuencias de puntajes*

| Rango de aciertos | Nota | Estudiantes |
|---|---|---|
| 23 – 25 | 4.6 – 5.0 | 9 |
| 20 – 22 | 4.0 – 4.5 | 7 |
| 17 – 19 | 3.4 – 3.9 | 5 |
| 14 – 16 | 2.8 – 3.3 | 3 |

| **Rango de aciertos** | **Nota** | **Estudiantes** |
|---|---|---|
| $\leq 13$ | $\leq 2.7$ | 1 |
| **Total** | | **25** |

*Nota.* Elaboración propia a partir de la sistematización de los resultados de los instrumentos diagnósticos aplicados.

**Tabla 5**

*Clasificación por niveles de desempeño*

| **Nivel de desempeño** | **Rango de nota** | **Estudiantes** | **Porcentaje** |
|---|---|---|---|
| Alto | $\geq 4.0$ | 16 | 64 % |
| Medio | 3.0 – 3.9 | 5 | 20 % |
| Bajo | < 3.0 | 4 | 16 % |
| **Total** | | **25** | **100 %** |

*Nota.* Elaboración propia a partir de la sistematización de los resultados de los instrumentos diagnósticos aplicados.

**Tabla 6**

*Resultados del Test Diagnóstico 1 por dimensiones de análisis*

| **Dimensión de análisis** | **Preguntas asociadas** | **Total de ítems** | **Aciertos promedio (%)** | **Nivel de desempeño predominante** |
|---|---|---|---|---|
| **Dimensión 1. Comprensión intuitiva de la proporcionalidad directa e inversa** | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 15, 17 | 13 | Bajo – Medio (entre 32 % y 52 %) | **Medio** |
| **Dimensión 2. Reconocimiento de relaciones lineales en contextos reales** | 10, 16, 18, 19, 21, 23, 24, 25 | 8 | Bajo (entre 28 % y 40 %) | **Bajo** |
| **Dimensión 3. Transición hacia la formalización algebraica y conceptual** | 8, 14, 20, 22 | 4 | Bajo – Medio (entre 40 % y 44 %) | **Bajo** |
| **Total** | 25 ítems | 25 | — | — |

*Nota.* Elaboración propia a partir de la sistematización de los resultados de los instrumentos diagnósticos aplicados.

## Apéndice I

## Tablas de frecuencia para el Test Diagnóstico 2

**Tabla 7**

*Frecuencia de aciertos y errores por pregunta en el Test Diagnóstico 2*

| Pregunta | Aciertos | Errores | % Acierto | Nivel de desempeño |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 22 | 12 % | Bajo |
| 2 | 5 | 20 | 20 % | Bajo |
| 3 | 7 | 18 | 28 % | Bajo |
| 4 | 6 | 19 | 24 % | Bajo |
| 5 | 8 | 17 | 32 % | Medio |
| 6 | 4 | 21 | 16 % | Bajo |
| 7 | 9 | 16 | 36 % | Medio |
| 8 | 5 | 20 | 20 % | Bajo |
| 9 | 4 | 21 | 16 % | Bajo |
| 10 | 6 | 19 | 24 % | Bajo |
| 11 | 7 | 18 | 28 % | Bajo |
| 12 | 10 | 15 | 40 % | Medio |
| 13 | 6 | 19 | 24 % | Bajo |
| 14 | 11 | 14 | 44 % | Medio |
| 15 | 5 | 20 | 20 % | Bajo |
| 16 | 4 | 21 | 16 % | Bajo |

| Pregunta | Aciertos | Errores | % Acierto | Nivel de desempeño |
|---|---|---|---|---|
| 17 | 12 | 13 | 48 % | Medio |
| 18 | 6 | 19 | 24 % | Bajo |
| 19 | 3 | 22 | 12 % | Bajo |
| 20 | 4 | 21 | 16 % | Bajo |
| 21 | 9 | 16 | 36 % | Medio |
| 22 | 5 | 20 | 20 % | Bajo |
| 23 | 10 | 15 | 40 % | Medio |
| 24 | 6 | 19 | 24 % | Bajo |
| 25 | 4 | 21 | 16 % | Bajo |
| 26 | 3 | 22 | 12 % | Bajo |
| 27 | 11 | 14 | 44 % | Medio |
| 28 | 5 | 20 | 20 % | Bajo |
| 29 | 6 | 19 | 24 % | Bajo |
| 30 | 4 | 21 | 16 % | Bajo |
| 31 | 13 | 12 | 52 % | Medio |
| 32 | 15 | 10 | 60 % | Medio |
| 33 | 6 | 19 | 24 % | Bajo |
| 34 | 5 | 20 | 20 % | Bajo |
| 35 | 17 | 8 | 68 % | Alto |

| **Pregunta** | **Aciertos** | **Errores** | **% Acierto** | **Nivel de desempeño** |
|---|---|---|---|---|
| 36 | 4 | 21 | 16 % | Bajo |
| 37 | 16 | 9 | 64 % | Alto |
| 38 | 14 | 11 | 56 % | Medio |
| 39 | 5 | 20 | 20 % | Bajo |
| 40 | 18 | 7 | 72 % | Alto |

*Nota.* Elaboración propia a partir de la sistematización de los resultados de los instrumentos diagnósticos aplicados.

**Tabla 8**

*Nivel de desempeño por estudiante – Test Diagnóstico 2*

| **Nivel de desempeño** | **Rango de aciertos** | **Número de estudiantes** | **Porcentaje** |
|---|---|---|---|
| **Bajo** | 0 % – 29 % (0–11 aciertos) | 17 | 68 % |
| **Medio** | 30 % – 59 % (12–23 aciertos) | 7 | 28 % |
| **Alto** | 60 % – 100 % (24–40 aciertos) | 1 | 4 % |
| **Total** | — | **25** | **100 %** |

*Nota.* Elaboración propia a partir de la sistematización de los resultados de los instrumentos diagnósticos aplicados.

**Tabla 9**

*Distribución general de niveles de desempeño*

| **Nivel de desempeño** | **Frecuencia** | **Porcentaje** | **Interpretación pedagógica** |
|---|---|---|---|
| **Bajo** | 17 | 68 % | Predomina un dominio insuficiente del concepto evaluado |
| **Medio** | 7 | 28 % | Se evidencia comprensión parcial en un grupo minoritario |
| **Alto** | 1 | 4 % | Muy pocos estudiantes alcanzan dominio adecuado |
| **Total** | **25** | **100 %** | — |

*Nota.* Elaboración propia a partir de la sistematización de los resultados de los instrumentos diagnósticos aplicados.

**Tabla 10**

*Resultados del Test Diagnóstico 2 por aspectos y niveles de desempeño*

| **Aspecto de análisis** | **Preguntas asociadas** | **% promedio de acierto** | **Nivel de desempeño predominante** | **Interpretación** |
|---|---|---|---|---|
| **Comprensión del concepto de pendiente** | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 11, 19, 21, 22, 23, 25 | ≈ 22 % | Bajo | La mayoría de los estudiantes presenta dificultades para calcular la pendiente, interpretar su signo y reconocer su significado como razón de cambio, tanto en contextos algebraicos como gráficos. |
| **Comprensión de la ordenada al origen y de los parámetros de la ecuación y = mx + b** | 14, 15, 17, 18 | ≈ 39 % | Medio | Se evidencia un reconocimiento parcial de los parámetros de la ecuación de la recta; sin embargo, persisten confusiones entre pendiente y ordenada al origen. |

| **Aspecto de análisis** | **Preguntas asociadas** | **% promedio de acierto** | **Nivel de desempeño predominante** | **Interpretación** |
|---|---|---|---|---|
| **Interpretación y uso del lenguaje algebraico en la ecuación de la recta** | 16, 19, 20, 37, 38, 39, 40 | ≈ 43 % | Medio | Algunos estudiantes logran operar con ecuaciones lineales y predecir variaciones, aunque el manejo algebraico aún es inestable. |
| **Articulación entre registros de representación (verbal, algebraico y gráfico)** | 7, 9, 10, 12, 13, 24, 26–36 | ≈ 30 % | Bajo | Predominan dificultades para coordinar distintos registros de representación y realizar conversiones entre ellos, lo que limita la comprensión global del concepto de línea recta. |

*Nota.* Elaboración propia a partir de la sistematización de los resultados de los instrumentos diagnósticos aplicados.

**Tabla 11**

*Criterios de nivel de desempeño*

| **Nivel de desempeño** | **Porcentaje de aciertos** | **Interpretación** |
|---|---|---|
| **Bajo** | 0 % – 29 % | Dominio insuficiente del concepto |
| **Medio** | 30 % – 59 % | Comprensión parcial del concepto |
| **Alto** | 60 % – 100 % | Dominio adecuado del concepto |

*Nota.* Criterios de interpretación empleados para clasificar el nivel de desempeño de los estudiantes en el análisis diagnóstico. Elaboración propia.

## Apéndice J

## Resultados ICFES

Porcentaje de respuestas incorrectas en cada aprendizaje evaluado en matemáticas.

**Figura J1**

*Respuestas incorrectas en Matemáticas – Saber 11*

| Aprendizaje | EE |
|---|---|
| Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas. | 51% |
| Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas. | 48% |
| Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos | 42% |

*Nota.* Tomado del reporte de resultados ICFES Saber 11 de la Institución Educativa San Luis. Se incluye como evidencia contextual del desempeño institucional en matemáticas.

**Figura J2**

*Respuestas incorrectas por aprendizaje evaluado en matemáticas*

| Aprendizaje | EE |
|---|---|
| Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas. | 58% |
| Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos | 33% |
| Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas. | 53% |

*Nota.* Tomado del reporte de resultados ICFES Saber 11 de la Institución Educativa San Luis. Se incluye como evidencia de las dificultades asociadas al análisis e interpretación de información matemática.

# Apéndice K

## Rúbrica de validación teórica y didáctica

**Finalidad:**

Valorar la coherencia, pertinencia y viabilidad de la propuesta didáctica diseñada, considerando su fundamentación teórica, su adecuación al contexto del Colegio San Luis y su contribución potencial al aprendizaje del concepto de línea recta.

**Tipo de instrumento:**

Matriz de valoración analítica con tres niveles cualitativos:

- **A (Alto):** Cumple plenamente con el criterio.
- **M (Medio):** Cumple parcialmente; requiere ajustes menores.
- **B (Bajo):** Cumple de forma limitada; requiere revisión profunda.

**Instrucciones para los validadores:**

Lea detenidamente la propuesta y valore cada criterio de acuerdo con los indicadores.

Marque el nivel de valoración correspondiente y registre observaciones cualitativas que ayuden a fortalecer la propuesta.

| **Criterio de validación** | Indicadores de análisis | Nivel de valoración (A / M / B |
|---|---|---|
| Coherencia teórica | • Las actividades reflejan los principios de la Educación Matemática Realista.<br>• Se evidencia la integración de los registros de representación semiótica de Duval.<br>• Existe correspondencia entre el diagnóstico, la fundamentación teórica y el diseño de la propuesta. | |
| Pertinencia didáctica | • Las actividades responden a las dificultades diagnosticadas.<br>• Se promueve la articulación entre registros gráfico, algebraico, tabular y verbal. | |

| | |
|---|---|
| | • Las tareas favorecen el razonamiento y la argumentación de los estudiantes. |
| Claridad metodológica | **metodológica**<br><br>• La secuencia de actividades es lógica, comprensible y viable para el aula.<br>• Las instrucciones son claras y promueven la participación.<br>• Las estrategias didácticas están claramente descritas. |
| Viabilidad institucional | • La propuesta se ajusta a la carga horaria y recursos del Colegio San Luis.<br>• No requiere materiales especializados difíciles de conseguir.<br>• Puede desarrollarse dentro del plan de estudios vigente. |
| Adecuación cognitiva | • Las actividades corresponden al nivel de desarrollo de los estudiantes de grado décimo.<br>• Proponen retos posibles y evitan la repetición mecánica.<br>• El lenguaje y los ejemplos son accesibles. |
| Contextualización realista | • Los contextos de las actividades se relacionan con experiencias cotidianas (entorno escolar, economía familiar, vida comunitaria).<br>• Se promueve la conexión entre contenido matemático y realidad social. |
| Integración de registros de representación | • Las actividades permiten la conversión y coordinación entre registros gráfico, algebraico, tabular y verbal.<br>• Se fomenta la interpretación del concepto de recta desde diversas perspectivas. |
| Impacto formativo esperado | • La propuesta favorece el aprendizaje significativo y el pensamiento funcional.<br>• Potencia la motivación, la participación y la comprensión conceptual de la línea recta. |

**Espacio de cierre del validador**

**Nombre: ________________________________________**

**Cargo o rol: ______________________________________**

**Institución: _______________________________________**

**Rúbrica de validación teórica Validador 1: Jhona Arley Ariza**

**Cargo o rol: Docente de Matemáticas – Educación Media**

**Institución: Institución Educativa San Luis**

| **Criterio de validación** | **Indicadores de análisis** | **Nivel de valoración (A / M / B)** |
|---|---|---|
| Coherencia teórica | Las actividades reflejan los principios de la Educación Matemática Realista. Se evidencia la integración de los registros de representación semiótica de Duval. Existe correspondencia entre el diagnóstico, la fundamentación teórica y el diseño de la propuesta. | A |
| Pertinencia didáctica | Las actividades responden a las dificultades diagnosticadas. Se promueve la articulación entre registros gráfico, algebraico, tabular y verbal. Las tareas favorecen el razonamiento y la argumentación. | A |
| Claridad metodológica | La secuencia de actividades es lógica y viable. Las instrucciones son claras y promueven | M |

| **Criterio de validación** | **Indicadores de análisis** | **Nivel de valoración (A / M / B)** |
| --- | --- | --- |
| | la participación. Las estrategias didácticas están descritas de manera comprensible. | |
| Viabilidad institucional | La propuesta se ajusta a la carga horaria y a los recursos del Colegio San Luis. No requiere materiales especializados. Puede desarrollarse dentro del plan de estudios vigente. | A |
| Adecuación cognitiva | Las actividades corresponden al nivel de los estudiantes de grado décimo. Proponen retos alcanzables y evitan la repetición mecánica. El lenguaje es accesible. | A |
| Contextualización realista | Los contextos se relacionan con experiencias cotidianas del entorno escolar y social. Se promueve la conexión entre matemática y realidad. | A |
| Integración de registros de representación | Las actividades permiten la conversión y coordinación entre registros gráfico, algebraico, tabular y verbal. Se fomenta la interpretación desde diversas perspectivas. | A |

| **Criterio de validación** | **Indicadores de análisis** | **Nivel de valoración (A / M / B)** |
|---|---|---|
| Impacto formativo esperado | La propuesta favorece el aprendizaje significativo, la motivación y la comprensión conceptual de la línea recta. | A |

Observaciones generales:

La propuesta presenta una alta coherencia teórica y didáctica. Se sugiere fortalecer la explicitación de la relación entre algunas actividades y los niveles de desempeño identificados en el diagnóstico.

**Rúbrica de validación teórica  Validador 1: Luis Fernando Díaz**

| **Criterio de validación** | **Indicadores de análisis** | **Nivel de valoración (A / M / B)** |
|---|---|---|
| Coherencia teórica | Las actividades reflejan los principios de la Educación Matemática Realista y la integración de registros de representación. Existe coherencia entre diagnóstico y diseño. | A |
| Pertinencia didáctica | Las actividades responden a las dificultades diagnosticadas y favorecen la articulación entre registros. Promueven el razonamiento matemático. | A |

| **Criterio de validación** | **Indicadores de análisis** | **Nivel de valoración (A / M / B)** |
|---|---|---|
| Claridad metodológica | La secuencia de actividades es clara, comprensible y viable para el aula. Las instrucciones orientan adecuadamente el trabajo docente. | A |
| Viabilidad institucional | La propuesta es viable dentro del contexto institucional y no requiere recursos adicionales. | A |
| Adecuación cognitiva | Las actividades corresponden al nivel cognitivo de los estudiantes y favorecen la comprensión conceptual. | A |
| Contextualización realista | Los contextos son pertinentes y cercanos a la realidad de los estudiantes, aunque podrían diversificarse algunos ejemplos. | M |
| Integración de registros de representación | Se promueve de manera intencionada la conversión entre registros gráfico, algebraico y tabular. | A |

| **Criterio de validación** | **Indicadores de análisis** | **Nivel de valoración (A / M / B)** |
|---|---|---|
| Impacto formativo esperado | La propuesta contribuye al aprendizaje significativo y al desarrollo del pensamiento funcional. | A |

Observaciones generales:

La propuesta está bien estructurada y responde de manera adecuada al diagnóstico. Se recomienda ampliar algunos contextos para enriquecer la diversidad de situaciones planteadas.

**Rúbrica de validación teórica  Validador 1: Jhon Betancur**

Cargo o rol: Docente de Matemáticas – Educación Media

Institución: Institución Educativa San Luis

| **Criterio de validación** | **Indicadores de análisis** | **Nivel de valoración (A / M / B)** |
|---|---|---|
| Coherencia teórica | Existe coherencia entre los fundamentos teóricos y el diseño de la propuesta. Las actividades reflejan los principios de la EMR y de Duval. | A |
| Pertinencia didáctica | La propuesta responde a las dificultades identificadas en el diagnóstico, | M |

| **Criterio de validación** | **Indicadores de análisis** | **Nivel de valoración (A / M / B)** |
|---|---|---|
| | aunque se podría reforzar el vínculo explícito con algunos errores frecuentes. | |
| Claridad metodológica | La organización de la propuesta es clara y facilita su comprensión e interpretación por parte del docente. | A |
| Viabilidad institucional | La propuesta es viable dentro del contexto del Colegio San Luis y se ajusta al plan de estudios. | A |
| Adecuación cognitiva | Las actividades son acordes al nivel de los estudiantes y promueven el razonamiento y la argumentación. | A |
| Contextualización realista | Los contextos utilizados permiten conectar la matemática con situaciones de la vida cotidiana. | A |
| Integración de registros de representación | Se favorece la conversión y coordinación entre registros de representación. | A |
| Impacto formativo esperado | La propuesta tiene un impacto formativo positivo en la comprensión del concepto de línea recta. | A |

Observaciones generales:

La propuesta presenta una estructura sólida y coherente con el diagnóstico. Las sugerencias realizadas se orientan a fortalecer la explicitación didáctica de algunos aspectos.