Diseño de un manual didáctico para el uso del software Mathematical Pleasure (MAPLE) de funciones reales en el aprendizaje y enseñanza del contexto escolar de ciclo IV del Sistema Nacional de Educación Permanente (SINEP)

Elaborado por:

Karen Eliana Moreno Otavo
1.026.263.149
Especialización en Educación Superior a Distancia (EESAD)

Yuri Marcela Niño Becerra
1.052.381.741
Especialización en Educación Superior a Distancia (EESAD)

Asesor:

Dr. Dieter Bob Suárez Polo

UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA Y A DISTANCIA (UNAD)
ESCUELA CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN (ECEDU)
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN SUPERIOR A DISTANCIA

Bogotá D, C. Duitama, junio 2018

Dedicatoria

Al creador de todas las cosas, el que brinda fortaleza para continuar cuando a punto de caer se está; por ello, con toda humildad que con el corazón se puede emanar, primeramente, se dedica este trabajo a Dios y a nuestras familias.

Agradecimientos

Agradecemos de manera especial a nuestros compañeros y amigos presentes y pasados, quienes sin esperar nada a cambio compartieron su conocimiento, alegrías y tristezas, a todas aquellas personas que durante estos años estuvieron a nuestro lado apoyándonos y lograron que este sueño se hiciera realidad.

Al Dr. Dieter Bob Suárez quien con su guía y apoyo permitió culminar este proyecto de investigación.

Al Doctor Gustavo Meneses por acompañarnos y guiarnos.

Al equipo de trabajo del SINEP por siempre estar con nosotras.

Resumen analítico especializado (RAE)	
Título	Diseño de un manual didáctico para el uso del software Mathematical Pleasure (MAPLE) de funciones reales en el aprendizaje y enseñanza del contexto escolar de ciclo IV del Sistema Nacional de Educación Permanente (SINEP)
Modalidad de Trabajo de grado	Proyecto aplicado
Línea de investigación	Pedagogía, didáctica y currículo
Autores	Karen Eliana Moreno Otavo. Código: 1.026.263.149 Yuri Marcela Niño Becerra. Código: 1.052.381.741
Institución	Universidad Nacional Abierta y a Distancia
Fecha	23/06/2018
Palabras claves	Manual, MAPLE, TIC, funciones reales, aprendizaje.
Descripción.	Se presenta el manual del software MAPLE 13, como resultado de trabajo de grado realizado en la modalidad que se articula como trabajo de opción de grado del programa de Especialización en Educación Superior a Distancia; suscrito en la línea de investigación Pedagogía, didáctica y currículo de la ECEDU, bajo la asesoría del doctor Dieter Bob Suárez Polo, se basó en la metodología de investigación documental, la cual pretende dar como resultado el manual para uso del software MAPLE 13 para los estudiantes de ciclo IV del Sistema Nacional de Educación Permanente del Programa de Alfabetización, Educación Básica y Media para Jóvenes y Adultos que ofrece la Universidad Nacional a Distancia –UNAD
Fuentes	Las principales fuentes que se utilizaron para desarrollar el procedimiento de fundamentación teórica, así poder evidenciar el estado del arte durante el desarrollo de esta investigación se consultaron las siguientes fuentes: Abell, M., Braselton, J. (2005). *MAPLE by Example, 3rd Edition*. Canadá: Elsevier. García, V. (2001). La tecnología en la Escuela venezolana. *Candidus*, 3 (16), 22-23. Hernández, J., Gil, D., Ortiz, E., Sevillana, C. y Soler, V. (1980) La experimentación asistida con calculadora (EXAC): una vía para la educación científico-tecnológica. Recuperado de http://www.rieoei.org/deloslectores/553Soler.PDF López, M., Petris R. & Pelozo, S. (2005). Estrategias innovadoras mediante la aplicación de software. Enseñanza-aprendizaje de funciones

	matemáticas en los niveles EGB3 y polimodal. Recuperado de http://www.unne.edu.ar/Web/cyt/com2005/8-Exactas/E-014.pdf
Contenidos	En este proyecto de investigación se presenta el paso a paso del diseño del manual didáctico para el software MAPLE 13, para suministrar y optimar el aprendizaje y la enseñanza de funciones reales, reconociendo que las herramientas telemáticas en el curso de matemáticas permiten desarrollar en los estudiantes su creatividad y rendimiento. Este manual está escrito de una manera clara y sencilla, explicando paso a paso cada ejercicio solucionado con este programa. Las herramientas y lenguaje matemático utilizado por el programa son de fácil entendimiento. Este manual profundiza en el aprendizaje para los estudiantes y fortalece a los tutores en su enseñanza de funciones matemáticas, como la función lineal, cuadrática, logarítmica, funciones trigonométricas y exponencial, su concepto y su gráfica, las cuales están explicadas por medio de una serie de prácticas en las cuales los ejemplos están desarrollados con un paso a paso, de tal manera que el usuario entienda cada procedimiento que debe hacer en el programa MAPLE 13. El proyecto está formado con la siguiente estructura: Portada RAE Resumen analítico escrito Índice general Introducción Justificación Definición del problema Objetivos Marco Teórico Aspecto Metodológicos Resultados Discusión Conclusiones y Recomendaciones. Referencias Anexos
Metodología	Fases a partir de los objetivos: **Diseño de instrumentos:** Se diseñó una encuesta aplicada a directivos y estudiantes de la muestra seleccionada. **Estudio Contextual:** Se diseñó el proceso y adaptación de cada uno de los temas de funciones reales para ciclo IV. Se Identificó la información clara y precisa acerca de funciones reales y sus soluciones a través del software MAPLE 13. **Desarrollo de conceptos:** Se seleccionó la información obtenida para luego anexar al contenido del manual. **Estructuración de conceptos:** Se ubicó la información seleccionada y revisada por las diferentes partes del proyecto del manual elaborado preliminarmente.

	Planificación de actividades con el uso del software MAPLE 13: Se incorporaron los contenidos extraídos utilizando el software MAPLE 13.
Conclusiones	Este trabajo refleja la constancia y dedicación, por lo tanto, es gratificante culminar con esta propuesta, el cual será utilizada para la enseñanza de funciones reales con el Software MAPLE 13, este software contribuirá al SINEP para las diferentes áreas de las matemáticas.

Tabla de contenido

Introducción

En este proyecto aplicado se presenta el paso a paso del diseño del manual didáctico para el software MAPLE 13, para suministrar y optimar el aprendizaje y la enseñanza de funciones reales, reconociendo que las herramientas telemáticas en el área de matemática permiten mejorar y estimular en el alumno su creatividad, rendimiento e imaginación además de las competencias matemáticas como es el pensamiento, variaciones y sistemas algebraicos.

Los tutores de matemáticas en educación básica y media y los tutores de los cursos básicos universitarios dictan temáticas que son necesarias como el tema de funciones, encuentran múltiples dificultades y reflexionan que es importante los conceptos matemáticos y los conceptos previos no conocidos ni aprehendidos por los estudiantes en sus cursos anteriores, por lo que deben realizar una realimentación que no es suficiente y perjudica al estudiante, por esto es importante evitar que estos problemas cognitivos permanezcan, fortaleciendo un aprendizaje significativo. De acuerdo con Alcantud, López y Rodríguez (s.f.) afirman que “MAPLE 13 es un software de cálculo matemático: gráfico, numérico y simbólico creado en la Universidad de Waterloo de Canadá. Sus siglas MAPLE vienen de las palabras en inglés Mathematical Pleasure que significa en español Placer matemático” (p.2).

El objetivo principal del manual propuesto es lograr en el usuario un fácil manejo del programa MAPLE 13, para que lo pueda aplicar fácilmente en el aprendizaje de funciones matemáticas. Este manual está escrito de una manera clara y sencilla, explicando el paso a paso de cada ejercicio solucionado con este programa, permitiendo captar la atención del usuario y motivar su adaptación en el entorno de MAPLE 13. Se utilizan comandos matemáticos sencillos en un lenguaje conocido por el usuario. Las herramientas y lenguaje matemático utilizado por el programa son de fácil entendimiento ya que cuenta con herramientas que permiten una utilización de estos en cualquier entorno matemático.

Este manual profundiza en el aprendizaje para los estudiantes y fortalece a los tutores en su enseñanza de funciones matemáticas, su concepto y su gráfica, las cuales están explicadas por medio de una serie de prácticas, de tal manera que el usuario entienda cada procedimiento que debe hacer en el programa MAPLE 13. El manual didáctico, está dividido por temas que están compuestos por la explicación clara del concepto, dos ejemplos claros y concretos solucionados en MAPLE 13, finalmente una práctica que consta de varios ejercicios planteados de acuerdo con la idea fundamental de cada tema.

El trabajo está estructurado de la siguiente manera: **TEMA 1** exponiendo el concepto fundamental de función; **TEMA 2** abordando el concepto de función polinómica en donde se enfatiza principalmente en la función lineal y función cuadrática con sus características más relevantes; **TEMA 3** dedicado al concepto de función exponencial, su concepto y sus propiedades más importantes; **TEMA 4** el tema que se aborda es de la función logarítmica, su concepto y sus principales propiedades; y el **TEMA 5** finalmente presenta el tema de las funciones trigonométricas vistas con sus gráficas y propiedades. Adicionalmente, este manual didáctico al ser implementado contribuye en la difusión de material digital adecuado, promoviendo las TIC, promoviendo al educando el manejo de recursos digitales fortaleciendo el aprendizaje autónomo, cumpliendo con las pautas de enseñanza planteadas por el Ministerio de Educación Nacional.

Objetivos

Objetivo General

Diseñar el manual didáctico para el uso del software MAPLE 13 de funciones reales, para el proceso de aprender y enseñar para los estudiantes de ciclo IV del Sistema Nacional de Educación Permanente (SINEP).

Objetivos Específicos

- Realizar el estudio conceptual de las funciones reales que permitan estructurar las temáticas del manual.
- Desarrollar los conceptos básicos de funciones reales a través de la utilización del software MAPLE 13.
- Estructurar pedagógicamente la información referente al uso de herramientas tecnológicas como estrategia metodológica en matemáticas haciendo uso del software MAPLE 13 y ponerla a disposición de los estudiantes y profesores.
- Diseñar el manual didáctico para el uso del software MAPLE 13 de funciones reales teniendo como referente el curso de matemáticas y las necesidades educativas de ciclo IV del Sistema Nacional de Educación Permanente (SINEP).
- Planificar actividades sobre funciones reales mediadas por el Software MAPLE 13.

Línea de investigación

La línea de investigación que fundamenta este proyecto es: Pedagogía, Didáctica y Currículo, se descubren modelos de aprendizaje autónomo y colaborativo a través de los cuales se muestra la pedagogía en los escenarios educativos virtuales, con referente a la experiencia de redes de aprendizaje y académicas utilizando los medios y la metodología desarrollada en el modelo pedagógico de educación a distancia planteado por la UNAD.

Marco Teórico y conceptual

1. Fundamentación Teórica

La importancia de implementar el manual para el uso del software MAPLE 13 como un recurso de aprendizaje de las matemáticas, conlleva a que el estudiante adquiera de una manera significativa lo que se le pretende enseñar, además de esto promueve el uso de los computadores, ya que en ocasiones los tutores de matemáticas no los utilizan por falta de conocimiento con respecto al manejo de software y otros recursos, su incorporación en la educación facilitarían el proceso de aprendizaje y enseñanza. A medida que evoluciona el entorno, se observa que la tecnología se hace cada día más importante, por tal razón se transforma en una herramienta primordial en las acciones del ser humano.

Para enseñar en el área de matemáticas se necesita tener competencias metodológicas y didácticas, dominar los temas además de imaginación y creatividad, esto permite al tutor y a sus estudiantes estar más motivados en el ambiente educativo y mejorar el aprendizaje de sus estudiantes.

Por ello las estrategias metodológicas se pueden definir como un paso a paso que comprueba que el tutor puede crear recursos educativos acorde a las necesidades de los estudiantes para que logren apropiarse de las matemáticas de una manera significativa y de acuerdo con Martínez (2013):

> El hecho de hacer e interactuar con un tema en el área de matemáticas convierte la clase en un proceso dinámico y el estudiante la encuentra más interesante, por tanto, su aprendizaje

es mejor que cuando simplemente éste es un actor pasivo en el proceso cognitivo. (p.19)

Mejorar los métodos y didácticas para enseñar y fomentar el autoaprendizaje de las matemáticas y la forma de interactuar en los espacios académicos pasa por priorizar las tareas y no crear estrategias que trasciendan en el estudiante. Entre otras cosas existen deficiencias en las operaciones con números reales básicas, en algunos casos no es posible lograr precisar exactamente lo que es una función y se expone de manera compleja el lenguaje matemático. Por ejemplo, se suele confundir dominio con rango, se tiene dificultad al demostrar cuándo una función es sobreyectiva, biyectiva o inyectiva, etc.

Son varias las causas de confundir a los estudiantes en el enseñar las matemáticas, se encuentran factores que están en los métodos de enseñanza como el tradicional que predomina en las aulas. López, Petris y Pelozo (2005) conceptúan que:

> En la enseñanza de la matemática se está implementando una metodología basada en orientaciones tradicionales, formal y matemáticamente perfecta, sin embargo, con falta de un verdadero significado para la mayoría de los estudiantes ya que están alejados de las aplicaciones y siguen un aprendizaje meramente memorístico sin un significado real. (p.1)

Algunas estrategias didácticas formuladas por el tutor no son adecuadas y no permiten un aprendizaje significativo para el alumno. “El aprendizaje empleando exclusivamente métodos tradicionales, no se obtienen resultados suficientes para desarrollar en los alumnos las capacidades cognitivas, creativas y organizativas propuestas por la sociedad moderna” (García, 2001, p.21). Por lo tanto, es que el proceso del tutor de enseñar en el curso de matemáticas en el tema de funciones se adapte con los adelantos de la tecnología y crear ambientes que fomenten el gusto por aprender en los estudiantes.

El utilizar herramientas en la cual se incorpore el Software MAPLE 13 le proporciona un recorrido para que en forma sencilla aprenda a graficar funciones, realizar cambios en sus gráficas, asíntota, dominio, rango entre otros y de este modo ver su comportamiento, esto permite dedicar menos tiempo al desarrollo de cálculos y gráficas y centraliza su esfuerzo en el análisis de los resultados. La creación y relación entre el conocimiento que innova y con el que se cuenta en la actualidad admite que mostrar un material y presentarlo con un buen diseño de problemas notables para los estudiantes, se puede obtener un aprendizaje más significativo.

Por ello Manzanilla y Sarmiento (2011) afirman:

> El diseño de recursos hipermedia donde se incorpore un sistema algebraico como el de MAPLE 13 para el estudio de las funciones, permite seguir un modelo no lineal, en forma autónoma y según sus intereses y necesidades el usuario navega libremente de acuerdo a sus habilidades para interactuar con el material y a las características técnicas del mismo (interacción instrumental) y decide cuáles estrategias de aprendizaje desarrollar para asimilar la información allí contenida (interacción cognitiva). (p.3)

Este tipo de herramienta impacta al estudiante que las utilice y le da los pasos para que fácilmente siga la información, resuelva sus dudas, resuelva y corrija los ejercicios propuestos. También permite al estudiante indagar de una manera sencilla sobre lo que está aprendiendo, además de esto cuenta con herramientas, las cuales están representadas por símbolos matemáticos que el estudiante ya conoce y que facilitan su uso y su aprendizaje de una manera más fácil para utilizar el programa.

Según el Ministerio de Educación Nacional (MEN, s.f.) afirma:

> La utilización de los computadores en la formación matemática ha hecho más accesible e importante para los alumnos temas de geometría, probabilidad, estadística y álgebra; las nuevas tecnologías con el desarrollo de software educativos aumentan el espacio de investigación sobre el cual actúan las estructuras cognitivas que se tienen, fortalecen el currículo con las nuevas pragmáticas asociadas y lo llevan a transformarse. Ministerio de Educación Nacional [MEN] (s.f.)

Para la enseñanza de funciones reales el Software MAPLE 13 le permitirá al estudiante ver los errores y corregirlos, de acuerdo con Aguarón, et al. (2004) afirma: “Además, Maple cuenta con un gran conjunto de herramientas gráficas que permiten visualizar los resultados (algunas veces complejos) obtenidos, algoritmos numéricos para poder estimar resultados y resolver problemas donde soluciones exactas no existan" (p.10). Este software permite trabajar sobre un mismo ejercicio cambiando sus datos y de esta manera el estudiante comprenderá cual es el comportamiento de una gráfica cuando algunos de sus datos cambian.

Todo esto facilita y atrae al estudiante, hace que la información se asimile de una manera más rápida y significativa para él. El MAPLE 13 es un software que permite trabajar con el cálculo simbólico es decir que mantiene y opera con símbolos y expresiones, tiene un extenso conjunto de gráficos para ver datos matemáticos difíciles, algoritmos numéricos dan resultados exactos y maneja un lenguaje de programación completo y de fácil entendimiento para que el estudiante pueda hacer funciones y aplicaciones. MAPLE 13 ayuda en estimular las habilidades cognitivas del estudiante, en la educación tradicional el enseñar implica más tiempo de explicación y comprensión. Igualmente, los logros de las actividades realizadas por el estudiante quedan registrados en el software, el tutor puede ver y analizar los tiempos de respuesta, sus aciertos y los errores, logrando una apropiada evaluación. (Escobar, 2004).

La utilización del Software servirá a los educandos y educadores de los colegios en educación básica, como apoyo en su formación académica especialmente en Matemáticas con la utilización de las TIC.

2. Definiciones

Es necesario tener algunos conceptos claros acerca de lo que se va a tratar en la elaboración del manual sobre la enseñanza de funciones reales a través del software MAPLE 13, al respecto se tiene que tener la comprensión de los elementos que estarán empleados en el proceso de la indagación y por ello en la elaboración del manual antes mencionado. En tal sentido a continuación se darán algunas definiciones de los conceptos que se irán utilizando en el proceso de elaboración del manual.

2.1 Que es un manual

Richaudeau (como se citó en Pendres, 2010) considera que un manual escolar es

> Un material impreso, organizado, optado en la utilización de un determinado proceso de aprendizaje y formación, cualquier texto impreso sin importar su presentación y con un contenido académico sirve como material de consulta, este tipo de textos que son elaborados de manera sencilla son una fuente de conocimiento clara y precisa en algunos casos integra gráficos, imágenes o fotos que logran que sea una experiencia agradable leerlos. (p.3)

Es así como, cualquier texto impreso sirve como fuente de información para los entornos escolares, el tutor puede crear manuales para que antes de realizar sus lecciones este material sea consultado por sus estudiantes y pueda preguntar sus dudas y resolverlas.

2.2 Que es un software

La definición de Software es un poco compleja ya que se encuentran varias definiciones sobre éste, por lo tanto, se ha recurrido a varias definiciones las cuales tienen cierta conexión con lo que se va a trabajar en este proyecto entre ellas están las siguientes:

Para Freedman (como se citó en Pendres y Amorós, 2001) piensa que: “Los programas son simplemente un grupo de instrucciones que contiene la computadora, siendo normas que pongan en funcionamiento el propio sistema informático (software de sistema) o instrucciones concretas dirigidas a programas particulares del usuario (software específico)” (p.1).

Los softwares son los que permiten a las computadoras ejecutar una orden, se diseñan y ajustan de acuerdo con las necesidades del usuario, las órdenes se envían al hardware del equipo para realizar las tareas deseadas. Algunos ejemplos de software son: los exploradores de internet, Office, Windows, Visual Basic, etc. (Cerón, 2014).

2.3 Software educativo

El Software educativo, es una manera de decir que se utilizará la informática en el campo educativo, se desprenden varias características que es preciso tener en cuenta; cómo funciona, su finalidad, la modalidad de trabajo y los roles tutor y alumno.

Por ello se debe destacar que las herramientas digitales que usa un tutor en su aula deben dinamizar y lograr que los estudiantes fortalezcan su autoaprendizaje.

Para McFarlane, Rijcke (como se citó en Herencia, 2015)

> El software manejado en un contexto educativo es una expresión que abarca una diversidad extensa y adaptable de herramientas y recursos. En tal sentido, abarca un conjunto de entidades tan variables de tal manera que el hecho de depender de un entorno informatizado obteniendo una impresión de homogeneidad con falta de un análisis meticuloso. (p.103)

Un software educativo es creado para que los tutores y estudiantes los utilicen como recursos en su aula, teniendo en cuenta que su uso le permita ser interactivo y sencillo de manejar.

Según Marqués (como se citó en Herencia, 2015) afirma:

> Podemos incluir en esta definición a todos los programas que han sido elaborados con fines didácticos. En tal sentido, desde los habituales programas de Enseñanza Asistida por Ordenador (EAO), (programas basados en los modelos conductistas de la enseñanza), incluso los programas todavía experimentales de Enseñanza Inteligente Asistida por Ordenador (EIAO). (p.38)

Los EAO y EIAO son avanzados ya que son los programas que se usan en los sistemas de la inteligencia artificial, creados y manejados por expertos, al ser usados están es más cerca de una experiencia de encuentro tutorial personalizado, enseñan de manera práctica el conocimiento en conformidad con el aprendizaje significativo que desarrollan los estudiantes

(Marqués, s.f.)

Clasificación y particularidades del software educativo

Un Software educativo como ya se había mencionado anteriormente se puede traducir como una manera de incluir o utilizar la computación en la educación. Este se puede utilizar en cualquier área ya sea para tratar temas relacionados con la biología, la química, la física, la geografía, las matemáticas entre muchas otras áreas; esto con el fin de incluir las TIC en la enseñanza de dichos temas. Para Márquez (como se citó en Pizarro, 2009)

> Hay gran variedad de software educativo, sus principales características son: poseen un propósito desde el momento de su elaboración, los estudiantes usan la computadora, realizan las actividades propuestas por el tutor, debido a ésto son interactivos, se encuentra la comunicación y variabilidad de la información entre el ordenador y los estudiantes. Los estudiantes pueden trabajar a su ritmo y organizar las actividades de acuerdo con la complejidad. Al ser diseñadas deben ser sencillas de trabajar. Los conocimientos previos para manejar los softwares son mínimos. De este modo el software se crea con sus propios comandos y sus pautas que se deben conocer para poderlo usar. (p.7)

Los softwares educativos tienen características que se clasifican con diferentes aspectos como los son: se tiene la posibilidad de modificar sus contenidos, su objetivo es facilitar el aprendizaje de los temas integrados en el software, corregir en tiempo inmediato las actividades, su diseño debe ser sencillo para que lo use cualquier tipo de población (Marqués, s.f.)

2.4 Principales teorías de aprendizaje para trabajar con los softwares educativos

Cuando se decide utilizar una herramienta tecnológica en la enseñanza, en este caso de un Software, se está pretendiendo que la forma de aprender del estudiante sea diferente, es decir que se adquiera de una manera satisfactoria, agradable y significativa para él, es decir se pretende implementar una manera distinta de enseñar, y para esto se debe de tener en cuenta qué tipo de aprendizaje se quiere que el estudiante adquiera. Con este fin se debe tener en cuenta los diferentes tipos de teorías de aprendizaje para así elegir la que más se acomode a lo que se intenta.

Para lograr los aprendizajes se usan varias, que incluyen en sus clases los softwares educativos. De acuerdo con Salcedo (como se citó en Pizarro, 2009) afirma:

> Los aportes de cada teoría no son obligatoriamente convergentes, y tampoco la perspectiva desde la cual se analiza el fenómeno de cada caso, ni los métodos usados para obtener el conocimiento. Si hubiera una teoría que atendiera todos los aspectos del fenómeno, que abarca a las demás teorías, no habría que estudiar las otras. (p.38)

Es importante analizar las teorías de aprendizaje, para poder comprender cómo influyen en la educación virtual.

Una de las teorías que es necesario incluir en esta investigación es la teoría del conductismo, ya que uno de los elementos esenciales del aprendizaje es la asociación, considera que el orden básico de los seres humanos es de que al estimular se va a obtener una respuesta (Pellón, 2013). De las figuras más importantes es Skinner (como se citó en Urbina, s.f.) afirma en su teoría del condicionamiento operante, "Cuando ocurre un hecho que actúa de forma que incrementa la posibilidad de que se dé una conducta, este hecho es un reforzador" (p.1). Esta enseñanza está en la enunciación de interrogantes y se espera respuesta de los estudiantes.

El enseñar a los estudiantes es un compromiso que pretende reforzar un aprendizaje significativo y aún más cuando es mediado por herramientas tecnológicas, ya que se le facilita la labor al tutor, incluso estimula a sus estudiantes para que consulte sus dudas y refuerce sus conocimientos por medio de las plataformas educativas o softwares educativos, que en su mayoría tienen módulos o lecciones que le permiten aprender mejor, se puede afirmar que el conductismo por ser de la rama de psicología es importante al utilizar los computadores, permitiendo realizar actividades que apoyados en la repetición de las mismas, harán acciones que se realizarán automáticamente.

Una de las teorías más usadas en todos los campos de la educación es la teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel (como se citó en Rodríguez, 2013) que agrupa dentro del aprendizaje a todas las áreas. Al decir que es un aprendizaje significativo destaca en que no se deben memorizar los conceptos (Rodríguez, 2013). Es así como es importante recordar los presaberes del estudiante para incluir un nuevo conocimiento. Ausubel (como se citó en Rodríguez, 2013) piensa que la enseñanza por medios digitales es muy buena para realizar actividades que le permitan al estudiante descubrir y aprender, sin embargo, no suple la realidad del aula de clase. Por lo tanto, la interacción entre estudiantes y docentes es nula ya que el medio de comunicación es a través de la computadora y esta interacción no debería ser remplazada (Rodríguez, 2013).

Una de las teorías que se opone a la de Ausubel es la teoría de aprendizaje por descubrimiento de Bruner (como se citó en Baro, 2011) quien dice que "El aprendizaje por descubrimiento se produce cuando el docente le presenta todas las herramientas necesarias a sus estudiantes para que estos descubran por si mismos lo que desean aprender" (p.5).

Se deben incluir nuevas técnicas y crear nuevo material para mejorar su aprendizaje, en el área de matemáticas se plantea la motivación desarrollando operaciones lógicas básicas, al mismo tiempo de reestablecer los resultados, y así poder lograr nuevos conceptos.

Por el contrario, la dirección primordial de Piaget (como se citó en Castilla, 2013) permanece en el aprendizaje y cómo se puede conocer su alrededor por medio de los sentidos, con miras a tener un nuevo punto de vista (Castilla, 2013). Además "la inteligencia, por tanto, es un vocablo genérico empleado para denominar al grupo de operaciones lógicas para las que el ser humano está preparado para desarrollar" (Castilla, 2013, p.7).

En tal sentido Piaget no se manifestaba a favor del manejo de los computadores en los espacios académicos, no obstante, su teoría se utiliza para reforzar las ideas de otros autores que sí consideran que este aprendizaje es productivo, necesario y revolucionario en los entornos educativos.

Así pues, se encuentra la teoría del procesamiento de la información de Gagné (como se citó en Gottberg, Noguera y Noguera Gottberg, 2012) expresa: “Las estrategias cognoscitivas son destrezas de organización interna, que rigen el comportamiento del individuo en relación con su atención, lectura, memoria, pensamiento, entre otros” (p.53).

Al realizar el acompañamiento en cualquier área del aprendizaje Gottberg, et al. (2012) exponen que:

> Es importante tomar en consideración que el profesor en el proceso de enseñanza y aprendizaje es un facilitador que apoyará al alumno para que logre un aprendizaje. Su función será diseñar, ejecutar y evaluar situaciones de aprendizaje para que el alumno alcance logros específicos. Esta relación enseñanza-aprendizaje puede darse, tanto en un proceso educativo tradicional, como en un diseño instruccional en la aplicación de nuevas tecnologías en educación. (p.53)

Aunado a esto, el papel del tutor es brindar recursos que permitan al estudiante facilitar su autoaprendizaje, por ello es importante tener un buen diseño instruccional, es así como Coll (como se citó en Belloch, s.f.) considera el concepto de diseño tecnoinstruccional o tecnopedagógico expresa que:

> En el proceso de diseño instruccional en la formación virtual se vinculan de forma indisociable en dos dimensiones; la primera es la dimensión tecnológica que es la selección de las herramientas tecnológicas adecuadas al proceso formativo, analizando sus posibilidades y limitaciones, tales como: plataforma virtual, las aplicaciones de software, los recursos multimedia, etc. y la Dimensión pedagógica que precisa el desarrollo e implementación de los contenidos, planificación de las actividades, con orientaciones y sugerencias sobre el uso de las herramientas tecnológicas en el desarrollo de las actividades, y la preparación de un plan de evaluación de los procesos y de los resultados. (p.12)

Para desarrollar el proceso instructivo la teoría del procesamiento de la información de Gagné y Glaser (como se citó en González, 2014) considera que:

> Dentro de esta misma teoría se señala como importante identificar el tipo de resultado que se espera del área que va a llevar a cabo el sujeto, para detectar las condiciones internas y externas necesarias. Posteriormente hay que identificar los requisitos previos que sirven de apoyo al nuevo aprendizaje. Esta teoría represento la alternativa al conductismo en el desarrollo del software educativo, proporciona pautas de trabajo para la selección y ordenación de contenidos y las estrategias de enseñanza, siendo de gran utilidad para los diseñadores, que trataran de mejorar las condiciones externas para mejorarlos factores internos y que se puedan lograr así mejores aprendizajes. (p.54)

En efecto Papert creo el lenguaje LOGO (como se citó en Acciardi, s.f.) destaca el beneficio de aprender con los computadores, cambia las circunstancias de aprendizaje y permite nuevas maneras de aprender. Por otro lado, Piaget (como se citó en Acciardi, s.f.) no encontró los beneficios del aprender con computadoras, de acuerdo con sus teorías, no obstante Papert si se encontró fascinado por esta idea e inició a trabajar con los pioneros de la inteligencia artificial (Acciardi, s.f.).

Es por esta razón que Papert (González, 2014) expone que las herramientas digitales pueden transformar la forma de conocer y aprender de los estudiantes. Las herramientas como los computadores y celulares deben impactar en el tutor y estudiante para que sean utilizados como los útiles de diario (González, 2014). El tutor por ello debe estar a la vanguardia de las herramientas tecnológicas, además, innovar y crear material didáctico que atraiga y motive a sus estudiantes.

No obstante, a las ideas de Papert (Como se citó en Acciardi, s.f.) le hacen críticas, ya que se sustenta que sus posturas son exageradas y optimistas, ya que en muchos espacios académicos tradicionales en las aulas de informática solo realizan ejercicios que no son estimulantes ni mucho menos productivos, por la falta de interés de los docentes en realizar actividades que incluyan varias áreas de aprendizaje (Acciardi, s.f.). Para tal efecto, es importante el contacto con el tutor, así le da la oportunidad de preguntar sus interrogantes y puede llegar a resolverlos.

Se le llama aprendizaje cognitivo al paso a paso que se les da a los estudiantes, que les permite un desarrollo cognoscente. Al mismo tiempo permite para que los estudiantes edifiquen en sus clases su propia organización. Las herramientas digitales se deben incluir para apoyar los diversos aprendizajes y esto debe abrir la entrada a que grupos de investigación y pares académicos incluyan en sus proyectos aplicados propuestas de nuevos materiales y desarrollen actividades que sirvan para las comunidades educativas.

Por consiguiente, las teorías de aprendizaje consultadas se relacionan con la enseñanza y el aprendizaje autónomo en las herramientas digitales, se puede destacar, que el uso de herramientas informáticas y los softwares educativos deben ser incluidos por tutores y estudiantes en su entorno educativo. Estas teorías de aprendizaje refuerzan la educación que reciben los estudiantes siendo ésta de calidad y se hace necesario afirmar que los tutores deben mejorar las estrategias y puedan innovar en sus lecciones.

La teoría conductista se refiere al aprendizaje teniendo en cuenta el estímulo respuesta, lo que tiene relación con el uso de la computadora y el estudiante ya que el estudiante al aprender mediante este manual el tema de funciones reales aprenderá al seguir una serie de instrucciones los cuales lo conllevan a obtener un resultado visible para él.

En cuanto al aprendizaje significativo en relación con la enseñanza a través de un ordenador y utilizando software, es bastante visible, ya que hoy en día el uso de las tecnologías es algo imprescindible, por lo cual el estudiante se sentirá atraído por aprender puesto que el profesor se estará moviendo en su mundo de alguna manera, un punto a favor es que el estudiante tiene bastantes conocimientos previos acerca del uso de la tecnología y el profesor solo dará instrucciones, seguramente el estudiante indagará mucho más allá de lo que él le diga, teniendo así mucha más curiosidad acerca del programa y no solo lo utilizará con el tema propuesto sino que tratará de utilizarlo con otros temas matemáticos. Es necesario tener algunos conceptos claros acerca de lo que se va a tratar en la elaboración del manual sobre la enseñanza de funciones reales a través del software MAPLE 13, puesto que se tiene que tener el conocimiento de las herramientas que se manejarán en la investigación y por ende en la elaboración del manual antes mencionado.

2.5 Uso de las herramientas digitales en el aprendizaje autónomo y enseñanza de la matemática

La tecnología ha incursionado en muchos aspectos, haciendo cambios importantes en las empresas, por ejemplo facilitó la mano de obra, pero así mismo tiene sus pros y sus contras, ya que no solamente hizo o está haciendo cambios que beneficien sino también en ocasiones perjudican, no obstante la aparición de la tecnología en el ámbito educativo es sin duda algo muy favorable, ya que hace que la forma de aprender y de enseñar sea menos rigurosa y con mejores resultados; por ejemplo, la inclusión de la calculadora como primera herramienta tecnológica en la matemática, hizo que tanto al estudiante como al profesor se le facilitara la forma de obtener resultados rápidamente, ahorra el tiempo en el cual se enseñará algo, dando paso más rápidamente a nuevos conocimientos y aplicaciones.

A partir del surgimiento de la calculadora continuó la innovación tecnológica para la enseñanza de las matemáticas, entre éstas están, la computadora con sus diferentes softwares educativos que son sin duda una herramienta poderosa para los docentes y en el caso de esta investigación, de los tutores virtuales para que orienten y permitan el aprendizaje autónomo en el área de las matemáticas.

Al implementar este tipo de elementos digitales específicamente en el área de las matemáticas el estudiante adquirirá el conocimiento de una manera menos tradicional y permite ver los contenidos de esta área de una manera más cercana, ya que los podrá visualizar por medio de sus representaciones gráficas, dando paso a un aprendizaje significativo.

Como plantea Macedoi (2016) menciona:

> La ausencia de propuestas que promuevan el aprendizaje a partir de la solución de problemas abiertos, cercanos a los estudiantes, que inciten a la indagación, a la duda y que despierten las ganas de recorrer esos caminos de búsqueda con creatividad. (p.13)

Por consiguiente, la educación virtual permite el uso de los ordenadores en la matemática, esta idea debe ser revolucionaria en la didáctica e impactar para que logre acceder en las experiencias del sistema educativo tradicional. De acuerdo con Vílchez (2005) afirma: “El desarrollo de las tecnologías digitales con sus consecuentes cambios sociales y culturales está transformando el contexto de las instituciones de enseñanza” (p.6).

2.6 Software MAPLE 13

Según Cujó (como se citó en Mora, 2012). “MAPLE 13 es un módulo de álgebra computacional que accede en utilizar avanzados métodos matemáticos (simbólicos, numéricos, gráficos, etc.) para solucionar problemas básicos y complejos” (p.34). Estos ejercicios de cálculo simbólico y científico dejan elaborar ejercicios con números, símbolos, fórmulas y ecuaciones. Al mismo tiempo dice Alcantud et al. (s.f.) que:

> MAPLE 13 es un software de cálculo matemático: gráfico, simbólico y numérico, que avanza desde 1980 en la Universidad de Waterloo, Canadá. El nombre de este software procede de las palabras Mathematical Pleasure. Una de sus más importantes particularidades es que admite hacer cálculos simbólicos, a su vez de tener una amplia gama de herramientas gráficas dejando ver los resultados alcanzados. Igualmente deja desarrollar documentos técnicos, el estudiante además puede realizar hojas de trabajo establecidas en operaciones matemáticas en las que logra corregir una ecuación o un dato y reestablecer las soluciones. Además, este programa cuenta con la posibilidad de traducir y exportar documentos realizados a otros formatos como XML, LaTEX, RTF y HTML. (p.2)

Por lo tanto, Alcantud et al. (s.f.) manifiesta que MAPLE 13 tiene una organización modular, preparada con las siguientes características:

La biblioteca Este elemento contiene más de 3000 comandos, la mayor parte de los cuales están agrupados en diferentes librerías temáticas, compuestas por funciones, que se cargan automáticamente al ser llamadas. Las restantes funciones deben ser cargadas explícitamente por el usuario antes de ser utilizadas. El comando with (library) carga en memoria toda la librería especificada.

Es así como su núcleo algebraico del sistema kernel o cernel, interpreta el ingreso y memoriza, además de realizar los ejercicios de algebra sencillos. Al mismo tiempo la interfaz del usuario analiza e ingresa en las operaciones de matemáticas, expone en el monitor las gráficas, para que se comuniquen usuario y el software.

Al empezar a utilizar el software MAPLE 13 se debe asegurar tener bien instalado el programa, en la barra de inicio digita MAPLE, por defecto el programa crea una carpeta con el mismo nombre. Ingrese y en la ventana de MAPLE, al iniciar se encontrará el prompt, el signo “mayor que” (>). Al terminar los ejercicios se deben escribir los signos punto y coma (;), al no realizar esta acción el programa espera la indicación final. MAPLE crea y organiza variables, almacenando en su memoria los resultados, que tiene; variables creadas y sus resultados. (p.2)

2.6.1 Función

Una función es una regla que asigna a cada objeto de un conjunto A exactamente un objeto de un conjunto B. El conjunto A se llama dominio de la función y el conjunto de objetos es el codominio. El subconjunto de B formado por las imágenes de A se llama Rango (Jaimes, 2012).

En las funciones nombradas en este trabajo, el dominio, el codominio y el rango siempre serán colecciones de números reales y la función entre sí se denotará mediante una letra.

2.6.2 Funciones Reales

En la presente investigación, en este caso en la elaboración del manual concerniente a la enseñanza de funciones a través del Software MAPLE 13, el contenido se centrará específicamente en Funciones reales, de ellas las siguientes: la función polinómica, lineal, función cuadrática, función logarítmica, función trigonométrica y función exponencial.

2.6.3 Función Polinómica

Una función polinómica es una expresión del tipo P(x) = a0 + a1x + a2x2 + a3x3 + a4x4...+ anxn, en la que la mayor potencia de la variable se le llama grado del polinomio. Un polinomio se puede también interpretar como una función real de variable real, en la que la x es una variable numérica de la función. En este caso el interés solo está en las funciones lineales y las funciones cuadráticas.

2.6.4 Función Lineal

Una función lineal es una función que cambia a una razón constante con respecto a su variable independiente. La gráfica de una función lineal es una línea recta. La ecuación de una función lineal puede escribirse como: donde m y b son constantes y pertenecen a los números reales con una ecuación general AX+BX+C=0 donde A, B y C son constantes y pertenecen a los números reales (Bradley, Hoffman y Rosen, 2006).

2.6.5 Función Cuadrática

Una función cuadrática corresponde a la fórmula: con a, b y c pertenecientes a los números reales y con diferente de cero.

La grafica de la función cuadrática es una curva llamada parábola, la cual tiene las siguientes características:

Si > 0, es cóncava hacia arriba y admite un mínimo

Si < 0 es cóncava hacia abajo y admite un máximo.

El vértice es el punto de la curva donde la función alcanza el punto máximo o el punto mínimo.

Las intersecciones con el eje x se obtienen resolviendo la ecuación (Andara, Linares, Pavón, Peña y Rivas, 2010).

2.6.6 Función Logarítmica

Se llama función logarítmica a la función real de variable real:

La función logarítmica es una aplicación biyectiva definida en los números reales positivos

La función logarítmica de base es la inversa de la función exponencial de base (Andara et al., 2010).

2.6.7 Función Exponencial

La función exponencial es una función real que tiene por dominio el conjunto de los números reales.
En particular si a = tenemos donde es la base de los logaritmos naturales. La función es de tipo exponencial si tiene la forma, siendo números reales ≥ 0 (Andara et al., 2010).

2.6.8 Función Trigonométrica

Las funciones trigonométricas de acuerdo con Bouciguez son:

> Valores sin unidades que dependen de la magnitud de un ángulo. Se dice que un ángulo situado en un plano de coordenadas rectangulares está en su posición normal si su vértice coincide con el origen y su lado inicial coincide con la parte real positiva del eje x. (p.6)

Este tipo de funciones se verán de una manera más detallada dentro del contenido del manual, ya que como es un tema extenso requiere de mayor análisis, por lo tanto, se deja para tratarlo con más profundidad en la elaboración del contenido.

Aspectos metodológicos

"Científicamente es un procedimiento general para lograr de una manera precisa el objetivo de la investigación; por lo cual se presentan los métodos y técnicas para la realización de la información". (Tamayo, 2003, p.72)

Para la elaboración del manual, el cual es el propósito de esta investigación se ordenó la información compilada acerca de funciones reales, lo cual indica que es una investigación documental. Cuidadosamente se construyeron los contenidos, ya que los capítulos van de una manera lógica secuencial para que facilite a los estudiantes asimilar la parte teórica y práctica.

Investigación documental

Según Arias (como se citó en Castiblanco y Rojas, 2015). La investigación documental "es un proceso basado en la búsqueda, recuperación, análisis, crítica e interpretación de datos secundarios, es decir, los obtenidos y registrados por otros investigadores en fuentes documentales: impresas, audiovisuales o electrónicas" (p.16). se pretende precisar y profundizar en los significados necesarios para la investigación documental, además contribuye en la búsqueda de veracidad y nuevo conocimiento para el análisis de éste.

Tipo de investigación

Cualquier estudio se inicia con la búsqueda y recolección de información, la cual facilite los datos necesarios para su desarrollo. La investigación es una técnica la cual aporta conocimientos necesarios para el desarrollo óptimo de un trabajo.
Existen diferentes tipos de investigación, tales como documental, de campo, exploratoria, descriptiva, etc. Para la producción de este trabajo de investigación es necesario utilizar una investigación documental.

La población: El Sistema Nacional de Educación Permanente (SINEP) según la

Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD, s.f.) es:

> El programa educativo Unadista que se destaca por atender población diversa y enseñar desde la alfabetización, educación básica y media, asimismo brinda cobertura nacional e internacional, ofreciendo educación con calidad para personas que no cuentan con recursos económicos, vulnerables, que trabajan, que no tuvieron empatía con el sistema educativo tradicional, etc. Su modelo educativo de inclusión permite atender poblaciones como: campesinos reincorporados de la guerra, personas que trabajan en las fuerzas militares, víctimas de desplazamiento forzado, madres cabezas de hogar, minorías étnicas, personas privadas de la libertad, personas en condición de discapacidad y con talentos excepcionales, entre otras (Universidad Nacional Abierta y a Distancia [UNAD], s.f.).

El Sistema Nacional de Educación Permanente de acuerdo con Pérez, Triana y Echeverria (2016) refiere que está sustentado bajo el decreto 3011 de 1997 por ciclos lectivos integrados -CLEI- los cuales se desarrollan a través del matiz diferenciador de proyecto transversales solidario. Su modelo pedagógico pretende reforzar y certificar los aprendizajes adquiridos a lo largo de la vida, el estudiante se relaciona con el tutor por medio de herramientas digitales entre los que encontramos los foros, las lecciones en vivo, correo electrónico y acompañamiento vía Skype, etc. Se refuerza en los estudiantes el trabajo autónomo con el acompañamiento de tutorías personalizadas.

El Sistema Nacional de Educación Permanente cuenta con una planta de personal distribuida por: 15 tutores, 3 directivos, 2 administrativos y dos ingenieros de soporte técnico. De origen institucional público, su población es de aproximadamente 5600 estudiantes matriculados en los diferentes ciclos. Para esta investigación se trabajará con la población de ciclo IV que corresponde a 8º y 9º de educación básica. Dentro de sus áreas de estudio se encuentran: el curso de inducción, matemáticas, ciencias naturales y educación ambiental, ciencias sociales, español y literatura, Proyecto social comunitario e inglés.

Las Fases para la elaboración del manual fueron:

1. Se realizó el diseño del bosquejo general, identificando los contenidos, proceso y adaptación de cada uno de los temas de funciones reales para el ciclo IV.
2. Se buscó la información clara y precisa acerca de funciones reales y sus soluciones a través del software MAPLE 13, en diferentes textos, páginas web, etc.
3. Se procedió a seleccionar la información obtenida anteriormente para luego anexarla al contenido del manual.
4. Se ubicó la información seleccionada y revisada por las diferentes partes del proyecto del manual elaborado preliminarmente.
5. Se incorporaron los contenidos extraídos tanto de libros, documentos, sitios web y directamente de ejemplos propios utilizando el software MAPLE 13.
6. Se corrigieron los errores cometidos en la presentación del proyecto y se tuvieron en cuenta las sugerencias hechas por el director Dieter Bob Suarez, para así presentar nuevamente el manual.
7. Una vez concluida la redacción del manual considerando todos sus contenidos y elementos se envía al director para su respectiva aprobación.

Resultados

De acuerdo al planteamiento de los objetivos de la propuesta, la cual se refería al diseño y elaboración de un manual que permitiera el uso del software MAPLE 13 en la enseñanza y aprendizaje de funciones reales en el contexto escolar de ciclo IV del SINEP y además teniendo en cuenta las diferentes investigaciones planteadas por diferentes autores de acuerdo al tema, como producto final se concluyó el diseño y la elaboración de un manual titulado **"Funciones Reales con MAPLE 13"** y servirá a los educandos y educadores como apoyo en su formación académica especialmente en Matemáticas con la utilización de las TIC y se espera que sea de gran ayuda y también un material fundamental para quienes quieran investigar y conocer el programa **MAPLE 13**.

La implementación de este manual permitirá el aprendizaje de funciones reales a través del software MAPLE 13, esta guía de apoyo es útil tanto para los tutores de matemáticas como para sus estudiantes, esto permitirá el uso de nuevas tecnologías logrando que las tutorías sean más amenas, asimismo los estudiantes participan de una manera más activa con recursos tecnológicos y por tanto se apropian de nuevos conocimientos.

El manual irá principalmente al Sistema Nacional de Educación Permanente antes mencionado, pero también podrá ser usado para aquellas personas que se muestren interesadas por la implementación de Software en la enseñanza especialmente en este programa tan completo como lo es MAPLE 13.

Programa de Educación Básica y Media para Jóvenes y Adultos

MANUAL MAPLE 13

MATEM4TICAS

CICLO IV

Universidad Nacional Abierta y a Distancia

Manual MAPLE 13

Ciclo IV

Universidad Nacional
Abierta y a Distancia

Jaime Alberto Leal Afanador
Rector

Martha Viviana Vargas Galindo
Directora del Sistema Nacional de Educación Permanente

Primera Edición año 2018

Autoras
Yuri Marcela Niño Becerra (Tutora Matemáticas SINEP).
Karen Eliana Moreno Otavo (Tutora Pensamiento Lógico matemático)

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS

PRÓLOGO

En la actualidad es importante tener un buen manejo en el uso de herramientas tecnológicas, especialmente en la parte educativa, ya que esto permite que el procesamiento y el análisis de la información se adquieran con más facilidad.
A medida que pasa el tiempo se ha podido observar que el crecimiento de las nuevas tecnologías de la información ha producido transformaciones importantes en la forma de hacer y ver las matemáticas, las cuales han sido beneficiadas enormemente con la creación de diferentes programas que han permitido facilitar su estudio y su enseñanza.

MAPLE 13 es una herramienta tecnológica que actualmente está a la vanguardia además mantiene y manipula símbolos y expresiones matemáticas, posee un amplio conjunto de rutinas y gráficas para visualizar información matemática compleja, algoritmos numéricos que dan soluciones precisas y un lenguaje de programación completa y comprensible que permite al usuario obtener funciones y aplicaciones. MAPLE 13 ayuda con la mejora de las destrezas cognitivas del estudiante de tal manera que elabora procedimientos que, con la educación tradicional del aula, habría que dedicarle más tiempo, precisión, visualización y comprensión. Además, el registro en el computador de las actividades hechas por el alumno hace posible el análisis de los aciertos, errores y tiempos de respuesta, los cuales son datos importantes para que el docente logre una adecuada evaluación formativa.

El presente manual puede ser una herramienta útil para todo aquel que desee iniciarse en el uso del MAPLE 13 y está compuesto por diferentes secciones las cuales están claramente detalladas, en donde a través de los diferentes ejemplos se introducen los conceptos de cada función matemática y el uso de los comandos de MAPLE 13. Además, este manual cuenta al final de cada tema una serie de prácticas las cuales permiten al lector aplicar el conocimiento adquirido.
El lenguaje utilizado en este manual es un lenguaje claro y sencillo, usualmente utilizado por

docentes para transmitir conceptos e ideas fundamentales sobre el tema, pero así mismo para explicar detalladamente cada uno de los ejemplos.

Este manual puede ser el comienzo para todo aquel que quiera y desee incrementar su productividad en actividades académicas regidas por la utilización de herramientas tecnológicas, en este caso con este programa estupendo y de muy fácil uso como lo es el MAPLE 13.

Yuri Marcela Niño Becerra
Karen Eliana Moreno Otavo
LAS AUTORAS

INTRODUCCIÓN

En este proyecto de investigación se presenta el paso a paso del diseño del manual didáctico para el software MAPLE 13, para suministrar y optimar el aprendizaje y la enseñanza de funciones reales, reconociendo que las herramientas telemáticas en el área de matemática permiten mejorar y estimular en el alumno su creatividad, rendimiento e imaginación además de las competencias matemáticas como es el pensamiento, variaciones y sistemas algebraicos.

Los tutores de matemáticas en educación básica y media y de los cursos básicos universitarios dictan temáticas que son importantes como el tema de funciones, ellos encuentran múltiples dificultades y reflexionan que son importantes los conceptos previos no conocidos ni aprehendidos por los estudiantes en sus cursos anteriores, por lo que deben realizar una realimentación que no es suficiente y perjudica al estudiante, por esto es importante dar un repaso antes de iniciar con los contenidos obligatorios. MAPLE 13 es un software de cálculo matemático: gráfico, numérico y simbólico creado en la Universidad de Waterloo de Canadá. Sus siglas MAPLE vienen de las palabras en inglés Mathematical Pleasure que significa en español "Placer matemático". Uno de sus principales beneficios de MAPLE 13 es que realiza cálculos simbólicos, igualmente cuenta con elementos gráficos que admiten ver los ejercicios resueltos. Este software realiza documentos técnicos, permitiendo que el estudiante con hojas de trabajo pueda desarrollar una ecuación o un dato y ver su solución de manera inmediata.

El objetivo principal del manual propuesto es lograr en el usuario un fácil manejo del programa MAPLE 13, para que lo pueda aplicar fácilmente en el aprendizaje de funciones matemáticas. Este manual está escrito de una manera clara y sencilla, explicando el paso a paso de cada ejercicio solucionado con este programa, permitiendo captar la atención del usuario y motivar su adaptación en el entorno de MAPLE 13. Se utilizan comandos matemáticos sencillos en un lenguaje conocido por el usuario. Las herramientas y lenguaje matemático utilizado por el programa son de fácil entendimiento ya que cuenta con herramientas que permiten una utilización de estos en cualquier entorno matemático.

Este manual profundiza en el aprendizaje para los estudiantes y fortalece a los tutores en su enseñanza de funciones matemáticas, su concepto y su gráfica, las cuales están explicadas por medio de una serie de prácticas, de tal manera que el usuario entienda cada procedimiento que debe hacer en el programa MAPLE 13. El manual didáctico, está dividido por temas que están compuestos por la explicación clara del concepto, dos ejemplos claros y concretos solucionados en MAPLE 13, finalmente una práctica que consta de varios ejercicios planteados de acuerdo con la idea fundamental de cada tema.

El manual está dividido por temas que están compuestos por la explicación clara del concepto, dos ejemplos claros y concretos solucionados en MAPLE 13 y finalmente una práctica que consta de varios ejercicios planteados de acuerdo con la idea fundamental de cada tema.

El trabajo está estructurado de la siguiente manera: TEMA 1 exponiendo el concepto fundamental de función; TEMA 2 abordando el concepto de función polinómica en donde se enfatiza principalmente en la función lineal y función cuadrática con sus características más relevantes; TEMA 3 dedicado al concepto de función exponencial, su concepto y sus propiedades más importantes; TEMA 4 el tema que se aborda es de la función logarítmica, su concepto y sus principales propiedades; y el TEMA 5 finalmente presenta el tema de las funciones trigonométricas vistas con sus gráficas y propiedades. Adicionalmente, este manual didáctico al ser implementado contribuye en la difusión de material digital adecuado, promoviendo las TIC, promoviendo al educando el manejo de recursos digitales fortaleciendo el aprendizaje autónomo, cumpliendo con las pautas de enseñanza planteadas por el Ministerio de Educación Nacional.

Esperamos que este manual sea de gran ayuda para la enseñanza y el aprendizaje de funciones matemáticas, además de esto sirva para despertar el interés del estudiante en el programa MAPLE 13 y lo siga investigando, ya que es una gran y valiosa herramienta, que nos permite no sólo ser utilizada en matemáticas sino también en otras áreas del aprendizaje.

Yuri Marcela Niño Becerra
Karen Eliana Moreno Otavo
LAS AUTORAS

NECESIDADES DEL SISTEMA

Para utilizar MAPLE 13 de una manera eficiente y aprovechando todas sus posibilidades, se necesita que su ordenador tenga los siguientes requisitos tanto de software como de hardware. Éstos los puede leer a continuación.

Versión	CPU	RAM recomendado	Disco duro
Windows XP Pro	Intel Pentium III 650 MHz o equivalente	512 MB	1 GB
Windows XP Home	Intel Pentium III 650 MHz o equivalente	512 MB	1 GB
Windows 2003 Server	Intel Pentium III 650 MHz o equivalente	512 MB	1 GB
64-bit Windows (XP, Windows Vista, or Windows 7)	AMD X86_64, 1 GHz, Intel Xeon, Intel 64	512 MB	1 GB
64-bit Windows 2008 Server	AMD X86_64, 1.4 GHz, Intel Xeon, Intel 64	512 MB	1 GB
Vista Home Basic	Intel Pentium III 1 GHz o equivalente	512 MB	1 GB
Vista Home Premium Business Ultimate Edition	Intel Pentium III 1 GHz o equivalente	1 GB	1 GB
Windows 7	Intel Pentium III 1 GHz o equivalente	512 MB	1 GB

Figura 1. Necesidades del sistema operativo.

[Figura 1. Necesidades del sistema operativo]. (s.f.). Recuperado de https://www.slideshare.net/Sethnubti/maple-10-para-matemticas-bsicas

- Software para Windows 98 y ME.
- Para conexiones habilitadas TCP/IP i.
- La resolución que se recomienda 16-bit color a 800 por 600.
- Tener el driver de CD-ROM.

Algunas de los valores no los podrá encontrar en MAPLE clásico. Al realizar la instalación del programa dele clic en instalación recomendada, si no cuenta con todos los requerimientos del sistema se puede limitar su labor en algunas tareas del programa.

Para configurar el programa con los mínimos requerimientos del sistema, la Interface Classic Worksheet es la más recomendada.

ORDENES MÁS UTILIZADOS POR MAPLE

In:	Ejecutor de pertenencia para conjuntos.
evalb(exprb)	Evalúa una expresión booleana.
union(c1,c2)	Operador de unión para conjuntos.
intersection(c1,c2)	Operador de intersección para conjuntos.
minus(c1,c2)	Operador de diferencia para conjuntos.
subset(c1,c2)	Operador de subconjuntos.
powerset(c1)	Calcula el conjunto potencia de un conjunto, requiere el comando with(combinat).
nops(c1)	Obtiene la cardinalidad de un conjunto.
Restart	Limpia la memoria de Maple para todas las definiciones.
unassign('var')	Limpia una variable nombrada var=variable.
unapply(expr)	Retorna un operador de una expresión en forma de función.
with( )	Trae funciones adicionales que se encuentran en la biblioteca de Maple.
numer( )	Selecciona el numerador de una fracción.
denom( )	Selecciona el denominador de una fracción.
ifactor(n)	Da la factorización de números primos para un entero dado.
lhs(eqn)	Selecciona el lado izquierdo de una ecuación.
rhs(eqn)	Selecciona el lado derecho de una ecuación.

rationalize(expr)	Racionaliza el denominador de una expresión.
simplify(expr)	Simplifica una expresión.
expand(expr)	Expande la expresión dada.
eval(expr,x=v)	Evalúa las expresiones en un punto donde x=a.
evalf(expr)	Evalúa numéricamente una expresión dando por default 10 dígitos.
evalf(expr,n)	Evalúa numéricamente una expresión dando el número de dígitos que se requieran.
factor(expr)	Factoriza una expresión.
fsolve(eqn)	Encuentra numéricamente (por aproximación) la solución de una ecuación, cuando se le da el valor de x.
subs(x= v,expr)	Sustituye el valor de una variable en la variable independiente de la expresión.
solve(eqn)	Encuentra la solución exacta de una ecuación incluyendo ecuaciones con letras y sistemas lineales.
plot( )	Gráfica de funciones definidas por expresiones algebraicas, más de una expresión a la vez, puntos, ecuaciones paramétricas, etc.
display( )	Combina graficas de funciones y puntos (requiere el comando
with(plots)). implicitplot( )	Gráfica de funciones definidas implícitamente.
Matrix([])	Es el comando para crear una matriz.
DeleteRow(M,#)	Elimina una fila de una matriz, donde M es la matriz y # es el número de fila a eliminar.
DeleteColumn(M,#)	Elimina una columna de una matriz, donde M es la matriz y # es el número de columna.
RowOperation(M,α,#)	Multiplica una fila de una matriz por un escalar, donde M es la matriz, α, es un escalar y # es el número de la fila.
RowOperation(M,[ ])	Hace el intercambio de filas en una matriz, donde M es la matriz.

ColumnOperation(M,α,#) Multiplica una columna por un escalar, donde M es la matriz, α, es el escalar y # el número de columna.

ColumnOperation(M,[ ]) Hace el intercambio de columnas en una matriz, donde M es la matriz.

MatrixAdd() Suma dos matrices.

Multiply() Multiplica dos matrices.

ScalarMultiply() Multiplica una matriz por un escalar.

MatrixScalarMultiply() Multiplica una matriz por un escalar.

Transpose() Transpone una matriz.

Determinant() Calcula el determinante de una matriz.

MatrixInverse() Calcula la matriz inversa.

ReducedRowEchelonForm(<|>) Resuelve un sistema de ecuaciones por el método de Gaussiano.

GenerateEquations(,[ ]) Convierte una matriz en un sistema de ecuaciones.

GenerateMatrix() Convierte un sistema de ecuaciones en un sistema matricial.

LinearSolve() Resuelve el sistema que está expresado en matrices.

limit() Calcula el límite de una función.

Limit() Escribe el límite de una función, sin calcularlo.

piecewise() Define una función construida por partes.

discont() Encuentra los puntos de discontinuidad de una función.

Showtangent() Dibuja una función y la línea tangente para un valor dado de x.

D() Deriva una función y evalúa la función derivada en x.

diff() Calcula la derivada de una función.

Implicitdiff() Deriva una función definida por una ecuación.

CriticalPoints() Encuentra los puntos críticos de una función.

FunctionChart()	Grafica una función a la vez que señala en la gráfica los intervalos
	para los cuales la función es creciente y decreciente.
InflectionPoints()	Encuentra los puntos de inflexión de una función.
integrate() o int()	Calcula la integral de una función.
Integrate() o Int()	Escribe la integral de una función, sin calcularla.
normal()	Normaliza una expresión racional.
leftbox()	Grafica los rectángulos por la izquierda de una suma de Riemann.
Leftsum	Calcula la suma de Riemann por la izquierda.
Rightbox	Grafica los rectángulos por la derecha de una suma de Riemann.
Rightsum	Calcula la suma de Riemann por la derecha.

CONSTANTES MATEMÁTICAS

Pi	(Debe ser necesariamente Pi con P mayúscula).
exp(1)	e
I	$\sqrt{-1}$

OTRAS FUNCIONES CONSTANTES MATEMÁTICAS

sqrt(x)	$\sqrt{x}$
abs(x)	$\lvert x \rvert$
exp(x)	ex
ln(x)	Logaritmo natural.
log(x)	Logaritmo natural igual que ln(x).
log[n](x)	Logaritmo base n.

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS:

sin(x) **cos(x)** **tan(x)** **cot(x)** **sec(x)** **csc(x)**

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS:

arcsin(x)   arccos(x)   arctan(x)

COLORES UTILIZADOS POR MAPLE

Aquamarine	**black**	**blue**	**navy**	**coral**
Cyan	**brown**	**gold**	**green**	**gray**
Khaki	**magenta**	**maroon**	**orange**	**pink**
plum	**red**	**sienna**	**tan**	**turquoise**
xviolet	**wheat**	**white**	**yellow**	

PAQUETES DE MAPLE

La mayoría de los comandos de MAPLE se encuentran disponibles sin necesidad de cargar algún paquete adicional. Sin embargo, para otros casos MAPLE utiliza sus funciones en paquetes, los cuales están disponibles en librerías según el tema. Al cargar una de las librerías se hace operativa una función, para lo cual es necesario poner “with” y adicionándole el nombre del paquete dentro del paréntesis.

Los diferentes paquetes o librerías que utiliza MAPLE son los siguientes:

```
> with(Student);#Con este comando, cargamos todos los subpaquetes del paquete Student.
  [Calculus1, LinearAlgebra, MultivariateCalculus, Precalculus, SetColors, VectorCalculus]

> with(Student[Precalculus]);
       #Con este comando, cargamos solo el subpaquete Precalculus del paquete Student.
[CenterOfMass, CompleteSquare, CompositionPlot, CompositionTutor, ConicsTutor, Distance,
    FunctionSlopePlot, FunctionSlopeTutor, LimitPlot, LimitTutor, Line, LineTutor,
    LinearInequalitiesTutor, Midpoint, PolynomialTutor, RationalFunctionPlot,
    RationalFunctionTutor, Slope, StandardFunctionsTutor]

> with(Student[Calculus1]);
[AntiderivativePlot, AntiderivativeTutor, ApproximateInt, ApproximateIntTutor, ArcLength,
    ArcLengthTutor, Asymptotes, Clear, CriticalPoints, CurveAnalysisTutor, DerivativePlot,
    DerivativeTutor, DiffTutor, ExtremePoints, FunctionAverage, FunctionAverageTutor,
    FunctionChart, FunctionPlot, GetMessage, GetNumProblems, GetProblem, Hint,
    InflectionPoints, IntTutor, Integrand, InversePlot, InverseTutor, LimitTutor,
    MeanValueTheorem, MeanValueTheoremTutor, NewtonQuotient, NewtonsMethod,
    NewtonsMethodTutor, PointInterpolation, RiemannSum, RollesTheorem, Roots, Rule, Show,
    ShowIncomplete, ShowSteps, Summand, SurfaceOfRevolution, SurfaceOfRevolutionTutor,
    Tangent, TangentSecantTutor, TangentTutor, TaylorApproximation,
    TaylorApproximationTutor, Understand, Undo, VolumeOfRevolution,
    VolumeOfRevolutionTutor, WhatProblem]
```

```
> with(Student[MultivariateCalculus]);
[ApproximateInt, ApproximateIntTutor, CenterOfMass, ChangeOfVariables, CrossSection,
  CrossSectionTutor, Del, DirectionalDerivative, DirectionalDerivativeTutor,
  FunctionAverage, Gradient, GradientTutor, Jacobian, LagrangeMultipliers, MultiInt,
  Nabla, Revert, SecondDerivativeTest, SurfaceArea, TaylorApproximation,
  TaylorApproximationTutor]
```

```
> with(Student[VectorCalculus]);
[&x, `*`, `+`, `-`, `.`, <,>, <|>, About, ArcLength, BasisFormat, Binormal, ConvertVector,
  CrossProduct, Curl, Curvature, D, Del, DirectionalDiff, Divergence, DotProduct,
  FlowLine, Flux, GetCoordinates, GetPVDescription, GetRootPoint, GetSpace, Gradient,
  Hessian, IsPositionVector, IsRootedVector, IsVectorField, Jacobian, Laplacian, LineInt,
  MapToBasis, Nabla, Norm, Normalize, PathInt, PlotPositionVector, PlotVector,

PositionVector, PrincipalNormal, RadiusOfCurvature, RootedVector, ScalarPotential,
SetCoordinates, SpaceCurve, SpaceCurveTutor, SurfaceInt, TNBFrame, Tangent,
TangentLine, TangentPlane, TangentVector, Torsion, Vector, VectorField,
VectorFieldTutor, VectorPotential, VectorSpace, diff, evalVF, int, limit, series]
```

```
> with(Student[LinearAlgebra]);
[&x, `.`, AddRow, AddRows, Adjoint, ApplyLinearTransformPlot, BackwardSubstitute,
  BandMatrix, Basis, BilinearForm, CharacteristicMatrix, CharacteristicPolynomial,
  ColumnDimension, ColumnSpace, CompanionMatrix, ConstantMatrix, ConstantVector,
  CrossProductPlot, Determinant, Diagonal, DiagonalMatrix, Dimension, Dimensions,
  EigenPlot, EigenPlotTutor, Eigenvalues, EigenvaluesTutor, Eigenvectors,
  EigenvectorsTutor, Equal, GaussJordanEliminationTutor, GaussianElimination,
  GaussianEliminationTutor, GenerateEquations, GenerateMatrix, GramSchmidt,
  HermitianTranspose, Id, IdentityMatrix, IntersectionBasis, InverseTutor, IsDefinite,
  IsOrthogonal, IsSimilar, IsUnitary, JordanBlockMatrix, JordanForm, LUDecomposition,
  LeastSquares, LeastSquaresPlot, LinearSolve, LinearSolveTutor, LinearSystemPlot,
  LinearSystemPlotTutor, LinearTransformPlot, LinearTransformPlotTutor, MatrixBuilder,
  MinimalPolynomial, Minor, MultiplyRow, Norm, Normalize, NullSpace, Pivot, PlanePlot,
  ProjectionPlot, QRDecomposition, RandomMatrix, RandomVector, Rank,
  ReducedRowEchelonForm, ReflectionMatrix, RotationMatrix, RowDimension, RowSpace,
  SetDefault, SetDefaults, SumBasis, SwapRow, SwapRows, Trace, Transpose, UnitVector,
  VectorAngle, VectorSumPlot, ZeroMatrix, ZeroVector]
```

> *with(linalg);*

[*BlockDiagonal, GramSchmidt, JordanBlock, LUdecomp, QRdecomp, Wronskian, addcol, addrow, adj, adjoint, angle, augment, backsub, band, basis, bezout, blockmatrix, charmat, charpoly, cholesky, col, coldim, colspace, colspan, companion, concat, cond, copyinto, crossprod, curl, definite, delcols, delrows, det, diag, diverge, dotprod, eigenvals, eigenvalues, eigenvectors, eigenvects, entermatrix, equal, exponential, extend, ffgausselim, fibonacci, forwardsub, frobenius, gausselim, gaussjord, geneqns, genmatrix, grad, hadamard, hermite, hessian, hilbert, htranspose, ihermite, indexfunc, innerprod, intbasis, inverse, ismith, issimilar, iszero, jacobian, jordan, kernel, laplacian, leastsqrs, linsolve, matadd, matrix, minor, minpoly, mulcol, mulrow, multiply, norm, normalize, nullspace, orthog, permanent, pivot, potential, randmatrix, randvector, rank, ratform, row, rowdim, rowspace, rowspan, rref, scalarmul, singularvals, smith, stackmatrix, submatrix, subvector, sumbasis, swapcol, swaprow, sylvester, toeplitz, trace, transpose, vandermonde, vecpotent, vectdim, vector, wronskian*]

> *with(plots);*

[*animate, animate3d, animatecurve, arrow, changecoords, complexplot, complexplot3d, conformal, conformal3d, contourplot, contourplot3d, coordplot, coordplot3d, densityplot, display, dualaxisplot, fieldplot, fieldplot3d, gradplot, gradplot3d, graphplot3d, implicitplot, implicitplot3d, inequal, interactive, interactiveparams, intersectplot, listcontplot, listcontplot3d, listdensityplot, listplot, listplot3d, loglogplot, logplot, matrixplot, multiple, odeplot, pareto, plotcompare, pointplot, pointplot3d, polarplot, polygonplot, polygonplot3d, polyhedra_supported, polyhedraplot, rootlocus, semilogplot, setcolors, setoptions,*

> *with(plottools);*

[*arc, arrow, circle, cone, cuboid, curve, cutin, cutout, cylinder, disk, dodecahedron, ellipse, ellipticArc, hemisphere, hexahedron, homothety, hyperbola, icosahedron, line, octahedron, parallelepiped, pieslice, point, polygon, project, rectangle, reflect, rotate, scale, semitorus, sphere, stellate, tetrahedron, torus, transform, translate, vrml*]

setoptions3d, spacecurve, sparsematrixplot, surfdata, textplot, textplot3d, tubeplot]

Figura 2. Comandos de MAPLE 13.

[Figura 2. Comandos de las librerias de MAPLE 13]. (s.f.). Recuperado del software MAPLE 13

HOJA DE TRABAJO

A continuación, se presentará la ventana de MAPLE 13, en la cual se hará una descripción breve de cada uno de sus elementos:

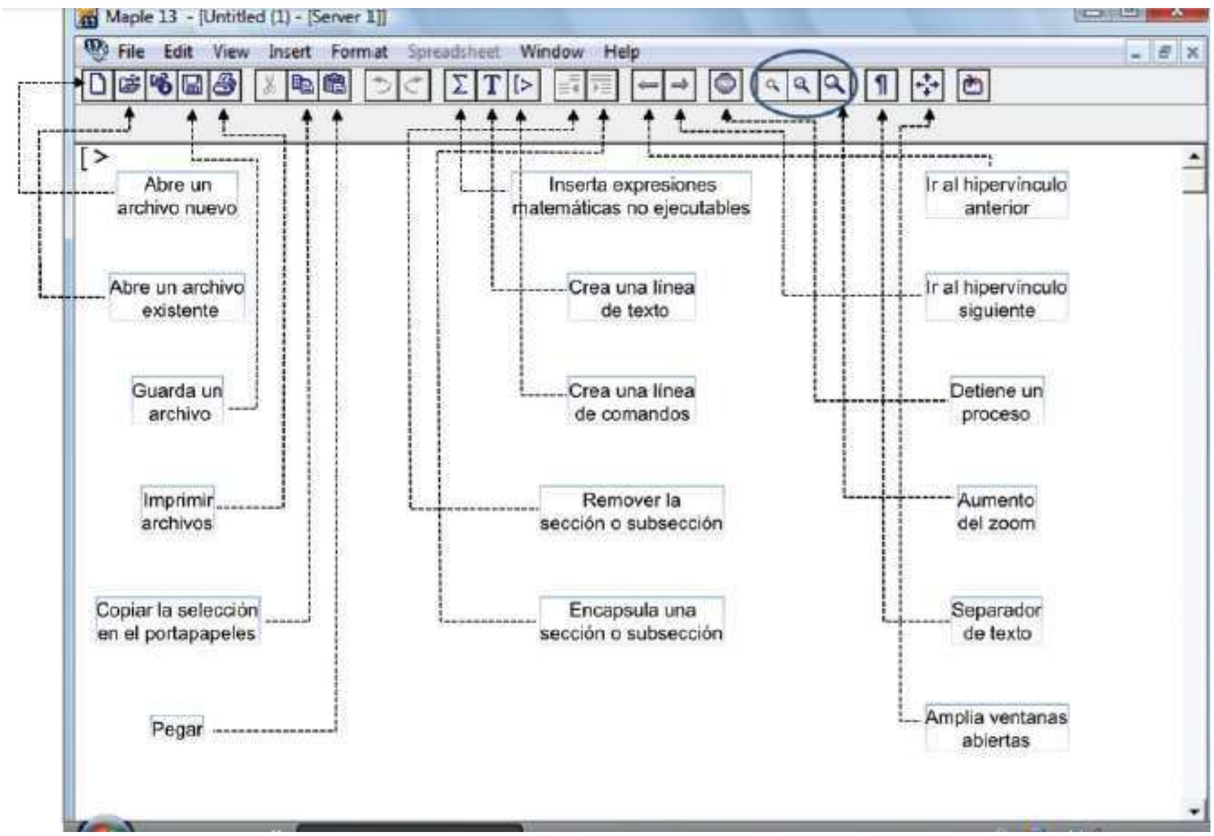
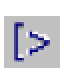


Figura 3. Hoja de trabajo en MAPLE 13.

[Figura 3. Hoja de trabajo]. (s.f.). Recuperado del software MAPLE 13

CREAR UNA NUEVA LÍNEA DE COMANDO

Utilizar: ctrl + J.

Dar clic al icono  .

Use el Menú: Insert / Execution Group > After Cursor.

CREAR UNA LÍNEA DE TEXTO

Utilizar ctrl + T.

Dar clic al icono  .

Usar el Menú: Insert / Text Input.

USO DE UN SEMICOLON (PUNTO Y COMA) VS. COLON (DOS PUNTOS)

Al finalizar una línea de comandos matemáticos, se debe utilizar (;) el cual es llamado semicolon. Si requiere utilizar más de una línea de comandos matemáticos, debe utilizar el colon (:).

¿CÓMO REMOVER LAS SALIDAS DE UNA HOJA DE TRABAJO?

Use el Menú: **Edit / Remove** Output > From Worksheet.

¿CÓMO EXPANDIR O COLAPSAR UNA SECCIÓN?

Use el Menú: View / Expand All Sections (or Collapse All Sections).

PARAR EL PROCESO DE OUTPUT DE LENGUAJE MATEMÁTICO:

Para parar un proceso utilice el icono 

CREAR UN NUEVO ARCHIVO / GUARDAR UN ARCHIVO / ABRIR UN ARCHIVO EXISTENTE E IMPRIMIR

Use el Menú: File / New, Open, **Save**, **Save As**, **Print**, o en su caso **ctrl + P** o dar clic a los iconos de abrir un archivo ya existente  , un nuevo archivo , para guardar y para imprimir .

¿CÓMO CORTAR, COPIAR O PEGAR?

Use la barra de herramientas de clic al icono de cortar , copiar y pegar .
También puede cortar, copiar o cortar seleccionando el párrafo o la línea de trabajo matemático.

USO DE LA AYUDA

Puede dar clic en la barra de herramientas a la palabra **help** o en su defecto escriba la palabra que requiere buscar en comandos matemáticos y oprima **ctrl + f1**. Por ejemplo, factor luego **ctrl + f1** y se desplegará la ayuda sobre este comando.

AUTO - GUARDAR

Dar clic en la barra de herramientas al comando **options** y busque **autosave** y seleccione el intervalo que requiera para guardar sus archivos.

VER LAS PALETAS

Dar clic en el menú de **view** y dar clic en **palettes** y dar clic en **show all palettes**; se desplegarán todas las paletas del maple.

INSERTAR EXPRESIONES MATEMÁTICAS NO EJECUTABLES

Dar clic al icono y escriba en las expresiones matemáticas no ejecutables o texto.

DESHACER LA ÚLTIMA EXPRESIÓN

Dar clic al icono y entonces deshaga la última operación.

INSERTAR SECCIONES O SUBSECCIONES

Dar clic en la barra de herramientas a ***Insert***, luego dar clic a ***Section*** o ***Subsection***.

AUMENTO DEL ZOOM

Dar clic al icono para ver al 100%, clic al icono para ver al 150% y dar clic al icono para ver al 200%.

ENCAPSULAR SECCIONES O SUBSECCIONES

Remueve la sección o subsección encapsulada con el icono , encapsula una sección o subsección con el icono .

USO DE SEPARADOR DE TEXTO O LENGUAJE MATEMÁTICO

Puede utilizar el icono ¶ para ver las separaciones.

IR A LOS HIPERVÍNCULOS ANTERIORES O POSTERIORES

Para ir a un hipervínculo anterior dar clic al icono , para ir a un hipervínculo posterior dar clic al icono .

ORGANIZACIÓN DE VENTANAS

Dar clic al icono y automáticamente ampliará las ventanas abiertas.

ESTÁNDARES MATEMÁTICOS GRADO NOVENO

- El estudiante identifica la relación entre los cambios en las gráficas que las representan y los parámetros de la representación algebraica de un conjunto de funciones.
- El estudiante observa los comportamientos de cambio de funciones específicas con las representaciones gráficas cartesianas que pertenecen al conjunto de funciones exponenciales, logarítmicas y polinómicas.

FUNCIONES EN MAPLE

Antes de entrar en el tema de funciones es necesario saber que una de las principales órdenes de MAPLE, es que al finalizarlas siempre se hará con un punto y coma ya que esto nos permite visualizar la orden dada si usa los dos puntos no se visualizará la orden.
Es importante tener en cuenta la definición de operadores utilizados en maple utilizando los siguientes comandos, para poder nombrar una función:

nom : = -> regla ;

Donde nom indica el nombre que se le quiere asignar a la función, var es la variable independiente y regla es la función la cual aparecerá cada vez que se invoque nom.
Entre la variable y la regla siempre se debe colocar el comando “ -> ” el cual corresponde a un signo menos “ - ” y un mayor que “ > ”.

TEMA 1
¿QUÉ ES UNA FUNCIÓN?

Son llamadas comúnmente funciones *algebraicas* aquellas en las que las variables se sujetan a las operaciones cotidianas de suma, resta, multiplicación, división, elevación a potencia de exponentes constantes y enteros, así como extracción de raíces constantes y enteras, o bien aquellas expresiones que son solución de una ecuación algebraica. Una función es una norma que establece a cada elemento de un conjunto A exactamente un elemento de un conjunto B, el conjunto A se denomina dominio o conjunto de partida y el conjunto B se denomina codominio o conjunto de llegada. El subconjunto de B formado por las imágenes de A se denomina rango, donde la imagen de una función $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{B}$ es el conjunto formado por todos los valores que puede llegar a tomar la función. "Cálculo diferencial" (Camacho, 2012, p.55)

En nuestro estudio, el dominio, el codominio y el rango siempre serán colecciones de números reales y la función se denomina mediante la letra f.

Ejemplo 1:

Definamos la función f(x)=2x+1, en esta parte lo que se hace es sentenciar la letra f de la función, para poderle dar valores en el punto siguiente, para de esta manera construir la tabla de valores.

> $f := x \rightarrow 2\,x + 1;$ $\qquad$ $f := x \rightarrow 2\,x + 1$

Este tipo de funciones se puede evaluar de la forma: $f(n)$, donde n es cualquier número real o una función de la variable.

Evaluemos la función anterior para los siguientes valores:

$f(-3), f(-2), f(-1), f(0), f(1), f(2), f(3)$

Se procede de la siguiente manera:

> $f(-3);$	-5
> $f(-2);$	-3
> $f(-1);$	-1
> $f(0);$	1
> $f(1);$	3
> $f(2);$	5
>	7

Para realizar la tabla de valores correspondientes a los valores obtenidos anteriormente, en Maple se procede de la siguiente manera:

Para hacer en Maple una tabla de valores se usa el comando seq el cual se aplica a una función f ya definida mediante el siguiente comando seq(f(i), i = a..b), en donde i se refiere a la variable independiente en el caso anterior a la variable x.

Para el ejercicio anteriormente mencionado, el primer paso es sentenciar y limitar la variable X de la siguiente manera:

> $X := [seq(x, x = -3..3)]$ $\qquad X := [-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3]$

El siguiente paso es para limitar cuantas parejas ordenadas se obtendrán en la tabla de valores, el valor que está acompañando a mod indica el número de parejas:

> $\{seq(2x + 1 \textbf{ mod } 7, x = X)\}$ $\qquad \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Enseguida se procede a sentenciar la variable dependiente Y:

> $Y := [seq(2x + 1, x = X)]$ $\qquad Y := [-5, -3, -1, 1, 3, 5, 7]$

Y el último paso es producir la secuencia de los valores de las diferentes parejas ordenadas de la función:

> $[seq([X_x, Y_x], x = 1..nops(X))]$ $\qquad [[-3, -5], [-2, -3], [-1, -1], [0, 1], [1, 3], [2, 5], [3, 7]]$

Y así se han obtenido las parejas ordenadas que corresponden a la tabla de valores en forma horizontal.

Al ubicar estas parejas de puntos en el plano cartesiano y unir estos puntos con un trazo se obtiene una línea recta, la cual es la gráfica de la función f(x)=2x+1.

El dominio de la función f(x) son los valores de x, tomados en el eje horizontal, los valores f(x)

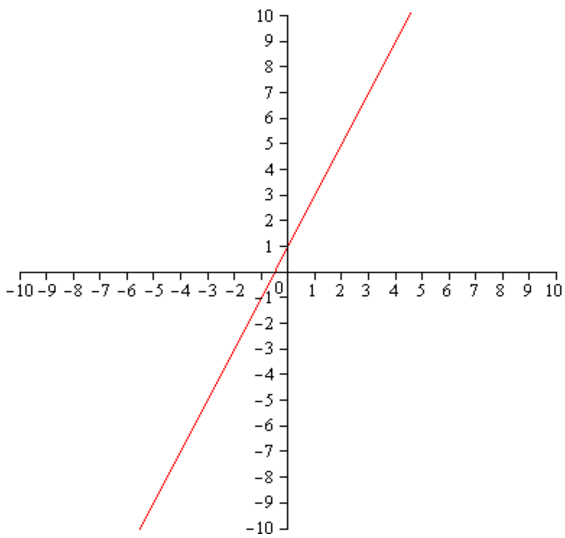
del rango de la función se localizan en el eje vertical.

Para hacer gráficos en Maple inicialmente se debe cargar la librería with(plots:), enseguida se utiliza el comando plot(x), y en el paréntesis la letra que le asignamos a la función.

La grafica de la función anterior en Maple es:

```
> with(plots) :
> plot(f)
```

Figura 2. Gráfica 1.



Para colocar el nombre de los ejes se debe cargar primero la librería with(plots), se pueden utilizar las siguientes herramientas las cuales permiten cambiar diferentes características al gráfico, como son letra, color, titulo, y otras más.

Los comandos que utilizar para las anteriores son los siguientes:

Título del gráfico:	Title=" Título"
Tipo de letra:	Font [Tipo, - Aspecto, Tamaño]
Tipo:	Arial, Courier, Times...etc.
Aspecto:	Bold, oblicue, etc.

Tamaño:	8, 10, 12, etc.
Tipo de letra de los ejes:	Axesfont = [Tipo, Aspecto, Tamaño]
Etiquetas de los ejes:	[“Eje X”,” Eje Y”]
Tipo de línea:	Linestyle = 1,2,3 ó 4 1=continua. 2=punteada. 3=discontinua a tramos. 4=discontinua a tramos separados por puntos.

El orden en que se escriben los comandos es el siguiente

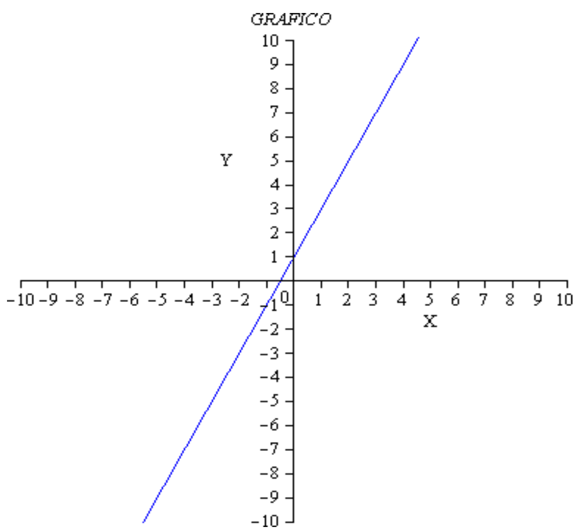
$> plot(nombre\ de\ la\ función\ \ , a\ ..b, opciones\ );$

Las opciones que se coloquen siempre deben ir separadas por comas.

En este caso vamos a colocarle el nombre a los ejes, título y cambiar el color de la gráfica, así:

$>plot(f, labels = ["X", "Y"], title = GRÁFICO, color = blue);$

Figura 3. Gráfica 2.



A partir de la gráfica se podrá verificar si se cumple con la regla para que sea función. En este caso se observa que corresponde a una función ya que a cada elemento del conjunto de partida se le asigna un único elemento del conjunto de llegada.

Ejemplo 2:

Definamos la expresión g(x)=x2-x

> $g(x) : x^2\ x;$

$$x^2 - x$$

> $g := x \rightarrow x^2\ x;$

$$g := x \rightarrow x^2 - x$$

Evaluemos la función anterior para los valores:

$$\boldsymbol{g(-3), g(-2), g(-1), g(0), g(1)}$$

> $g(-3);$	12
> $g(-2);$	6
> $g(-1);$	2
> $g(0);$	0
> $g(1);$	0

Haremos la tabla y la gráfica correspondiente a la función g(x)=x2-x, siguiendo los siguientes pasos:

PASO 1: limitar y sentenciar la variable independiente x.

>$X := [seq(x, x = -3..1)]$

$$X := [-3, -2, -1, 0, 1]$$

PASO 2: limitar el número de parejas ordenadas que se obtendrán en la tabla de valores.

> $\{seq(x^2 - x \textbf{ mod } 5, x = X)\}$

$$\{0, 1, 2\}$$

PASO 3: se sentencia la variable dependiente **Y.**

>$Y := [seq(x^2\ \ - x, x = X)]$

$$Y := [12, 6, 2, 0, 0]$$

PASO 4: producir la secuencia de los valores de las diferentes parejas ordenadas de la función g(x)=x2-x, obteniendo los valores correspondientes en forma horizontal.

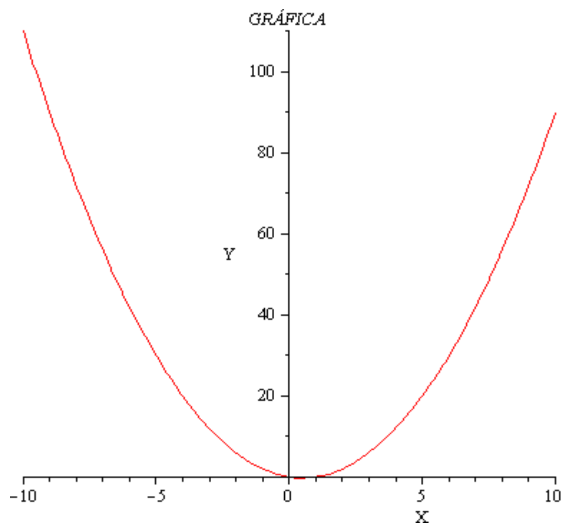
>$[seq([X_x, Y_x], x = 1..nops(X))]$

$$[[-3, 12], [-2, 6], [-1, 2], [0, 0], [1, 0]]$$

PASO 5: graficar con Maple, cargando inicialmente la librería with(plots), y hacer los arreglos correspondientes de la gráfica, como lo es color, título, nombre de los ejes, etc.

$plot(g, labels = ["X", "Y"], title = GRÁFICA, color = red);$

Figura 4. Gráfica 3.



A partir de la gráfica se puede observar que corresponde a una función ya que es una regla que asigna a cada objeto de un conjunto A exactamente un objeto de un conjunto B.

PRÁCTICA N°1

1. Realizar las gráficas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2\,x + 43$

b) $f(z) = 3x - 2$

c) $f(x) = -2x - 6$

d) $f(x) = -7x + 8$

2. Para las anteriores funciones encontrar las parejas ordenadas y construir su tabla de valores.

CLASES DE FUNCIONES

Obedeciendo a otras características que tome una expresión algebraica o la notación de la función f en x, se obtienen diferentes clases de funciones.

Entre estas clases están la función polinómica, función lineal, función cuadrática, función logarítmica, función trigonométrica y la función exponencial. Funciones y gráficas (Contreras y Pino, s.f., p.1-2)

Las anteriores funciones son las que trataremos en este manual, las cuales serán estudiadas y explicadas paso a paso con el uso del programa Maple, el cual nos ayudará a resolver los diferentes ejercicios.

TEMA 2
FUNCIÓN POLINOMIALES

Una función polinomial es una expresión del tipo P(x) = a0 + a1x + a2x2 + a3x3 + a4x4+...+ anxn, y se tiene que mayor potencia del símbolo de cambio se la llama grado del polinomio. Un polinomio también se interpreta como una función real de una variable real, en la que la x es una variable numérica de la función. Matemáticas 4 Precálculo: funciones y competencias. (Ruiz, 2016, p.56)

En este caso estamos interesados sólo en las funciones lineales y las funciones cuadráticas.

FUNCIÓN LINEAL

Una función lineal es una función que cambia a una razón constante con respecto a su variable independiente.

La gráfica de una función lineal es una línea recta. La ecuación de una función lineal puede escribirse como: $\boldsymbol{y=mx+b}$ donde m y b son constantes y pertenecen a los números reales. Matemáticas 4 Precálculo: funciones y competencias. (Ruiz, 2016, p.57)

ELEMENTOS DE LA FUNCIÓN LINEAL f(x)=mx+b.

- x: corresponde a la variable independiente y se ubica en el eje horizontal y recibe el nombre de abscisa.
- f(x): corresponde a la variable dependiente ya que sus valores dependen de los valores de

x. Se ubica en el eje Y, el cual recibe el nombre de ordenada, también se denota por y.

- m: se refiere a la pendiente de la recta, el cual indica el ángulo de inclinación que tiene la recta con respecto al eje positivo de las x.
- b: se refiere al intercepto o al punto de corte con el eje y.

Matemáticas básicas una introducción al cálculo. (Fuentes, 2016, p.149)

EJEMPLO 1:

Representar gráficamente la función f(x)=3x

Graficando en Maple seguimos los mismos pasos que en las gráficas realizadas anteriormente.

> $f := x \rightarrow 3\,x;$ $\qquad$ $f := x \rightarrow 3\,x$

> $X := [seq(x, x = -1 \,..\, 3)];$ $\qquad$ $X := [-1, 0, 1, 2, 3]$

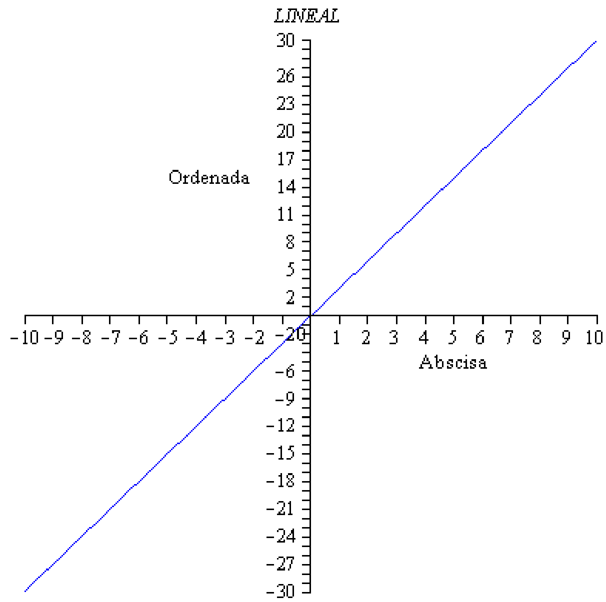
> $\{seq(3x \textbf{ mod } 6, x = X)\}$ $\qquad$ $\{0, 3\}$

> $Y := [seq(3\,x, x = X)]$ $\qquad$ $Y := [-3, 0, 3, 6, 9]$

> $[seq([X_x, Y_x], x = 1 \,...\, nops(X))]$ $\qquad$ $[[-1, -3], [0, 0], [1, 3], [2, 6], [3, 9]]$

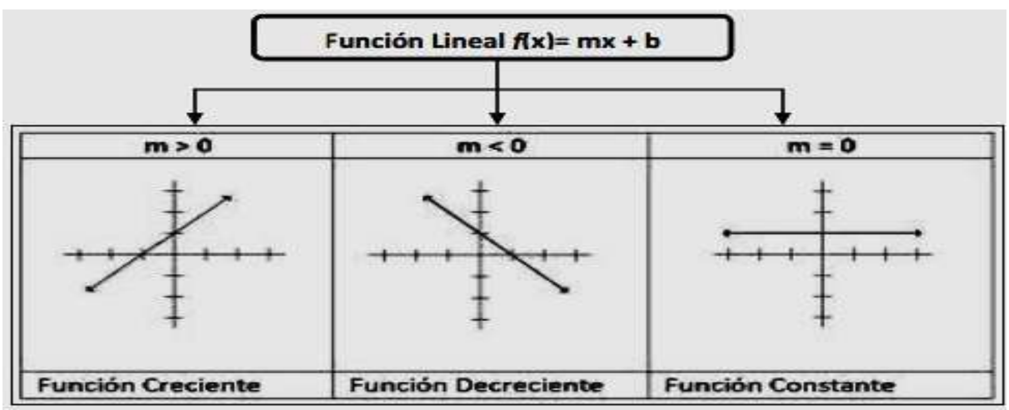
> $with(plots):$
$plot(f, labels = [\text{"Abscisa", " Ordenada"}], title = \text{LINEAL}, \text{color} = \text{blue})$

Figura 5. Grafica 4.



FUNCIÓN LINEAL SEGÚN EL VALOR DE LA PENDIENTE

Figura 5. Función lineal.



En una función lineal dada por f(x)=mx+b, m es la pendiente de la recta, según los valores que tenga m, la recta tendrá diferentes inclinaciones:

m<0: la recta se inclinará a la izquierda. m>0: la recta se inclinará a derecha. m=0: la recta es horizontal.

CÁLCULO DE LA PENDIENTE DE UNA RECTA

Para calcular la pendiente de una recta es necesario conocer dos puntos P1(x1, y1) y P2(x2, y2), por los cuales pasa una única recta, cuya fórmula está dada por:

$$\boldsymbol{m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x}}$$

Matemáticas básicas una introducción al cálculo. (Fuentes, 2016, p.152)

EJEMPLO:

Calcular la pendiente de la recta que pasa por los puntos P1(2,4) y P2(0,-5).

SOLUCIÓN:

Para calcular la pendiente de la recta conociendo dos puntos de ella, lo que se hace es: primero, identificar los valores de $\boldsymbol{x1}$, $\boldsymbol{x2}$, $\boldsymbol{y1}$, $\boldsymbol{y2}$.

Segundo, reemplazar estos valores en la fórmula de la pendiente.

Haciendo este ejercicio con la ayuda de Maple:

Lo primero, se carga la librería de geometría con el comando with(geometry), después se definen los puntos, y enseguida se halla la pendiente con el comando slope.

Definimos los puntos:

```
> point(A, 2, 4), point(B, 0,-5);
```

$$A, B$$

Hallamos la pendiente:

```
> slope(A, B);
```

$$\frac{9}{2}$$

Luego la pendiente de la recta que pasa por los puntos P1 (2,4) y P2 (0,-5) es. $\frac{9}{2}$

ECUACIÓN DE LA RECTA

Es necesario tener claro que para determinar una línea recta solo es necesario tener dos puntos en un plano.

La ecuación de una recta es una expresión algebraica, la cual permite determinarla en un plano cartesiano. La ecuación de la recta tiene la forma y=mx+b, también puede ser de la forma AX + BX = C

EJEMPLO:

Antes de comenzar el ejemplo es necesario borrar la memoria de Maple con el comando restart;

de no ser así, el programa podía utilizar información definida previamente.

Continuemos:

Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(1,6) y B(3,2).

```
> restart :
```

Se carga la librería correspondiente:

```
> with(geometry);
```

Se define los puntos A(1,6) y B(3,2).

```
> point(A, 1, 6), point(B, 3, 2)
```

Se define la línea l que pasa a través de los puntos A y B.

```
> line(l, [A, B]);                              l  A, B
> form(l);                                      line2d
```

Es necesario asignar nombres a los ejes según su posición, en este caso se asignará al eje vertical la variable y, y al eje horizontal la variable x. Para hacer esto se utilizan los comandos _EnvHorizontalName. Y _EnvVerticalName.

```
> _EnvHorizontalName := x_EnvVerticalName := y:      x
> HorizontalName(l);                                 y
> VerticalName(l);
```

Ya obtenido lo anterior, pedimos los detalles de la recta que pasa por los puntos A (1,6) y B (3,2).

Esto se hace con el comando detail.

```
> detail(l);
                name of the object  l
                form of the object  line2d
                equation of the line -16 + 4 x + 2 y = 0
```

En la anterior se puede observar el nombre de la línea en este caso l, en que dimensión está, en este caso está en dos dimensiones, y la ecuación general de la recta es:

$$\mathbf{-16 + 4x + 2y = 0}$$

EJEMPLO 2:

Antes de comenzar el ejemplo es necesario borrar la memoria de Maple con el comando restart;

de no ser así, el programa podía utilizar información definida previamente. Continuemos:

Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A (-2,7) y B (5,4)

> *restart* :

Se carga la librería correspondiente:

> *with*(*geometry*);

Se definen los puntos A(-2,7) y B(5,4).

> *point*(A, −2, 7), *point*(B, 5, 4) A, B

Se definen la línea l que pasa a través de los puntos A y B.

> *line*(l, [A, B]);

l

> *form*(l) *line2d*

Es necesario asignar nombres a los ejes según su posición, en este caso se asignará al eje vertical la variable y, y al eje horizontal la variable x. Para hacer esto se utilizan los comandos

_EnvHorizontalName. Y _EnvVerticalName.

>>_*EnvHorizontalName* :=x : _*EnvVerticalName* := y :
HorizontalName(l);

x

>*VerticalName*(l) y

Ya obtenido lo anterior, pedimos los detalles de la recta que pasa por los puntos A(-2,7) y B(5,4).

Esto se hace con el comando detail

>*detail*(l)

name of the object

form of the object *l line2d*

equation of the line $-43 + 3x + 7y = 0$

Con esto se puede observar el nombre de la línea en este caso l, en que dimensión está, en este caso está en dos dimensiones, y la ecuación general de la recta es:

$$\mathbf{-43 + 3x + 7y = 0}$$

PRÁCTICA N°2:

1. Encontrar la ecuación de la recta para las siguientes parejas ordenadas y realizar su respectiva gráfica.

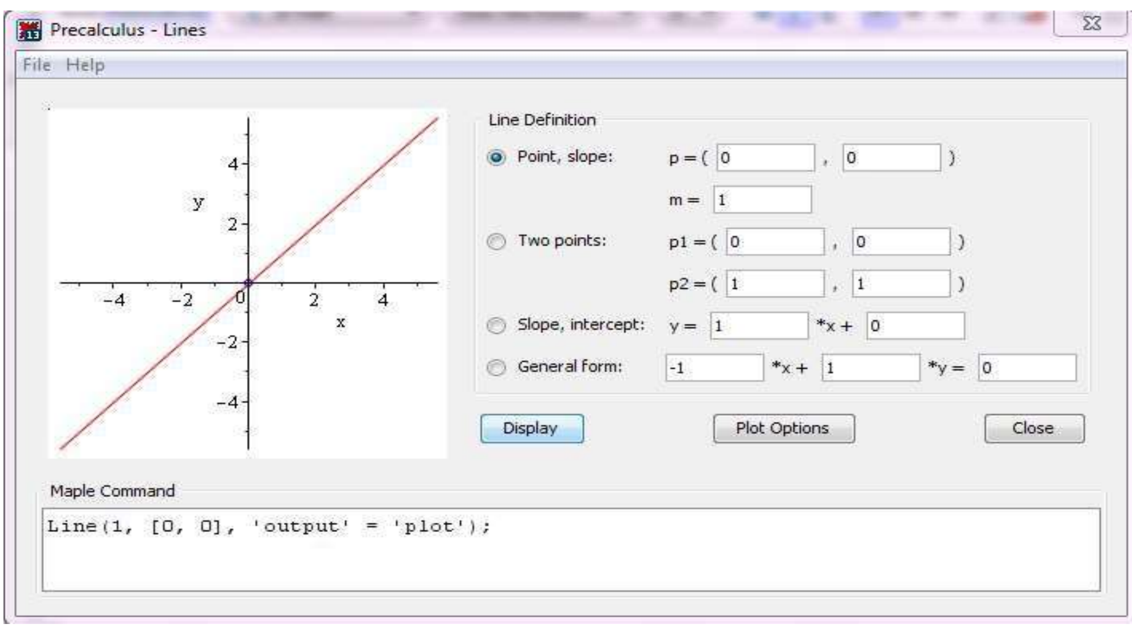
   a. A(3,4) y B(1,7)
   b. C(4,0) y D(0,2)
   c. E(-3,4) y F(2,4)
   d. G(1,0) y H(0,7)

SEGUNDA OPCIÓN PARA TRABAJAR FUNCIÓN LINEAL EN MAPLE

Para hacer un repaso del tema anterior con más facilidad en el programa Maple y mirar el comportamiento de la gráfica cuando se cambian los valores de la pendiente, bien sea de positivo a negativo, se hace lo siguiente:

Se hace clic sobre herramientas, luego al desplegarse se hace clic sobre tutoriales, enseguida se hace clic sobre precálculo y finalmente sobre líneas. Al hacer esta secuencia de pasos aparecerá una ventana como la que se muestra a continuación:

Figura 6. Grafica 4.



En esta ventana es muy fácil repasar los temas anteriores, aquí se evidencia que ,al colocar en la primera parte un punto de la recta y su pendiente, si hacemos esto enseguida nos arrojara la gráfica, la ecuación pendiente intercepto es decir de la forma y=mx+b, y la ecuación general de la recta es decir de la forma AX+BY+C=0.

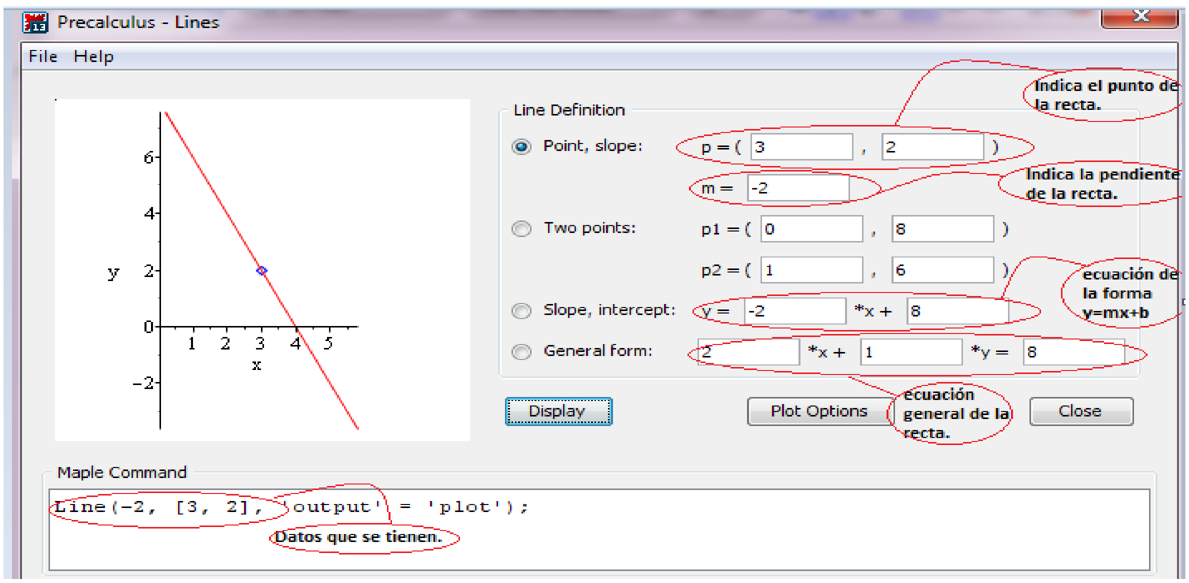
Ejemplo:

Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (3,2) y tiene como pendiente -2.

SOLUCIÓN:

Se hace lo siguiente donde dice point slope hacemos click, colocamos el punto de la recta en p en este caso (3,2) , y en m colocamos el valor de la pendiente en este caso -2 , se hace click en display finalmente quedaría de la siguiente manera:

Figura 7. Grafica 4.



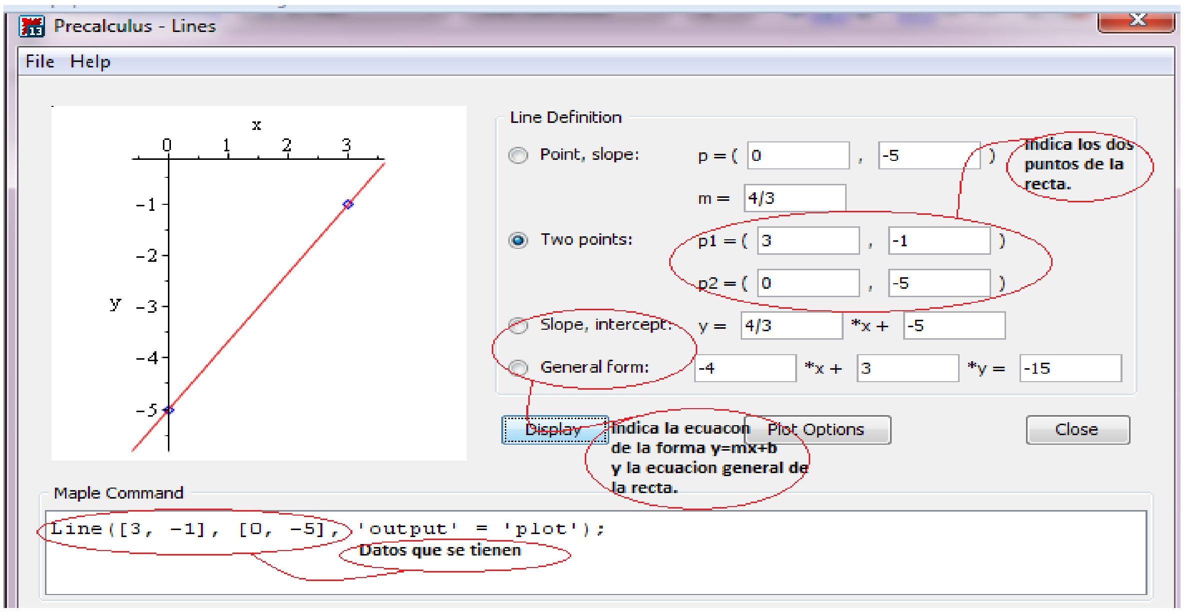
Ahora, otro ejemplo en donde se tienen solamente dos puntos de la recta:

Ejemplo:

Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (3,-1) y (0,-5).

SOLUCIÓN: Entonces se procede de la misma forma que en el punto anterior, pero se colocan los puntos de la recta donde dice two points. Así:

Figura8. Grafica 4.



Como se puede observar en los ejemplos anteriores el trabajo con esta herramienta se hace mucho más fácil y se logra mirar directamente el resultado sin necesidad de hacer muchos pasos.

PRACTICA N°3

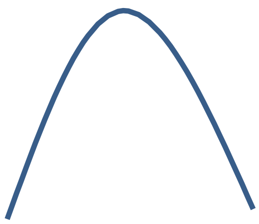
RESOLVER:

a. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (8,5) y tiene como pendiente -3.
b. Hallar la pendiente de la recta que pasa por los puntos (-3,1) y (-1,1).
c. ¿Qué pasa con la gráfica de la recta del punto 1 si su pendiente se vuelve positiva?
d. ¿Qué pasa con la ecuación de la recta del punto 2 si su pendiente es -1?

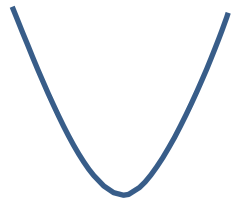
FUNCIÓN CUADRÁTICA

Una función cuadrática corresponde a: $y = ax2 + bx + c$, con a, b y c pertenecientes a los números reales y con a diferente de cero.

La representación gráfica de una función cuadrática es una parábola. La parábola se abrirá hacia arriba si el valor de a es positivo, y hacia abajo en caso contrario. Matemáticas básicas una introducción al cálculo. (Fuentes, 2016, p. 171) a < 0



a > 0



Para graficarla se siguen los siguientes pasos:

Encontrar las raíces de la función.

Las raíces o ceros de una función cuadrática son los valores de x, para los cuales f(x) = 0, por ser un polinomio de grado dos se encontrarán máximo dos raíces, denotadas habitualmente como X1 y X2.

Para resolver las raíces se pueden utilizar los siguientes pasos:

- Factorización
- Formula
- Completar cuadrados

Para el corte en el eje x; la función corta en el eje x cuando y es igual a cero, dada la función: $y = ax2 + bx + c$, se tiene que:

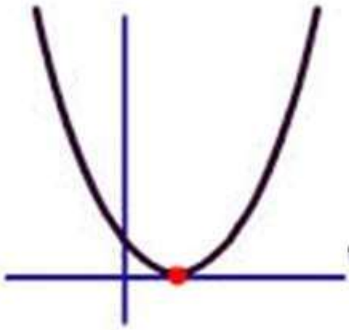
$$y = 0 \rightarrow ax2 + bx + c = 0$$

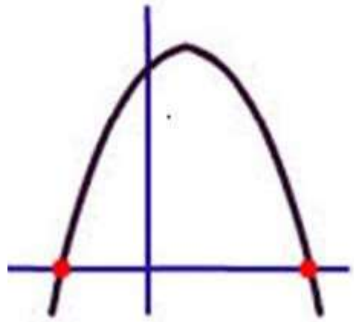
Para el corte en el eje y; la función corta al eje y en el punto y = f (0), es decir la parábola corta al eje y cuando x = 0, entonces:

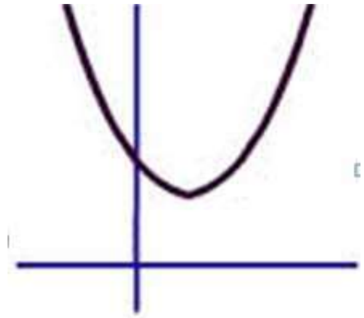
$y = f(0) = a02 + b0 + c$, lo que resulta y $y = f(0) = c$

La función corta al eje y en el punto (0, c), siendo cero el término independiente de la función. En la función cuadrática se puede encontrar que hallan uno, dos o ningún intercepto con el eje x por lo tanto pueden ocurrir las siguientes situaciones vistas en las siguientes gráficas.

Un intercepto Dos interceptos Ningún intercepto







Para determinar cuando sucede esto, tomamos la formula general de la función cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Tomando únicamente la parte de la raíz cuadrada: $b2 - 4ac$, donde se tiene en cuenta lo siguiente para determinar cada uno de los casos anteriores:

$$b2 - 4ac > 0, \textit{ si ocurre esto habrán dos interceptos con el eje } x.$$
$$b2 - 4ac < 0, \textit{ si ocurre esto no hay interceptos con el eje } x.$$
$$b2 - 4ac = 0, \textit{ si ocurre esto hay un solo intercepto con el eje } x.$$

Esto se puede evidenciar en los gráficos que se realicen en MAPLE.

1. El vértice mínimo o máximo.

Toda función cuadrática tiene un máximo y un mínimo el cual es el vértice de la parábola, es decir si la parábola tiene concavidad hacia arriba, el vértice corresponde a un mínimo de la función; mientras que, si la parábola tiene concavidad hacia abajo, el vértice será un máximo, así:

Dada la función $f(x) = ax2 + bx + c$, la coordenada x del vértice será simplemente: $\boldsymbol{x = \frac{-b}{2a}}$ y la coordenada y del vértice corresponde a la función f evaluada en ese punto.

Ejemplo 1: Solucione la ecuación

$$\boldsymbol{f(x) = x2 + x - 20}$$

Antes de comenzar el ejemplo es necesario borrar la memoria de Maple con el comando restart; de no ser así, el programa podía utilizar información definida previamente. Continuemos:

Primero se buscan las raíces de la función cuadrática utilizando el siguiente comando:

$>\mathit{factor}(x^2 + x - 20)$

$$(x + 5)\,(x - 4)$$

Es decir que $X_1 = -5$ y $X_2 = 4$

Luego se hallan las intersecciones del eje x y el eje y así:

Eje y = (0,c) = (0, -20)

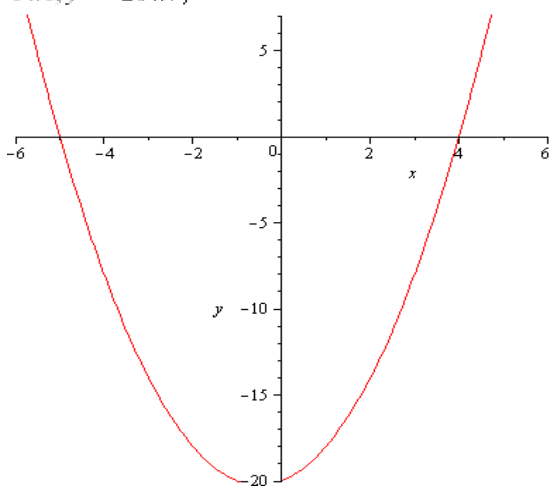
Eje x = (-5, 0) , (4,0)

> $solve(x^2 + x - 20)$ $4, -5$

Sabiendo que a > 0, entonces la parábola se abrirá hacia arriba y tendrá un mínimo, por lo tanto graficaremos dándole valores a x desde -6 hasta 6 y en el eje y desde 20 hasta -7 así:

Figura 9. Grafica 4.

> $plot(x^2 + x - 20, x = -6..6, y = -20..7)$



En la anterior gráfica se evidencia que hay dos interceptos con el eje x lo cual indica que $b^2 - 4ac > 0$.

Ejemplo 2:

Encontrar el vértice (punto máximo o mínimo) de la función $y = 3x^2 + 2x - 25$ completando el trinomio cuadrado perfecto.

Haciendo este ejercicio con la ayuda de Maple:

Lo primero, se carga la librería de geometría con el comando with(student) que contiene las funciones de completar el cuadrado.

> with(student)

Se procede a almacenar la función cuadrática en la variable p:

> $p := 3x^2 + 2x\text{-} 25 = y$:

Completando el cuadrado:

> $p := completesquare(p, x)$

$$3\left(x+\frac{1}{3}\right)^2-\frac{76}{3}=y$$

Sumando a la ecuación el término independiente el cual $-\frac{76}{3}$:

> $p := p + \frac{76}{3}$

$$3\left(x+\frac{1}{3}\right)^2=y+\frac{76}{3}$$

Entonces el término buscado es: $\left(\frac{-1}{3}, \frac{76}{3}\right)$

Utilizando la fórmula general de la función cuadrática:

Se almacena la función cuadrática en la variable p:

>$p= 3x^2 + 2x \quad - 25$:

Se calculan los coeficientes

> $a := coeff(p, x, 2)$ $\qquad 3$

> $b := coeff(p, x, 1)$ $\qquad 2$

> $c := coeff(p, x, 0)$ $\qquad -25$

Se calcula el vértice:

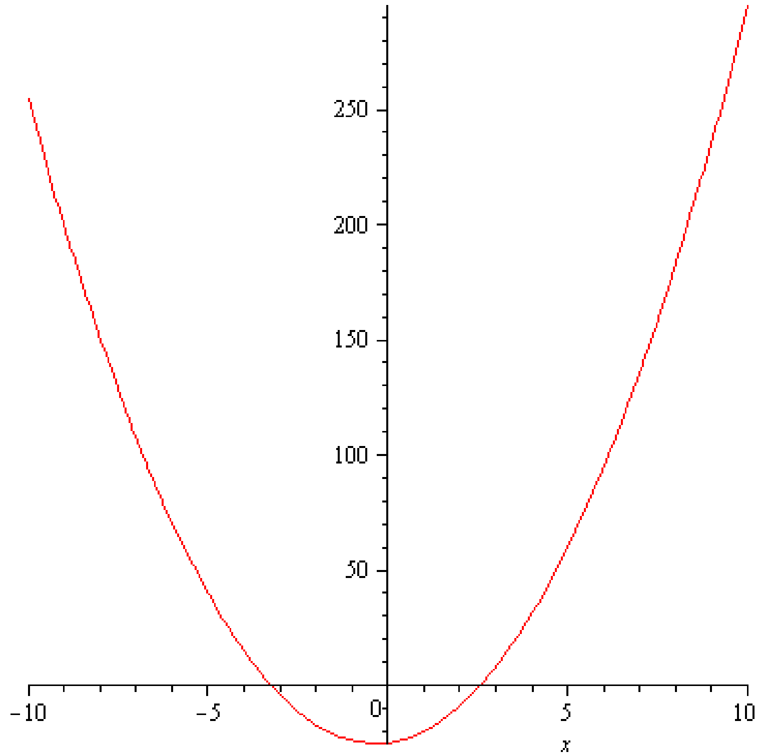
> $x1 := -\left(\frac{1}{2}\frac{b}{a}\right)$ $\qquad -\frac{1}{3}$

> $y1 := -\left(\frac{1}{4}\frac{b^2}{a}-c\right)$ $\qquad -\frac{76}{3}$

Sabiendo que a > 0, entonces la parábola se abrirá hacia arriba. Ahora graficamos:

> $plot(p)$

Figura 10. Grafica 4.



Al pasar el cursor sobre la gráfica muestra la pareja ordenada que está sobre un punto determinado al darle clic sobre este.

PRÁCTICA N°4

1. Solucione la ecuación y represéntela en el plano cartesiano:

$$\boldsymbol{f(x) = x^2 - 2x - 3}$$

2. Encontrar el vértice (punto máximo o mínimo) de la función $y = 2x^2 - 5x + 4$ completando el trinomio cuadrado perfecto.

TEMA 3
FUNCIÓN EXPONENCIAL

La función exponencial $y = ax$ es una función real que tiene por dominio el conjunto de los números reales.

En particular si a = e tenemos $y = e^x$ donde e es la base de los logaritmos naturales. La función

$f(x)$ es de tipo exponencial si tiene la forma,

$$f(x) = K.\, a^x,$$

Siendo $a, K \in \mathbb{R}$ números reales $a > 0$

Esta función está compuesta por una constante elevada a un exponente variable, como $f(x) = 2^x$. Algebra y trigonometría con geometría analítica (Cole y Swokowski, 2011, p. 363)

PROPIEDADES DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL

$\boldsymbol{f(x) = a^x, para\ a > 0, a \neq 1}$.

1. Su dominio es $(-\infty, +\infty)$.
2. Su imagen es $(0, +\infty)$.
3. Su gráfica pasa por el punto (0,1).
4. No posee intersección con el eje X.
5. Es inyectiva.
6. Su gráfica es una curva continua sin hoyos ni saltos.

Su gráfica crece sin límite de izquierda a derecha, si a > 1, y decrece hacia 0 de izquierda a derecha, si 0 < a < 1.

Algebra y trigonometría con geometría analítica (Cole y Swokowski, 2011, p. 363)

7.

La función exponencial está disponible en Maple como: ***exp(x).*** Veamos algunos ejemplos:

EJEMPLO 1:

Graficar la siguiente función exponencial $f(x) = 2^x$.

> $f(x) : 2^x;$

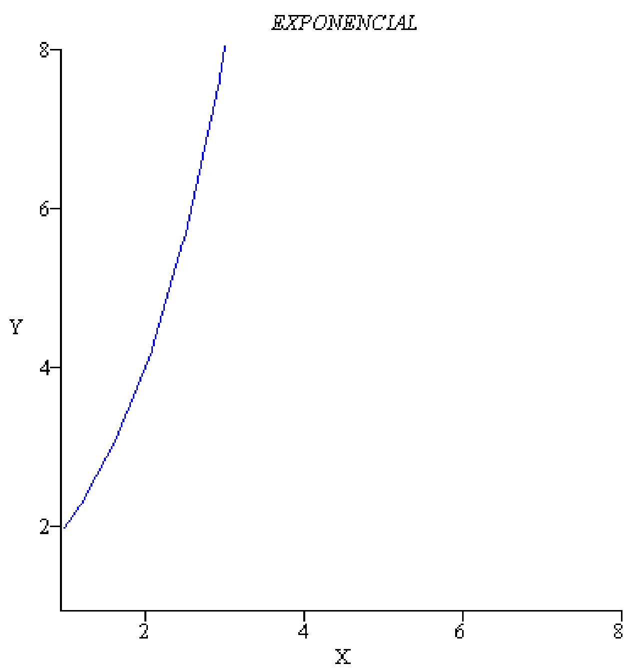
$$2^x$$

> $f := x \rightarrow 2^x;$

$$f := x \rightarrow 2^x$$

> $plot(f, labels = ["X", "Y"], title = EXPONENCIAL, color = blue);$

Figura 11. Grafica 4.



En la gráfica anterior se puede evidenciar que cumple con todas las propiedades de una función exponencial.

EJEMPLO 2:

Graficar la función exponencial $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

> $g(x) : \left(\frac{1}{2}\right)^x;$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x$$

> $g := x \to \left(\frac{1}{2}\right)^x;$

$$g := x \to \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

> $g(-2);$ 4

> $g(-1);$ 2

> $g(0)$ 1

> $g(2)$ $\frac{1}{4}$

> $g(1)$ $\frac{1}{2}$

> $g(2)$ $\frac{1}{4}$

Ahora se realiza la tabla de valores para esta función, limitando los valores que se quiere tomar para su respectiva gráfica.

> $X := [seq(x, x = -2..2)];$

$$X := [-2, -1, 0, 1, 2]$$

Se limitan las parejas ordenadas que se obtendrán en la tabla de valores.

> $\left\{seq\left(\left(\frac{1}{2}\right)^x \mathbf{mod}\ 5, x = X\right)\right\};$

$$\{1, 2, 3, 4\}$$

Se sentencia la variable de pendiente en este caso Y.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x$$

> $Y := \left[seq\left(\left(\frac{1}{2}\right)^x, x = X\right)\right];$

$$Y := \left[4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right]$$

En el siguiente paso se hallan las diferentes parejas ordenadas, las cuales son las que darán origen a su respectiva gráfica.

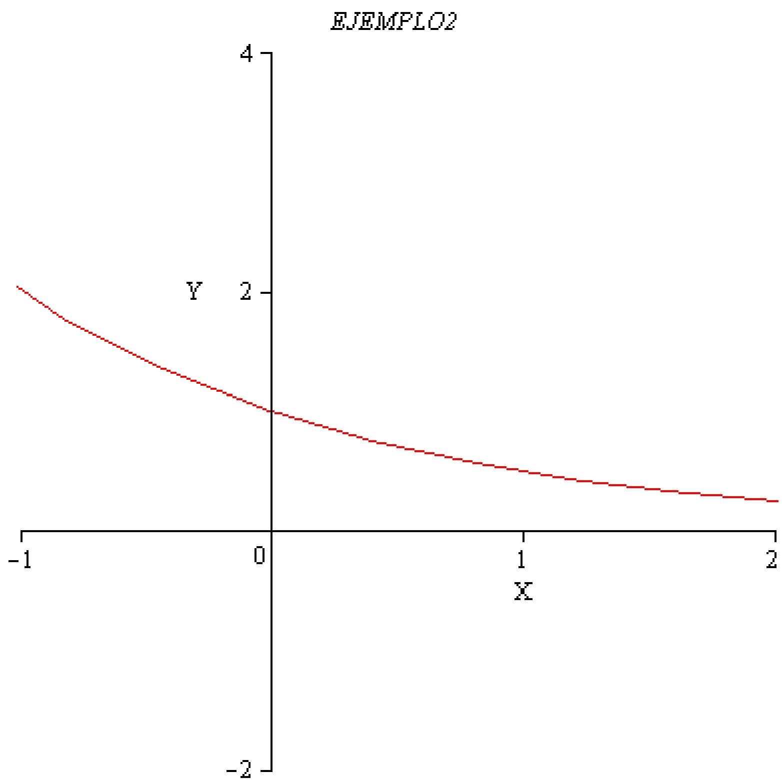
> $[seq([X_x, Y_x], x = 1..nops(X))];$

$$\left[[-2, 4], [-1, 2], [0, 1], \left[1, \frac{1}{2}\right], \left[2, \frac{1}{4}\right]\right]$$

[animate, animate3d, animatecurve, arrow, changecoords, complexplot, complexplot3d, conformal, conformal3d, contourplot, contourplot3d, coordplot, coordplot3d, densityplot, display, dualaxisplot, fieldplot, fieldplot3d, gradplot, gradplot3d, graphplot3d, implicitplot, implicitplot3d, inequal, interactive, interactiveparams, intersectplot, listcontplot, listcontplot3d, listdensityplot, listplot, listplot3d, loglogplot, logplot, matrixplot, multiple, odeplot, pareto, plotcompare, pointplot, pointplot3d, polarplot, polygonplot, polygonplot3d, polyhedra_supported, polyhedraplot, rootlocus, semilogplot, setcolors, setoptions, setoptions3d, spacecurve, sparsematrixplot, surfdata, textplot, textplot3d, tubeplot]

```
> plot(g, labels = ["X", "Y"], title = EJEMPLO2, color = red);
```

Figura 11. Grafica 4.



Analizando las dos gráficas anteriores se puede evidenciar que el dominio de las dos funciones es $\mathbb{R}$, cuando se evaluó x=0 en las dos funciones se obtuvo 1, es decir $f(0) = 2^0 = 1$ y $g(0) = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$, lo cual indica que hay intersección con el eje Y.

También se puede observar que no existen intersecciones con el eje X, porque no hay valores para el cual $f(x) = 0$ o $g(x) = 0$.

Por lo anterior se puede evidenciar que las dos gráficas cumplen con las características de una función exponencial.

PRÁCTICA N°5

Utilizando el programa MAPLE 13 realizar las gráficas de las siguientes funciones exponenciales.

a. $h(x) = 10^x$

b. $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

c. $f(x) = 3^x$

TEMA 4
FUNCIÓN LOGARÍTMICA

Se llama función logarítmica a la función real de variable real:

$$y = log_a x$$

La función logarítmica es una aplicación biyectiva definida en los números reales positivos

$$\boldsymbol{log_a}: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$$
$$\boldsymbol{x} \to \boldsymbol{log_a x} = y [\boldsymbol{a} > 0, a \neq 1]$$

La función logarítmica de base a es la inversa de la función exponencial de base a. $\boldsymbol{Para}$ $[\boldsymbol{a} > 0, a \neq 1]$

PROPIEDADES DE LA FUNCIÓN LOGARÍTMICA

$$f(x) = log_a x, donde\ a > 0, a \neq 1.$$

1. Su dominio es $(0, +\infty)$.
2. Su imagen es $(-\infty, +\infty)$.
3. Su gráfica pasa por el punto $(1,0)$.
4. No posee intersección con el eje Y.
5. Su gráfica es una curva continua sin hoyos ni saltos.
6. Es inyectiva.
7. Su gráfica crece sin límite de izquierda a derecha si $\boldsymbol{a} > 1$, y decrece hacia cero si $0 < a < 1$.

Para obtener la gráfica de una función logarítmica se hace mediante la tabla de valores, pero otra forma de obtenerla es mediante el trazado de la función inversa. Algebra y trigonometría con geometría analítica (Cole y Swokowski, 2011, p. 333)

Ejemplo.

Hacer la gráfica correspondiente a la siguiente función logarítmica f(x) = log3 x.

Esta gráfica se puede obtener con MAPLE como se había mencionado anteriormente, representando en una sola gráfica la inversa de la función logarítmica que estemos analizando

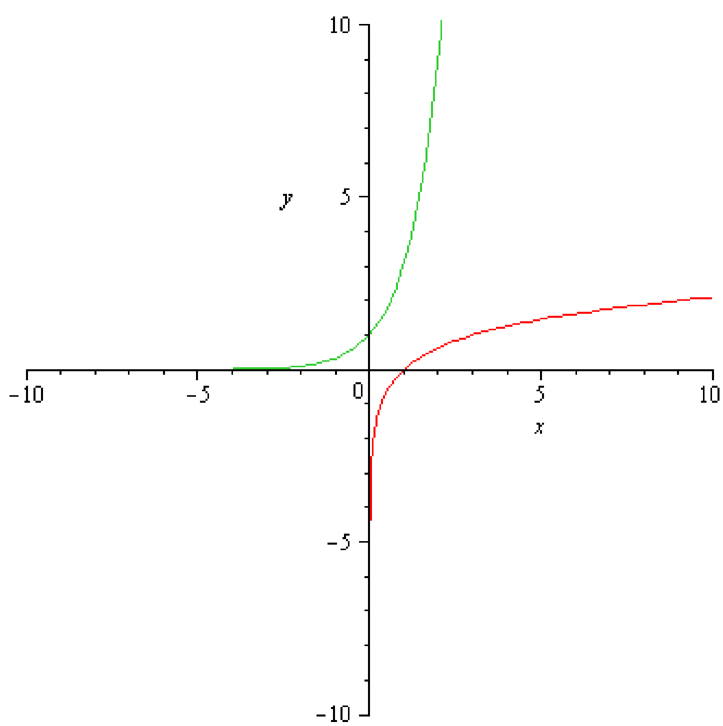
En este caso se puede realizar en un mismo plano la función logarítmica junto con su inversa. El primer paso es cargar la librería correspondiente en este caso with(plots):

>with(plots);

[animate, animate3d, animatecurve, arrow, changecoords, complexplot, complexplot3d, conformal, conformal3d, contourplot, contourplot3d, coordplot, coordplot3d, densityplot, display, dualaxisplot, fieldplot, fieldplot3d, gradplot, gradplot3d, graphplot3d, implicitplot, implicitplot3d, inequal, interactive, interactiveparams, intersectplot, listcontplot, listcontplot3d, listdensityplot, listplot, listplot3d, loglogplot, logplot, matrixplot, multiple, odeplot, pareto, plotcompare, pointplot, pointplot3d, polarplot, polygonplot, polygonplot3d, polyhedra_supported, polyhedraplot, rootlocus, semilogplot, setcolors, setoptions, setoptions3d, spacecurve, sparsematrixplot, surfdata, textplot, textplot3d, tubeplot]

Teniendo en cuenta que la función inversa a la función logarítmica es la función exponencial entonces se tiene que:

>$plot\left(\left[\log_3(x),\ 3^x\right],\ x=-10..10,\ y=-10..10\right);$



Gráfica 9

Se puede observar la curva verde pertenece a la función logarítmica $\log_3(x)$ f(x)= y la curva roja pertenece a la función exponencial 3^x f(x)= , la cual es su función inversa.

PRÁCTICA N° 6

1. Realizar las gráficas correspondientes a las siguientes funciones logarítmicas teniendo en cuenta su función inversa:

   a) $f(x) = \log_3 3x$
   b) $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$
   c) $f(x) = \log_3 \frac{1}{3} x$
   d) $f(x) = \log_4 x$

TEMA 5
FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Las funciones trigonométricas son valores sin unidades que dependen de la magnitud de un ángulo. Se dice que un ángulo situado en un plano de coordenadas rectangulares está en su posición normal si su vértice coincide con el origen y su lado inicial coincide con la parte real positiva del eje x.

Entre las funciones trigonométricas están la función Seno (Sen(x)), la función Coseno (Cos(x)), la función Tangente (Tan(x)), la función Cotangente (Cot(x)), la función Secante (Sec(x))y la función Cosecante (Csc(x)). Algebra y trigonometría con geometría analítica (Cole y Swokowski, 2011, p. 384)

Se recuerda que antes de empezar a hacer un nuevo ejercicio en la hoja de trabajo de maple es necesario limpiar la pantalla con la orden restart; como también es necesario cargar la librería $with(Student[Precalculus])$ para poder trabajar la parte de funciones trigonométricas en el software MAPLE.

FUNCIÓN SENO

La función seno se denota como $f(x) = sen(x)$, esta función se puede construir dando valores, los cuales se construirán así:

En maple la gráfica se hace de dos maneras:

Ejemplo 1: Antes de iniciar hay que descargar un paquete (lo que liberará memoria) se utilizará el comando:

> $restart;$

Luego se digita:

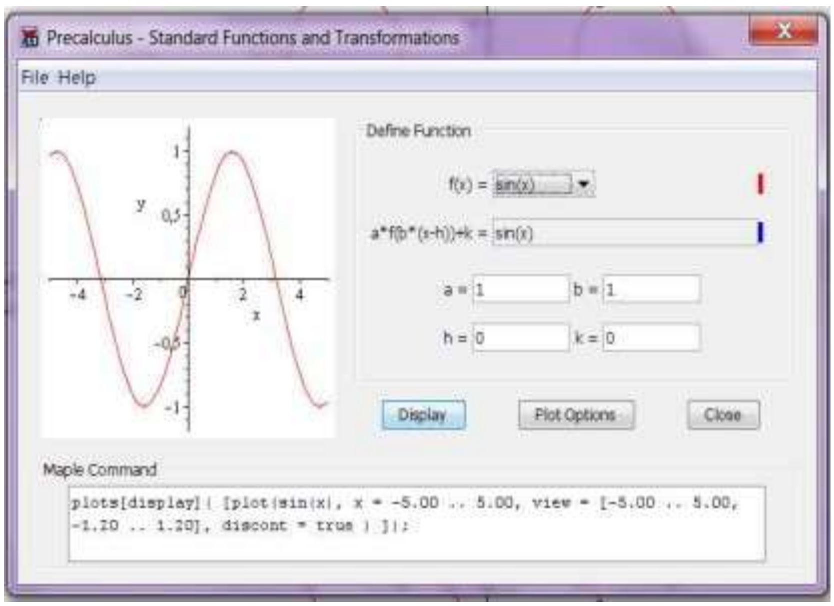
> $with(Student[Precalculus])$

[CenterOfMass, CompleteSquare, CompositionPlot, CompositionTutor, ConicsTutor, Distance, FunctionSlopePlot, FunctionSlopeTutor, LimitPlot, LimitTutor, Line, LineTutor, LinearInequalitiesTutor, Midpoint, PolynomialTutor, RationalFunctionPlot, RationalFunctionTutor, Slope, StandardFunctionsTutor]

Posteriormente se escribe,

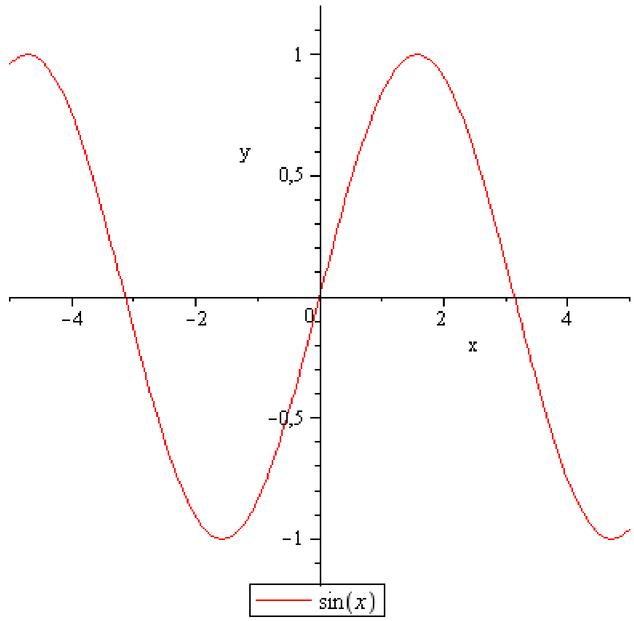
> *StandardFunctionsTutor*( );

En lo cual sale un cuadro de diálogo así:



En el cual se elige la función a definir:

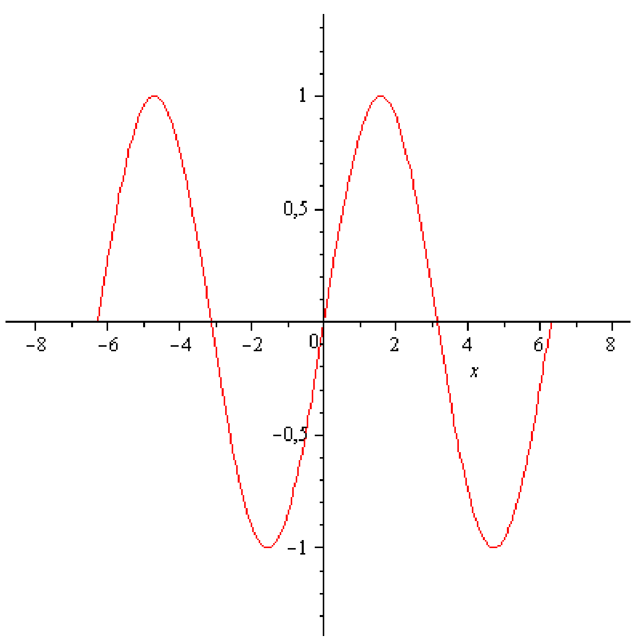
Se da clic en Display para mostrar al lado izquierdo del recuadro la gráfica que va a quedar de la función seno y se prosigue a dar clic en close lo cual activa la gráfica de la función.



Gráfica 10

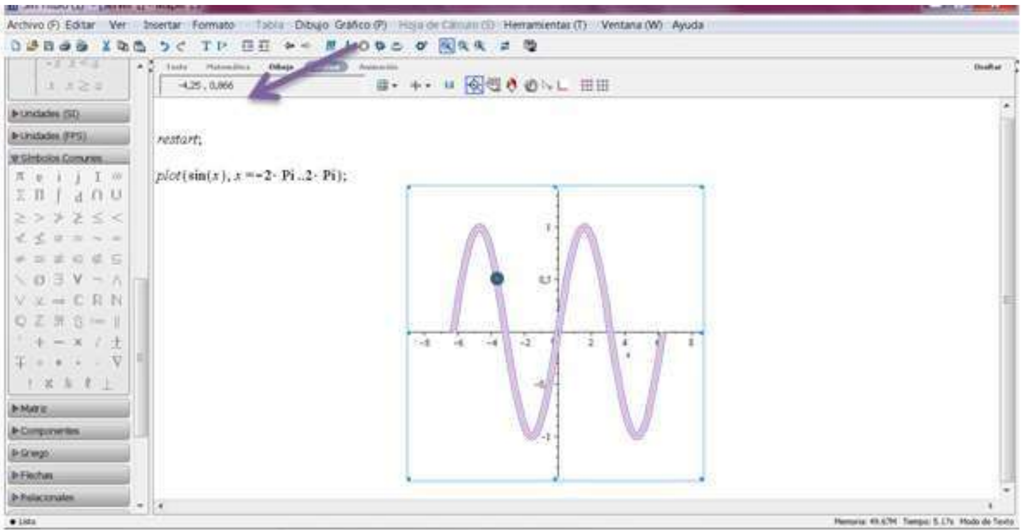
Ejemplo 2: otra manera es digitando el siguiente comando:

> $plot(\sin(x), x=-2\cdot \mathrm{Pi}..2\cdot \mathrm{Pi});$



Gráfica 11

En el cual, pasando el cursor sobre la gráfica, aparecerán las coordenadas de la gráfica, por ejemplo:



Descripción de la función seno:

El dominio es el conjunto de los números reales $\mathbb{R}$.

- El rango de la función seno es el intervalo [-1,1], es decir -1$\leq sen\ x \leq 1$.
- Los valores de la gráfica se repiten en intervalos de longitud 2π, es decir para cualquier valor de x

  Sen (x) = sen (x + 2π) = sen (x - 2π) y su grafica es periódica con periodo 2π.

- La gráfica corta infinitas veces al eje x, es decir, existen infinitos valores de x que hacen que sen(x)=0. Por ejemplo,

  $x = 0, x = \pi, x = -\pi, x = 2\pi, x = -2\pi, \dots$

  $$en\ general\ se\ tiene\ que: sen(nx) = 0, para\ todo\ número\ entero\ \boldsymbol{n}.$$

- La gráfica de y=sen x corta al eje **y** en cero.
- La gráfica es simétrica respecto al origen, por tanto, la función f(x)=sen x es impar.

Sen(-x) = -Sen x

PRÁCTICA N° 7.

1. Graficar f(x)= Sen (2x) definidas entre -$2\pi \leq x \leq 2\pi$

2. Graficar f(x)= Sen (x) definidas entre $-2\pi \leq x \leq 2\pi$

FUNCIÓN COSENO.

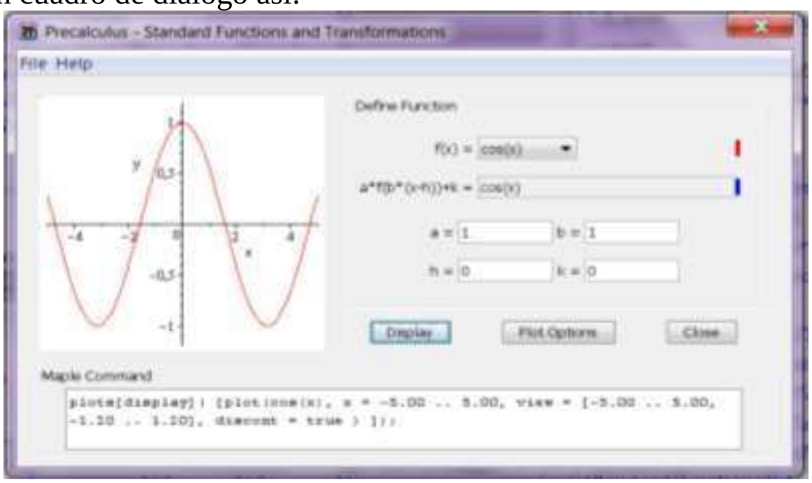
La función coseno se denota como $f(x) = cos(x)$, esta función se puede construir dando valores, los cuales se construirán así:

En maple la gráfica se hace de dos maneras:

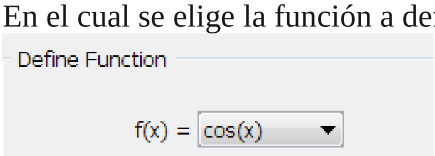
Ejemplo 1: graficar cos(x): Se escribe,

```
> StandardFunctionsTutor( );
```

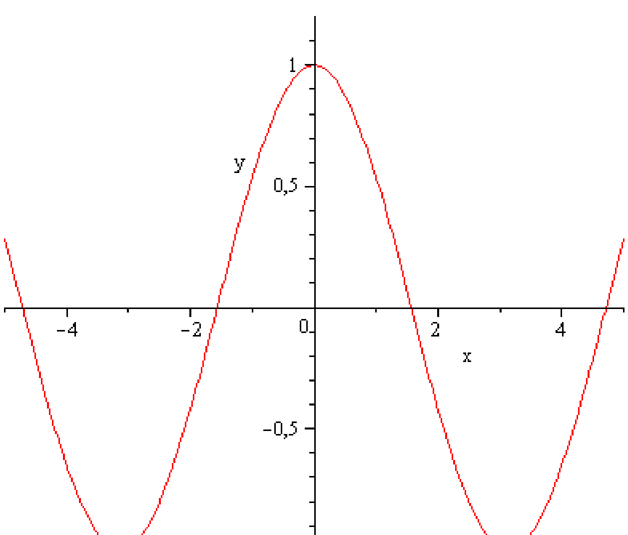
En lo cual sale un cuadro de diálogo así:



En el cual se elige la función a definir:



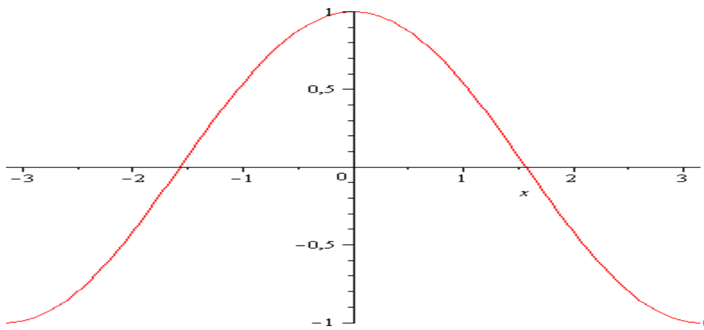
Se da clic en Display para mostrar al lado izquierdo del recuadro la gráfica que va a quedar de la función coseno y se prosigue a dar clic en close lo cual activa la gráfica de la función.



Gráfica 12

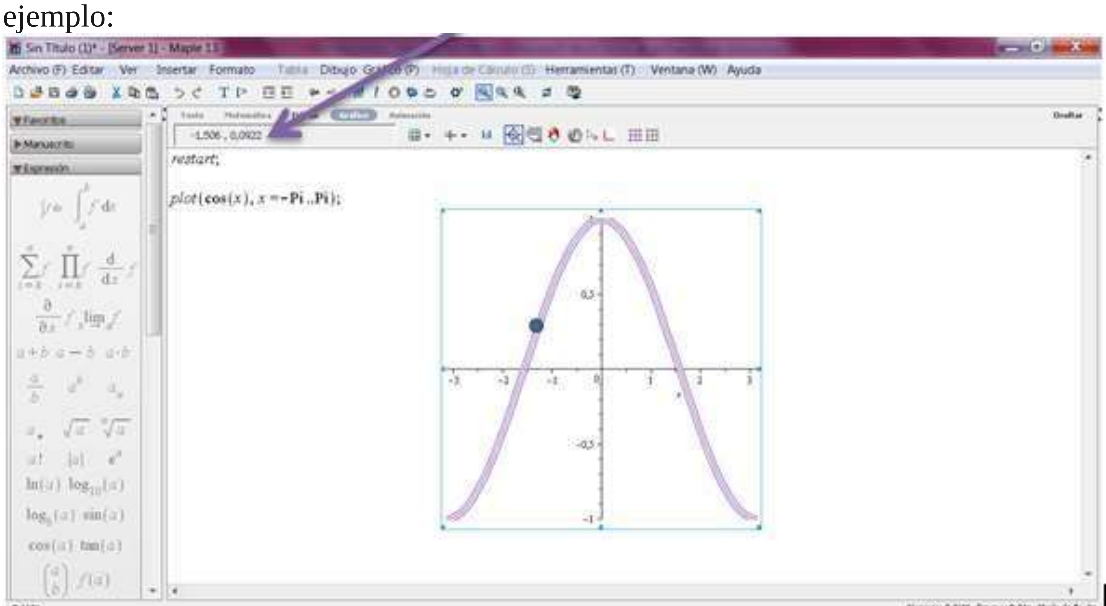
Ejemplo 2: otra manera es digitando el siguiente comando:

> $plot(\cos(x), x=-\mathrm{Pi}..\mathrm{Pi});$



Gráfica 13

En el cual, pasando el cursor sobre la gráfica, aparecerán las coordenadas de gráfica, por ejemplo:



Descripción de la función coseno:

- El dominio es el conjunto de los números reales $\mathbb{R}$.
- El rango de la función coseno es el intervalo [-1,1], es decir, $-1 \leq \cos x \leq 1$, para todo valor de x.
- Los valores de la gráfica se repiten en intervalos de longitud 2π; es así como para

cualquier x que se escoja:

cos x=cos $(x + 2\pi)$ = cos (x - 2π) y su grafica es periódica con periodo 2 π;

cos x = cos (x+2 π)

- La gráfica corta infinitas veces al eje X, por lo tanto, existen infinitos valores de x que hacen que cos x=0, así:

$$x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}, x = -\frac{\pi}{2}, x = -\frac{3\pi}{2}, x = \frac{5\pi}{2}, \ldots$$

$$En\ general\ se\ tiene\ que\ x = \frac{\pi}{2} + n\pi, para\ todo\ \text{nu}mero\ entero\ \boldsymbol{n}.$$

- La gráfica de y= cos x corta en el eje y en 1.
- Su gráfica es simétrica respecto al eje y, por lo tanto, la función f(x) = cos x es par.

Cos(-x) = cos x

- El valor máximo de la función coseno es 1; esto ocurre en los valores de x de la forma x = 2nπ, con n que pertenece a $\mathbb{Z}$.
- El valor mínimo de la función coseno es -1; esto ocurre en los valores de x de la forma x=π

  + 2n π, con n que pertenece a los números $\mathbb{Z}$.
- La amplitud de la función y=cos x es 1.

PRÁCTICA N°8

1. Graficar f(x)= Cos(x) definidas entre -4$\pi \leq x \leq 4\pi$
2. Graficar f(x)= Cos(x) definidas entre -2$\pi \leq x \leq 2\pi$

FUNCIÓN TANGENTE.

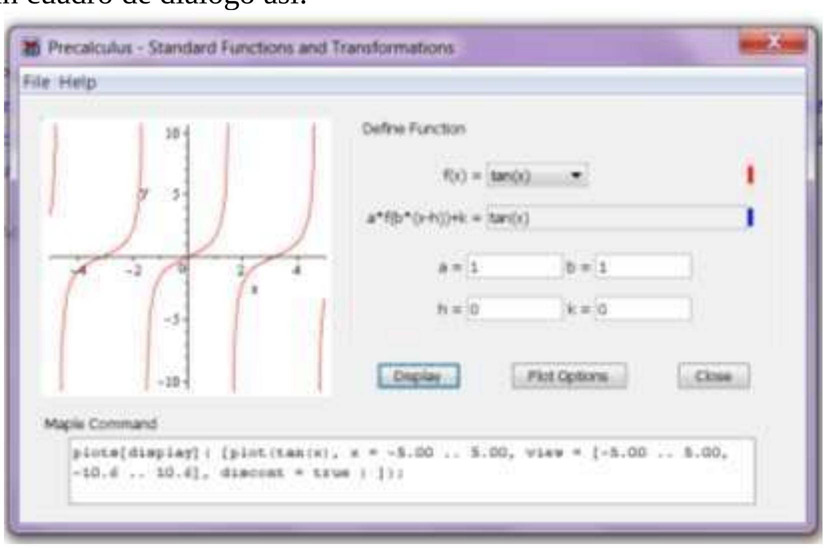
La función Tangente se denota como $f(x) = tan(x)$. Esta función se puede construir dando valores, los cuales se construirán así:

En maple la gráfica se hace de dos maneras:

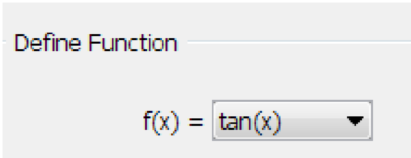
Ejemplo 1: Graficar la función $f(x) = tan(x)$, se escribe:

> *StandardFunctionsTutor*( );

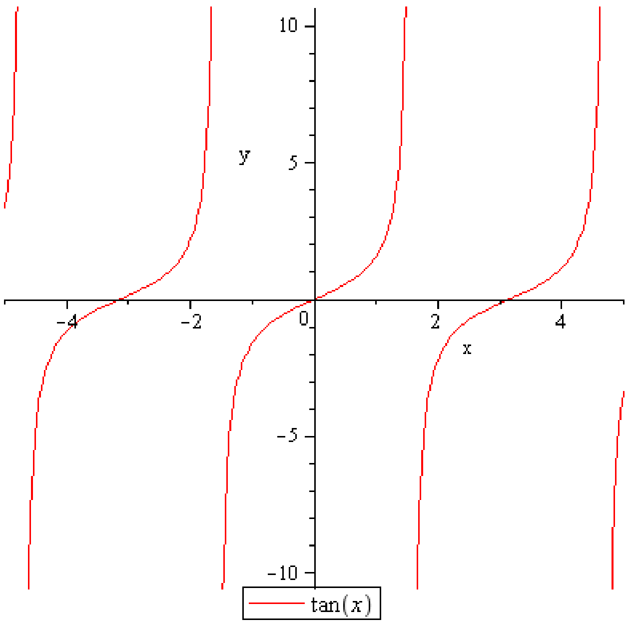
En lo cual sale un cuadro de diálogo así:



En el cual se elige la función a definir:



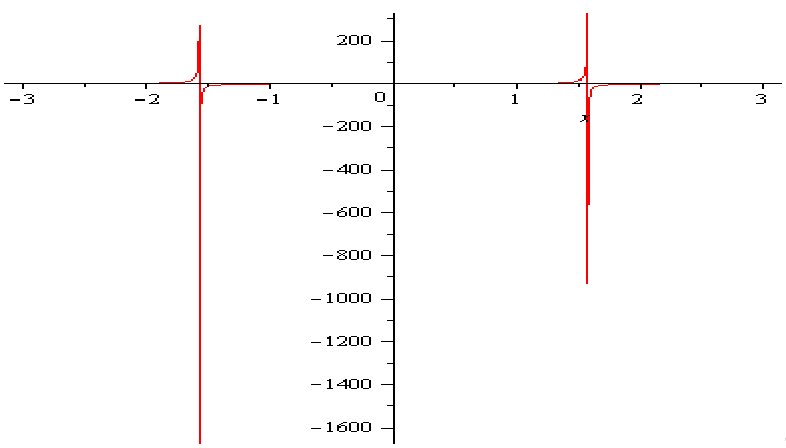
Se da clic en Display para mostrar al lado izquierdo del recuadro la gráfica que va a quedar de la función tangente y se prosigue a dar clic en close lo cual activa la gráfica de la función.



Gráfica 14

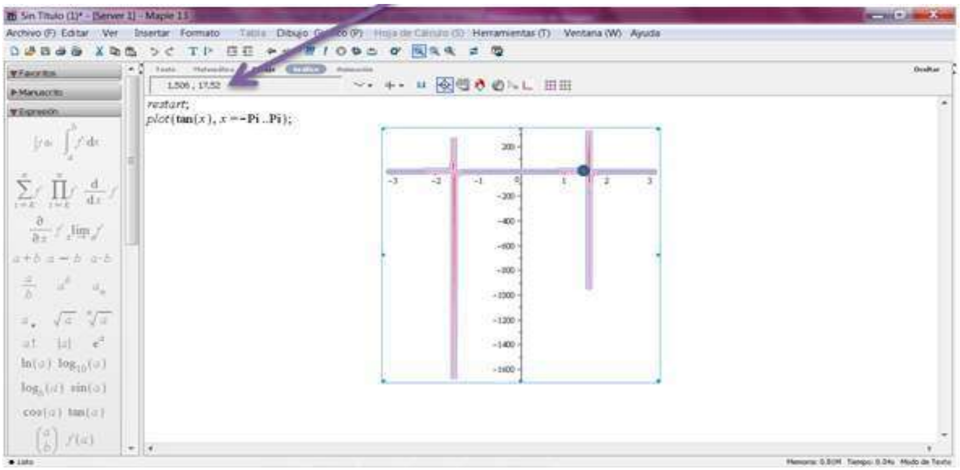
Ejemplo 2: otra manera es digitando el siguiente comando:

```
>plot(tan(x), x=-Pi..Pi);
```



Gráfica 15

En el cual, pasando el cursor sobre la gráfica, aparecerán los valores de gráfica, por ejemplo:



Descripción de la función tangente:

- El dominio es

$$\{x \in \mathbb{R}: x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi, para\ n \in \mathbb{Z}\}$$

- El rango es el conjunto de números reales $\mathbb{R}$.
- La gráfica corta infinitas veces al eje x, por lo tanto, existe infinitos valores de x tales que tan(x)=0, los ceros de la función tangente corresponden a los ceros de la función seno.

$$x = 0,\ x = \pm\pi,\ x = \pm 2\pi,\ x = \pm 3\pi,\ x = \pm 4\pi,\ \ldots,$$

$$en\ general\ se\ tiene\ que\ \tan nx = 0,\ para\ todo\ numero\ entero\ \boldsymbol{n}.$$

- La gráfica de y= tan(x) corta en el eje Y en 0.
- Los valores de la gráfica se repiten en intervalos de longitud π, es decir que para cualquier x se tiene:

$$\tan x = \tan\,(x+\pi) = \tan\,(x-\pi)$$

Su gráfica es periódica con periodo

$$\pi\text{: } \tan x = \tan\,(x+\pi)$$

- La función tangente no posee valores máximos ni mínimos absolutos, aunque existen valores de x que se hacen muy cercanos a los puntos en donde no está definida la función, aunque donde hay asíntotas verticales sus imágenes se hacen negativas o positivas.
- La función tangente es simétrica respecto al origen por lo tanto la función es impar.

tan(-x) = - tan(x)

PRÁCTICA N° 9

1. Graficar f(x)= tan (x) definidas entre -$\pi \leq x \leq 2\pi$
2. Graficar f(x)= tan (x) definidas entre -4$\pi \leq x \leq 4\pi$

FUNCIÓN COTANGENTE.

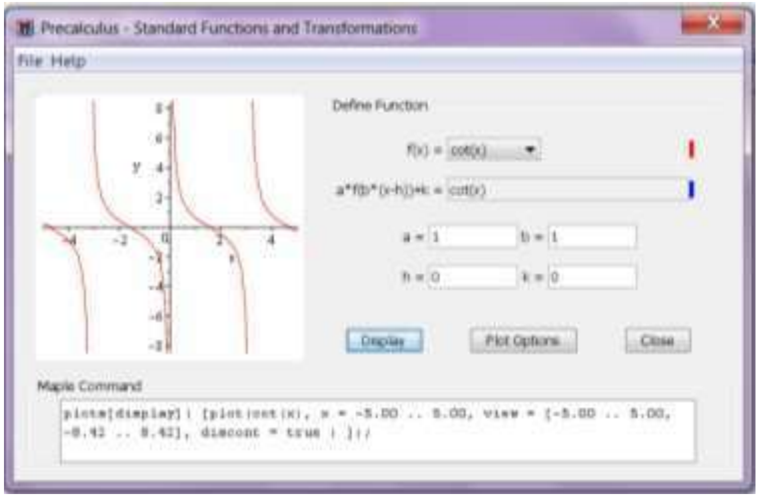
La función Cotangente se denota como $f(x) = cot(x)$, *e*sta función se puede construir dando valores, los cuales se construirán así:

En maple la gráfica se hace de dos maneras:

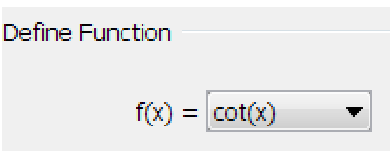
Ejemplo 1: Graficar $f(x) = cot(x)$, se escribe:

```
> StandardFunctionsTutor( );
```

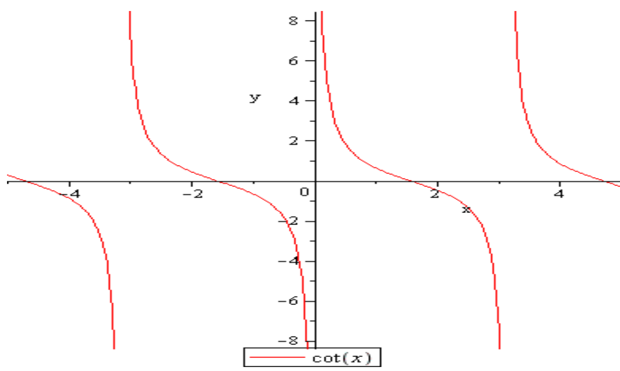
En lo cual sale un cuadro de diálogo así:



En el cual se elige la función a definir:



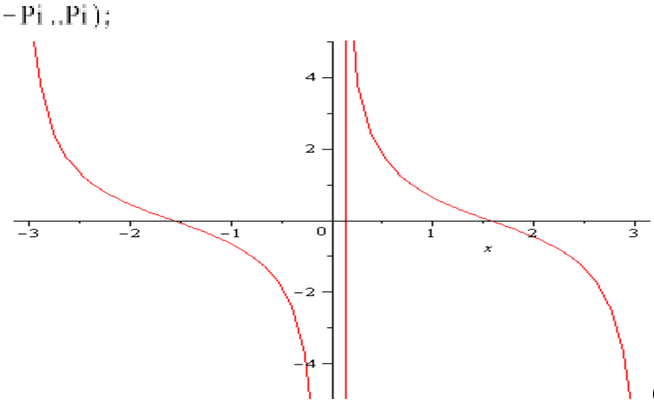
Se da clic en Display para mostrar al lado izquierdo del recuadro la gráfica que va a quedar de la función cotangente y se prosigue a dar clic en *close* lo cual activa la gráfica de la función.



Gráfica 16

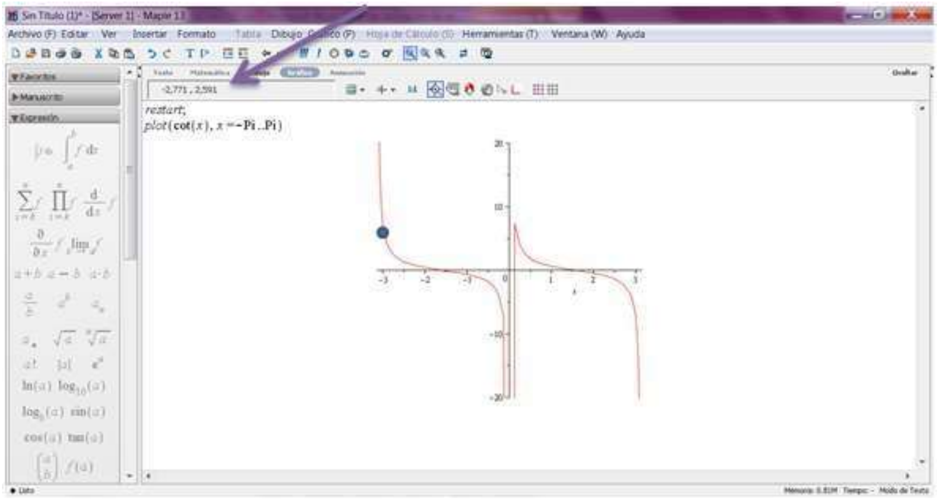
Ejemplo 2: otra manera es digitando el siguiente comando:

> $plot(\cot(x), x = -\mathrm{Pi}..\mathrm{Pi});$



Gráfica 17

En el cual, pasando el cursor sobre la gráfica, aparecerán los valores de gráfica, por ejemplo:



Descripción de la función tangente:

- El dominio es $\{x \in \mathbb{R}: x \neq n\pi, para\ n \in \mathbb{Z}\}$.
- El rango es el conjunto de números reales $\mathbb{R}$.
- Los cortes de la gráfica con el eje x son tales que cot x =0, por lo tanto, $\frac{cosx}{senx} = 0$, lo cual

  corresponde a los ceros de la función coseno:

$$x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}, x = -\frac{\pi}{2}, x = -\frac{3\pi}{2}, x = \frac{5\pi}{2}, \ldots$$

En general, se tiene que cot $(\frac{\pi}{2} + n\pi) = 0\ para\ n \epsilon Z$

- Los valores de la gráfica se repiten en intervalos de longitud π, es decir que para cualquier x que se escoja,

$$cotx = \cot(x+\pi) = \cot(x-\pi)$$

Su grafica es periódica con periodo π:

$$cotx = \cot(x+\pi)$$

La función cotangente no posee valores máximos ni mínimos absolutos, dado que cuando los valores de x son muy cercanos a los puntos donde no está definida la función (donde existen asíntotas verticales) sus imágenes se hacen cada vez mayores (negativas y positivas).

- La función cotangente es simétrica respecto al origen, por lo tanto, la función es impar.

cot (-x) = -cot (x)

- Es decreciente sobre cada intervalo comprendido entre dos asíntotas consecutivas así: (-π, 0), (0, π), entre otros.
- Aunque la función no es inyectiva sobre todo su dominio, si restringimos su dominio a intervalos comprendidos entre dos asíntotas, la función cotangente resulta biyectiva.

PRÁCTICA N°10

1. Graficar f(x)= cot (x) definidas entre -2$\pi \leq x \leq 2\pi$
2. Graficar f(x)= cot (x) definidas entre -4$\pi \leq x \leq 4\pi$

FUNCIÓN SECANTE.

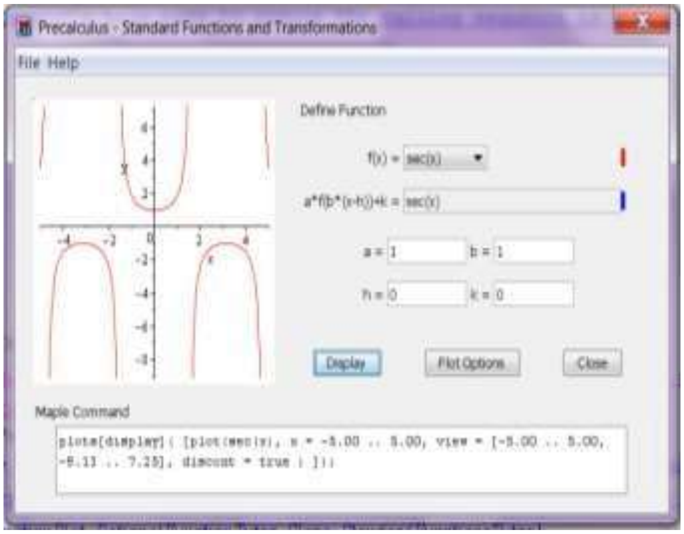
La función Secante se denota como $f(x) = sec(x)$, esta función se puede construir dando valores, los cuales se construirán así:

En maple la gráfica se hace de dos maneras:

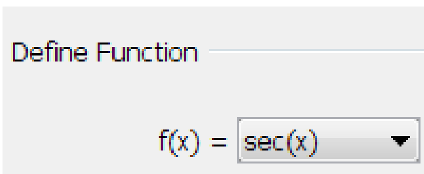
Ejemplo 1: Graficar $f(x) = sec(x)$, se escribe:

> *StandardFunctionsTutor*( );

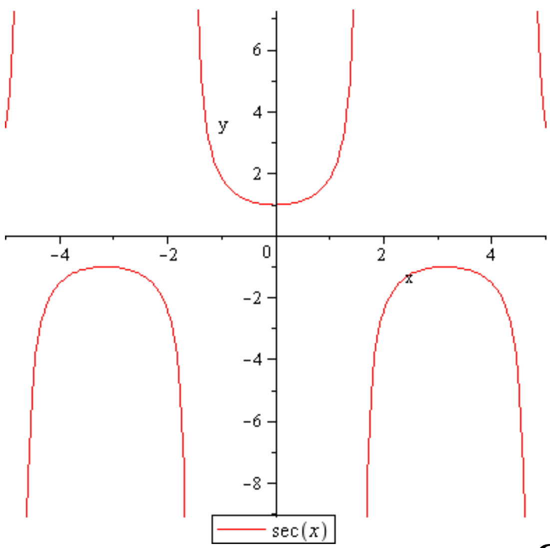
En lo cual sale un cuadro de diálogo así:



En el cual se elige la función a definir:



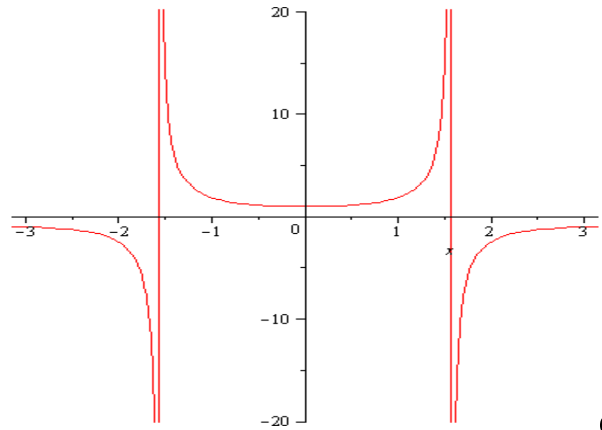
Se da clic en *Display* para mostrar al lado izquierdo del recuadro la gráfica que va a quedar de la función secante y se prosigue a dar clic en *close* lo cual activa la gráfica de la función.



Gráfica 18

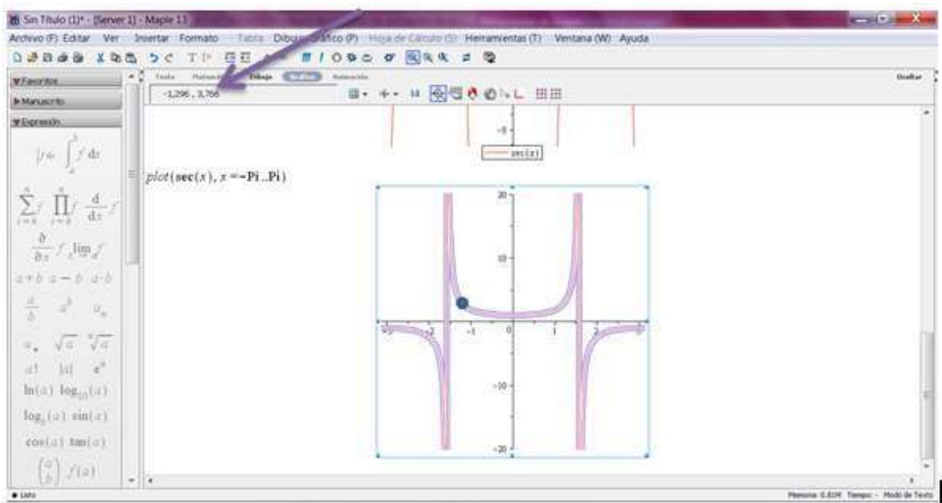
Ejemplo 2: otra manera es digitando el siguiente comando:

> > $plot(\sec(x), x = -\mathrm{Pi}..\mathrm{Pi})$



Gráfica 19

En el cual, pasando el cursor sobre la gráfica, aparecerán los valores de gráfica, por ejemplo:



Descripción de la función secante:

- La función secante no posee un valor máximo absoluto, no obstante tiene valores máximos relativos sobre algunos de los intervalos; por ejemplo en $\left(-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right)$, $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ y $\left(\frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}\right)$.
- De igual manera, aunque no posee un valor mínimo absoluto, si tiene valores mínimos relativos sobre algunos intervalos; por ejemplo, en $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, $\left(\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right)$ y $\left(\frac{7\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}\right)$.

PRÁCTICA N° 11

1. Graficar f(x)= sec (x) definidas entre 0≤ $x \leq 2\pi$

2. Graficar f(x)= sec (x) definidas entre -4$\pi \leq x \leq 4\pi$

FUNCIÓN COSECANTE.

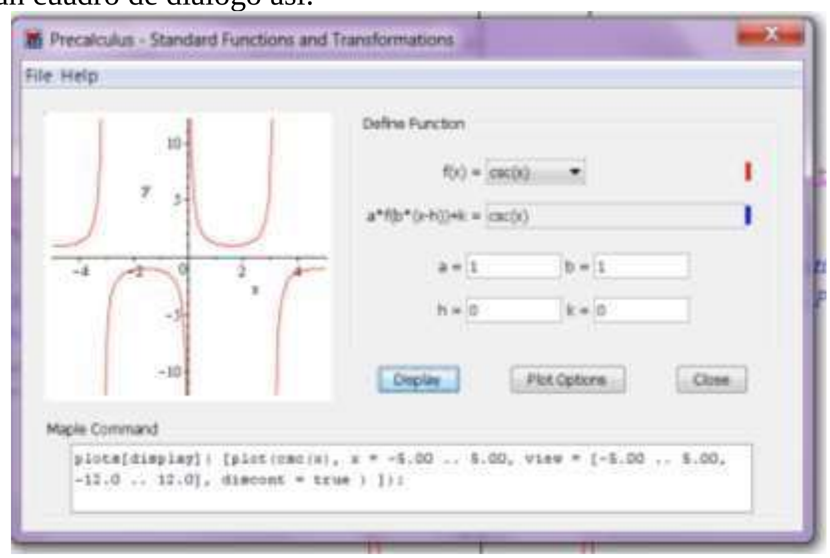
La función Cosecante de denota como $f(x) = csc(x)$, esta función se puede construir dando valores, los cuales se construirán así:

En maple la gráfica se hace de dos maneras:

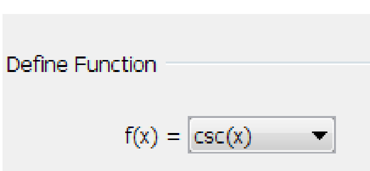
Ejemplo 1: Graficar $f(x) = csc(x)$, se escribe:

> *StandardFunctionsTutor*( );

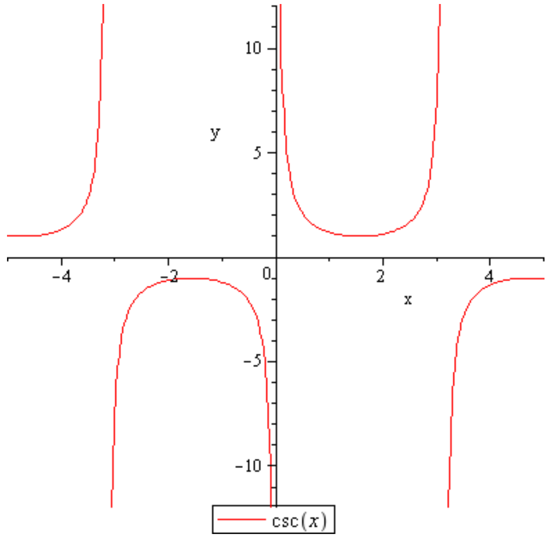
En lo cual sale un cuadro de diálogo así:



En el cual se elige la función a definir:



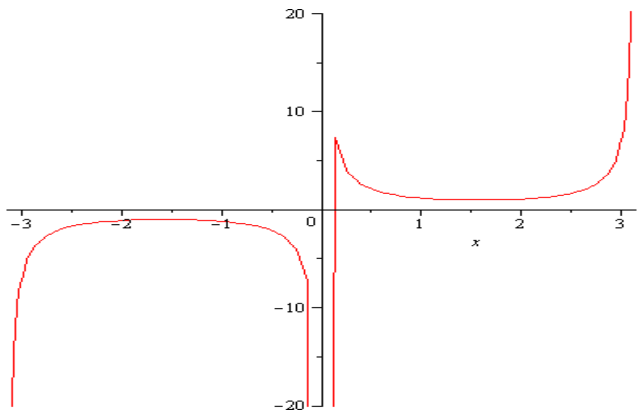
Se da clic en *Display* para mostrar al lado izquierdo del recuadro la gráfica que va a quedar de la función cosecante y se prosigue a dar clic en *close* lo cual activa la gráfica de la función.



Gráfica 20

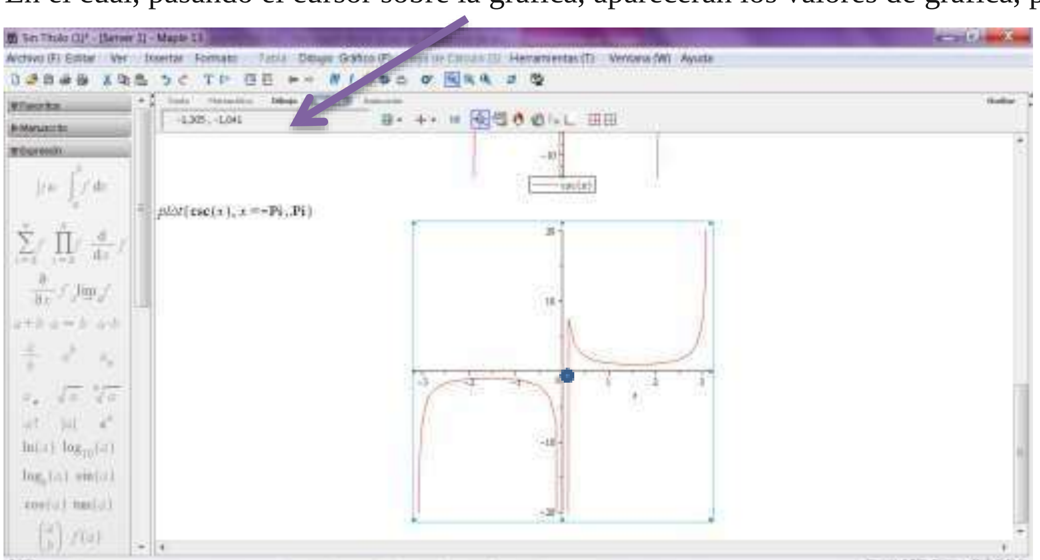
Ejemplo 2: otra manera es digitando el siguiente comando:

> *plot*(csc(*x*), *x* = −Pi..Pi)



Gráfica 21

En el cual, pasando el cursor sobre la gráfica, aparecerán los valores de gráfica, por ejemplo:



Descripción de la función cosecante:

- El dominio es el conjunto de los números reales, excepto los valores de x=nπ $c$on n que pertenece a los $\mathbb{Z}$.
- El rango es el intervalo de $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$; esto se debe a que el rango de senx es [1,1].
- La gráfica de la función cosecante nunca corta al eje x.
- La gráfica de y = csc x no intersecta al eje y.
- Los valores de la gráfica se repiten en intervalos de longitud 2 π; por lo tanto, para cualquier valor de x que se escoja

$$cscx = \csc(x + 2\pi) = \csc(x - 2\pi),$$

$$y\ su\ gráfica\ es\ periódica\ con\ periodo\ 2\pi\text{: } \csc x = \csc(x + 2\pi)$$

- Su gráfica es simétrica respecto al origen, por tanto, la función f(x)=csc (-x) = -cscx
- La función cosecante no posee un valor máximo absoluto, no obstante, tiene valores máximos relativos sobre algunos intervalos, por ejemplo, en (-π, 0), (π, 2π), entre otros.
- Aunque la función secante no posee un valor mínimo absoluto, si tiene valores mínimos relativos sobre algunos intervalos; por ejemplo, en (-2 π, π), $(0, \pi)$.

PRÁCTICA N° 12

1. Graficar f(x)= csc (x) definidas entre -2$\pi \leq x \leq 2\pi$
2. Graficar f(x)= csc (x) definidas entre -4$\pi \leq x \leq 4\pi$

BIBLIOGRAFÍA

Abell, M. & Braselton, J. (2002). Maple by Example, 3rd Edition. Academic Press.

Alcantud, J., López, L. y Rodríguez, C (2007). MAPLE, Herramienta Didáctica para la enseñanza de la estadística en Economía, Ciencias e Ingenierías" memorias: Jornadas de innovación Educativa.

Coronado, L., Gualajara, V., y Sandoval, S., (2011). MAPLE 13 para el cálculo integral (Trabajo de grado) Universidad de Guadalajara, Guadalajara. México.

Camacho, A. (2012). Cálculo diferencial. Chihuahua, México: Diaz de Santos

Contreras, J., y Pino, C., (s.f.) Funciones y gráficas. Recuperado de http://fcqi.tij.uabc.mx/usuarios/giovana/2_1_Funciones-es.pdf

Cujó, J. (2003). Un modelo de enseñanza- aprendizaje de los conceptos de límites de sucesiones, límites de funciones y derivadas a través de maple. Recuperado de http://www.ucm.es/BUCM/tesis/edu/ucm-t26872.pdf

Libro rutas matemáticas 9, Santillana, p. (pp) 52 y 53.

Libro Zona Activa 10, Voluntad,p. (pp) 15-89.

Libro Conexiones Matemáticas 11, Norma,p. (pp) 15-21.

Ministerio de Educación Nacional. Al tablero. {En línea}. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-183960.html

Ruiz, J. (2016). Matemáticas 4 Precálculo: funciones y competencias. San Juan, México: Grupo editorial patria.

Discusión

La educación es importante ya que trasmite y fortalece el conocimiento de las personas, se pretende que cada individuo no solo reciba el conocimiento en las diversas áreas del aprendizaje sino el fortalecimiento de las competencias que permitan que pueda desenvolverse en las tareas que la sociedad requiere en la actualidad. Con referencia a lo anterior, la educación hoy en día intenta llevar a las prácticas de aula la formación por competencias y el uso de las TIC, prevaleciendo en ella la profundización en las matemáticas y las áreas básicas de aprendizaje. Los avances tecnológicos permiten facilitar los medios de comunicación, igualmente incorpora nuevas tecnologías que provocan un reto para las comunidades educativas. Por otra parte, en algunas aulas de clase de matemáticas aún predomina la educación tradicional en el que el docente da la última palabra y no espacio para el autoaprendizaje, realiza apuntes en el tablero para que sean plasmados en los cuadernos de sus estudiantes. Una manera de romper con esto es crear estrategias didácticas y metodológicas protagonizando el uso de las TIC logrando una interacción que permita colocar como protagonistas a los tutores y sus estudiantes para lograr un aprendizaje significativo.

Macfarlanes (citado por Rojano, 2003) establece que los docentes que no valoren la importancia de las TIC como herramienta de aprendizaje va a ser difícil que las lleguen a implementar en el aula y de esta manera las TIC perderán su relevancia en los procesos de aprendizaje de los estudiantes. Ahora bien, el bajo nivel académico que presentan los estudiantes en el área de las matemáticas está asociado a varios factores sociales, económicos y culturales que despliegan desinterés, motivación e iniciativa en el aprendizaje y la falta de implementación de nuevas tecnologías para desarrollar estrategias didácticas que permitan fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

De esta manera las TIC son herramientas que facilitan el aprendizaje sin embargo para muchos tutores por falta de conocimiento lo ven como una barrera. “El verdadero problema del pedagogo no es el de tener un sector de la educación más iluminado que antes, sino, el de usar todos los instrumentos necesarios para iluminar todo el campo.”(Abarca, 2001, p.6).

Es decir, los tutores deben apropiarse del uso de las herramientas tecnológicas que despiertan la motivación en el aprendiz fortaleciendo de este modo el aprendizaje de los contenidos matemáticos didácticamente.

Algunas investigaciones apuntan que el sistema tradicional de enseñanza se caracteriza por utilizar estrategias pedagógicas que no son novedosas para sus estudiantes ya que es “autoritario, jerárquico, y jerarquizador, centrada en el maestro, memorístico, verbalista, enciclopedista, pedante, aburrida, clasista, selectiva, rutinaria, pasiva, monótona, transmisiva, uniformizadora, despenalizadora, represiva, punitiva, cuartelaría, acrítica, alejada de la realidad y de la vida” (Libedisnsky, 2001, p.19) se le puede nombrar como educación bancaria centrada más en la transmisión de conocimientos, falta de implementación de estrategias pedagógicas dinámicas en las que permita al estudiante explorar e indagar, además se encuentre con espacios donde se propicie la interacción con el estudiante y su participación en talleres vivenciales, por otra parte el modelo educativo tradicional, se centra en el docente y él es quien se encarga de dar información al estudiante pero éste no realiza crítica a este aprendizaje, no investiga y no busca otros puntos de vista que le permitan hacer reflexión de lo que está viendo en clase. En consecuencia, hay muchas críticas a este modelo que no se nombrarán, pero son relativamente parecidas.

Uno de los problemas que tiene la educación actual de acuerdo con Macedo (2016) afirma:

> La Ausencia de propuestas que promuevan el aprendizaje a partir de la solución de problemas abiertos, cercanos a los estudiantes, que inciten a la indagación, a la duda y que despierten las ganas de recorrer esos caminos de búsqueda con creatividad. (p.13)

Actualmente en los entornos educativos que pueden ser presenciales o virtuales, se puede percibir rasgos que perjudican y retoman la enseñanza dogmática, donde el principal protagonista es el tutor, esto evidencia y confirma que se realiza una transmisión de conocimientos, sin llegar a lograr que el estudiante lo vea importante para su vida y estos conocimientos transmitidos los ven como inútiles para su contexto, esto no deja que se logre una aplicación práctica; ya que los tutores registran calificaciones y no los resultados esperados, no ven el esfuerzo que realiza el estudiante para llegar aprender y que ese proceso lo puede hacer autónomamente y con disciplina, las fallas en los resultados los resaltan, sin notar que el estudiante se esfuerza por llegar con éxito al producto esperado.

En algunas de las teorías más tradicionales el profesor era el agente que prescribía y dirigía lo que los estudiantes debían hacer para alcanzar los objetivos, los cuales también eran marcados por el profesor. Este tipo de enseñanza conducía, la mayoría de las veces, a un conocimiento aislado e inerte y, por tanto, carente de funcionalidad.

Una de las reflexiones que expone Macedo (2016) es:

> A partir de la diversidad, del diálogo intercultural, de la posibilidad de abrirse a diversas lógicas, de respetar el ritmo y las modalidades de los sujetos que aprenden, y en especial de la convicción que todos pueden aprender y manejar ciertas competencias científicas y tecnológicas, que se podrá efectivamente concretar una educación científica inclusiva. (p.15)

Los tutores deben utilizar recursos metodológicos y didácticos apropiados y así fortalecer un proceso exitoso de acompañamiento y aprendizaje en los aprendices, ya que necesitan; aprender conceptos y temas que van a requerir en sus estudios posteriores, ver críticamente los problemas de su contexto y saberlos resolver, descubrir que el conocimiento es importante ya que transforma y mejora su calidad de vida, ver con agrado el estudio y esto requiere motivación por parte del tutor, sólo así se formarán estudiantes con un pensamiento diferente, analítico, reflexivo y responsable de sus propios actos y con una visión totalmente integral. El desconocimiento digital no permite el uso de la tecnología como estrategia metodológica, incide de gran manera en el proceso formativo en los entornos educativos. Utilizar herramientas tecnológicas por parte del tutor en el proceso enseñanza –aprendizaje de matemáticas es muy importante ya que las clases serían más amenas e interesantes, además de esto se logra profundizar en contenidos y aplicaciones. Debido a lo planteado anteriormente, la elaboración de un manual didáctico sobre el tema de funciones reales con el programa MAPLE 13, se propone como una estrategia que contribuiría de alguna manera a la enseñanza y aprendizaje de esta temática en el grado noveno de básica secundaria, ayudando así a su complementación teórica y a su práctica haciendo uso de las TIC.

La elaboración de este manual didáctico sobre el tema de funciones se propone como una estrategia que contribuye de alguna manera a los tutores en el enseñar y sus estudiantes a aprender las matemáticas del ciclo IV de educación básica, ayudando así a fortalecer la parte teórica y a su vez la práctica haciendo uso de las TIC.

Conclusiones y recomendaciones

La incorporación de las herramientas informáticas en el proceso de aprender y enseñar ha mejorado marcadamente el rendimiento académico de los estudiantes, fortalece el aprendizaje significativo y estas herramientas sirven para que el estudiante aprenda autónomamente, esto despierta el interés y la motivación hacia las matemáticas y las otras áreas de aprendizaje.

Sin alguna duda el software "MAPLE 13" es de gran beneficio para el aprendizaje de las matemáticas, sirve para guiar múltiples contenidos (incluidas funciones, cuadráticas, lineales, logarítmicas, exponenciales, entre otras, al ser un software gratuito y sin muchos requerimientos de instalación se pueden instalar en los Kioscos digitales de las comunidades en las que trabaja el SINEP y ser un útil de aprendizaje de los tutores y estudiantes en el área de matemáticas.

Para lo anterior, se realizó un estudio conceptual y desarrollo de las funciones reales que permitieran estructurar las temáticas del manual lo cual produjo la selección y organización pedagógica de la información referente al uso de herramientas tecnológicas como estrategia metodológica en las matemáticas, y ponerla a disposición de los profesores y estudiantes de ciclo IV del SINEP, en la cual se utilizó como estrategia primordial para la enseñanza y aprendizaje de funciones reales con la utilización del software MAPLE 13.

Ha sido un trabajo de constancia y dedicación, por lo tanto, es gratificante haber culminado felizmente con la propuesta desde un principio, además de esto se espera haber aportado un material valioso, el cual hará parte y será utilizado para la enseñanza de funciones reales con el Software MAPLE 13 este programa es útil no solo para matemáticas sino para otras áreas de aprendizaje.

Referencias

Abarca, R. (2002). *Teoría del aprendizaje constructivista*. Editorial Zenit.

Acciardi, M. (s.f.). *Papert: Aprendizaje y cybernética.* Recuperado de http://www.psicogenetica.com.ar/Papert.pdf

Aguarón, S., Arrieta, U., Ezeiza, J., Erdozain, A., Pastor, C., y Iriarte, J., (2004) *Aprenda Maple 9.5 como si estuviera en primero. Universidad de Navarra.* Recuperado de http://www4.tecnun.es/asignaturas/Informa1/AyudaInf/aprendainf/Maple95/Maple95.pdf

Alcantud1, J., López, L., y Rodríguez, C. (s.f) *MAPLE, Herramienta didáctica para la enseñanza de la estadística en economía, ciencias e ingenierías.* España.

Andara. L., Rivas, J., Peña, K., Pavón., A. y Linares, J., (2010). *Funciones y sus tipos.* Valera, Venezuela. Recuperado de http://wwwcalculo1-a.blogspot.com/

Arias, F (1999). *El proyecto de Investigación, Guía para su Elaboración*. Caracas Venezuela. (p. 25).

Ausubel, D., Novak J. y Hanesian H. (1997). *Psicología educativa. Un punto de vista cognitivo*. México. Trillas. Bruner, J. (1972). Hacia una teoría de la Instrucción. México: Hispano Americana.

Baro, A. (2011). *Metodologías activas y aprendizaje por descubrimiento.* Innovación y experiencias educativas. Recuperado de https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_40/ALEJANDRA_BARO_1.pdf

Bradley, G. Hoffmann, L. y Rosen, K. (2006). *Cálculo aplicado para administración, economía y ciencias sociales.* México: McGraw Hill (8ª edición).

Careaga Butter, M. (2001). *Centro de educación y tecnología de Chil*e. Proyecto Enlaces. Elaborado por. Centro Zonal Sur-Austral. Unidad Nº 2 Software y su uso pedagógico. Chile.

Castiblanco, L. Rojas, N. (2015). *Diseño de una guía para la adopción por primera vez de las NIIF para microempresas.* (tesis profesional). Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja, Colombia.

Castilla, M. (2013). *La teoría del desarrollo cognitivo de Piaget.* (tesis profesional).Universidad de Valladolid, Valladolid, España.

Cataldi, Z. (2000). *Una metodología para el diseño, desarrollo y evaluación de software educativo.* Tesis para el Magister de Automatización de Oficinas. ISBN 960-34- 02042. Recuperado de www.fi.uba.ar/laboratorios/lsi/catalditesisdemagistereninformatica.pdf

Cerón, M. (2014). *Tema: Hardware y Software.* Recuperado de https://www.uaeh.edu.mx/docencia/P_Presentaciones/prepa3/Presentaciones_Enero_Junio_2014/Hardware%20y%20Software.pdf

Cujó, J. (2003). *Un modelo de enseñanza-aprendizaje de los conceptos de límites de sucesiones, límites de funciones y derivadas a través de maple*. Recuperado de http://www.ucm.es/BUCM/tesis/edu/ucm-t26872.pdf

Escobar, J. (2004). *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones en Maple.* Recuperado de http://matematicas.udea.edu.co/~jescobar/docs/libroED.pdf

Freedman, A. (1984). *Glosario de computación. ¡Mucho más que un glosario!* México: McGraw Hill (1ª edición).

Gagné, R. y Glaser, R. (1987). *Foundations in learning research, en Instructional technology: foundations.* GAGNÉ, R. (Ed). Hillsdale. Lawrence Erlbaum Associates Inc. Publishers.

García, V. (2001). *La tecnología en la Escuela venezolana*. Candidus, 3 (16), 22-23.

García, y Gamboa, M. Rivera, J. Tibaduiza, O. (2017) *Lineamientos para la presentación del trabajo de grado en especializaciones*. Bogotá D.C Escuela de Ciencias de la educación (ECEDU).

Gottberg, E. Noguera, G. Noguera, M. (2012). *El aprendizaje visto desde la perspectiva ecléctica de Robert Gagné y el uso de las nuevas tecnologías en educación superior*. ISSN 0041-8935. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=37331092005

González, L. (2014). *Incidencia del programa de multimedia "Matematica Visual" en solución de problemas en un aula de 30 niños y niñas de segundo de primaria con problemas en matemáticas de la Institución Educativa la Concordia de la Dorada Caldas.* (tesis profesional). Universidad Nacional Abierta y a Distancia, Caldas. Colombia.

Herencia, P. (2015). *Tecnologías de la información y comunicación y desempeño docente en la facultad de marketing y negocios internacionales de la universidad peruana de integración global* (tesis de maestría). Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Lima, Perú.

Hernández, J., Gil, D. Ortiz, E., Sevillana, C. y Soler, V. (1980). *La experimentación asistida con calculadora (EXAC): una vía para la educación científico- tecnológica.* Recuperado de www.rieoei.org/deloslectores/553Soler.PDF

Jaimes, N. (2012). *La noción de función, un acercamiento a su comprensión*. (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

Libedisnsky, M. (2001). *La innovación de la enseñanza. Diseño y documentación de experiencias de aula*. Argentina: Paidós.

López, M., Petris R. y Pelozo, S. (2005). *Estrategias innovadoras mediante la aplicación de software. Enseñanza-aprendizaje de funciones matemáticas en los niveles EGB3 y* *polimodal.* Recuperado de http://www.unne.edu.ar/Web/cyt/com2005/8-Exactas/E-014.pdf

Macedoi, B. (2016). *Educación científica.* UNESCO. Montevideo, Uruguay. Recuperado de http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/FIELD/Montevideo/pdf/PolicyPapersCILAC-CienciaEducacion.pdf

Marqués, P. (s.f.). *El software educativo*. Universidad Autónoma de Barcelona. http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques_software/

Martínez, J. (2013). *Apropiación del concepto de función usando el software Geogebra* (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia.

McFarlane y De Rijcke, (1999) en *"Los Desafíos de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones en la Educación"*, OCDE, España, 2001.

Ministerio de Educación Nacional. *Al tablero. {En línea}.* Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-183960.html

Ministerio de Educación Nacional. (s.f). *Lineamientos curriculares*. Cooperativa Editorial Magisterio.

Mora, O. *Diseño de herramientas didácticas en ambientes virtuales de aprendizaje mediante unidades de aprendizaje integrado en matemáticas.* (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia. Palmira, Colombia.

Prendes, M., Amorós, P. (2001) *Accesibilidad en aplicaciones informáticas.* Santiago de Compostela. Pp. 1.

Prendes, M. (2010) *Evaluación de manuales escolares.* Bucaramanga, Colombia: Universidad Autónoma de Bucaramanga.

Papert, S. (1987). *Desafío de la mente: Computadoras y educación*. Buenos Aires, Galápago.

Pérez, J., Triana, N., y Echeverria, J., (2016). *Factores asociables a la deserción académica en los estudiantes de Educación Media Sistema Nacional de Educación Permanente SINEP –UNAD (tesis de especialización)* Universidad Nacional Abierta y a Distancia, Bogotá. Colombia.

Piaget, J. (1985). *Psicología y Pedagogía*. Barcelona: Ariel.

Pizarro, R. (2009). *Las TICs en la enseñanza de las Matemáticas. Aplicación al caso de Métodos Numéricos* (tesis de maestría). Universidad Nacional de la Plata, La Plata, Argentina.

Richaudeau, F. (1981). *Concepción y producción de manuales escolares. Guía práctica.* París. SECAB/CERLAL/Editorial de la UNESCO.

Rodríguez, M. (2011). *La teoría del aprendizaje significativo: una revisión aplicable a la escuela actual.* Revista Electrònica d'Investigació i Innovació Educativa i Socioeducativa. 3(1), 29-50. Recuperado de http://www.in.uib.cat/pags/volumenes/vol3_num1/rodriguez/index.html

Salcedo Lagos, P. (2000). *Ingeniería de software educativo, teorías y metodologías que la sustentan.* Universidad de Concepción. Departamento de Ingeniería, informática y Ciencias de la Computación. Revista Ingeniería Informática. ISSN:0717–4195. Número 6. Recuperado de http://www.inf.udec.cl/revista/ediciones/edicion6/isetm.PDF

Sánchez Montoya, R. (1995). *Ordenador y discapacidad. Guía práctica para conseguir que el ordenador sea una ayuda eficaz en el aprendizaje y la comunicación.* Madrid: CEPE.

Skinner, B.F. (1985). *Aprendizaje y comportamiento.* Barcelona. Martínez-Roca.

Tamayo, M. (2003). *El proceso de la investigación científica*; Editorial Limusa Grupo Noriega

Editores. P. 175.

UNESCO. (2004). *División de Educación Superior "Las tecnologías de la información y la comunicación en la formación docente".* Recuperado de http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001295/129533s.pdf

Universidad Nacional Escuela de Matemática Centro de Investigación y Docencia en Educación. *Revista Digital Matemática, Educación e Internet*, Volumen 7, número 2. Costa Rica. Recuperado de www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/ContribucionesV7_n2_2006/IMPACTO/Impacto NuevasTec.pdf

Urbina, S. (s.f.) *Informática y Teorías del Aprendizaje*. Universitat de les Illes Ballears. Recuperado de http://ww2.educarchile.cl/UserFiles/P0001%5CFile%5CInform%C3%A1tica_Teor%C3%ADas%20apre.pdf

Vílchez Quesada, E. (2005). *Impacto de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación para la enseñanza de la Matemática en la Educación Superior*.