

**Revisión Bibliográfica sobre la Implementación del Arte como Ruta Didáctica para
Optimizar los Procesos de Enseñanza-Aprendizaje de la Geometría para el Nivel Educativo
Básica**

Nini Johanna Triana Mahecha

Monografía para optar al título de Licenciada en Matemáticas

Asesor:

Magister Juan Guillermo Núñez Osuna

Universidad Nacional Abierta y a Distancia - UNAD

Escuela de Ciencias de la Educación - ECEDU

Programa de Licenciatura en Matemáticas

Bogotá

2022

Resumen analítico especializado (RAE)	
Título:	Revisión bibliográfica sobre la implementación del arte como ruta didáctica para optimizar los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el nivel educativo básica.
Modalidad de Trabajo de Grado	Monografía.
Línea de investigación	Pedagogía Didáctica y Currículo.
Autores	Nini Johanna Triana Mahecha Cod. 52828978
Institución	Universidad Nacional Abierta y a Distancia – UNAD
Fecha	23 de agosto de 2022
Palabras claves:	Arte, geometría, pensamiento espacial y métrico, enseñanza, aprendizaje, estrategia, técnicas artísticas, didáctica.
Descripción	<p>El presente documento expone los resultados del trabajo de grado en modalidad de Monografía, asesorada por el docente Magister Juan Guillermo Núñez Osuna, perteneciente a la línea de investigación “Pedagogía Didáctica y Currículo” de ECEDU de la Universidad Nacional Abierta y a Distancia, ya que se busca la reflexión sobre objetos mediadores del proceso de enseñanza aprendizaje y la forma en que están dispuestos para optimizar los procesos y resultados de aprendizaje, para este caso en específico el objeto es el arte como ruta didáctica para la enseñanza de las matemáticas específicamente la geometría.</p> <p>Se plantea como metodología el enfoque cualitativo y pertenece al diseño de la teoría fundamentada ya que se basa en la recolección de datos que es tomada de fuentes documentales y emplea la teoría sustantiva de Hernández Sampieri que se da a través de una compilación, revisión y análisis de masas documentales académicas, de investigación, artículos y tesis producidos en</p>

	<p>Colombia, Latinoamérica y Europa con el fin de encontrar elementos suficientes para dar respuesta a la pregunta:</p> <p>¿Porque presentarle otras estrategias de enseñanza de la geometría al docente de básica y media que dinamicen los procesos de aprendizaje de las matemáticas en el aula a partir del uso de técnicas artísticas?</p> <p>Se resaltan actividades y resultados que han demostrado el uso de técnicas artísticas como ruta didáctica para la enseñanza de la geometría en el ámbito de los pensamientos métrico y espacial que aportan a la atenuación de la baja motivación y el bajo rendimiento académico.</p>
<p>Fuentes</p>	<p>Para el desarrollo de la monografía se utilizaron las siguientes fuentes documentales:</p> <p>Gagné, R. (1970). Las condiciones del aprendizaje. Aguilar. Madrid. Recuperado de: https://www.academia.edu/13256231/LA_TEOR%C3%8DA_DE_L_APRENDIZAJE_DE_GAGN%C3%89</p> <p>Gardner, H. (1987). Arte, mente y cerebro. Paidós, Barcelona. Recuperado de: https://mediacionartistica.files.wordpress.com/2012/11/arte-mnente-y-cerebro.pdf</p> <p>González, F. (2020). La Matemática y el Arte en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría. Universidad Antonio Nariño. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/22413/2/Gonzalez2020La.pdf</p> <p>González, P. (2004). La historia de la matemática como recurso didáctico e instrumento de integración cultural de la matemática historia de la matemática para la enseñanza secundaria. estudio crítico de tres obras</p>

cumbre de la literatura matemática: los elementos de Euclides el método de Arquímedes la geometría de Descartes. Recuperado de: <https://fdocuments.ec/document/los-elementos-de-euclides-1.html?page=1>

Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C. y Baptista-Lucio, P. (2014). *Cómo se originan las investigaciones cuantitativas, cualitativas o mixtas*. En *Metodología de la Investigación*. México. Mc Graw Hill. Recuperado de: <https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf>

Ley 115 de 1994. Por la cual se expide la ley general de educación. Art 5 (5-7). Art 20 (a-c) 8 de febrero 1994.

Magistrali, D. (2019). *Historias de Matemáticas. Matemáticas y Arte: una pincelada*. Revista de investigación: El pensamiento matemático, Volumen IX, Número 1. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/7035191.pdf>

Meneses, G. (2007) *El proceso de enseñanza-aprendizaje: el acto didáctico*. En: *NTIC, Interacción Y Aprendizaje En La Universidad*. Universitat Rovira I Virgili. Recuperado de:) *El proceso de enseñanza-aprendizaje*

Saldarriaga, Ortiz J. (2012). *Modelos Didácticos para la Enseñanza de las Matemáticas Básicas*. Recuperado de: https://www.academia.edu/36682337/MODELOS_DIDACTICOS_PARA_LA_ENSEÑANZA_DE_LAS_MATEMATICAS_BASICAS._INFORME_FINAL_DE_PRACTICA_DOCENTE

	<p>Trulle, M. (2006). Matemáticas y Arte: enseñar geometría a través del arte. Recuperado de: https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/18566/TFG-O%20752.pdf;jsessionid=D10D1B103FC7F6DB8630E6D9B6453961?sequence=2</p> <p>Unidad de Curriculum y Evaluación del Ministerio de Educación. (2020). Proyecto Interdisciplinario: “Arte Abstracto y Matemáticas”. Ministerio de Educación de Chile. Recuperado de: https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-227585_recurso_1.pdf</p>
Contenido	<ul style="list-style-type: none">• Portada.• RAE Resumen analítico del escrito• Tabla de contenido• Índice de tablas y figuras• Introducción• Justificación• Definición del problema• Objetivos• Marco teórico de referencia• Aspectos Metodológicos• Resultados• Discusión• Conclusiones y recomendaciones• Referencias

Metodología	<p>Se define bajo el enfoque cualitativo y pertenece al diseño de la teoría fundamentada ya que se basa en la recolección de datos que es tomada de fuentes documentales y emplea la teoría sustantiva, Hernández (2014) sugiere que: “ La nueva teoría se contrasta con la literatura previa (Tucker-McLaughlin y Campbell, 2012) y es denominada sustantiva o de rango medio porque emana de un ambiente específico” (p. 472), por lo tanto, al tener un ámbito determinado para esta investigación este enfoque aporta a la interpretación de nuevas visiones sobre las didácticas que surgen para optimizar procesos de enseñanza de las matemáticas específicamente la geometría en niños de nivel educativo de básica.</p> <p>“La teoría fundamentada tiene como rasgo principal que los datos se categorizan con codificación abierta, luego el investigador organiza las categorías resultantes en un modelo de interrelaciones (codificación axial), que representa a la teoría emergente y explica el proceso o fenómeno de estudio (codificación selectiva)”(Hernández Sampierie, 2014, p.475)</p> <p>Esta recopilación de base teoría busca el fortalecimiento de la apropiación del conocimiento y la formación de talento humano docente que se presenta como un referente a esas dinámicas que se pueden generar en el aula a través de técnicas artísticas como ruta didáctica para la enseñanza de la geometría.</p> <p>La primera etapa fue la discriminación y recolección de masas documentales referentes a la trayectoria de la Geometría en Europa, Latinoamérica y Colombia incluyendo culturas indígenas y proyectos de investigación de</p>
--------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>autores en Colombia, Latinoamérica y Europa referentes a rutas didácticas basadas en el arte para la enseñanza de los pensamientos espacial y métrico.</p> <p>La segunda etapa fue la realización del estado de arte en donde se clasifican las investigaciones recopiladas por pensamiento geométrico (espacial y métrico) y técnica artística utilizadas para el desarrollo de dichos pensamientos.</p> <p>Y por último la tercera etapa fue un Análisis del contenido asociado al cumplimiento de los objetivos respecto al aporte de las técnicas artísticas a la enseñanza de las matemáticas en el contexto de los pensamientos espacial y métrico.</p>
<p>Conclusiones</p>	<p>La presente monografía se ha dedicado a hacer un recorrido por las diferentes estrategias de enseñanza para el desarrollo de los pensamientos espacial y métrico apoyado en las técnicas artísticas centradas en masas documentales que presentan diferentes rutas didácticas.</p> <p>Durante el desarrollo del trabajo se han alcanzado los objetivos inicialmente planteados.</p> <p>Se hizo revisión de los referentes teóricos y documentación especializada en procesos de enseñanza de los pensamientos espacial y métrico representados en proyectos de intervención en el aula que emplean técnicas artísticas como herramienta motivadora para los estudiantes frente a sus procesos de aprendizaje de las matemáticas.</p> <p>Se identifico el alcance de los diferentes procesos de enseñanza de los pensamientos espacial y métrico a través de uso de técnicas artísticas, en</p>

donde los autores de cada investigación concuerdan en concluir que el uso del arte apoya en el aprendizaje de la geometría ya que se presenta como una herramienta que dinamiza los procesos de enseñanza aprendizaje. Lo que nos lleva a que las diferentes rutas didácticas arrojaron resultados positivos en el desarrollo de competencias de los pensamientos espacial y métrico gracias a la convergencia que se logra entre la geometría y el arte.

El análisis de los documentos que fueron insumo para esta monografía permitió establecer los componentes transversales de los procesos de enseñanza de los pensamientos espacial y métrico apoyado en el uso de técnicas artísticas, debido a que se identificaron aquellas corrientes artísticas y por supuesto artistas cuyos estilos y obras están basadas en elementos geométricos presentes en diferentes tipos de expresiones como por ejemplo: la pintura, las artes escénicas, las manualidades y el dibujo.

Dentro la construcción de esta monografía se logró mostrar claramente los componentes transversales de cada uno de los mecanismos en los procesos de enseñanza-aprendizaje de los pensamientos espacial y métrico apoyado en el arte, en donde se realizó la división por pensamiento y se explicó la técnica artística empleada y los objetivos de aprendizaje que los investigadores tuvieron en cuenta para sus planteamientos, en cada una de las actividades que hacen parte de las propuestas de intervención de todas las investigaciones seleccionadas como materia para el presente documento.

	<p>Por último se concluye que gracias a este recorrido documental esta tesis se constituye como insumo importante en el campo del aprendizaje de la geometría para niños en nivel básico.</p>
<p>Referencias bibliográficas</p>	<p>Alfonzo, N. (2012). Técnicas e instrumentos de recolección de datos cualitativos. Recuperado de: https://www.monografias.com/trabajos93/tecnicas-e-instrumentos-recoleccion-datos-cualitativos/tecnicas-e-instrumentos-recoleccion-datos-cualitativos</p> <p>Arias, F. (2000). Introducción a la Metodología de Investigación en ciencias de la administración y del comportamiento. México: Trillas. Recuperado de: http://www.formaciondocente.com.mx/06_RinconInvestigacion/01_Documentos/El%20Proyecto%20de%20Investigacion.pdf</p> <p>Ayarza, V. (2010). La geometría en el arte Kuna. Centro de Ukupseni/Programa de Acción Para la Erradicación del Trabajo Infantil y Adolescente Peligroso en Niñas, Niños y Adolescentes Kunas. Recuperado de http://www.etnomatematica.org/publica/libros/geomola-pub.pdf http://www.etnomatematica.org/publica/libros/geomola-pub.pdf</p> <p>Balestrini, M. (2006). Cómo se Elabora un Proyecto de Investigación. (Séptima edición). Caracas: Editorial Consultores Asociados BL. Recuperado de: https://www.academia.edu/32672800/Como_Se_Elabora_El_Proyecto_de_Investigacion_Ballestrini_7ma</p> <p>Bejarano, M. (2015). Las matemáticas y el arte: propuesta de intervención en Educación Infantil. Universidad Internacional de La Rioja Facultad de Educación. Recuperado de:</p>

	<p>https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2870/Maria_Bejarano_Garcia.pdf</p> <p>Benito, E. (2016). La geometría como lenguaje de las formas. Recuperado de:</p> <p>https://oa.upm.es/43027/1/EMILIA_MARIA_BENITO_ROLDAN_01.pdf</p> <p>Bozzano, P. Sanchez, P (2017). Arte y Matemática, escenarios Multi E Inter Disciplinarios en el aula de la escuela secundaria. Recuperado de:</p> <p>http://www.fba.unlp.edu.ar/ciepaal/wp-content/uploads/2017/10/11.12.-ARTE-Y-MATEMA%CC%81TICA-ESCENARIOS-MULTI-E-INTER-DISCIPLINARIOS-EN-EL-AULA-DE-LA-ESCUELA-SECUNDARIA.pdf</p> <p>Buelvas, V. & Rodríguez, U. (2017) El Manual del Tesista: consejos prácticos para que termines tu tesis en un mes. Bogotá: UVR correctores de textos. Recuperado de: https://pdfcoffee.com/el-manual-del-tesistapdf-5-pdf-free.html</p> <p>Bulnes, A. González, D. Piña, J.Berhein, L. Ramos, R. (19 de julio 2017). Todo lo que tienes que saber sobre Hunab Ku o Tloque Nahuaque, dador del movimiento y la medida. Matador Network. Recuperado el 18 de abril de 2022 de https://matadornetwork.com/es/hunab-ku-dios-movimiento-medida/</p>
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

- Castañeda, M. Rolong, I. (2020). Propuesta Interdisciplinaria en las Áreas de artística y matemática para el desarrollo del pensamiento espacial y métrico. Universidad de la Costa. Recuperado de:
<https://repositorio.cuc.edu.co/bitstream/handle/11323/7496/PROPUESTA%20INTERDISCIPLINARIA%20EN%20LAS%20AREAS%20DE%20ARTISTICA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Camarena, P. (2004). La transferencia del conocimiento: ecuaciones diferenciales parciales hacia una cuerda que vibra. Acta latinoamericana de matemática educativa – Vol 17. México. Recuperado de:
<http://funes.uniandes.edu.co/6283/1/CamarenaLatransferenciaAlme2004.pdf>
- Constitución Política de Colombia 1991. Art. 27. Art.67. 4 de julio de 1991 (Colombia).
- Dávila, A y Sosa, M. (2012). Etno-Matemática en Indígenas Ulwas, Comunidad De Karawala. Revista Ciencia e Interculturalidad. Vol 11. Recuperado de:
<https://www.camjol.info/index.php/RCI/article/view/960/771>
- Dávila, A; Sosa, M. (2012). Jícara [Fotografía]. Nasca o Tramoá [Fotografía]. Etno-Matemática en Indígenas Ulwas, Comunidad De Karawala. p.79-8. Recuperado de:
<https://www.camjol.info/index.php/RCI/article/view/960/771>

- Daza, A. (2020). El arte como didáctica de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Universidad de Los Andes. Recuperado de:
[https://campus.fundec.org.ar/admin/archivos/EISNER.pdf](https://repositorio.uniandes.edu.co/bitstream/handle/1992/50912/23306.pdf?sequence=1&isAllowed=y#:~:text=Utilizar%20el%20arte%20como%20herramienta,de%20Calidad%22%20(ICSE) Decreto 1860 1994. Ministerio de Educación Nacional por el cual se reglamenta parcialmente la ley 115 de 1994, en los aspectos pedagógicos y organizativos generales. Art. 7 Art. 35. 5 de agosto de 1994 (Colombia).</p><p>Eisner, Elliot. (1994). Cognición y Currículum. Una visión nueva. Amorrortu Editores. Buenos Aires. Recuperado de:
<a href=)
- Esparza, D. (1976). Los cómputos de los aztecas y la geometría. México Tenochtitlan. Editorial Diana. Recuperado de:
<https://pdfcoffee.com/qdownload/los-computos-aztecas-y-la-geometria-2-pdf-free.html>
- Fernández Bravo, J. A. (2007). Aprender Matemáticas. Metodología y Modelos Europeos. Madrid. Recuperado de:
<https://sede.educacion.gob.es/publiventa/PdfServlet?pdf=VP12221.pdf&area=E>
- Fernández, M. (1998). La profesionalización del docente. Escuela española. Recuperado de:
http://memsupn.weebly.com/uploads/6/0/0/7/60077005/la_profesionalizacion_del_docente_parte1de4.pdf
- Flores, P. (2001). Aprendizaje y evaluación en matemáticas. En Castro, E. (Coord.) Matemáticas y su Didáctica para la formación inicial de maestros de primaria. Madrid, Síntesis. Recuperado de:
<https://www.ugr.es/~pflores/textos/cLASES/CAP/APRENDI.pdf>
- Gagné, R. (1970). Las condiciones del aprendizaje. Aguilar. Madrid. Recuperado de:

https://www.academia.edu/13256231/LA_TEOR%C3%8DA_DEL_APRENDIZAJE_DE_GAGN%C3%89

Galindo y Villa, J. (1903). La escultura nahua. Algunas notas según los monumentos del Museo Nacional de México. *Anales Del Instituto Nacional De Antropología E Historia*, 2(1), 195–234. Recuperado de: <https://revistas.inah.gob.mx/index.php/anales/article/view/6615>

Galindo y Villa, J. (1903). Paralelepípedo Azteca [Fotografía]. La escultura nahua. Algunas notas según los monumentos del Museo Nacional de México. p.217. Recuperado de: <https://revistas.inah.gob.mx/index.php/anales/article/view/6615>

Gardner, H. (1987). *Arte, mente y cerebro*. Paidós, Barcelona. Recuperado de: <https://mediacionartistica.files.wordpress.com/2012/11/artemmente-y-cerebro.pdf>

González, F. (2020). *La Matemática y el Arte en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría*. Universidad Antonio Nariño. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/22413/2/Gonzalez2020La.pdf>

González, P. (2004). *La historia de la matemática como recurso didáctico e instrumento de integración cultural de la matemática historia de la matemática para la enseñanza secundaria. estudio crítico de tres obras cumbre de la literatura matemática: los elementos de Euclides el método de Arquímedes la geometría de descartes*. Recuperado de: <https://fdocuments.ec/document/los-elementos-de-euclides-1.html?page=1>

Guarinos, M y Montiel, I. (2011). *Aprendizaje y desarrollo en la adolescencia. Unidad 2 Desarrollo en el Adolescente (I)*. Universitas Miguel Hernández. Recuperado de: <https://issuu.com/mina.guzmanp/docs/temario-completo>

- Guerrero, A. (2017). Figuras tradicionales del tejido Chumbe [Fotografía]. Análisis de nociones geométricas a los tejidos de los chumbes de los indígenas Nasa de Corinto Cauca.p.68. Recuperado de:
<https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/13597/3469-0525690.pdf?sequence=1>
- Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C. y Baptista-Lucio, P. (2014). Cómo se originan las investigaciones cuantitativas, cualitativas o mixtas. En Metodología de la Investigación. México. Mc Graw Hill. Recuperado de: <https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf>
- Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C. y Baptista-Lucio, P. (2014). Desarrollo de la perspectiva teórica: revisión de la literatura y construcción del marco teórico. En Metodología de la Investigación. México. Mc Graw Hill. Recuperado de: <https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf>
- Ley 115 de 1994. Por la cual se expide la ley general de educación. Art 5 (5-7). Art 20 (a-c) 8 de febrero 1994.
- Liern Carrión, V., & Queralt Llopis, T. (2008). Música y Matemáticas. La armonía de los números. Servicio de publicaciones de la Federación Española de profesores de Matemáticas. Recuperado de:
https://fespem.es/IMG/pdf/dem2008_-_musica_y_matematicas.pdf
- Manual de estilos de aprendizaje. (2004). Colecciones manuales . Recuperado de:
https://biblioteca.pucv.cl/site/colecciones/manuales_u/Manual_Estilos_de_Aprendizaje_2004.pdf
- Magistrali, D. (2019). Historias de Matemáticas. Matemáticas y Arte: una pincelada. Revista de investigación: El pensamiento matemático, Volumen IX, Número 1. Recuperado de:

	<p>https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/7035191.pdf</p> <p>Martínez , I. (2018). La enseñanza de las Matemáticas a través del Arte: la pintura y el aprendizaje de la geometría en el segundo ciclo de educación infantil. Recuperado de: https://idus.us.es/bitstream/handle/11441/81801/194_47505342.pdf?sequence=1&isAllowed=y</p> <p>Meneses, G. (2007) El proceso de enseñanza-aprendizaje: el acto didáctico. En: NTIC, Interacción Y Aprendizaje En La Universidad. Universitat Rovira I Virgili. Recuperado de:) El proceso de enseñanza-aprendizaje</p> <p>Montessori, M. (1986). La mente absorbente del niño. Recuperado de: https://fundaciontorresyprada.org/wp-content/uploads/2022/01/LA-MENTE-ABSORBENTE-DEL-NINO.pdf</p> <p>Micelli, M y Crespo, C. (2014). Una mirada geométrica a diseños de pueblos originarios. El pensamiento del profesor, sus prácticas y elementos para su formación. p.11-19. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/18785/1/Micelli2014Una.pdf</p> <p>Orozco Alvarado, J. C., & Díaz Pérez, A. A. (2018). ¿Cómo redactar los antecedentes de una investigación cualitativa? <i>Revista Electrónica De Conocimientos, Saberes Y Prácticas</i>, 1(2), 66–82. Recuperado de: https://www.lamjol.info/index.php/recsp/article/view/6611/6341</p> <p>Ortiz-García, J. (2006) Guía descriptiva para la elaboración de protocolos de investigación Salud en Tabasco, vol. 12,</p>
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

núm. 3, septiembre-diciembre, pp. 530-540 Secretaría de Salud del Estado de Tabasco Villahermosa, México. Recuperado de:

<https://www.redalyc.org/pdf/487/48712305.pdf>

Ox Lahun Cimi. Red de Arte Planetaria. (4 de 12 de 2007). *Xochipilli [Ilustración]*. Obtenido de La relacion entre el tzolkin y la flor de la vida: <https://xochipilli.wordpress.com/2007/12/04/la-relacion-entre-el-tzolkin-y-la-flor-de-la-vida/>

Pachón, Y. (2013). El pensamiento crítico en la enseñanza de las matemáticas. Recuperado de:

<https://core.ac.uk/download/pdf/328836713.pdf>

Palacios, L. (2006). El valor del arte en el proceso educativo Reencuentro. Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Xochimilco Distrito Federal. México. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/340/34004607.pdf>

Pinasco, J. Amster, P. Santier, N, Laplagne, S y Saltiva I. (2009). Las geometrías. Colección las ciencias naturales y las matemáticas.

Ministerio de Educación. Instituto Nacional de Educación

Tecnológica. República Argentina. Recuperado de:

<http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL001913.pdf>

Pueblos originarios escritura y simbología. Folio 11 Códice Viena

[Ilustraciones Artísticas] por Agostino Aglio (1777-1877), Oaxaca,

[https://pueblosoriginarios.com/meso/oaxaca/mixteca/vindo_anverso.html#!prettyPhoto\[gallery2\]/10/](https://pueblosoriginarios.com/meso/oaxaca/mixteca/vindo_anverso.html#!prettyPhoto[gallery2]/10/)

Quecedo, R. Castaño, C. (2002). Introducción a la metodología de investigación cualitativa Revista de Psico didáctica, núm. 14. p. 5-39.

Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/175/17501402.pdf>

Recalde, L y Murillo, D. (2016). Los orígenes de la geometría: de la necesidad pragmática a la búsqueda apodíctica. Revista de ciencias.p.99-108 Universidad del Valle. Recuperado de:
https://revistaciencias.univalle.edu.co/index.php/revista_de_ciencias/article/view/4677/8283

Romero, P. (2018). Matemáticas en la Pintura. VII Encuentro provisional del profesorado de matemáticas. Recuperado de:
https://blogsaverros.juntadeandalucia.es/viiencuentro-matematicas-sevilla/files/2018/03/C3_VII.pdf

Saldarriaga, Ortiz J. (2012). Modelos Didácticos para la Enseñanza de las Matemáticas Básicas. Recuperado de:
https://www.academia.edu/36682337/MODELOS_DID%C3%81CTICOS_PARA_LA_ENSE%C3%91ANZA_DE_LAS_MATEM%C3%81TICAS_B%C3%81SICAS._INFORME_FINAL_DE_PR%C3%81CTICA_DOCENTE

Sardella, O. (2006). La geometría en las culturas precolombinas. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa Vol 19. p. 121-125. Recuperado de:
<http://funes.uniandes.edu.co/5410/1/SardellaLageometriaAlme2006.pdf>

Suarez, E. Simbolismo temático y titular en: LAS MANOS DEL DIA. p. 75-81. Recuperado de :

https://escholarship.org/content/qt6p18t8k7/qt6p18t8k7_noSplash_ea31608bdcefc0beeea9e5e2c8ab548.pdf?t=meiba1

Toledo, Y. (1934). Sección Áurea En Arte, Arquitectura Y Música.

Recuperado de: [https://matematicas.uclm.es/ita-](https://matematicas.uclm.es/ita-cr/web_matematicas/trabajos/240/La_seccion_aurea_en%20arte.pdf)

[cr/web_matematicas/trabajos/240/La_seccion_aurea_en%20arte.pdf](https://matematicas.uclm.es/ita-cr/web_matematicas/trabajos/240/La_seccion_aurea_en%20arte.pdf)

Toledo, Y. (1934). Diagrama de Margarita y Girasol [Fotografías]. Sección

Áurea En Arte, Arquitectura Y Música. p. 134-135. Recuperado de:

[https://matematicas.uclm.es/ita-](https://matematicas.uclm.es/ita-cr/web_matematicas/trabajos/240/La_seccion_aurea_en%20arte.pdf)

[cr/web_matematicas/trabajos/240/La_seccion_aurea_en%20arte.pdf](https://matematicas.uclm.es/ita-cr/web_matematicas/trabajos/240/La_seccion_aurea_en%20arte.pdf)

Tomasini, M. C. (2007). Astronomía, geometría y orden: el simbolismo

cosmológico en la arquitectura precolombina. Ciencia y Tecnología, 7, 81-92. Recuperado de:

<https://dspace.palermo.edu/dspace/bitstream/handle/10226/1387/art%2012%20CyT%207%20%20Astronom%3%ada%20orden%20Tomasini.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Tomasini, M. C. (2007). Pirámide del Castillo [Fotografía] y Complejo E de

Uaxactum [Plano]. Astronomía, geometría y orden: el simbolismo cosmológico en la arquitectura precolombina. Ciencia y Tecnología, 7, p.90. Recuperado de:

<https://dspace.palermo.edu/dspace/bitstream/handle/10226/1387/art%2012%20CyT%207%20%20Astronom%3%ada%20orden%20Tomasini.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Trullen, M. (2006). Matemáticas y Arte: enseñar geometría a través del arte.

Recuperado de: [https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/18566/TFG-](https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/18566/TFG-O%20752.pdf;jsessionid=D10D1B103FC7F6DB8630E6D9B6453961?sequence=2)

[O%20752.pdf;jsessionid=D10D1B103FC7F6DB8630E6D9B6453961?sequence=2](https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/18566/TFG-O%20752.pdf;jsessionid=D10D1B103FC7F6DB8630E6D9B6453961?sequence=2)

Unidad de Curriculum y Evaluación del Ministerio de Educación. (2020).

Proyecto Interdisciplinario: “Arte Abstracto y Matemáticas”.

Ministerio de Educación de Chile. Recuperado de:

[https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-](https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-227585_recurso_1.pdf)

[227585_recurso_1.pdf](https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-227585_recurso_1.pdf)

Vega Méndez, C. (1992, diciembre). La Enseñanza de la Matemática en la Escuela Básica a través de la Resolución de Problemas. Enseñanza de la Matemática.

Zapico, I., Serrano, G., Burróni, E., Micelli, M., Tajeyan, S., Vera Ocampo, J., Abregú, P., Villa. del Prat, G. (2006). Matemática en su salsa.

Recuperado de: <https://lugareditorial.com.ar/descargas/libros/978-950-892-420-9.pdf>

Zapico, I. Tajeyan, S. (2014). Literatura en la clase de matemáticas. 1a ed. -

Buenos Aires. Recuperado de:

<https://lugareditorial.com.ar/descargas/libros/978-950-892-420-9.pdf>

Tabla de contenido

Resumen	22
Abstract.....	23
Introducción.....	24
Justificación.....	27
Definición del problema.....	30
Objetivos	32
Objetivo general.....	32
Objetivos específicos	32
Marco teórico de referencia y conceptual.....	34
Antecedentes Investigativos.....	34
Antecedentes Investigativos Internacionales	35
Estudios en Europa	35
Estudios en Latinoamérica	51
Antecedentes Investigativos Nacionales	56
Marco contextual.....	68
Marco Normativo.....	70
Marco Teórico.....	75
Trayectoria de la geometría.....	75
Modelos de enseñanza aplicables a las matemáticas	102
Aspectos metodológicos.....	106
Descripción General del método	106
Justificación del enfoque metodológico	107
Instrumentos de recolección de datos	110
Categorización.....	111
Resultados.....	114
Discusión	116
Conclusiones y recomendaciones.....	118
Referencias.....	121

Índice de Tablas

Tabla 1 Problemas educativos en el área de la geometría y beneficios del arte a la hora de abordarlos ..	46
Tabla 2 Categorías enmarcadas en el análisis de la bibliografía abordada	112

Índice de Figuras

Figura 1 Cuadros de Joan Miro reconocido pintor y escultor de Barcelona cuyas obras se inclinaban a lo infantil.....	38
Figura 2 Fotos de escultura de David Smith.....	40
Figura 3 Fotos resultado de la actividad.....	49
Figura 4 Fotografía de Omar Rayo con una de sus obras	57
Figura 5 Fotografía de Víctor Vasarely con algunas de sus obras.....	58
Figura 6 Fotografía muestra de arte de Omar Rayo.....	58
Figura 7 Fotografía muestra de arte de Víctor Vasarely llamada: Cebras	59
Figura 8 Ejercicios artísticos geométricos resultado de la intervención pedagógica.....	60
Figura 9 Ejercicios artísticos geométricos resultado de la intervención pedagógica.....	60
Figura 10 Producciones artísticas resultado de la intervención pedagógica	65
Figura 11 La flor de la vida	77
Figura 12 Flósculos de la margarita.....	80
Figura 13 Centro de un girasol	81
Figura 14 Representación Maya de Hunaab-Ku	82
Figura 15 La flor de la vida Tzolkin geometría sagrada	83
Figura 16 Pirámide del Castillo	86
Figura 17 Complejo E de Uaxactum.....	87
Figura 18 Paralelepípedo Azteca labrado monumento Museo Nacional de México	88
Figura 19 Folio 11 Códice Viena.....	89
Figura 20 Jícara (Jarra para transportar alimentos).....	90
Figura 21 Nasa o Tramoá (Elemento de pesca).....	91
Figura 22 Fotografía La cueva de las manos en Argentina	92
Figura 23 Representación de las molas.....	93
Figura 24 Identificación de figuras geométricas empleadas en los diseños de las molas	94
Figura 25 Figuras tradicionales presentes en los tejidos de los chumbes de los indígenas nasa de corinto Cauca	95
Figura 26 Proceso de un diseño sistemático perteneciente al enfoque cualitativo de teoría fundamentada	109

Resumen

El objetivo de esta monografía es hacer un recorrido por las diferentes estrategias de enseñanza para el desarrollo de los pensamientos espacial y métrico apoyado en las técnicas artísticas que presentan diferentes rutas didácticas pensadas y aplicadas con el fin de reducir los niveles de desinterés, desmotivación y aburrimiento que presentan los estudiantes durante su proceso de aprendizaje.

Para su construcción se empleó el método cualitativo desde la teoría fundamentada que permite explicar las interacciones en el aula bajo el contexto de la enseñanza de la geometría a través del uso de herramientas artísticas como ruta didáctica, cuyos resultados de la investigación muestran que la geometría ha sido fundamental para el desarrollo del ser humano en diferentes contextos y por ende es necesario potenciar las habilidades de pensamiento geométrico.

Esta tarea le pertenece al ámbito educativo que debe estar a la vanguardia de los cambios de los procesos de enseñanza aprendizaje y que obligan a repensar y reconstruir la manera en la que se enseña. Esto ha repercutido en muchos docentes quienes han diseñado rutas didácticas pensadas en mitigar los problemas de aprendizaje mencionados anteriormente.

Finalmente se concluye que el uso del arte apoya el aprendizaje de la geometría pues se presenta como una herramienta que dinamiza los procesos de enseñanza aprendizaje, cuyas rutas didácticas analizadas arrojaron resultados positivos en el desarrollo de competencias de los pensamientos espacial y métrico gracias a la convergencia que se logra entre la geometría y el arte reduciendo los niveles de desinterés y desmotivación.

Palabras clave: Arte, pensamiento espacial y métrico, enseñanza, aprendizaje, estrategia, didáctica.

Abstract

The objective of this monograph is to review the different strategies of teaching for the development of spatial and metric thinking supported by the artistic techniques that present different didactic routes designed and applied to reduce the levels of disinterest, demotivation, and boredom presented by the students during their learning process.

For its construction, the qualitative method was used from the grounded theory that allows explaining the interactions in the classroom under the context of the teaching of geometry through the use of artistic tools as a didactic route, the results of the research show that geometry has been fundamental for the development of the human being in different contexts and therefore it is necessary to enhance the skills of geometric thinking.

This task pertains to the educational field that must be at the forefront of changes in teaching-learning processes that force us to rethink and rebuild the way in which it is taught. This has affected many teachers who have designed didactic routes to mitigate the learning problems mentioned above.

Finally, it can be concluded that the use of art supports the learning of geometry because it is presented as a tool that stimulates the teaching-learning processes, the analyzed didactic routes yielded positive results in the development of competencies of spatial and metric thinking thanks to the convergence achieved between the geometry and art reducing levels of disinterest and demotivation.

Keywords: Art, spatial and metric thinking, teaching, learning, strategy,

Introducción

“La esencia de las matemáticas está en su libertad”

Georg Cantor

Creador de la teoría de conjuntos base de las matemáticas modernas.

La presente monografía recopila propuestas educativas enfocadas en la vinculación del aprendizaje de las matemáticas específicamente la geometría con técnicas artísticas; se realizó una revisión a nivel nacional e internacional de propuestas que se desatacan por su incidencia investigativa, que han sido aplicadas a un grupo específico poblacional ejecutadas en el nivel de básica y que evidencian los resultados obtenidos.

Las investigaciones están divididas en antecedentes investigativos internacionales y nacionales.

Para los internacionales tenemos Europa específicamente España y se seleccionaron los siguientes:

La Universidad de la Rioja con una propuesta cuyo objetivo fue aumentar el nivel de motivación en los estudiantes por el aprendizaje de las matemáticas.

La universidad de Valladolid con un proyecto cuyo objetivo se basó en mostrar aplicaciones de las matemáticas en el mundo real.

La Universidad de Sevilla con una intervención en el aula cuyo objetivo fue mejorar el proceso de enseñanza de las matemáticas a través del arte.

Para los estudios en Latinoamérica se contó con una investigación realizada en Chile por el ministerio de Educación de este país y cuyo objetivo fue coordinar metodologías del área de matemáticas con el área de artes visuales para potenciar la creatividad y habilidades matemáticas.

Y una investigación realizada en Argentina cuyo objetivo fue articular las áreas de saber de las matemáticas y el arte para optimizar los procesos de aprendizaje de la geometría.

Para los estudios nacionales se seleccionaron los siguientes proyectos de las ciudades de Bogotá y Barranquilla:

La Universidad Antonio Nariño con un proyecto cuya propuesta de aula presenta componentes innovadores que surgen del uso del arte como herramienta de enseñanza de las matemáticas a través de técnicas como el OpArt, el arte cinético y el arte óptico.

La Universidad de los Andes cuya propuesta pedagógica busca mitigar el ausentismo que se presenta en una institución educativa durante las clases de matemáticas a través de estrategias apoyadas en el arte que despierten el interés en los estudiantes.

La Universidad de la Costa que propone un proyecto interdisciplinar de las áreas de matemáticas y educación artística para el desarrollo de pensamiento métrico y espacial.

Teniendo en cuenta que el aprendizaje de las matemáticas no es un proceso que se le facilita a todos los estudiantes, los procesos de enseñanza han tenido que irse reinventando debido a la concepción que llegan a tener muchos de los estudiantes como: “un área muy difícil de comprender, poco motivadora y aburrida”. Concepciones que por supuesto es tarea del docente ir aboliendo ya que en sí mismas representan la disposición inmediata para no lograr alcanzar los objetivos de aprendizaje.

En este sentido se hace necesario acudir a todas aquellas estrategias que permitan mitigar estos malos juicios sobre las matemáticas y por ende conocer estrategias que ya han sido llevadas al aula y que han dado buenos resultados de aprendizaje y han permitido que los estudiantes se sientan motivados por el aprendizaje, estrategias vistas como insumo para abordar las necesidades de aprendizaje que presenta cada uno de los estudiantes y que mejor que hacerlo

desde un área que les llame la atención, es así que estableciendo relación y comunicación entre las matemáticas y área de conocimiento del arte, esta última se convierte en una ruta didáctica dinámica y de estímulo para lograr mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas en torno a los pensamientos espacial y métrico.

Para consolidar este documento también se hizo un recorrido histórico de la trayectoria de la geometría y su relación con el arte por diferentes culturas de Europa y América en los países de Egipto, Grecia, Roma, México, Nicaragua, Colombia.

Para desarrollar la monografía se realizó una clasificación basada en los pensamientos matemáticos: espacial y métrico y los componentes artísticos: pintura, artes escénicas, manualidades y dibujo esto con el fin de presentar categorías de intervención educativa en ambos campos del saber que hacen referencia a la relación que se encuentra entre los pensamientos matemáticos geométricos y los componentes artísticos mencionados.

Con los elementos indicados anteriormente se busca dar respuesta a la pregunta:

¿Porque presentarle otras estrategias de enseñanza de la geometría al docente de básica que dinamicen los procesos de aprendizaje de las matemáticas en el aula a partir del uso de técnicas artísticas?

Justificación

En la actualidad la enseñanza de la matemática requiere de otras dinámicas que integren tanto la teoría como la práctica en términos de potenciar unas prácticas de aula que permitan que todos y cada uno de los estudiantes entiendan el porqué de su enseñanza, su desarrollo a través de los tiempos y demás objetos matemáticos.

Por ende, cobran importancia las nuevas corrientes y tendencias tanto pedagógicas como didácticas que permiten el desarrollo de las competencias e impacten en la disposición de los estudiantes en los diferentes procesos educativos a través de actividades implementadas con distintas rutas didácticas que conlleven al desarrollo de habilidades matemáticas.

La enseñanza de la matemática exige estar a la vanguardia de los cambios sociales que influyen directamente en los estudiantes y su estilo de aprendizaje y es trabajo del docente conocer dinámicas nuevas y transformadoras de procesos de enseñanza aprendizaje que conviertan las clases en momentos llamativos e interesantes permitiendo a los estudiantes desarrollar gusto por el aprendizaje facilitando la adquisición de competencias matemáticas, ya que no todos los estudiantes aprenden igual ni tienen la misma disposición hacia la clase de matemáticas por diferentes factores que se dan dependiendo del contexto.

Por ejemplo, si nos fijamos en la teoría de los cuadrantes del cerebro de Herrmann en el Manual de Estilos de Aprendizaje (2004), cada uno tiene un funcionamiento específico según la estimulación y que clasifican los estilos de aprendizaje de los estudiantes pues al desarrollar el cortical izquierdo, el estudiante tiene preferencia por clases consolidadas sobre hechos demostrables lo que genera empatía con el conocimiento, el que desarrolla el límbico izquierdo es aún más metódico y se adapta a una clase rigurosa y secuencial, cuando hay mayor desarrollo del límbico derecho se presenta falta de interés si no empatiza con el

docente, presenta atención dispersa, no le gusta la crítica y se bloquea fácilmente, pero es de resaltar que le llama la atención todo aquello que no parezca una clase es decir un video o un juego, todo lo poco convencional y finalmente tenemos el cortical derecho cuyo desarrollo hace del estudiante alguien creativo y aunque a veces se desconecta puede tener participaciones brillantes y propuestas originales. Como se puede observar cada estudiante tiene su estilo de aprendizaje, que según esta teoría depende del desarrollo de las zonas del cerebro.

Esto permite evidenciar las diferencias cognitivas que presentan los estudiantes y que obliga al docente a pensarse muy bien el diseño didáctico de sus clases empleando campos del conocimiento que llamen la atención de los estudiantes y uno de ellos es el arte.

Palacios (2006), señalo la posición Arnheim “el ser humano necesita para su pleno desarrollo de la interacción entre las formas racionales y las formas intuitivo-perceptivas del conocimiento”. (p.7)

Por lo tanto, al interior de los procesos de enseñanza aprendizaje, el uso de estrategias que equilibren los procesos lógicos con los procesos intuitivos y de percepción, permiten desarrollar habilidades de pensamiento que conllevan al conocimiento.

“Arnheim ve en el arte un medio insustituible para el cultivo de la intuición...declara convencido que, sin duda alguna, las artes acrecientan el conocimiento”. (Palacios, 2006, p. 7)

En este sentido esta monografía de enfoque cualitativo: diseño de teoría fundamentada, perteneciente a la línea de investigación de Pedagogía Didáctica y Currículo busca el fortalecimiento de la apropiación del conocimiento y la formación de talento humano

docente y se presenta como un referente a esas dinámicas que se pueden generar en el aula a través del arte para la enseñanza de la geometría.

Definición del problema

Uno de los principales problemas que se enfrentan los docentes de matemáticas se relaciona con la desmotivación de los estudiantes en lo concerniente a los procesos de enseñanza y aprendizaje en este campo de conocimiento, dado que la pregunta recurrente en cada clase dentro de este campo de conocimiento es ¿esto para que me sirve? . Dejando de lado con esta expresión que las matemáticas son una ciencia de y para la vida.

Esta desmotivación por el aprendizaje genera que no haya una apropiación del conocimiento que conlleva al no cumplimiento de las metas planteadas por el docente y que el estudiante no alcance las competencias.

Una de las causas es que las estrategias que se pueden implementar no parten de la observación de los posibles problemas de aprendizaje que los estudiantes pueden presentar frente al desarrollo de la asignatura, como es el caso de estudiantes que vienen con la concepción de que la matemática es muy difícil y si les ha ido mal en años anteriores, también traen la idea de que ellos no sirven para la matemática o tienen la concepción de que “las matemáticas son el coco” o aburridas; por lo tanto se hace necesario buscar enfoques multidisciplinares que conlleven a impulsar la motivación y el deseo por aprender matemáticas y que mejor que analizar el enfoque disciplinar que le puede aportar la técnicas artísticas que son del gusto de la gran mayoría de los estudiantes.

“...el saber no se divide en compartimentos estancos. No es posible estudiar y aprender en profundidad un determinado tema aislado, sin relacionarlo con otros, aunque pertenezcan a otras áreas, ya que se encuentran conexiones tanto en sus orígenes como en su desarrollo y en sus consecuencias” (Zapico, 2006, p.15).

En este sentido se debe explorar sobre las estrategias o actividades que apoyen al docente en la optimización de las clases que acerquen al estudiante a la idea que, si puede adquirir conocimientos y competencias matemáticas, derribando las malas concepciones que tiene sobre el aprendizaje de las matemáticas y más específicamente la geometría.

Pregunta de investigación

¿Porque presentarle otras estrategias de enseñanza de las matemáticas al docente de básica que dinamicen los procesos de aprendizaje de la geometría en el aula a partir del uso de técnicas artísticas?

Objetivos

Objetivo general

Hacer un recorrido por las diferentes estrategias de enseñanza para el desarrollo de los pensamientos espacial y métrico apoyado en las técnicas artísticas centradas en masas documentales que presentan diferentes rutas didácticas.

Objetivos específicos

Revisar los referentes teóricos y documentación especializada en los procesos de enseñanza de los pensamientos espacial y métrico a través del uso de técnicas artísticas.

Identificar el alcance de los diferentes procesos de enseñanza de los pensamientos espacial y métrico a través de uso de técnicas artísticas, por ejemplo: pintura, artes escénicas, manualidades y dibujo.

Establecer los componentes transversales de los procesos de enseñanza de los pensamientos espacial y métrico apoyado en el uso de técnicas artísticas, por ejemplo: pintura, artes escénicas, manualidades y dibujo.

Construir un documento sobre los componentes transversales de cada uno de los mecanismos en los procesos de enseñanza de los pensamientos espacial y métrico apoyado en el arte.

Línea de Investigación

Pedagogía Didáctica y Currículo de ECEDU de la Universidad Nacional Abierta y a Distancia, ya que se busca la reflexión sobre modelos de aprendizaje a través de experiencias de enseñanza que se han llevado a la práctica pedagógica en el aula para optimizar los procesos y resultados de aprendizaje, para este caso en específico el objeto es el arte como ruta didáctica para optimizar los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría para el nivel educativo básica.

Marco teórico de referencia y conceptual

Para el desarrollo de la presente monografía se hace necesario tener en cuenta diferentes marcos de referencia que contextualizan y permiten citar las referencias frente a las consultas realizadas y fuentes de información tenidas en cuenta a través de documentos como: trabajos de grado, tesis, revistas indexadas, libros y proyectos de investigación entre otros que aportan a los propósitos de estudio de este documento y que se convierten en el producto de la revisión bibliográfica y documental.

Cuya búsqueda se hizo empleando el programa Mendeley el cual realiza búsquedas globales a través de varios buscadores como: SciELO, Dialnet y RefSeek entre otros y para organizarla se utilizó el programa Atlas TI.

“La revisión de la literatura debe iniciarse desde el comienzo del estudio porque el conocimiento que nos brinda es útil para plantear el problema de investigación y posteriormente nos sirve para refinarlo y contextualizarlo.” (Hernández, 2014, p.58).

Para la organización de los marcos que se presentan a continuación se utilizó el método de mapeo e índices propuesto por Hernández Sampieri y Méndez (2009) que se basa en realizar un mapa organizando la información y emplear índices para ir de lo general a lo específico, mencionado por Hernández, Fernández y Baptista en 2014.

Antecedentes Investigativos

Esta monografía al ser una investigación documental requiere no solo la recolección y organización de datos, sino que busca entregar la información aquí consignada a través de un análisis lógico pues no se trata solamente de encontrar fuentes para citar o de recopilar grandes

extensiones de masas documentales sobre un tema, su propósito va más allá y consiste en hacer aplicables los conocimientos y teorías en los cuales está basada.

Orozco y Diaz (2018) mencionan que desde la perspectiva de Morales (2015) afirma lo siguiente:

La investigación documental es “un procedimiento científico, un proceso sistemático de indagación, recolección, organización, análisis e interpretación de información o datos en torno a un determinado tema” (p.214), es decir, este tipo de investigación no se limita únicamente a recopilar información, sino que el investigador debe de procesar e interpretar la información indagada y proponer su aplicación. (p.72)

Teniendo en cuenta lo anterior en este apartado se presenta un análisis estructurado con proyectos de investigación aplicados tanto a nivel nacional como internacional, que para este documento fueron considerados como relevantes en el proceso de dinamizar el aprendizaje de la geometría en el aula partir del uso de técnicas artísticas.

Antecedentes Investigativos Internacionales

Estudios en Europa

España

Se encontró una investigación perteneciente a la Universidad de la Rioja relacionada con la enseñanza de las matemáticas a través del arte, titulada Las Matemáticas y el Arte: propuesta de intervención en Educación Infantil, llevada a cabo por María Bejarano García (2015). El objetivo de la investigación fue diseñar una intervención didáctica para llevar a cabo procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas a través de diferentes disciplinas artísticas.

Basado en la profundización del diseño curricular matemático, el análisis de metodologías de enseñanza de las matemáticas y la identificación de factores que condicionan la falta de motivación para el aprendizaje de las matemáticas.

Las preguntas de investigación fueron: ¿Cómo podemos hacer atractivas las matemáticas para los niños? ¿Cómo podemos mostrarles que las matemáticas están presentes en muchas de las cosas que más les gusta hacer: cantar, bailar, jugar, pintar...?

El origen de esta propuesta se dio a partir de la preocupación por la falta de motivación de los estudiantes por aprender matemáticas y la búsqueda de alternativas didácticas que aporten a que el estudiante tenga deseo de aprender porque ve la utilidad y la existencia de las matemáticas de manera tangible.

“...los niños necesitan estar alegres y motivados para querer aprender. Necesitan que lo que van a aprender surja de sus intereses particulares. Porque al fin y al cabo lo que aprendan en la escuela no servirá de nada si luego no lo usan para resolver sus problemas en la vida” (Bejarano, 2015, p.5).

Como producto del proceso investigativo, María Bejarano (2015) estableció una propuesta de intervención en el aula para llevar a cabo procesos de enseñanza- aprendizaje de contenidos matemáticos en el segundo ciclo de educación infantil, a través de diferentes disciplinas artísticas que denomino taller y al cual título: “El país de las matemagicas”.

Dentro de la propuesta la autora tuvo presente los contenidos generales a trabajar según el pensamiento matemático que se abordaría, para el pensamiento espacial: formas, posiciones y direcciones y para el pensamiento métrico: Comparar, ordenar, áreas, volúmenes, pesos y longitudes y finalmente magnitudes.

A cada uno de los pensamientos el adjudico las capacidades que se iban a trabajar y las categorizo de la siguiente manera:

Pensamiento Métrico:

- Capacidad de representación: contraste entre realidad y representación.
- Capacidad de conocer objetos: Establecer características cualitativas y cuantitativas de los objetos y la materia.
- Capacidad de conservación y medida: Magnitudes de longitud y área (comparación de medidas.

Pensamiento Espacial:

- Capacidad de organización espaciotemporal:
 - Nociones espaciales topológicas: dentro-fuera, abierto-cerrado, delante y atrás.
 - Nociones espaciales proyectivas: tamaños, formas, etc.
 - Nociones espaciales Euclídeas: Lectura de mapas simples, análisis de ubicaciones.

(Bejarano, 2015, p.31)

Para el desarrollo de estas capacidades implementando el uso de técnicas artísticas Bejarano (2015) propone las siguientes actividades:

Pensamiento métrico

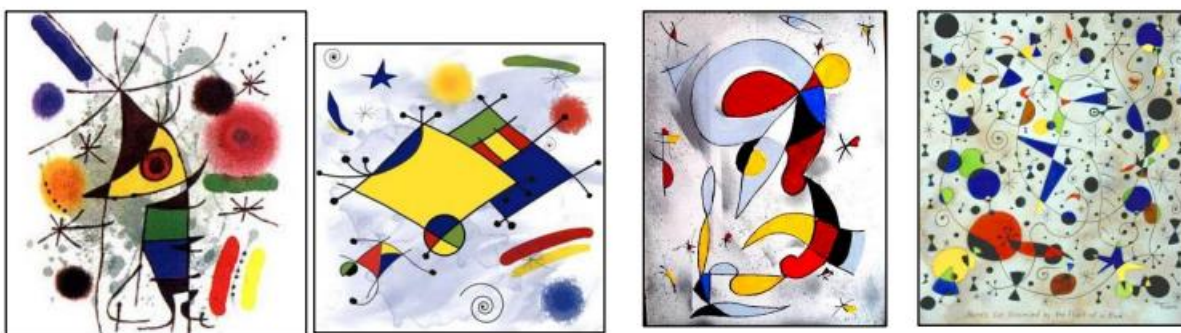
Para la primera sesión, Cineaula con la proyección de la película “Donald en el país de la Matemagias” la cual tiene como objetivo motivar a los estudiantes al aprendizaje de las

matemáticas concientizándolos de la existencia de las matemáticas en todo lo que los rodea y durante la película solicitar ir anotando el nombre de las figuras geométricas que aparecen ya que serán insumo para la sesión dos.

Para la sesión dos, propone una actividad llamada “Joan Miro en el aula”, aquí el objetivo es que los estudiantes relacionen las figuras geométricas vistas en la sesión de Cineaula con láminas que presentan obras artísticas de cuadros de Joan Miro, a continuación, se muestran las láminas.

Figura 1

Cuadros de Joan Miro reconocido pintor y escultor de Barcelona cuyas obras se inclinaban a lo infantil.



Nota: Tomado de Bejarano, M. (2015). Láminas cuadros del artista Joan Miro [Ilustración]. Las Matemáticas y el Arte: propuesta de intervención en Educación Infantil. p. 34. https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2870/Maria_Bejarano_Garcia.pdf

Como se puede evidenciar el arte de Joan Miro se presta precisamente para llevar a cabo la comparación entre figuras y la seriación por colores con todo el grupo en modalidad de debate como lo sugiere Bejarano.

Y para la tercera sesión la idea es que los estudiantes hagan sus propias laminas aplicando color en el fondo, dibujando y coloreando diferentes figuras geométricas, recortándolas y pegándolas a modo de collage y exponer estas obras de arte a la comunidad educativa en algún pasillo de la institución.

Pensamiento Espacial

Seguido a esto Bejarano propone trabajar un cuento de Charles Perrault llamado “Pulgarcito” en donde después de hacer lectura comprensiva se organice al grupo para hacer la puesta en escena de lo sucedido en el cuento, esto con el objetivo de potenciar la capacidad de secuencia temporal ubicando cuatro de las escenas principales del cuento que son el seguimiento de migas de pan, la llegada al bosque y la casa del ogro, escapar con la bota de 7 leguas y regresar a casa.

Y seguido a la dramatización realizar mediciones de longitud de los caminos recorridos que son señalados por las migas de pan.

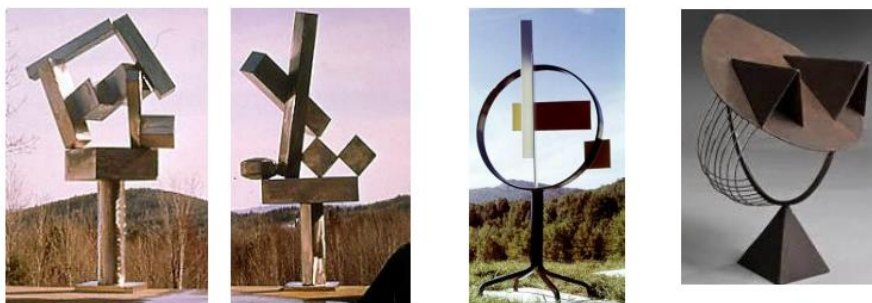
Pensamiento métrico

Para la continuación de su proyecto Bejarano propone una salida al pueblo a ver las esculturas que tiene y que figuras geométricas se ven en ellas, al volver al aula usar fotos de David Smith un escultor de Indiana cuya corriente es el expresionismo abstracto.

Al observar sus obras se busca que los estudiantes identifiquen las figuras geométricas que se pueden observar y utilicen su arte como inspiración para realizar sus propias esculturas con material reciclable.

Figura 2

Fotos de escultura de David Smith.



Nota: Tomado de Bejarano, M. (2015). Esculturas de David Smith [Fotografía]. Las Matemáticas y el Arte: propuesta de intervención en Educación Infantil. p. 38.

https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2870/Maria_Bejarano_Garcia.pdf

Para la demostración del desarrollo de pensamiento métrico los estudiantes exponen sus esculturas resaltando la cantidad de material empleado y las figuras geométricas presentes en sus obras.

Finalmente, Bejarano (2015) evalúa el proceso de aprendizaje de los estudiantes y usa una rubrica con los siguientes ítems:

- La capacidad de análisis de las relaciones matemáticas presentes en las manifestaciones artísticas.
- El reconocimiento de las formas geométricas en las pinturas.
- El establecimiento de series por color, tamaño, forma, etc.
- El contraste entre realidad y representación.
- El uso de distintos conceptos básicos para representar la realidad.
- Las magnitudes: Longitud y comparación entre objetos.

- La lectura de mapas simples, análisis de ubicaciones.

Cuya escala valorativa es cualitativa y las variables son: en proceso y conseguido. Para la labor docente también propone una autoevaluación sobre la práctica realizada en el aula cuyos ítems de evaluación son:

- Grado de adecuación de los instrumentos utilizados
- Flexibilidad de los tiempos.
- Organización adecuada en el aula.
- Motivación de los estudiantes.
- Recursos adecuados y accesibles.
- Oportunidades de participación de los estudiantes.

Cuya escala valorativa es cualitativa y las variables son: adecuada o satisfactoria e inadecuada o insuficiente.

Con los resultados obtenidos con la evaluación Bejarano (2015) concluye que se evidencia el cumplimiento de los objetivos trazados que se enmarcan en “ Acercar las matemáticas a los niños para que descubrieran en ella una herramienta de observación y conocimiento del mundo que nos rodea. Para ello la estrategia consistía en diseñar una intervención didáctica a través de diferentes tipos de disciplinas artísticas” p (44).

Por consiguiente, debe considerarse la enseñanza de las matemáticas a través del uso de técnicas artísticas como una ruta didáctica para los docentes que deseen motivar en sus estudiantes el deseo por aprender matemáticas.

La siguiente investigación pertenece a la Universidad de Valladolid se titula:
Matemáticas y Arte: enseñar geometría a través del arte y es de autoría de Trullen Palos María Jesús (2016). El objetivo de esta investigación fue mostrar a los estudiantes aplicaciones de las matemáticas en el mundo real, enseñando geometría a través del uso del arte.

El origen de esta investigación no partió del interés por resolver alguna pregunta de investigación sino del deseo de “Interrelacionar el Arte y la Geometría, de una forma globalizada y significativa para el alumnado de 2º de Primaria” (Trullen 2016, p.17)

En este proyecto predomina el trabajo colaborativo y se enfoca en el desarrollo de pensamiento espacial desde las nociones espaciales topológicas y el pensamiento espacial desde la capacidad de representación y la capacidad de conservación y medidas (magnitudes).

Para su primera unidad llamada ¿Jugamos al arte de la Geometría? la autora propone las siguientes actividades:

Pensamiento métrico

Inicia con la creación de un espacio en el aula llamado el Museo de la Geometría, cuyo objetivo motivar a los estudiantes a realizar obras de arte cuyas características incluyan figuras geométricas vistas en clase y las expongan demostrando la comprensión de sus atributos y explicando que técnica artística fue utilizada.

Seguido a esto propone la participación de todo el grupo en la discriminación de superficies planas y curvas de los objetos que les rodean.

Utilizar organizadores gráficos para que los estudiantes expongan las diferencias de superficies planas o curvas y líneas rectas o curvas abiertas y cerradas como objeto de estudio.

Realizar una composición artística con el uso de superficies planas o curvas y líneas rectas o curvas abiertas y cerradas y exponerlas en el Museo de la Geometría.

Ver videos de representaciones artísticas de nuestro entorno y patrimonio cultural y clasificando los conceptos aprendidos presentes en las obras vistas.

Pensamiento Espacial

Trullen (2016) propone la proyección del video: Video ubicación en el espacio: arriba, abajo, izquierda y derecha con el objetivo de visualizar nociones espaciales.

Con el objetivo de imitar nociones espaciales propone llevar a cabo el juego de Simón Manda.

Juego de pistas que indiquen lugar y posición de objetos.

Elaborar croquis y planos sencillos de ubicación espacial en su entorno (aula, colegio, parque como llegar a su casa)

Realizar una salida al exterior con el grupo con el fin de fotografiar e identificar en el entorno los conceptos aprendidos.

En su segunda unidad llamada: Te atreves a ser un artista de la geometría propone:

Pensamiento métrico

Utilizar plastilina para realizar diferentes tipos de triángulos mediante dibujos.

Realizar una figura alusiva al Halloween utilizando cartulina para dibujar diferentes figuras geométricas con el fin de identificar sus atributos.

Observar obras de arte de Kandinsky, Picasso y Klee y los mosaicos de la Alhambra de nevada visualizando las formas geométricas en estas obras y realizando una infografía para exponerlas.

Realizar producciones plásticas desarrollando la creatividad usando técnicas pictóricas y las explica utilizando términos técnicos demostrando la comprensión de conceptos vistos en clase.

Pensamiento espacial:

Durante la etapa tres llamadas: Eres un auténtico explorador del espacio se propone la realización de un castillo con la cooperación de todo el grupo quienes van armándolo con figuras geométricas y ubicándolas con lógica en el espacio.

Y realizar una excursión a Ermita de Santuario en Soria para hacer uso de mapas que les permitan ubicarse en el lugar, además de analizar las figuras o cuerpos geométricos que los estudiantes identifiquen.

Finalmente Trullen (2016) propone creación de rubricas para la evaluación cooperativa y cualitativa de las producciones de los alumnos y la creación de un cuestionario para la evaluación cooperativa y cualitativa de las unidades de intervención y del papel del docente.

Como conclusión Téllez (2016) señala: “Nuestro proyecto educativo de aula ha alcanzado todos los objetivos del bloque 4 de Matemáticas; destinado a la Geometría. De forma interdisciplinar hemos seleccionado e interrelacionado la mayoría de los objetivos de Educación plástica con los objetivos de Geometría” (p.42)

Como producto del proyecto Téllez identifiqué los objetivos de la educación plástica y los objetivos de las matemáticas que quería abordar y presenta el punto en el que convergen lo que genera que los estudiantes si aprende geometría a través del arte como herramienta motivadora para el proceso.

A continuación se presenta una investigación perteneciente a la Universidad de Sevilla llamada La enseñanza de las Matemáticas a través del Arte: la pintura y el aprendizaje de la geometría en el segundo ciclo de educación infantil cuya autora es Martínez Vela Isabel María (2018) que consta de una propuesta de intervención educativa en donde Martínez (2018) tiene como objetivo : “proponer una intervención educativa donde, a través del arte, mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría en el segundo ciclo de Educación Infantil” (p. 6)

La pregunta de investigación planteada por Martínez (2018) fue ¿Cómo plantear nuevas metodologías educativas y recursos que estimulen el aprendizaje de todos los alumnos, ayudando al profesor a identificar y tratar de forma temprana posibles limitaciones y problemas a la hora de comprender cualquier contenido propio de las matemáticas? (p.3)

Esta investigación se originó debido a la necesidad de proponer nuevas metodologías de educación que estimulen la necesidad de aprender en los estudiantes.

Martínez propone trabajar los siguientes contenidos: lugares geométricos, figuras planas, ángulos, longitudes y áreas, el arte, las perspectivas y la arquitectura.

Para el desarrollo de pensamiento métrico plantea el uso de las siguientes geometrías:

- Topológica
- Proyectiva

- Euclídea

Y frente a las técnicas artísticas expone el uso de la pintura y la escultura.

Martínez (2018) basado en Holzer (2010) indica que el arte facilita a los niños el hecho de conocer por primera vez en su vida una parte de las matemáticas de una forma instructiva, que permite cultivar no solo la inteligencia que estamos acostumbrados a mencionar en el sistema educativo, sino también la inteligencia espacial, corporal, interpersonal, emocional, etc.

Por eso inicia un viaje académico para la construcción de un proyecto que presente una intervención educativa para la enseñanza de las matemáticas a través del uso de técnicas artísticas partiendo del análisis de los problemas educativos encontrados y que referencia teóricamente frente a las soluciones que plantea desde el uso del arte.

A continuación se presenta la tabla que Martínez (2018) creo como inicio fundamental de su proyecto de intervención:

Tabla 1 Problemas educativos en el área de la geometría y beneficios del arte a la hora de abordarlos.

Problemas Educativos	Soluciones gracias a trabajar el arte interconectado con las matemáticas
Elevada tasa de absentismo y abandono escolar en etapas posteriores a lo Educación Infantil	Motivar los alumnos adecuando la educación al desarrollo de sus potencialidades, respetar los ritmos de aprendizaje
Bajo nivel formativo en comparación con otros países de la UE	Mejora el nivel formativo gracias al refuerzo de la interconexión entre las materias y áreas de conocimiento: conocimiento de sí mismo y autonomía personal, conocimiento del entorno y lenguaje: comunicación y representación.
Pocos alumnos con excelencia	Adaptarnos a las necesidades de cada alumno sacando el máximo partido a cada tipo de inteligencia.
Inadecuados modelos educativos con relación a las nuevas necesidades de los alumnos	Estimular la creatividad, la imaginación y la autonomía a través del arte.

Los alumnos no creen en la utilidad de las matemáticas y en concreto de la geometría	Realizar actividades vinculadas a sus intereses, mostrar su relación con la vida cotidiana del niño, la historia, el juego, etc.
Dificultades en temas nuevos relacionados con las matemáticas	Trabajo cooperativo para que los alumnos se apoyen entre ellos, recursos educativos donde se trabaje la cooperación.
Desmotivación al repetir la misma metodología de aprendizaje	Herramientas artísticas que faciliten la visualización, comprensión y solución del problema. Realizar actividades orientadas a distintos campos del conocimiento con la geometría y el arte como base
Se potencia un aprendizaje individualista	Trabajo cooperativo como herramienta que mejore las relaciones personales
Competividad	El alumno debe aprender a valorar el trabajo de sus compañeros y comprender que las grandes metas se consiguen en grupo

Nota: Relación de los problemas educativos encontrados y las posibles soluciones que presenta los beneficios de trabajar matemáticas a través del arte. Fuente: Martínez (2018)

La propuesta se llevó a cabo en un centro educativo ubicado en Los Palacios y Villafranca (Sevilla), su llamado Nuestra Señora de las Nieves.

Las competencias trabajadas por Martínez (2018) son:

- Discriminación visual y auditiva.
- Experimentación práctica con diferentes instrumentos y materiales.
- Discriminación espacial
- Coordinación óculo-manual.
- Direccionalidad. p.(26)

Los objetivos de la intervención son los siguientes:

- Promover la percepción y las habilidades visuales.
 - Mejorar las habilidades lógicas y de razonamiento.
 - Mejorar la representación gráfica de figuras planas y tridimensionales.
 - Aprender a interpretar, comprender y transmitir información geométrica.
 - Saber interpretar la información geométrica desde la teoría a la práctica y viceversa.
-
- Comprender la utilidad de la geometría y su presencia en nuestra vida diaria.
 - Analizar la composición de obras de arte a partir de figuras geométricas.
 - Promover la creatividad del alumnado y su imaginación.
 - Aprender a crear, diseñar y valorar de manera crítica obras artísticas.
 - Educar en valores.
 - Favorecer la cooperación entre el alumnado. (p.27)

Dentro de la metodología la investigadora propone ir registrando los resultados de aprendizaje en tablas e ir haciendo las observaciones para cada actividad.

Pensamiento métrico

Las actividades que conforman la intervención inician con el cuento: El país de las formas geométricas proyectado en la pizarra digital y cuyo objetivo es reconocer las formas geométricas y sus características e incentivar la lectura.

Realización de collage en cartulina con diferentes figuras geométricas cuyo objetivo es reconocer posiciones de las figuras en el collage para poder armar a través de estas imágenes compuestas y sus atributos.

Figura 3

Fotos resultado de la actividad



Alumno nº 1 grupo azul
(payaso)



Alumno nº 3 grupo amarillo
(árbol, casa, árbol)



Alumno nº 4 grupo verde
(diamante)

Nota: Tomado de Martínez, I. (2018). Resultados de la actividad 2. [Fotografía]. La enseñanza de las Matemáticas a través del Arte: la pintura y el aprendizaje de la geometría en el segundo ciclo de educación infantil. p. 33.

https://idus.us.es/bitstream/handle/11441/81801/194_47505342.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Realización de una obra de arte tridimensional durante la actividad llamada: paso de las tres dimensiones al plano, empleando primas, esferas, cubos y pirámides, poliedros regulares y objetos de clase. Con el objetivo de que creen una composición artística que deben exponer explicando las formas que utilizaron y sus atributos.

Actividad llamada las obras de Kandinsky como aproximación al arte a través del uso de figuras geométricas para su creación, cuyo objetivo es diferenciar, formas, colores y geometría topológica por ende esta actividad también hace parte del desarrollo de pensamiento espacial.

Pensamiento espacial

Actividad llamada la gran obra de arte llevada a cabo en el patio en donde los estudiantes representan figuras geométricas con sus cuerpos y cuerda cuyo objetivo es el desarrollo de la sicomotricidad, ubicación en el espacio y el trabajo en grupo.

Realización de dibujo complementando la simetría, los estudiantes deben completar el dibujo de la hoja entregada por el docente el cual es una representación de una de las obras de Kandinsky, lo que permite el desarrollo de la lateralidad.

Actividad llamada: Several Circles basada en la geometría proyectiva, en esta actividad los estudiantes hacen una creación artística sobre el espacio con figuras geométricas cuyo objetivo es clarificar conceptos de cerca y lejos.

Finalmente la intervención plantea la evaluación como formativa y constante a través de rubricas que se van utilizando en cada una de las actividades y que permitan identificar el grado de comprensión de los estudiantes sobre los objetos de estudio de la geometría y de igual manera para el docente una rubrica que permita identificar falencias y el diseño de planes de mejora.

Como conclusiones Martínez (2018) señala que en este trabajo se plantean nuevas vías de investigación o prospectivas que permiten resolver las limitaciones encontradas y diseñar nuevos trabajos vinculados con las necesidades del alumnado. p. (50)

Además indica que el objetivo general mediante el cual se pretendía estudiar el papel del arte como una herramienta educativa 56 a través de la cual mejorar la motivación del alumnado dentro del proceso de enseñanza ha quedado patente gracias a la exposición de las actividades obtenidos junto con la propuesta de intervención realizada en el presente trabajo. A través de la

cual se pusieran en valor el arte como elemento estimulador del aprendizaje de los contenidos matemáticos relacionados con la geometría. p (56)

De nuevo se demuestra que el arte motiva y hace que para los estudiantes se convierta en llamativo el proceso de aprendizaje de la geometría por lo tanto es una ruta didáctica útil para la labor docente frente a los procesos de enseñanza aprendizaje.

Estudios en Latinoamérica

Chile

Siguiendo con este recorrido investigativo se encontró un proyecto realizado por el ministerio de Educación de Chile llamado Proyecto Interdisciplinario: “Arte Abstracto y Matemáticas”, perteneciente al documento Unidad de Curriculum y Evaluación del Ministerio de Educación de octubre de 2020, para los grados 5° y 6° Básico.

Es un proyecto multidisciplinario cuyo propósito es “Coordinar acciones entre las asignaturas de Artes Visuales y Matemática, para potenciar la creatividad y habilidades matemáticas de los estudiantes de 5° y 6° básico en estas asignaturas”(Unidad de currículo y evaluación, 2020, p. 2)

La investigación surge del análisis del efecto negativo que trajo el cese de actividades presenciales frente a el desarrollo de habilidades matemáticas y los aprendizajes en artes visuales y manejo de emociones.

“Las condiciones de la enseñanza remota y el distanciamiento social que ha impuesto la pandemia por COVID 19, hace que todo el sistema educativo chileno se haya visto alterado en su normal funcionamiento y desarrollo del año escolar regular.” (Unidad de currículo y evaluación, 2020, p. 2)

La Unidad de currículo y evaluación (2020) plantea los siguientes objetivos de aprendizaje que se categorizan según el pensamiento matemático a trabajar:

Para quinto:

Pensamiento espacial

Demostrar que comprenden el concepto de congruencia, usando la traslación, la reflexión y la rotación en cuadrículas y mediante software geométrico. (p.2)

Para sexto:

Pensamiento métrico

Demostrar que comprenden el concepto de área de una superficie en cubos y paralelepípedos, calculando el área de sus redes (plantillas) asociadas. (p.3)

La Unidad de currículo y evaluación (2020) para llevar a cabo el cumplimiento de estas metas con ayuda del arte el proyecto plantea para grado quinto crear trabajos de arte diseñados por los estudiantes en donde demuestren su creatividad que se basen en la observación del entorno cultural chileno su paisaje y costumbres en el pasado y en el presente bajo la mirada del entorno artístico del impresionismo y postimpresionismo; y diseño en Chile, Latinoamérica y del resto del mundo.

Para sexto se propone la creación de trabajos de arte diseñados por los estudiantes en donde demuestren su creatividad que se basen en la observación del entorno cultural sobre el hombre contemporáneo y la ciudad bajo la mirada del arte contemporáneo y el arte en el espacio público (esculturas y murales).

Todas las actividades están enfocadas al uso de OpArt que es una corriente artística de arte abstracto que muestra ilusiones visuales de movimiento en el plano.

En la etapa 1 la idea es proyectarles a los estudiantes obras de Cornelius Escher artista neerlandés reconocido por sus trabajos teselados y figuras imposibles (abstractas) con el fin de que los estudiantes identifiquen los conceptos geométricos abordados en clase: figuras y formas geométricas, 2D y 3D, rotación, traslación y reflexión.

En la etapa 2 se les proyecta obras de diferentes artistas del OpArt con el fin de que las analicen y concluyan no solo sobre las figuras geométricas presentes sino que creen que desea transmitir el artista y su relación con el uso del color y la forma y que sentimientos les trasfiere la obra. Luego cada estudiante escoge una de las obras y da una reseña del artista, el nombre de la obra, su interpretación y los conceptos geométricos allí existentes.

Para la etapa 3 se plantea la construcción de efectos visuales por parte de los estudiantes a través del trazo de líneas que den la sensación de movimiento y curvas. (Dibujos de curvas de Bezier).

En la etapa 4 se proponen analizar teselaciones de obras de arte y describir los objetos y elementos que las componen, para después crear sus propias teselaciones usando diferentes materiales como: lápices, scriptos, lápices de cera, papeles de colores, cartones y temperas o acuarela entre otros.

Y por último en la etapa 5 se hace un análisis de obras artísticas abstractas de autores chilenos para exponer un análisis desde la parte estética y geométricas y posterior a eso realizar sus propias esculturas en grupo usando mínimo 4 cuerpos geométricos en volumen.

El producto final de todas las expresiones artísticas realizadas por los estudiantes se comparte a la comunidad educativa a través de canales digitales.

Y el proceso evaluativo del proyecto se hace bajo el enfoque cualitativo en donde La Unidad de currículo y evaluación (2020) propone:

“Evaluación: autoevaluación, evaluación entre pares y del profesor.

Actividad de metacognición acerca del proyecto: Para desarrollarla, los estudiantes en grupos pequeños pueden conversar virtualmente con el profesor respondiendo a preguntas como: ¿Qué nuevo he aprendido de Artes Visuales y Matemáticas?, ¿Qué me aportó el trabajo integrado entre las asignaturas?, ¿Qué fue lo que más me gusto del proyecto?, ¿Por qué creo que sucedió esto? ¿Qué podría mejorar? Si tuviera que recomendar este proyecto a otros ¿Qué les diría?” (p.7)

Y para la evaluación cognitiva se propone una rubrica con los objetivos de aprendizaje de cada etapa cuya escala es puntaje por aspecto y puntaje obtenido por el alumno que se encuentra en las páginas 11 y 12 del documento.

El proyecto planteado por La Unidad de currículo y evaluación (2020) apunta al cumplimiento de sus objetivos al llevar a cabo estas actividades de aula en los cursos de 5° y 6° no solo durante pandemia sino también en post pandemia.

Argentina

Se encontró una investigación de autoría de Bozzano y Sánchez (2017) diseñado para el Liceo Víctor Mercante específicamente para un grupo de tercer año de ciclo básico, llamado: Arte y Matemática, escenarios Multi E Inter Disciplinarios en el aula de la escuela secundaria.

Cuyo propósito es como lo mencionan Bozzano y Sánchez (2017):

“Articular saberes relacionados desde los enfoques de dos campos de conocimiento: las artes visuales y la matemática” (p. 1)

Y que surge de la necesidad de involucrar a los estudiantes con el aprendizaje de las matemáticas a través del campo artístico pues Bozzano y Sánchez (2017) consideran que la educación artística visual involucra diferentes formas de abordajes y múltiples enfoques teórico /prácticos y como ámbito privilegiado de producción simbólica nos permite poner en juego variables cognitivas, sensoriales, afectivas y valorativas. Sostenemos que el arte es un producto social que involucra a los sujetos y que por lo tanto no hay arte por fuera de las relaciones sociales.(p.2)

Los contenidos que trabajaron fueron:

Pensamiento métrico

Concepto de proporcionalidad, proporcionalidad entre segmentos y teorema de Thales.

Pensamiento espacial

Ubicación en el espacio, dirección representación de trayectos.

Las actividades arrancan en primer lugar con las ubicaciones del Liceo y la casa de Curuchet en el plano de la ciudad de Plata analizando el trayecto que debía hacerse para trasladarse desde la escuela a la famosa edificación.

Luego a través de la investigación de la construcción de la casa se hizo una relación entre la arquitectura y los elementos geométricos presentes.

Seguido a esto se trabajó la obra de Le Corbusier un arquitecto suizo llamada El Modulor que presenta un ensayo sobre las medidas armónicas a las escalas humanas con aplicaciones a la arquitectura y la mecánica y se proyectaron algunas de sus estructuras arquitectónicas y los estudiantes señalaron en ellas la presencia de elementos y saberes matemáticos, esto con el fin de motivar creatividad en los estudiantes para realizar un Modulor a escala con las dimensiones del salón de clase y que fue expuesto durante las muestras de las Artes Plásticas del Liceo.

Finalmente Bozzano y Sánchez (2017) concluyeron que cuando se pone al alcance de los y las estudiantes diferentes escenarios en los que hay presencia del quehacer matemático que luego deberán trabajar en el aula, estamos facilitando la motivación por el aprendizaje, dando lugar a la creación de representaciones personales, creencias y concepciones en torno a la matemática y a la matemática escolar. (p.6)

Que nuevamente nos lleva a la reflexión que hacer tangibles a las matemáticas a través de otras áreas del conocimiento como el arte que además es de gusto de los estudiantes facilita su proceso de aprendizaje y aporta a la motivación.

Antecedentes Investigativos Nacionales

Dentro de los antecedentes investigativos nacionales se encontraron los siguientes proyectos de investigación que fueron aplicados en el aula:

Iniciamos con una investigación realizada por González Aldana Fernando (2020) de la Universidad Antonio Nariño llamada La Matemática y el Arte en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría diseñada para grado octavo del colegio Santa Teresa de Jesús en Ibagué.

El objetivo de la investigación según lo menciona González (2020) es dar a conocer una propuesta de aula, cuya innovación pedagógica, parte de la experiencia y contacto con elementos geométricos y artísticos, de la exploración y uso de la tecnología con un programa, como el GeoGebra; para que las estudiantes adquieran herramientas pedagógicas importantes en su desarrollo espacial.

Para la investigación los elementos artísticos abordados fueron las obras de los artistas Omar Rayo y Víctor Vasarely. El primero es un pintor colombiano de Roldanillo el segundo un Húngaro en sus obras demuestran el uso de la geometría de manera contundente empleando técnicas como el OpArt, el arte cinético y el arte óptico como se puede apreciar a continuación.

Figura 4

Fotografía de Omar Rayo con una de sus obras



Nota: Tomada de <https://encrypted->

[tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcQvZscCa2X_Muk60V8kq2cB2CpvjJjBk4kz4A&usqp=](https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcQvZscCa2X_Muk60V8kq2cB2CpvjJjBk4kz4A&usqp=)

CAU

Figura 5

Fotografía de Víctor Vasarely con algunas de sus obras



Nota: Tomada de: http://t3.gstatic.com/licensed-image?q=tbn:ANd9GcQh2C-qUz0d0NjRo2VZq0PaIhXoLm0TeEyuIT_R_m5If6XQkqBrnNCKvITmIDyxVgks

Figura 6

Fotografía muestra de arte de Omar Rayo



Nota: Tomada de

<https://www.elcolombiano.com/documents/10157/0/640x280/0c0/0d0/none/11101/UOMF/16194550.jpg>

Figura 7

Fotografía muestra de arte de Víctor Vasarely llamada: Cebra



Nota: Tomada de <https://es-la.facebook.com/galeriafreites/photos/zebra-es-una-de-las-obras-m%C3%A1s-ic%C3%B3nicas-dentro-de-los-trabajos-de-victorvasarely-/2011100315630570/>

Seguido al análisis de las obras de estos artistas Gonzales (2020) propone que los estudiantes realicen sus propias imágenes pictóricas a través del uso del software GeoGebra pero también con materiales manipulables como la regla, compás, escuadras, colores, borrador, con el fin de hacer dibujos que demuestren el uso de la geometría empleando estas técnicas artísticas.

Dentro de los resultados del proyecto Gonzales (2020) concluye que los estudiantes del grado octavo realizaron los siguientes ejercicios pictóricos (ver figura), que se encontraban en cada una de las actividades, utilizando elementos de geometría, elementos del arte y aplicando la técnica del op art del artista Víctor Vasarely en la perspectiva y las series de cuadrados, se muestra la creatividad, el buen manejo y uso de los elementos de geometría en la creación y construcción de cada pintura. (p.372)

Figura 8

Ejercicios artísticos geométricos resultado de la intervención pedagógica

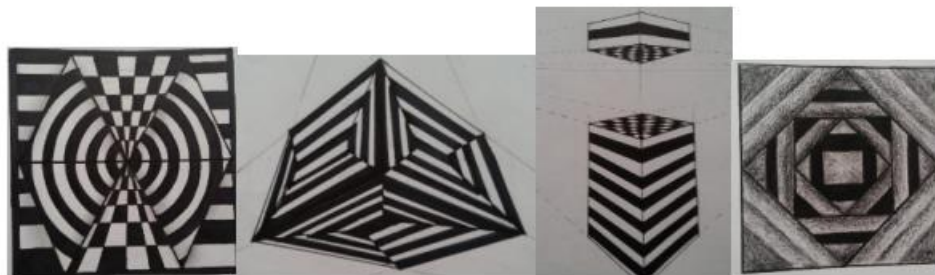


Figura 1. Ejercicios artísticos geométricos
Fuente: Elaboración de los estudiantes

Nota: Tomada de González. F, 2020. Ejercicios artísticos geométricos [Fotografía]. La Matemática y el Arte en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría. p.372.
<http://funes.uniandes.edu.co/22413/2/Gonzalez2020La.pdf>

Figura 9

Ejercicios artísticos geométricos resultado de la intervención pedagógica



Figura 2. Obras de arte en óleo
Fuente: Elaboración del autor

Nota: Tomada de González. F, 2020. Ejercicios artísticos geométricos [Fotografía]. La Matemática y el Arte en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría. p. 373.
<http://funes.uniandes.edu.co/22413/2/Gonzalez2020La.pdf>

Gonzales a través de este proyecto evidencio como mejoro la motivación en los estudiantes por aprender geometría y como obtuvieron los logros propuestos corrigiendo las dificultades que iban presentando.

La siguiente investigación fue realizada por Daza (2020) de la Universidad de Los Andes en Bogotá cuyo título es El arte como didáctica de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas diseñado para el Colegio Distrital Eduardo Umaña Luna ubicado en la Localidad de Kennedy.

Este proyecto surge de la necesidad de mitigar problemáticas como el ausentismo o evasión de clase por la falta de motivación que presentan los estudiantes frente el aprendizaje de las matemáticas.

Por lo que el objetivo de la investigadora Daza (2020) como lo menciona fue construir una propuesta de enseñanza para la asignatura de matemáticas, a través de actividades propias de la Educación Artística -danza, teatro, artes plásticas y música- con el propósito de transformar la enseñanza de las matemáticas en el grado 801.

La pregunta de investigación fue ¿Cómo transformar la práctica docente a través de la inclusión del arte como didáctica de las matemáticas en el grado 801 del colegio Eduardo Umaña Luna jornada tarde? (p.8)

La propuesta está planteada de la siguiente manera:

Pensamiento Espacial

- Estudio de las formas y sus relaciones a través del análisis de las obras de Vasili y Kandinsky con el fin de que cada estudiante realice una composición artística con bocetos de arte abstracto.

- Localización en el espacio y trayectoria recorrida abordaje de la estética con el Hombre Vitruvio de Leonardo Davinci y realización de escenario para obra de teatro.
- Planimetría empleando a la danza del Folklore mundial demostrando el manejo de la planimetría a través de una muestra de baile.

Como resultado de la investigación Daza (2020) estableció una clasificación de los elementos para tener en cuenta por el docente a la hora de llevar a cabo este tipo de proyectos:

- Didáctica y motivación: Trabajo con la actitud del estudiante frente a las clases de matemáticas.
- Aprobación Escolar: Lograr que el estudiante obtenga resultados positivos para evitar sentimientos de incapacidad.

Finalmente Daza (2020) concluye que “Una de las reflexiones más profundas para los maestros es que al introducir el arte y/o las inteligencias múltiples se podían usar más ejemplos de cómo aplicar competencias específicas o fórmulas a actividades cotidianas. Esto nos condujo a replantear la manera en la que diseñamos los currículos o nos sentamos a planear la clase. ya que, como lo mencioné antes en ocasiones solamente queríamos cumplir con un requisito de lo que se cree que el estudiante debe saber sin unirlo a cómo y en dónde lo debe aplicar” (p.68).

Además indica que se lograron los objetivos y que se evidencio que el nivel de motivación por aprender matemáticas fue incrementándose a medida que se llevaban a cabo las actividades lo que corrobora que las actividades artísticas generan mayor interés en los estudiantes y lo que las convierte en una herramienta de apoyo para la enseñanza de las matemáticas.

En otra parte de Colombia en Barranquilla se encontró el proyecto llamado Propuesta Interdisciplinaria en las Áreas de artística y matemática para el desarrollo del pensamiento espacial y métrico, a propósito de uno de los dos pensamientos en los que se fundamenta esta monografía.

Las investigadoras son Castañeda Rodríguez María Concepción y Rolong Asunción Indira (2020) de la Universidad de la Costa en Barranquilla.

El objetivo principal de Castañeda y Rolong (2020) fue Diseñar una propuesta interdisciplinaria de las áreas de educación artística y matemáticas para desarrollar el pensamiento métrico y espacial en los estudiantes de 6 grado de la IED San Fernando de Santa Marta. p (20).

La pregunta de investigación central fue ¿Cómo implementar una propuesta interdisciplinaria que vincule las áreas de educación artística y matemáticas para el desarrollo del pensamiento espacial y métrico en los estudiantes de grado 6° de la IED San Fernando?

Y las preguntas derivadas fueron ¿Cuáles son los aprendizajes del área de matemáticas donde los estudiantes presentan falencias según las pruebas saber? ¿Qué tipo de elementos debe contener la propuesta orientada a la formulación de estrategias con la incorporación de actividades artísticas que aporten al desarrollo del pensamiento métrico y espacial en los estudiantes de 6 grado de la IED San Fernando de Santa Marta? ¿De qué manera validar la propuesta orientada a la formulación de estrategias con la incorporación de actividades artísticas que aporten al desarrollo del pensamiento métrico y espacial en los estudiantes de 6 grado de la IED San Fernando de Santa Marta? p (19).

El origen de esta investigación se debió a la preocupación sobre los resultados de las pruebas exteriores de la institución en el área de matemáticas (Pruebas Saber) por lo que Castañeda y Rolong (2020) se hicieron una observación de clase cuyo resultado fue evidenciar que los estudiantes de grado sexto tenían dificultades como la falta de atención, poco hábito de escucha y falencias a nivel académico por múltiples factores no solo en matemáticas sino en las demás asignaturas.

Las actividades que se realizaron fueron :

Pensamiento Espacial

- La ballenita en el mar: realización de composición artística usando la imagen de la ballena y las cuadrículas de la hoja y socializarla al final de la clase “identificando la forma, el tamaño, la orientación, la medida de cada línea que forma la imagen, trasladar la misma imagen a diferentes lugares en la hoja (traslación) y ubicar las imágenes de manera adecuada” (Castañeda y Rolong, 2020, p.121) .
- La ballenita se mira en el espejo: Realización del dibujo de la ballena en cuadrícula y su imagen en el espejo decorando con color en degradé con el fin de desarrollar reflexiones en el plano.
- La ballenita nada en círculos: Realización del dibujo de la ballena en cuadrícula y su imagen nadando en círculos con el fin de desarrollar rotaciones en el plano.
- La ballenita nada con su mamá, obra de arte usando una imagen y su ampliación, realizar un dibujo de la ballena con su mamá ampliando la imagen de la mamá a el doble y de esta manera se trabaja ampliaciones y escalas.

- La ballenita nada con sus hijos obra de arte usando una imagen y su reducción, realizar un dibujo de la ballena con sus hijos reduciendo la imagen de los hijos a la mitad de la ballena y de esta manera se trabaja reducciones.

Figura 10

Producciones artísticas resultado de la intervención pedagógica



Nota: Tomada de Castañeda y Rolong. (2020). Producciones artísticas resultado de la intervención pedagógica [Fotografías]. Propuesta Interdisciplinaria en las Áreas de artística y matemática para el desarrollo del pensamiento espacial y métrico. p. 122-132.

<https://repositorio.cuc.edu.co/bitstream/handle/11323/7496/PROPUESTA%20INTERDISCIPLINARIA%20EN%20LAS%20AREAS%20DE%20ARTISTICA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Para la evaluación del proceso se propone una rubrica con diferentes indicadores que apuntan a los objetivos de aprendizaje y cuyas escalas son: siempre, muchas veces, ocasionalmente, pocas veces y nunca. Y un cuestionario de conocimientos con preguntas en los contextos de rotación, traslación, reducción, ampliación y ubicación en el espacio.

Al interior de sus conclusiones Castañeda y Rolong. (2020) destacan:

“esta investigación evidencia al implementar la propuesta en el salón de clases el alto nivel de interés que despertó en los niños, el agrado y la satisfacción que generó en ellos y la posibilidad de aprender de manera colaborativa lo que desencadenó una serie de experiencias altamente positivas no sólo en el sentido de adquirir destrezas y conceptos artísticos sino también en generar un adecuado ambiente de aprendizaje en el aula caracterizado por la buena comunicación entre pares y por la posibilidad de expresar de manera individual la creatividad de cada uno, además, de aportar esencialmente al desarrollo del pensamiento espacial y métrico de los estudiante” (p. 114)

Otra de sus conclusiones importantes es que este tipo de intervenciones se deben llevar a cabo desde los grados 4° y 5° de básica primaria para lograr tener mejores resultados de la prueba SABER basados en la continuidad de los procesos.

Nuevamente los resultados evidencian que el grado de motivación aumenta en los estudiantes y desarrollan mayor gusto por el aprendizaje de las matemáticas cuando se implementa transversalidad con otras áreas en este caso el arte.

Por lo tanto cabe destacar que el docente juega un papel fundamental en el desarrollo y adquisición de competencias y habilidades por ser el diseñador y creador de las estrategias

llevadas al aula que si son pensadas desde las necesidades de los estudiantes y el compromiso con el proceso de enseñanza arrojan buenos resultados. Como lo indica Fernández (1998):

El día en que los profesores tomen conciencia de que la práctica docente diaria, debidamente reflexionada, evaluada y comunicada, puede constituir una aportación insustituible a la construcción de los saberes pedagógicos (teóricos y prácticos), en una especie de solidaridad epistémica, ese día los profesores habrán encontrado una motivación intrínseca para su profesión (autoestima de su tarea, hoy muy baja), la escuela habrá dejado de ser un lugar monótono para la rutina y el desencanto, convirtiéndose en una tarea apasionante de descubrimiento y crítica científica permanente, como la de los médicos. (p.14)

Es decir que el docente influye directamente en los niveles de motivación de los estudiantes por ser los creadores de las rutas didácticas llevadas a cabo en el aula que si son bien pensadas fruto de la reflexión aportan de manera significativa en el proceso de aprendizaje.

Marco contextual

Dentro de los marcos de referencia que constituyen toda labor investigativa cobra gran importancia la contextualización ya que es a través de esta que se puede ubicar una situación desde un escenario temporal o físico que enmarque la temática a trabajar.

Para la delimitación del contexto de esta monografía se debe tener en cuenta que el aprendizaje de las matemáticas no es un proceso que se le facilita a todos los estudiantes, de hecho, los procesos de enseñanza han tenido que irse reinventando debido a la concepción que llegan a tener muchos de los estudiantes como: “un área muy difícil de comprender, poco motivadora y aburrida”. Concepciones que por supuesto es tarea del docente ir aboliendo ya que en sí mismas representan la disposición inmediata para no lograr alcanzar los objetivos de aprendizaje.

“El marco contextual, también es conocido como parte del planteamiento del problema. Para efectos de la investigación se le observa y se adopta ser una guía de la tarea y proceso de investigación; lo anterior con la intención de dar seguimiento congruente y específico a lo que se desea investigar; por ello resulta ser una parte integral de la investigación que se realiza”. (Arias, 2000, p.25)

El educador del siglo XXI está llamado a ser un mediador entre el aprendizaje y el estudiante que facilite la comprensión y adquisición de saberes, impulsando la curiosidad, el deseo por aprender y por el autodescubrimiento de habilidades. Empleando diferentes métodos de enseñanza que sean llamativos y que partan de los intereses del estudiante.

“La estrategia didáctica con la que el profesor pretende facilitar los aprendizajes de los estudiantes, integrada por una serie de actividades que contemplan la interacción de los alumnos

con determinados contenidos. La estrategia didáctica debe proporcionar a los estudiantes: motivación, información y orientación para realizar sus aprendizajes” (Meneses, G. (2007, p. 37))

En este sentido se hace necesario acudir a todas aquellas estrategias que permitan mitigar estos malos juicios sobre las matemáticas y por ende conocer estrategias que ya han sido llevadas al aula y que han dado buenos resultados de aprendizaje y han permitido que los estudiantes se sientan motivados por el aprendizaje, estrategias vistas como insumo para abordar las necesidades de aprendizaje que presenta cada uno de los estudiantes y que mejor que hacerlo desde un área que les llame la atención, es así que estableciendo relación y comunicación entre las matemáticas y área de conocimiento del arte, esta última se convierte en herramienta dinámica y de estímulo para lograr mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

Por lo tanto, la construcción de este documento se propone mostrar un enfoque diferente que se ha venido aplicando en el aula a nivel nacional e internacional para enseñar matemáticas específicamente geometría en el nivel de básica , que dinamiza el desarrollo de procesos de pensamiento matemático a través del arte.

Marco Normativo

El marco normativo permite ubicar las leyes, reglamentos y normas que se aplican a una labor o función al interior de un proyecto, que fundamentan los lineamientos para tener en cuenta en cumplimiento de los términos legales que demandan cumplimiento de consideraciones y estructuras generadas por los entes gubernamentales que dirigen el contexto a fin al proyecto.

“...conjunto de leyes, normas y reglamentos que dan fundamento a tu investigación... no se trata de hacer una lista a secas, sino ir al contenido de las leyes y seleccionar aquellos artículos... que guarden la más estrecha relación con tu...investigación” (Buelvas, V. Rodríguez, U. (2017, p.25))

Lo primero para tener en cuenta es el marco normativo legal colombiano que es la carta magna que rige el territorio nacional.

“El Estado colombiano se rige por la Constitución de 1991. Con esta nueva Constitución Política se abrió en Colombia un proceso de participación ciudadana y, más concretamente, un nuevo marco democrático fundamentado en el reconocimiento legal de los derechos fundamentales para todos los colombianos.” (Organización de Estados Americanos, p. 1)

Acorde a lo anterior la presente monografía debe estar enmarcada en las leyes, decretos y normas educativas que es el contexto que nos atañe y que incluye por supuesto a la constitución política de Colombia 1991 con la cual inicia este marco normativo.

En primera medida se tienen en cuenta los derechos fundamentales, los cuales se encuentran en el capítulo 1 de la constitución política artículo 27 que señala:

El Estado garantiza las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra.
(p.17)

Aquí se evidencia la importancia de la investigación, enseñanza y aprendizaje bajo el principio de la libertad.

Por otro lado, tenemos el artículo 67 del capítulo 2 que indica:

La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social: con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura. (p.24).

Al ser la educación un derecho adquirido se debe garantizar que los estudiantes adquieran las competencias a través del acceso al conocimiento y técnicas que conlleven al aprendizaje, es por esto que se hace fundamental que se estén examinando todas aquellas estrategias pedagógicas y didácticas en todas las áreas del conocimiento que hayan tenido éxito frente a este desarrollo de competencias y habilidades pero para el presente documento más específicamente el área de matemáticas abordada desde la geometría.

Este marco normativo también tiene en cuenta la ley 115 de 1994 que constituye la Ley General de Educación expedida por el Congreso de la República de Colombia.

Iniciamos con el artículo 5 el cual constituye los fines de la educación acorde al artículo 67 de la constitución política mencionado anteriormente, este constituye un total de 13 fines, pero para el presente documento se tendrán en cuenta el 5 y 7 que están estrechamente ligados a la monografía y que se citan a continuación:

“5. La adquisición y generación de los conocimientos científicos y técnicos más avanzados, humanísticos, históricos, sociales, geográficos y estéticos, mediante la apropiación de hábitos intelectuales adecuados para el desarrollo del saber.

7. El acceso al conocimiento, la ciencia, la técnica y demás bienes y valores de la cultura, el fomento de la investigación y el estímulo a la creación artística en sus diferentes manifestaciones.” (p.2)

Estos dos fines de la educación se consideran pertinentes para la monografía que busca aportar al desarrollo del saber y a la apropiación de hábitos intelectuales a través de la recopilación de fuentes bibliográficas que buscan convertirse en fuentes de consulta y herramientas de ejemplo y apoyo para los docentes de matemáticas que deseen implementar una ruta didáctica que optimice los procesos de enseñanza aprendizaje.

Y la ruta didáctica que se expone relaciona la vinculación del aprendizaje de las matemáticas específicamente la geometría con técnicas artísticas se estaría estimulando a la creación artística a través del conocimiento geométrico.

La Ley 115 en la sección tercera presenta los objetivos generales para la educación básica en el artículo 20 y tendremos en cuenta los literales a y c que indican:

“a) Propiciar una formación general mediante el acceso, de manera crítica y creativa, al conocimiento científico, tecnológico, artístico y humanístico y de sus relaciones con la vida social y con la naturaleza, de manera tal que prepare al educando para los niveles superiores del proceso educativo y para su vinculación con la sociedad y el trabajo;

c) Ampliar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana;” (p.6)

Como se puede observar dentro de los objetivos generales de estos ítems se debe buscar el acceso al conocimiento, pero aquí es clave centrarnos en que debe ser de manera creativa que es precisamente la base de la documentación recopilada para esta monografía, ya que parte de recopilar diferentes rutas didácticas que muestren a la geometría de una manera diferentes y con mayor atractivo para los estudiantes a través del uso de técnicas artísticas.

Además, al abordar a la geometría con estrategias que optimicen en aprendizaje de los estudiantes aporta al desarrollo de razonamiento lógico y analítico.

Siguiendo con el marco normativo ahora nos fijaremos en el decreto 1860 iniciando por el artículo 7 que estipula la organización de la educación básica, estipulando que consta de nueve grados es decir primaria y hasta grado noveno en bachillerato el cual indica que:

“El proceso pedagógico de la educación básica comprende nueve grados que se deben organizar en forma continua y articulada que permita el desarrollo de actividades pedagógicas de formación integral, facilite la evaluación por logros y favorezca el avance y la permanencia del educando dentro del servicio educativo”. (p.3)

Este artículo apoya el análisis documental por estar enfocado a la revisión de rutas didácticas para la enseñanza de la geometría a través del uso del arte para este nivel en específico, que está en correlación con el artículo donde se promueve el desarrollo de actividades de formación integral.

En el capítulo 5 de orientaciones curriculares abordamos el artículo 35 sobre el desarrollo de asignaturas el cual indica que:

“En el desarrollo de una asignatura se deben aplicar estrategias y métodos pedagógicos activos y vivenciales que incluyan la exposición, la observación, la experimentación, la

práctica, el laboratorio, el taller de trabajo, la informática educativa, el estudio personal y los demás elementos que contribuyan a un mejor desarrollo cognitivo y a una mayor formación de la capacidad crítica, reflexiva y analítica del educando.”(p. 19)

Toda asignatura debe tener muy claras las estrategias y métodos pedagógicos y esto le da relevancia al ejercicio que se está haciendo en esta monografía, adicionalmente se indica que para optimizar el desarrollo cognitivo de los métodos pedagógicos es importante incluir practicas experimentales que se vuelvan tangibles para el estudiante pues esto le facilita la comprensión del objeto de estudio y la reflexión sobre la utilidad de lo que se aprende que es justamente lo que se pretende al combinar el aprendizaje de la geometría con el uso de técnicas artísticas como tema central de este documento.

Marco Teórico

Para todo trabajo académico se hace necesario abordar su objeto de estudio desde diferentes ámbitos que permitan conformar un compendio de miradas que existen sobre el objeto, según su escritor considere que son de apoyo para llegar a los objetivos planteados y a la solución del problema.

Por lo tanto, el marco teórico es aquel que une esas corrientes o enfoques teóricos preexistentes sobre el objeto de estudio.

“Una de las primeras preguntas que podemos hacernos cuando iniciamos una pesquisa es ¿En qué teorías y estudios previos me baso para realizar la investigación? A efectos de responderla, debemos indicar aquí las corrientes o enfoques teóricos (Marco Teórico)” (Ortiz, 2006, p.533)

En consecuencia, para seguir dando cumplimiento a la rigurosidad de este documento y ubicar el objeto de estudio de esta monografía se tendrán en cuenta los siguientes ámbitos.

Trayectoria de la geometría

La geometría nace de manera empírica en países como Babilonia, Sumeria y el antiguo Egipto y fue en Grecia en donde se perfeccionó, inicialmente es el resultado de la necesidad del hombre por medir la tierra para los espacios de cultivo en el campo o para alturas de construcciones con respecto a los ángulos que se forman en los bordes de la base. Recalde y Murillo (2016) afirmaron lo siguiente:

En general se plantea que la geometría surge fundamentalmente del salto de unas prácticas de medición empíricas de los egipcios y babilonios, a unas formas abstractas de

los griegos. Como si los griegos hubiesen allanado el camino hacia lo abstracto sin adeudar nada a sus antecesores. Como si de pronto, por algunas circunstancias especiales, los griegos vieran la necesidad de poblar la geometría de un universo de objetos de carácter abstracto. Objetos puros del pensamiento, desligados de la “vulgar” empiria, sin referencia con problemas concretos, anteponiendo, así, de manera abrupta, la experiencia trascendente, noein, a la experiencia profana, doxa. (p.100)

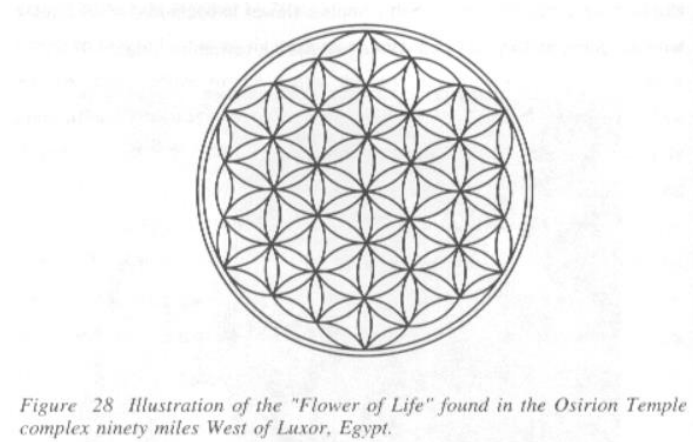
En el antiguo Egipto dentro de su arquitectura empírica desarrollaron el concepto de la columna, aporte fundamental para avanzar hacia la teoría de las razones y proporciones de la matemática y que se evidencia en la construcción de la Pirámide de Keops como lo indica el documento *La Science Mysterieuse de Pharaon* mencionado por Ghyka Matila en su libro *estética de las proporciones de la naturaleza y en las artes*:

"Heródoto relata que los sacerdotes egipcios le habían enseñado que las proporciones establecidas para la Gran Pirámide entre el lado de la base y la altura eran tales, que el cuadrado construido sobre la altura vertical era exactamente igual al área de cada una de las caras triangulares".(p.240)

Otro ejemplo de la geometría en la cultura egipcia es la flor de la vida que representa el absolutismo de lo divino y que esta trazada a base de circunferencias como se puede ver en la imagen 1 pero cabe resaltar que este símbolo es utilizado por muchas otras culturas:

Figura 11

La flor de la vida



Nota: Tomada de Arte Planetaria [Ilustración], Xochipilli, 2007,

<https://xochipilli.blog/2007/12/04/la-relacion-entre-el-tzolkin-y-la-flor-de-la-vida/>

Cabe resaltar que en estas culturas el uso de la geometría fue práctico y abstracto pero su importancia prima en que fueron la base para el desarrollo de múltiples elementos geométricos.

La Grecia y Roma antigua también inician sus desarrollos geométricos a través de la arquitectura con el arquitecto romano Vitruvio quien escribe 10 libros que fundamentan el diseño de edificios y como deben ser trazados desde lo que le llama la armonía, la proporción el orden y la simetría.

La construcción de templos en Grecia se basó no solo en estos principios sino también en una sugerencia de Vitruvio de utilizar la armonía y belleza del cuerpo humano ya que hizo un análisis de un cuadrado perfecto medido respecto a la figura del hombre frente a su altura y la extensión de sus brazos y el desplazamiento de los brazos y piernas que forman un círculo perfecto cuyo centro es el ombligo, esta relación entre cuadrado y círculo era fascinante para los

griegos y por eso Leonardo Davinci lo represento artísticamente agregando diagramas triangulares y secciones áureas.

Pero no solo el trazo de figuras enfocado a la arquitectura se abrió paso a través de proporcionalidad ya que durante el S.VI a. C ya los pitagóricos creaban notas musicales a partir de la proporción que presentaban las cuerdas respecto a sus longitudes y la variación sonora que esto producía. Esta relación de las matemáticas con la música evidencio la presencia del número áureo en algunas de las composiciones de Beethoven y Mozart.

Durante este mismo siglo Pitágoras se dio a la tarea de demostrar leyes de la geometría empírica cuyos axiomas fueron tomados por él y sus discípulos como verdades absolutas por ejemplo el teorema de Pitágoras por mencionar solo uno, postulados que hoy por hoy se consideran muy útiles pero desarrollados de manera arbitraria.

Luego es el griego Euclides quien se encarga de desarrollar la geometría demostrativa de manera rigurosa cuyos postulados presenta en su libro “Los elementos” en donde demuestra axiomas de polígonos y círculos y las figuras tridimensionales que parten de estos, lo que no significa que sea un texto perfecto, pero si es la base de los desarrollos geométricos desde ese entonces hasta hoy en día.

Siguiendo con Grecia el matemático Apolonio de Perga estudio las secciones cónicas que se basa en el comportamiento y propiedades de las curvas que aportaron al análisis de las orbitas y el movimiento de los planetas alrededor del sol.

Por otro lado, fue Arquímedes quien desarrollo como medir área de figuras curvas y volumen y superficies de solidos cuyas figuras son curvas como cilindros, conos y esferas entre otros.

Mas adelante Rene Descartes en 1637 logra postular la conexión existente entre la geometría y el algebra que fue el fundamento de la geometría analítica y base de la geometría moderna. Durante este mismo siglo XVII se desarrolla también las proyecciones en planos de las figuras geométricas.

Es así como Grecia trasciende el desarrollo de la geometría como lo menciona González (2004):

El abismo infranqueable que se había abierto entre número y magnitud continua impedía someter las magnitudes geométricas a manipulaciones algebraicas, como se hace con los números, lo que determinó la transformación del Álgebra oriental que los pitagóricos habían heredado de los babilonios en el Álgebra Geométrica del Libro II de Los Elementos de Euclides que juega un papel fundamental en la Geometría griega. Con gran habilidad en la práctica geométrica, los griegos hicieron de su Álgebra Geométrica un poderoso instrumento para la resolución de ecuaciones, mediante el método de la Aplicación de las Áreas, teoría que según Proclo sería de ascendencia pitagórica. (p.287)

Siguiendo con esta trayectoria por la geometría no podemos dejar de lado a uno de los desarrollos más importantes llamado la sección aurea cuya aparición se da durante la mitad del siglo XIX y que se atribuye a Alemania aunque ya otros teóricos lo habían abordado desde otras ópticas y bajo otros nombres que ya se mencionaron en este documento como la proporción divina pero resulta importante retomarla ya que esta teoría es la que articula a la matemática con la belleza y esta última está estrechamente ligada al arte .

Modrian (1937) argumento que “ El arte nos hace comprender que las leyes fijas que gobiernan y señalan el uso de elementos constructivos, de la composición y de las relaciones

inherentes entre sí. Estas leyes pueden considerarse subsidiarias a la ley de equivalencia que crea el equilibrio dinámico y revela el verdadero contenido de la realidad” (como se citó en Benito, 2016, p.15)

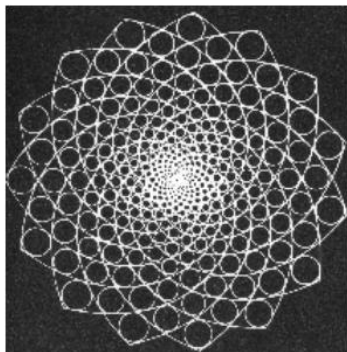
Haciendo ver que el arte deja ver la realidad a través del equilibrio por eso no es extraño que se diera como resultado de su unión con las matemáticas el desarrollo de la proporción divina.

Teniendo en cuenta que muchas de las técnicas artísticas se enfocan en la observación de la naturaleza como sucede con la gran mayoría de las áreas del conocimiento, sucede que la sección aurea tiene este mismo enfoque y muestra esa belleza de la naturaleza conformada por la geometría y por la cual algunos creyentes en la creación divina han llegado a llamar a Dios como un Dios geométrico.

Algunos ejemplos de esto son la flor de cardo, el tallo de la amapola, el corte transversal de una manzana, el centro del girasol o los flósculos de la margarita los cuales muestran a la perfección dos espirales que tienen movimiento en direcciones contrarias.

Figura 12

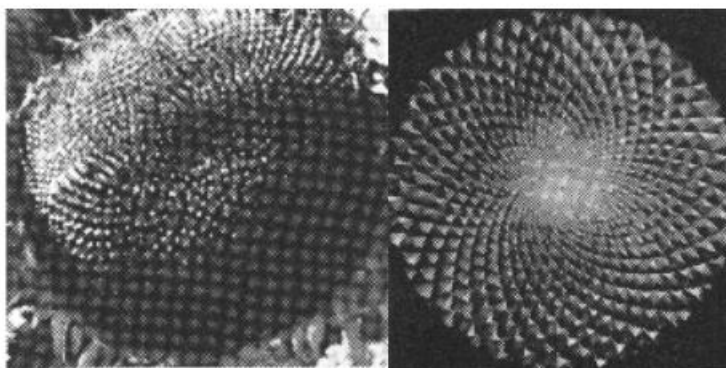
Flósculos de la margarita



Nota: Tomada de Toledo, Y. (1934). Diagrama de margarita [Fotografía]. Sección Áurea En Arte, Arquitectura Y Música. p. 134. https://matematicas.uclm.es/ita-cr/web_matematicas/trabajos/240/La_seccion_aurea_en%20arte.pdf

Figura 13

Centro de un girasol



Nota: Tomada de Toledo, Y. (1934). Girasol [Fotografía]. Sección Áurea En Arte, Arquitectura Y Música. p. 135. https://matematicas.uclm.es/ita-cr/web_matematicas/trabajos/240/La_seccion_aurea_en%20arte.pdf

Cada teórico le dio su enfoque, por ejemplo, Pitágoras con la estrella pentagonal de la cual se dice que se desprendió el estudio de los números inconmensurables, lo cual evidencia que los matemáticos a través de la historia han dirigido su mirada a la belleza y el arte y su relación con las matemáticas. Toledo (1934) afirmó lo siguiente:

Pitágoras (569 a.C.) escogió como símbolo para su Escuela la estrella pentagonal, figura geométrica que muestra en todas sus relaciones la sección áurea y se cree que a partir de esta figura llegaron a la noción de inconmensurabilidad y al conocimiento de los números inconmensurables, tales como el que ahora nos ocupa. (p.8)

Pero no solo Europa y específicamente Grecia aportaron al desarrollo de la geometría, también se debe tener en cuenta durante la relatoría de esta trayectoria culturas Latinoamericanas como la Azteca o la Maya entre otras que también aportaron significativamente al campo de la geometría.

En la cultura Maya un ejemplo de esto es el principio Hunaab-Ku que según Bulnes et al (2017) “Hunab Ku se traduce como «dador del movimiento y la medida». Se compone de hun (único, solo), nab (medida y movimiento) y ku o kub, (dador)” Pagina web Matador Network .

En esta página web se muestra una flor de la vida de la cultura Maya a la cual atribuyen el principio Hunaab-Ku desde el significado de la circunferencia que representa el espíritu y el cuadrado en el que la circunferencia esta circunscrita es la materia que también está dividido por triángulos que representarían el movimiento. A continuación, se muestra la figura:

Figura 14

Representación Maya de Hunaab-Ku



Nota: Tomada de: Matador Network [Ilustración], hunab-ku-dios-movimiento-medida, 2017, <https://matadornetwork.com/es/hunab-ku-dios-movimiento-medida/>

Como se puede observar la imagen no solo tiene las figuras geométricas anteriormente nombradas, de hecho, esta subdividida con diferente simbología de gran importancia espiritual para los mayas como lo afirma Ox L. (2007) que por ser una cultura tan extensa, algunas de sus subculturas la llamaron flor de la vida como es el caso de los Tzolkin quienes tenían su propia versión como se observa en la siguiente imagen.

Ox, L. (2007) explica que en la figura se puede observar la perfección de la geometría, ya que en su interior tiene los cinco sólidos platónicos (poliedros), se evidencia el plano dividido en tres dimensiones (izquierda, derecha, arriba y abajo combinados), la circunferencia interna tiene todas las figuras geométricas existentes, la figura geométrica del centro representa la creación, el corazón y el creador supremo, los colores a su alrededor representan la energía, el movimiento, la sinergia, los 20 kines que son las figuras del aro de afuera representan el conteo del tiempo maya (días, horas, meses, años) la cuarta dimensión y se observa la simbología numérica.

Figura 15

La flor de la vida Tzolkin geometría sagrada



Nota: Tomada de Ox Lahun Cimi (2007). Arte Planetaria [Ilustración], Xochipilli, 2007, Recuperada de: <https://xochipilli.blog/2007/12/04/la-relacion-entre-el-tzolkin-y-la-flor-de-la-vida/>

Estas muestras artísticas se denominan geometría sagrada.

La geometría maya también está presente en la construcción de sus edificios la mayoría de ellos tiene forma de tetraedros truncados.

“Estas obras de arquitectura, fueron planificadas antes de iniciarse su ejecución, esto es corolario natural que dedujimos de la relación que muchos de ellos guardan con los cuerpos celestes, también podemos llegar a estas conclusiones, observando cómo evolucionan los elementos que utilizan en diseños arquitectónicos, por ejemplo, el arco Maya” (Morley, 1983, p. 267).

La cerámica es otra de las expresiones mayas artísticas basadas en la geometría, en estas se pueden apreciar diferentes tipos de figuras y tienen cinco formas básicas: cántaro, vasija, vaso, plato y cuenco. Cada una se diferencia justamente por la forma geométrica que la define.

Que como lo menciona Juárez y Asociados, Inc. En el programa de estándares e investigación educativa a través del material de Capacitación sobre Matemática Maya y Estándares Educativos Nacionales, Guatemala.

Los Mayas utilizaban para su decoración curvas, figuras humanas, zoomorfas, flores inscripciones y fechas. Dentro de las curvas, existía una predilección por las curvas entrelazadas, también aparecen con frecuencia las curvas entrelazadas, también aparecen con frecuencia las curvas en espiral. El concepto de curvas y rectas parece haber existido con naturalidad, por ejemplo, en el Popol Vuh Versículo 651, registra “en línea recta colocaron...” y en los ejemplos que presento más adelante del idioma kekchi y chorti, encontrarán expresiones para: Línea, alinear, fila, en fila, lado, orilla de y muchos términos más. (Cap. 2, p.25)

Como se puede observar han sido bastantes los desarrollos del arte maya a través de la geometría que estos desarrollaron, cuyos términos geométricos aún siguen siendo usados por sus descendientes los pueblos mayas Quiches.

Para culminar tenemos los tejidos mayas los cuales forman diferentes figuras geométricas basadas en homotecias, rotaciones, dos elementos unidos por su vértice, cadenas y mosaicos entre otros.

La cultura maya es un gran referente de la geometría moderna y esto se evidencia en sus expresiones artísticas que además son narradas en libros como el “Popol Vuh” uno de los más importantes de la literatura guatemalteca.

Dentro de la cultura Maya existieron otros pueblos entre ellos los Zapotecas quienes fueron los primeros en perfeccionar el cálculo del calendario y el tiempo.

Este pueblo hizo construcciones que llaman mucho la atención por su despliegue geométrico, por ejemplo, el edificio desde donde hacían observaciones astronómicas ubicado en el monte Alban, alineado de manera precisa con todos los demás edificios ubicados en la misma zona, además tiene la forma de una flecha en dirección al sudoeste y con una inclinación de 45° con el eje norte sur y cuyas ventanas también tienen inclinaciones que se creen fueron realizadas para el seguimiento de los astros y la determinación del conteo del tiempo para cosechar.

Al parecer la gran mayoría de las construcciones maya son muestra de expresiones artísticas debido a su belleza y fueron calculadas bajo alineaciones astronómicas que permitían llevar cuentas del tiempo.

Estas construcciones por supuesto son basadas en la geometría como se evidencia en la pirámide del Castillo, un ejemplo más de la unión del arte y la geometría.

Como lo manifiesta Tomasini (2007) el Castillo fue construido teniendo en cuenta el calendario solar de 365 días...Este tipo de relación era bastante frecuente en la arquitectura mesoamericana. Sin embargo, en el caso del castillo la correspondencia numérica se verifica en las escalinatas, puesto que tres de ellas poseen 91 escalones, mientras que la escalera por la que desciende simbólicamente la serpiente emplumada tiene 92 peldaños. Esto hace un total de 365 escalones. En consecuencia “tanto en numerología como en orientación el edificio reconoce el año solar. (p.89)

La pirámide es un excelente ejemplo de cómo los mayas empleaban figuras geométricas en sus construcciones y usaban sus formas y características para hacer conteos que les permitían calcular el tiempo.

Este pueblo relaciono los números con las figuras geométricas y la usaron no solo para cálculos sino para realizar construcciones armónicas y hermosas que cumplían con varios propósitos frente a la matemática y el arte.

Figura 16

Pirámide del Castillo

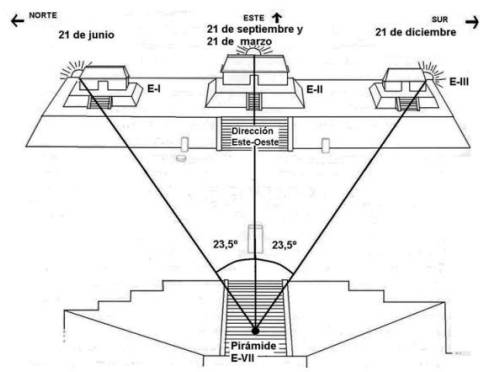


Nota: Tomada de Tomasini, M. C. (2007). Pirámide del Castillo [Fotografía].
Astronomía, geometría y orden: el simbolismo cosmológico en la arquitectura precolombina.
Ciencia y Tecnología, 7, p.90.

<https://dspace.palermo.edu/dspace/bitstream/handle/10226/1387/art%2012%20CyT%207%20%20Astronom%c3%ada%20orden%20Tomasini.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Figura 17

Complejo E de Uaxactum



Nota: Tomada de Tomasini, M. C. (2007). Complejo E de Uaxactum [Plano].

Astronomía, geometría y orden: el simbolismo cosmológico en la arquitectura precolombina.

Ciencia y Tecnología, 7, p.90.

<https://dspace.palermo.edu/dspace/bitstream/handle/10226/1387/art%2012%20CyT%207%20%20Astronom%c3%ada%20orden%20Tomasini.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Pero esta no es la única cultura de estas tierras que aporta al desarrollo de la geometría, también están los Aztecas quienes al momento de cazar no solo usaban a la presa para la alimentación sino que poco a poco fueron descubriendo que la piel también les servía y crearon correas para amarrar objetos y poder transportarlos y observando estas correas se dieron cuenta que al hacer nudos a una misma distancia sobre ramas y al colocar una sobre otra se formaban cuadrados y triángulos a cuyos lados le daban valores para hacer conteos e hicieron los primeros amarres para construir cubos que luego usarían como modelo para labrar figuras en piedra como es el caso del paralelepípedo que se presenta a continuación labrado en todas sus caras de forma

simétrica que muestra un ave a punto de devorar una larva que tiene un tamaño de 0,58 mt de altura, 0,70 mt de alto y 0,66mt de ancho.

Figura 18

Paralelepípedo Azteca labrado monumento Museo Nacional de México



Nota: Tomada de Galindo y Villa, J. (1903). Paralelepípedo Azteca [Fotografía]. La escultura nahua. Algunas notas según los monumentos del Museo Nacional de México. p.217. <https://revistas.inah.gob.mx/index.php/anales/article/view/6615>

Este uso de hallazgos geométricos se presenta en un documento hallado en Viena y que fue llamado el Codex Vindobonensis Mexicanus (Códice Viena) en donde se representa la cultura mesoamericana y mixteca en un biombo plegado subdivido en 52 folios, cuyas ilustraciones permanecen en el museo Británico de Londres y que representa la creación del mundo y sus antepasados, el nacimiento de dioses y dinastías.

A continuación, se presenta una imagen de este documento perteneciente al folio 11 como ejemplo:

Figura 19

Folio 11 Códice Viena



Nota: Tomada de Pueblos originarios escritura y simbología. Folio 11 Códice Viena [Ilustraciones Artísticas] por Agostino Aglio (1777-1877), Oaxaca, [https://pueblosoriginarios.com/meso/oaxaca/mixteca/vindo_anverso.html#!prettyPhoto\[gallery2\]/10/](https://pueblosoriginarios.com/meso/oaxaca/mixteca/vindo_anverso.html#!prettyPhoto[gallery2]/10/)

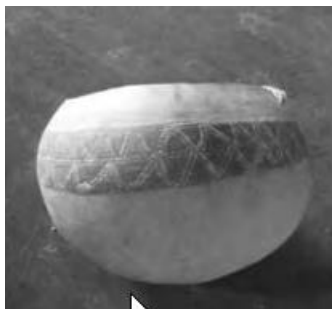
En la imagen se observa el uso de diferentes formas geométricas como la circunferencia, el rectángulo, el triángulo y el cuadrado y composiciones de otras figuras a partir de estas, las cuales fueron empleadas para relatar según los expertos direcciones (norte, sur, este y oeste) y cuevas sagradas entre muchos otros significados.

Otro pueblo ubicado en Nicaragua llamado Ulwas empleó la geometría para llevar a cabo sus acciones diarias como la construcción de canoas para ir a pescar, sus viviendas, la disposición de la tierra para cultivar y vivir, sus utensilios de cocina como cucharas que realizaban a partir de una fruta llamada Jícaro y del Bambú. Combinaban figuras geométricas al

tejer las palmas que servían de techo para sus chozas también basadas en estacas colocadas en ángulos para sostener la choza.

Figura 20

Jícara (Jarra para transportar alimentos)



Nota: Tomada de Dávila, A; Sosa, M. (2012). Jícara [Fotografía]. Etno-Matemática en Indígenas Ulwas, Comunidad De Karawala. p.81.

<https://www.camjol.info/index.php/RCI/article/view/960/771>

Elementos como la Jicara se usaban para llevar agua, huevos o arroz, en la ilustración se puede observar el arte labrado basado en rombos como adorno de la vasija.

“Usaban rectas paralelas para las sillas y bancos, redondo para los platos y mesas, curvas para los caminos y chozas, formas geométricas empleados por los ulwas fueron ovalado (entrevista con comunitario ulwa)” (Dávila y Sosa, 2012, p.78)

Un ejemplo de su creación de utensilios basado en la geometría es que utilizaban para la pesca una trampa llamada Nasca, la cual usaba un cono truncado inscrito en un cilindro el cual hacía que los peces al llegar a la parte truncada ya no tuvieran por donde salir porque se encontraban dentro del cilindro.

Figura 21

Nasa o Tramoá (Elemento de pesca)



Nota: Tomada de Dávila, A; Sosa, M. (2012). Nasa o Tramoá [Fotografía]. Etno-Matemática en Indígenas Ulwas, Comunidad De Karawala. p.79 .

<https://www.camjol.info/index.php/RCI/article/view/960/771>

Otra gran cultura que hizo aportes fueron los Incas, ubicados en gran parte del Perú, el Ecuador y una pequeña parte en Colombia.

Que como lo indica Sardella (2006):

Los Incas fueron grandes organizadores y constructores. Se destacaron por el trazado de ciudades y la calidad de los caminos y puentes. La cerámica Inca se destaca por sus platos redondos, con asa en un extremo y cabeza de animal en el otro. La decoración se basa en diseños geométricos. Hay diseños en base a triángulos, rombos y cuadrículados, utilizaron los colores negro, blanco y rojo. (p. 123)

Por otro lado en Argentina se encontraron obras artísticas de arte rupestre en la provincia de Santacruz que datan del periodo histórico de 7.400 a.C. al 1.000 d.C, en una cueva llamada La cueva de las manos , ya que allí se pueden observar impresiones de manos pero como lo indican Micelli y Crespo (2014) “ No solo puede observarse la impresión de manos realizadas en

negativo sino que también aparecen animales que podrían tratarse de guanacos, pero entre estas representaciones también puede encontrarse figuras geométricas, como zigzag y círculos concéntricos” (p.13)

Figura 22

Fotografía La cueva de las manos en Argentina



Figura 1: Cuevas de las manos (Argentina)

Nota: Tomada de Micelli, M y Crespo, C. (2014). Cueva de las manos [Fotografía]. Una mirada geométrica a diseños de pueblos originarios. p13.
<http://funes.uniandes.edu.co/18785/1/Micelli2014Una.pdf>

Como se evidencia el arte y la geometría han estado presentes en la vida del ser humano desde sus inicios.

Siguiendo con la relatoría debemos ahora transportarnos a nuestras propias raíces por lo tanto a continuación se mencionan algunas culturas Colombianas que también hacen uso de la geometría en el arte, como es el caso de los Kuna ubicados al norte del país específicamente en el Golfo de Urabá, el departamento del Choco y el departamento de Antioquia.

Los Kuna basan el diseño de sus molas y cesterías (tejidos) artísticos en las líneas curvas y rectas que observaron en la madre naturaleza, ellos tomaron el sentido de las líneas con un significado especial.

Por ejemplo, a la línea horizontal le atribuyeron el soporte del ser humano que vive horizontalmente sobre la superficie de la tierra y significa calma y estabilidad.

Respecto a la línea vertical significa una especie de equilibrio pero que está en peligro de caer ya que representa el ascender del cual se puede caer en cualquier momento una elevación que puede ser inestable.

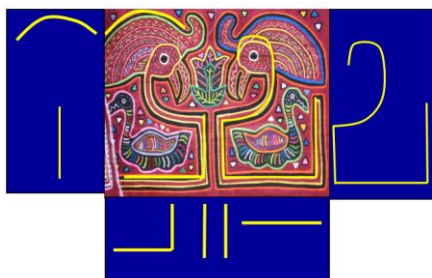
La línea con inclinación significa desequilibrio, inestabilidad pues se ve como si estuviera a punto de caer.

Este pueblo cruzo estas concepciones para la realización de sus tejidos con líneas combinadas entre curvas y rectas y líneas poligonales o quebradas en donde se unen los segmentos en sus extremos.

A continuación, se muestra una representación de las molas que evidencian el uso de la geometría en el arte Kuna:

Figura 23

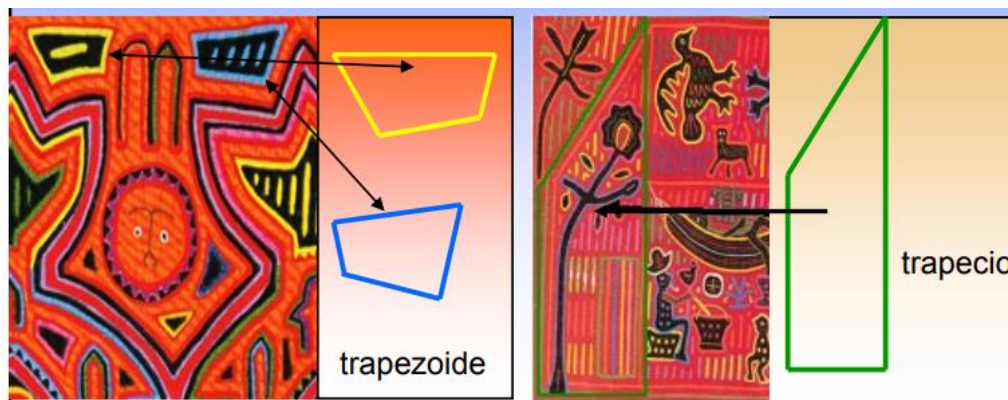
Representación de las molas



Nota: Tomada de Ayarza, V. (2010). Mola [Fotografía]. La geometría en el arte Kuna. p9. <http://www.etnomatematica.org/publica/libros/geomola-pub.pdf>
<http://www.etnomatematica.org/publica/libros/geomola-pub.pdf>

Figura 24

Identificación de figuras geométricas empleadas en los diseños de las molas



Nota: Tomado de Ayarza, V. (2010). Identificación de figuras geométricas en el arte Kuna [Ilustración]. La geometría en el arte Kuna. p19.

<http://www.etnomatematica.org/publica/libros/geomola-pub.pdf>
<http://www.etnomatematica.org/publica/libros/geomola-pub.pdf>

Por otro lado, tenemos a los indígenas Nasa de Corinto Cauca quienes usan la geometría en el diseño de sus Chumbes prenda de vital importancia, que son fajas o cintas largas tejidas con diferentes símbolos e imágenes que tienen sentido espiritual en donde muestran su concepción frente a él origen del mundo, la vida, todo ser perteneciente a la naturaleza y los espíritus que les rodean.

“Así nuestros ancestros orientaban sobre la conducta, nuestros comportamientos, allí aparecen las imágenes que hablan de la historia y lucha de resistencia de nuestros caciques. Hoy de igual manera representan figuras nuevas como el carro, la guitarra, la iglesia; algunas tejedoras escriben palabras en Nasa yuwe basado en el alfabeto Nasa y también el español” ”
 (Vitonás y Yule, 2014, p. 18)

Como se puede ver la mayoría de las expresiones artísticas de los pueblos indígenas son empleadas de manera espiritual con el fin de generar un aprendizaje cultural y de creencias en sus miembros en la cultura Nasa esta prenda se utiliza precisamente para envolver a las nuevas generaciones y cuyo objetivo además del mensaje espiritual es generar una buena postura de las piernas y columna de los bebés Nasa.

Estos chumbes tienen tejido unas figuras tradicionales Nasa que están basados en figuras geométricas que tiene diferentes nombres como se puede ver en la siguiente imagen:

Figura 25

Figuras tradicionales presentes en los tejidos de los chumbes de los indígenas nasa de corinto Cauca



Nota: Tomada de Guerrero, A. (2017). Figuras tradicionales del tejido Chumbe [Fotografía]. Análisis de nociones geométricas a los tejidos de los chumbes de los indígenas Nasa de Corinto Cauca. p.68.

<https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/13597/3469-0525690.pdf?sequence=1>

Cada figura tradicional tiene un significado y de allí sus nombres.

Ojo de arco representa los colores del arcoíris, cuyos rombos simbolizan el terreno en donde se sepultaba a los caciques los cuales buscaban guardar sus tesoros para que no fueran encontrados.

Arco de sol hace referencia a las vivencias de los antepasados frente a la comunicación entre los más viejos y los jóvenes que no obedecían, los rombos del centro representan al sol que está rodeado por los colores del arco iris y quiere decir que cuando hace mucho sol o llueve se les daba la instrucción a los más jóvenes de no salir de casa porque se podían presentar enfermedades.

A la convivencia en unidad con hermanos con el sol, la tierra y la luna, sus rombos y puntos representan la convivencia en armonía, la comunicación con los espíritus presentes en la naturaleza, trabajar en mejorar el espíritu y alejar las malas energías.

La laguna es la casa grande para el conversatorio de los espíritus mayores, aquí los rombos y líneas que los atraviesan representan a los rituales que hacían en lugares sagrados para que su pueblo tuviera respeto por los ríos o lagunas por mencionar algunos y que buscaban que sus gobernantes fueran buenos y no tuvieran malas energías.

Como se pudo observar esta simbología está basada en estructuras geométricas de las que podemos destacar: la simetría en las figuras y en la ubicación de los vértices, el uso de la línea recta y su rotación que forman rombos desde diferentes perspectivas, se ven homotecias, paralelismo y traslación conceptos claves de la geometría.

“Se podría afirmar que el mismo medio natural en que se desarrollaron los indígenas alimentó y enriqueció la sabiduría de los ancestros”. (Soza y Dávila, 2012, p.78)

Estos son solo apenas unos ejemplos de culturas ancestrales que evidencian el uso de la geometría como expresión artística basada en las observaciones de la naturaleza que le rodea.

“ Entonces la geometría es universal y no pertenece a nadie en particular, ni a ninguna cultura, ni a ninguna escuela, sino a todo el hombre de todas las latitudes de este planeta.”

(Esparza, 1976, p.93)

Entonces la geometría fue inspirada en la naturaleza y sus formas y fue la curiosidad del hombre la que lo llevo a ahondar sobre ella perfeccionándola cada vez más y usándola para dar solución a sus necesidades.

Otros autores afirman lo siguiente:

Observamos también patrones geométricos en las piezas de alfarería, en la construcción de carpas y de chozas, y en sus adornos y motivos decorativos. Podemos afirmar que estos primeros grupos de seres humanos no habían tomado cursos de matemáticas ni nada que se le pareciera, y que todas estas nociones se transmitían oralmente en forma indirecta, ligadas a su utilidad inmediata, sin una reflexión sobre las ideas geométricas subyacentes. Pero este conocimiento de la geometría -impreciso, intuitivo, imperfecto- era el que introducía cambios y mejoras en las técnicas y herramientas que necesitaban para sobrevivir. (Pinasco, et al. 2009, p.12)

De allí la importancia de su estudio y entendimiento y el papel que juega en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

El arte como herramienta de apoyo en la enseñanza de las matemáticas

Gardner (1987) propone que el mundo que nos rodea es simbólico y que existen partes en el cerebro del ser humano que trabajan ese simbolismo desde la creatividad lo que define como pensamiento artístico.

Su postulado se basa en que "...Langer sostenía que el ser humano tiene una necesidad básica e intensa de simbolizar, de inventar significados y de investir de sentido al propio mundo." (Gardner, 1987, p. 68)

Es aquí en donde inicia la comparación de la ciencia y arte como estructuras semejantes en el sentido de que permiten el conocimiento del ser humano sobre todo lo que nos rodea, permitiendo así salir de la concepción de que la ciencia está muy por encima de las artes y otorgándole a las artes su papel innegable dentro del carácter intelectual.

"El arte en general, es discurso, entendido éste como procedimiento racional-intelectual, al igual que la ciencia y la historia" (Sánchez, 1996, p. 19).

Idea que apoya Elliot Eisner quien afirma que los sentidos y las percepciones generan en los individuos aprendizajes desde sus experiencias individuales, es decir que los sentidos hacen parte de conocimiento.

"Lo que nosotros buscamos en educación es el cultivo de la inteligencia en las diversas formas en que es capaz de operar" (Eisner, 1994, p. 76)

Otro referente que impulsa el sentido que el arte le da al conocimiento es abordado desde los materiales y su manipulación, que como lo indica Diaz (2002), el manipular materiales estimula los procesos de investigación y facilita la relación que los estudiantes tienen con los objetos que los pone en contacto con contenidos y objetivos de aprendizaje. (p.47)

“...debemos ser conscientes del potencial que nos ofrecen los materiales que, en principio no han sido diseñados para el aprendizaje de las matemáticas. De esta forma estaremos demostrando que a los alumnos que hay matemáticas en otras áreas...” (Bejarano, 2015, p.13)

Justamente María Montessori en “el método de la pedagogía científica” señala que el uso de materiales es fundamental al interior de su método el cual consiste en que los niños deben experimentar con la manipulación de objetos para lograr procesos de aprendizaje.

Montessori (1968) afirma “el niño, que ha aumentado su propia independencia con la adquisición de nuevas capacidades, solo puede desarrollarse normalmente si tiene libertad de acción” p.(64)

Si se respeta y aprecia el logro alcanzado por cada estudiante según su ritmo de aprendizaje ,entonces no se incita la competencia entre estudiantes.

Está claro que con las manos los niños manipulan los materiales que les permite un acercamiento al aprendizaje mediante el tacto , la visualización , la creación, la exploración, descubrimiento que motivan al niño a aprender y despertando su curiosidad .

Fernández (2007) identifica capacidades que se deben tener en cuenta frente al desarrollo de pensamiento lógico-matemático como: la observación, la imaginación, la intuición y el razonamiento lógico. Esto nuevamente ubica el pensamiento simbólico del estudiante el cual se puede potencializar a través de expresiones artísticas que aporten a la comprensión de las matemáticas en contextos como la geometría.

Relación de expresiones artísticas con las matemáticas

Pintura y Matemáticas:

La pintura está basada en formas geométricas desde el punto, pasando por la línea y llegando al desarrollo de cuerpos específicos de la geometría como una esfera, por ejemplo.

“El cubismo, en cambio, descompuso los contornos en segmentos y los internos en piezas triangulares o cuadrangulares, que en geometría euclídea están determinados respectivamente por parejas, tríos o cuartetos de puntos”. (Magistrali, 2019, p.99)

Música y matemáticas:

Uno de los primeros en identificar su relación fue Pitágoras quien relaciono la armonía con los números y escribió la escala con cuerdas explicando su longitud, que es lo que se reconoce como octava o quinta, Descartes por otro lado se dio a la tarea de analizar las vibraciones de las cuerdas musicales.

Pero si tomamos en cuenta teorías más recientes es Bejarano (2015) quien señalo la posición de Liern y Queralt quienes postulan que “Las matemáticas son la herramienta fundamental para el tratamiento de los procesos físicos que genera la música: la manera de elegir las notas musicales, su disposición, sus tonalidades, los tiempos...son pura matemática” (Liern y Queralt, 2008, p.4)

Escultura y matemáticas

La escultura se puede observar en la matemática desde la asimetría y la proporcionalidad, de hecho, existe en muchas esculturas conceptos directos de las matemáticas ya que sus formas son curvilíneas o rectas.

Danza y matemáticas

Frente a las danzas y las matemáticas Bejarano (2015) menciona que “Según Galeet Westreich (2005): La danza y las matemáticas se relacionan a través del tiempo en el espacio... En la danza pueden verse como toda suerte de combinaciones de círculos y líneas...es decir geometría...”(p.23)

Pintura y Matemáticas

La matemática ha inspirado a varios artistas a crear sus obras a través de ella, utilizando diferentes conceptos sobre todo en el área de la geometría Romero (2018) señala que:

Son muchos los artistas que han utilizado las matemáticas para crear sus obras., ya desde las pinturas rupestres echaban mano de forma intuitiva a conceptos como la proporción, las distancias, la dirección de las flechas, la cantidad etc. En la antigua Grecia se preocuparon mucho por las proporciones armoniosas, la simetría. Pero es en el Renacimiento cuando verdaderamente los artistas tienen y aplican conocimientos de la matemática y la física, la química de los colores etc. Por primera vez la perspectiva se hace teoría matemática con Piero Della Francesca. Pero los conceptos matemáticos no sólo han servido como soporte técnico para la creación sino que ellos mismos han sido plasmados de forma explícita en las obras de artistas como Durero, Leonardo da Vinci, Picasso, Dalí, Escher. (p.5)

Literatura y matemáticas

La literatura es una de expresiones artísticas más antiguas y algunos poetas y escritores han relacionado conceptos matemáticos en sus obras como por ejemplo Pablo Neruda quien utiliza simbolismo.

“Las manos del día, poemario de 1968, está estructurado y construido a base de una palabra-objeto-símbolo: la mano. La obra contiene cuatro poemas.” (Suarez, p.75)

https://escholarship.org/content/qt6p18t8k7/qt6p18t8k7_noSplash_eaa31608bdcefc0beeea9e5e2c8ab548.pdf?t=meiba1

A continuación se muestra un poema de Pablo Neruda citado en Zapico y Tajeyan (2014):

“2 8 3 2 5 6 7 4 5 4 93

Una mano hizo el número.

Juntó una piedrecita con otra,

un trueno con un trueno,

un águila caída con otra águila,

una flecha con otra

y en la paciencia del granito una mano hizo dos incisiones,

dos heridas, dos surcos: nació el número”. p(13)

En el poema queda el deseo de expresar la génesis del número desde las figuras literarias propias de la poesía.

Modelos de enseñanza aplicables a las matemáticas

El aprendizaje significativo es uno de los enfoques más implementados hoy por hoy en los modelos de enseñanza educativos, como lo menciona Guarinos y Montiel:

La significatividad tiene que ser entendida en un doble sentido: significatividad epistemológica, es decir, que la propia materia presente un nivel de comprensión que sea asimilable por el alumno; y significatividad psicológica, en cuanto que presente un interés o una motivación para el alumno, es decir, que provoque/requiera su atención pues, si se comienza por unos planteamientos básicos pero que entren en conflicto con lo que el alumno ya conoce, estos permitirán integrar los conceptos que vendrán posteriormente, y con ello aumentará la probabilidad de que se produzca un aprendizaje significativo. (p.7)

Este aprendizaje basado en el enfoque cognitivista estructuralista busca intervenir en la estructura mental del estudiante para generar cambios en su esquema de pensamiento.

“Las teorías estructuralistas parten de la idea de que el sujeto tiene una estructura mental que le permite organizar las experiencias que ha vivido hasta entonces. Cuando este sujeto se relaciona con nuevos problemas del entorno, los relaciona con las experiencias previas. La primera tendencia es interpretar estos problemas y buscar soluciones por medio de las estructuras y conocimientos previos. A este proceso lo llama Piaget asimilación” (Flores, 2001, p.5)

Por otro lado, el modelo constructivista basa el aprendizaje en las experiencias obtenidas por los estudiantes, lo que permite que la construcción del conocimiento sea efectiva al verlo representado en contextos reales como una herramienta de importancia para la enseñanza de las matemáticas.

“El constructivismo es una teoría del conocimiento utilizada para explicar cómo sabemos lo que sabemos. El constructivismo explica cómo el individuo crea significados a partir de sus propias experiencias” (Saldarriaga, 2012, p.7)

Por otra parte, se tienen las estrategias a trabajar según la temática y la habilidad a potencializar:

Primero la resolución de problemas, para la asignatura de matemáticas esta estrategia es de vital importancia ya que busca el análisis de situaciones problema con el fin de determinar su solución aplicando saberes científicos matemáticos, la dinámica se basa en que el docente presente situaciones problema en contextos reales y en principio analice y solucione con los estudiantes estas situaciones para mostrarles cómo se aborda y estructura los procesos a seguir para que después los estudiantes logren hacerlo solos. Una definición de esta situación problema

la da Vega (1992) “aquella que exige que el que la resuelva comprometa en una forma intensa su actividad cognoscitiva. Es decir, que se emplee a fondo, desde el punto de vista de la búsqueda activa, el razonamiento y elaboración de hipótesis, entre otras” (p. 15).

Dentro de la solución de problemas se tiene el método de Pólya que presenta cuatro etapas: comprender el problema, trazar un plan para resolverlo, poner en práctica el plan y comprobar los resultados.

“Pólya (1945) Advirtió que, para entender una teoría, se debe conocer cómo fue descubierta. Por ello, su enseñanza enfatizaba en el proceso de descubrimiento aún más que simplemente desarrollar ejercicios apropiados” (Saldarriaga, 2012, p.9)

Otro aporte a los modelos de enseñanza aplicables a las matemáticas es el aprendizaje por descubrimiento, Brunner (1966) propone que las actividades diseñadas para que el estudiante manipule objetos por más simple que sea, permiten el descubrimiento de principios y soluciones matemáticas y de esta manera el proceso de aprendizaje va de lo concreto a lo abstracto, siempre teniendo en cuenta que el material empleado tenga una función específica dentro del proceso de enseñanza aprendizaje.

De igual manera tenemos el aporte de las jerarquías de aprendizaje de Gagné (1970), quien propone que organizar las tareas a realizar desde su complejidad permite tener más éxitos frente a los resultados, se debe tener en cuenta tres pasos, primero los conocimientos previos que debe tener el estudiante para abordar los nuevos, segundo delimitar los conceptos que se quieren abordar y por último la organización jerárquica de las tareas a realizar yendo de la más fácil a la más complicada.

En cuanto al modelo Brander y Grinder contemplado en el manual de estilos de aprendizaje (2004), se tiene que uno de los sistemas de representación es el kinestésico, el cual determina que algunas personas aprenden más fácilmente a través de los sentidos y el movimiento de sus músculos, lo que permite que lo que se aprende jamás se olvide, aquí se tiene en cuenta el ciclo de aprendizaje de Kolb, quien propone el aprendizaje desde cuatro capacidades:

- Capacidad de Experiencia Concreta: Enfrentarse a problemas nuevos sin reparos.
- Capacidad de Observación Reflexiva: Reflexionar sobre las experiencias.
- Capacidad de Conceptualización Abstracta: Integrar nuevos conceptos a conocimientos formales ya construidos.
- Capacidad de Experimentación Activa: Tomar decisiones y solucionar problemas con iniciativa.

Para la escuela actual estos modelos de enseñanza deben estar permeados por una educación matemática crítica señalo Valero, 1999, como se citó en Pachón, 2013, “La Educación Matemática Crítica (EMC) presenta una alternativa para la educación matemática en la que se plantea dar prioridad a las dimensiones política y social en el proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas” (p.1)

Ya que se debe incentivar al estudiante a relacionarse con todos los ámbitos de desarrollo del individuo y no solamente en lo cognitivo sino también en lo social y político.

Aspectos metodológicos

El marco metodológico como lo menciona Balestrini (2006) “Es el conjunto de procedimientos lógico, tecno-operacionales implícitos en todo proceso de investigación, con el objeto de...sistematizarlos; ap propósito de permitir descubrir y analizar los supuestos del estudio y de reconstruir los datos a partir de los conceptos teóricos” p (125). Es decir, es la organización estructurada de cada uno de los pasos a seguir para llegar a la interpretación del objeto de la investigación.

Descripción General del método

La base para la consolidación de esta metodología es el enfoque cualitativo el cual tiene por objetivo analizar experiencias y reflexionar e interpretar realidades al interior de múltiples contextos.

“Los métodos cualitativos de investigación son particularmente apropiados para conocer los significados que las personas asignan a sus experiencias (Hoshmand, 1989; Polkinghorne, 1991). Con la finalidad de clarificar y generar un sentido de entendimiento...” (Hernández Sampiere, 2014 p.515)

Al ser esta monografía una consolidación de las experiencias dadas del aprendizaje de la geometría a través de técnicas artísticas es precisamente el enfoque cualitativo el que permite estructurar la metodología porque haciendo una revisión de las propuestas que se encontraron no existe un consolidado general de la enseñanza de la geometría desde la perspectiva de técnicas artísticas.

Seguidamente se encontró que la teoría fundamentada perteneciente al enfoque cualitativo permite explicar las interacciones en el aula bajo el contexto de la enseñanza de la geometría a través del uso de herramientas artísticas como ruta didáctica.

“ La teoría fundamentada es un diseño y un producto...produce una explicación general o teoría respecto a un fenómeno, proceso, acción o interacciones que se aplican a un contexto concreto y desde la perspectiva de diversos participantes (Taylor y Francis, 2013)...”
(Hernández Sampiere, 2014 p.472)

Dentro de estos métodos cualitativos Hernández propone diferentes diseños, para este caso en particular nos atañe el diseño de la teoría fundamentada, ya que se basa en teorías que buscan la explicación de un fenómeno y cuyo objeto de estudio es la interacción o procesos entre los individuos.

Justificación del enfoque metodológico

Se define bajo el enfoque cualitativo y pertenece al diseño de la teoría fundamentada ya que se basa en la recolección de datos que es tomada de fuentes documentales y emplea la teoría sustantiva, Hernández (2014) sugiere que: “ La nueva teoría se contrasta con la literatura previa (Tucker-McLaughlin y Campbell, 2012) y es denominada sustantiva o de rango medio porque emana de un ambiente específico” (p. 472), por lo tanto, al tener un ámbito determinado para esta investigación este enfoque aporta a la interpretación de nuevas visiones sobre las didácticas que surgen para optimizar procesos de enseñanza de las matemáticas específicamente la geometría en niños de nivel educativo de básica.

De otra parte el enfoque permite el análisis individual de cada propuesta llevada al aula las cuales se convierten en un todo al interior de la investigación y no en variables, que busca la

comprensión detallada de cada uno de los aspectos de las investigaciones que se seleccionaron para la construcción de esta monografía. Que por ser investigaciones humanistas el enfoque permite observar como influyen en el aprendizaje de los estudiantes y en su concepción sobre la clase de matemáticas.

Como lo sugiere Quecedo y Castaño (2002) :

El diseño cualitativo, se adapta especialmente bien a las teorías sustantivas, ya que facilita una recogida de datos empíricos que ofrecen descripciones complejas de acontecimientos, interacciones, comportamientos, pensamientos... que conducen al desarrollo o aplicaciones de categorías y relaciones que permiten la interpretación de los datos. En este sentido el diseño cualitativo, está unido a la teoría, en cuanto que se hace necesario una teoría que explique, que informe e integre los datos para su interpretación. (p.12)

Las teorías sustantivas comunican conceptualmente un estudio y es precisamente en el entorno de la enseñanza en donde son mayormente aplicadas ya que son referentes de realidades concretas que en compañía de la teoría fundamentada busca categorizar esas realidades y analizarlas dentro de un contexto específico.

“La teoría fundamentada tiene como rasgo principal que los datos se categorizan con codificación abierta, luego el investigador organiza las categorías resultantes en un modelo de interrelaciones (codificación axial), que representa a la teoría emergente y explica el proceso o fenómeno de estudio (codificación selectiva)”(Hernández Sampierie, 2014, p.475)

Por ende teniendo en cuenta que el presente documento busca el fortalecimiento de la apropiación del conocimiento y la formación de talento humano docente a través de referenciar

dinámicas que se han generado en el aula a través del uso de técnicas artísticas para la enseñanza de la geometría el enfoque cualitativo desde la teoría fundamentada permite elaborar un diseño sistemático basado en el procedimiento de Corbin y Strauss 2007 como lo menciona Hernández (2014) exponiendo su estructura a través de la siguiente imagen.

Figura 26

Proceso de un diseño sistemático perteneciente al enfoque cualitativo de teoría fundamentada

Figura 15.1 Proceso de un diseño sistemático.



Nota: Tomada de Hernández-Sampieri, R.(2014). El diseño sistemático Corbin y Strauss [Diagrama]. En Metodología de la Investigación México. Mc Graw Hill. : <https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf>

Donde el proceso inicia con la recolección de datos en donde se discriminaron de una basta masa documental aquellos referentes que aportaban de manera significativa a la construcción de este documento, la codificación abierta en donde se generaron las categorías las cuales se seleccionaron según la relevancia al interior del planteamiento, luego la relación entre categorías y/o teorías denominada codificación axial, seguido a esto se desarrollaron las comparaciones entre estas categorías y/o teorías proceso de nominado codificación selectiva para al final redactar el presente documento que busca vincular a las categorías con la

descripción del proceso del desarrollo de didácticas encaminadas a la enseñanza de la geometría a través del uso de técnicas artísticas.

A continuación, se explica cada una de las etapas basadas en el diseño sistemático:

Etapas 1

Discriminación y recolección de masas documentales referentes a la trayectoria de la Geometría en Europa, Latinoamérica y Colombia incluyendo culturas indígenas y proyectos de investigación de autores en Colombia, Latinoamérica y Europa referentes a rutas didácticas basadas en el arte para la enseñanza de los pensamientos espacial y métrico.

Etapas 2

La realización del estado de arte en donde se clasifican las investigaciones recopiladas por pensamiento geométrico (espacial y métrico) y técnica artística utilizadas para el desarrollo de dichos pensamientos.

Etapas 3

Análisis del contenido asociado al cumplimiento de los objetivos respecto al aporte de las técnicas artísticas a la enseñanza de las matemáticas en el contexto de los pensamientos espacial y métrico.

Instrumentos de recolección de datos

La recolección de datos busca recopilar información y analizarla con el fin de dar conclusiones, para esta investigación por ser de enfoque cualitativo se emplearon como instrumentos de recolección de datos: un análisis de contenido documental y una correlación de información, esto con el propósito de comparar la información según el objetivo de la monografía.

Adicionalmente a ello se tiene que por ser de enfoque cualitativo la recolección de datos busca principalmente obtener ideas, reflexiones y motivaciones que para el presente documento se hizo bajo el método de mantenimiento de registros ya que permite recolectar información de documentos confiables preexistentes y relevantes y compararlos con fuentes similares.

Como menciona Alfonso (2012):

El análisis documental se desarrolla en cinco acciones, a saber: (a) rastrear e inventariar los documentos existentes y disponibles; (b) clasificar los documentos identificados; (c) seleccionar los documentos más pertinentes para los propósitos de la investigación; (d) leer en profundidad el contenido de los documentos seleccionados, para extraer elementos de análisis y consignarlos en memos o notas marginales que registren los patrones, tendencias, convergencias y contradicciones que se vayan descubriendo; (e) leer en forma cruzada y comparativa los documentos en cuestión, ya no sobre la totalidad del contenido de cada uno, sino sobre los hallazgos previamente realizados, a fin de construir una síntesis comprensiva total, sobre la realidad humana analizada. (p.1)

Esta recolección permitió indagar sobre reflexiones realizadas por parte los docentes de matemáticas al llevar a cabo estrategias didácticas innovadoras en el aula a través del trabajo transversal con técnicas artísticas para optimizar los procesos de aprendizaje, el desarrollo de pensamiento métrico y espacial y los niveles de motivación en los estudiantes.

Categorización

Dentro del diseño sistémico base del enfoque metodológico para la investigación cualitativa de teoría fundamenta, la categorización se basa en la codificación abierta que como lo indica Hernández Sampieri (2014) la codificación abierta genera categorías, “el investigador

selecciona la que considera más importante la sitúa en el centro del proceso o planteamiento que se encuentra en exploración (se le denomina categoría central, categoría eje o fenómeno clave)”.
p.(474)

Las categorías tienen diferentes funciones según el enfoque del investigador, para este caso se tendrá en cuenta propuesto las condiciones contextuales propuestas por Hernández.

“Condiciones contextuales (categorías que forman parte del ambiente o situación y que enmarcan a la categoría eje, que pueden influir en cualquier categoría incluyendo la principal)”.
(Hernández Sampieri, 2014, p.474)

Durante el desarrollo de la monografía se organizaron categorías frente a las masas documentales de investigación e intervención en el aula, discriminando la información en primera medida por tipo de pensamiento matemático (categorías principales) a desarrollar y categorías que enmarcan el eje que son los objetos geométricos de estudio y técnicas artísticas utilizadas para la implementación de las actividades de intervención.

Tabla 2 Categorías enmarcadas en el análisis de la bibliografía abordada

Categorías	Objetos de estudio	Técnicas artísticas
Pensamiento Espacial	Organización espaciotemporal. Geometría Topológica. Proyecciones. Nociones espaciales Euclídeas. Coordinación Rotación, traslación, reducción y ampliación	Esculturas Dibujo artístico Teatro Danza

Pensamiento Métrico	Contraste entre realidad y representación. Reconocimiento de objetos. Conservación y medida: Magnitudes de longitud, área y volumen.	Teselaciones Arquitectura Pintura Esculturas Dibujo técnico (curvas de Bezier)
---------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------

Nota: Categorías que relacionan el tipo de pensamiento matemático a trabajar, los objetos de estudio y las técnicas artísticas empleadas como herramientas de apoyo. Fuente: Propia.

Resultados

Los hallazgos realizados a través de esta revisión bibliográfica revelan que el hombre desde su misma existencia ha establecido relaciones de todo aquello que lo rodea con la geometría, en función de la solución a múltiples necesidades que van desde las construcciones que le han permitido a lo largo de los años refugiarse del clima por ejemplo, hasta su uso en el arte para demostrar sus habilidades en el desarrollo de la comunicación de sus pensamientos.

Con relación al arte y las matemáticas se plantea: «... las matemáticas como quehacer humano pueden volverse profundamente satisfactorias, y aún apasionantes, porque están más cerca de las artes que de las ciencias. En efecto, los verdaderos matemáticos practican sus matemáticas como arte» (Vasco 2006, p. 23). (González , 2020, p.360)

De aquí que la geometría ha sido fundamental para el desarrollo del ser humano en diferentes contextos y por ende es necesario potenciar las habilidades de pensamiento de la geometría.

Esta tarea le pertenece al ámbito educativo que debe estar a la vanguardia de los cambios que los procesos de enseñanza aprendizaje tienen constantemente y que obligan a repensar y reconstruir la manera en la que se enseña.

Esto ha repercutido en muchos docentes quienes comprometidos con el cumplimiento de los objetivos de aprendizaje han diseñado rutas didácticas pensadas en mitigar problemas de aprendizaje como la desmotivación, la desconcentración, el desinterés y la mala concepción que se tiene sobre el aprendizaje de la geometría, empleando como recurso el uso de técnicas artísticas que lleven al estudiante a un aprendizaje de la geometría con mayor dinamismo.

“En una demostración matemática se despiertan sentimientos y cambios de estado de ánimo que también se encuentran al crear una obra de arte, siendo éste, el verdadero valor de motivación” (González, 2020, p.369)

Por consiguiente la recopilación bibliográfica del análisis de masas documentales sobre estrategias didácticas para la enseñanza de la geometría a través del uso de técnicas artísticas discriminadas, organizadas y categorizadas se convierten en referente de consulta para el docente.

La monografía busca poner en disposición un documento que recopila diseños de rutas didácticas llevados al aula que implementan el uso de técnicas artísticas para la enseñanza de la geometría cuyos resultados evidencian la optimización de: procesos de aprendizaje, habilidades de pensamiento métrico y espacial y los niveles de motivación de los estudiantes.

Adicional a esto el documento incluye un transitar por la trayectoria de la matemática en función del arte y viceversa que también busca convertirse en referente para abordar la enseñanza de los objetos matemáticos a través del arte con el componente histórico que permitirá identificar la importancia que tiene para el desarrollo del hombre la matemática y la expresión artística lo que apoya a la transferencia de conocimiento en los estudiantes.

Discusión

El diseño de rutas didácticas implementando técnicas artísticas no solo abren el espacio a procesos de aprendizaje divertidos y llamativos de la geometría sino que hace de la matemática algo tangible, que permite obtener excelentes resultados en los estudiantes frente a la adquisición de competencias matemáticas y el desarrollo de los pensamientos geométricos (espacial y métrico), además de afianzar procesos comunicativos y sociales.

Como menciona González (2020):

Para lograr resultados satisfactorios en el aprendizaje del contenido geométrico, debe existir una colaboración entre matemáticos y artistas; aunque no se asista a un nuevo Renacimiento, sin embargo, se puede esperar resultados interesantes entre ambas. Para dar una idea cada vez mayor de la importancia de este aspecto visual, basta recordar los congresos que se han celebrado en el Mathematical Science Research Center (MSRI) de Berkeley desde 1988, el año siguiente al inicio del Geometry Supercomputer Project en la Universidad de Minnesota en Minneapolis. (p.370)

Por lo tanto es importante presentarle este tipo de estrategias de enseñanza de las matemáticas a los docentes, como herramienta de consulta para quienes buscan dinamizar los procesos de aprendizaje de la geometría en el aula a partir del uso de técnicas artísticas e inspirarse para diseñar sus propias rutas didácticas basadas en el arte no solo en el nivel de básica sino que debe trascender a todos los niveles educativos.

Estas prácticas y dinámicas didácticas llevadas al aula deben estar permeadas por la teoría, que para esta monografía se enfocó en mostrar aquellos referentes que demuestran como

el arte y la geometría están estrechamente ligadas desde el inicio de la humanidad, esto posibilita que el proceso de aprendizaje también presente un enfoque social y cultural que permita a los estudiantes ampliar su visión frente a cómo la geometría ha jugado un papel fundamental en el desarrollo del hombre y cómo sus aplicaciones están presentes en todos los contextos del ser humano.

De esta manera el estudiante podrá construir su conocimiento siendo consciente de la magnitud de lo que aprende y la utilidad en su entorno y que haya una real transferencia del conocimiento. Como lo afirma Camarena (2004) para fraseando a Ausubel:

El término de transferencia del conocimiento también empleado por Ausubel, lo sustenta en su teoría sobre aprendizajes significativos, entendidos como aquellos que tienen significado o sentido para el estudiante. Para determinar la significancia del contenido a enseñar, Ausubel establece que el nuevo conocimiento deberá de ser relacionado con otros conocimientos familiares, en donde los elementos sustanciales son en relación con la disciplina que está en tratamiento. (p.160)

Entonces es un compromiso docente compartir sus experiencias con la comunidad educativa para promover ideas y prácticas que animen a reducir los problemas de aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes y de esta manera aportar a mejorar el ejercicio docente que es el recurso humano de la educación.

Conclusiones y recomendaciones

La presente monografía se ha dedicado a hacer un recorrido por las diferentes estrategias de enseñanza para el desarrollo de los pensamientos espacial y métrico apoyado en las técnicas artísticas centradas en masas documentales que presentan diferentes rutas didácticas.

Durante el desarrollo del trabajo se han alcanzado los objetivos inicialmente planteados.

Se hizo revisión de los referentes teóricos y documentación especializada en procesos de enseñanza de los pensamientos espacial y métrico representados en proyectos de intervención en el aula que emplean técnicas artísticas como herramienta motivadora para los estudiantes frente a sus procesos de aprendizaje de las matemáticas.

Se identifico el alcance de los diferentes procesos de enseñanza de los pensamientos espacial y métrico a través de uso de técnicas artísticas, en donde los autores de cada investigación concuerdan en concluir que el uso del arte apoya en el aprendizaje de la geometría ya que se presenta como una herramienta que dinamiza los procesos de enseñanza aprendizaje. Lo que nos lleva a que las diferentes rutas didácticas arrojaron resultados positivos en el desarrollo de competencias de los pensamientos espacial y métrico gracias a la convergencia que se logra entre la geometría y el arte.

El análisis de los documentos que fueron insumo para esta monografía permitió establecer los componentes transversales de los procesos de enseñanza de los pensamientos espacial y métrico apoyado en el uso de técnicas artísticas, debido a que se identificaron aquellas corrientes artísticas y por supuesto artistas cuyos estilos y obras están basadas en elementos geométricos presentes en diferentes tipos de expresiones como por ejemplo: la pintura, las artes escénicas, las manualidades y el dibujo.

Dentro la construcción de esta monografía se logró mostrar claramente los componentes transversales de cada uno de los mecanismos en los procesos de enseñanza-aprendizaje de los pensamientos espacial y métrico apoyado en el arte, en donde se realizó la división por pensamiento y se explicó la técnica artística empleada y los objetivos de aprendizaje que los investigadores tuvieron en cuenta para sus planteamientos, en cada una de las actividades que hacen parte de las propuestas de intervención de todas las investigaciones seleccionadas como materia para el presente documento.

Por último se concluye que gracias a este recorrido documental esta tesis se constituye como insumo importante en el campo del aprendizaje de la geometría para niños en nivel básico.

A partir de los resultados alcanzados con la recopilación de diferentes rutas didácticas implementando el arte para optimizar los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría para el nivel educativo básica se recomienda:

- Seguir haciendo revisión bibliográfica ya que la masas documentales para este contexto es bastante extensa, para incluir aquellas que se quedaron por fuera y que siguen siendo pertinentes para continuar con esta recopilación y así se vaya ampliando el insumo y agregando el nivel de educación media para ofrecerlo como una herramienta de consulta para aquellos docentes de matemáticas que estén interesados en motivar a sus estudiantes por el aprendizaje de la geometría de un manera didáctica a través del arte, que dinamiza los procesos en el aula y se muestra de gran interés para los estudiantes.
- Impulsar a los docentes de matemáticas a seguir diseñando intervenciones en el aula que cambien la concepción de los estudiantes sobre lo dispendioso que es aprender matemáticas y de esta manera aportar en el cumplimiento de los objetivos de aprendizaje

y a la adquisición de competencias vitales para el desarrollo de la vida de nuestros estudiantes.

Referencias

- Alfonzo, N. (2012). Técnicas e instrumentos de recolección de datos cualitativos. Recuperado de: <https://www.monografias.com/trabajos93/tecnicas-e-instrumentos-recoleccion-datos-cualitativos/tecnicas-e-instrumentos-recoleccion-datos-cualitativos>
- Arias, F. (2000). Introducción a la Metodología de Investigación en ciencias de la administración y del comportamiento. México: Trillas. Recuperado de: http://www.formaciondocente.com.mx/06_RinconInvestigacion/01_Documentos/El%20Proyecto%20de%20Investigacion.pdf
- Ayarza, V. (2010). La geometría en el arte Kuna. Centro de Ukupseni/Programa de Acción Para la Erradicación del Trabajo Infantil y Adolescente Peligroso en Niñas, Niños y Adolescentes Kunas. Recuperado de <http://www.etnomatematica.org/publica/libros/geomola-pub.pdf><http://www.etnomatematica.org/publica/libros/geomola-pub.pdf>
- Balestrini, M. (2006). Cómo se Elabora un Proyecto de Investigación. (Séptima edición). Caracas: Editorial Consultores Asociados BL. Recuperado de: https://www.academia.edu/32672800/Como_Se_Elabora_El_Proyecto_de_Investigacion_Ballestrini_7ma
- Bejarano García María, Las matemáticas y el arte: propuesta de intervención en Educación Infantil. Universidad Internacional de La Rioja Facultad de Educación. 2015. Recuperado de: https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2870/Maria_Bejarano_Garcia.pdf
- Benito, E. (2016). La geometría como lenguaje de las formas. Recuperado de: https://oa.upm.es/43027/1/EMILIA_MARIA_BENITO_ROLDAN_01.pdf
- Bozzano, P. Sanchez, P (2017). Arte y Matemática, escenarios Multi E Inter Disciplinarios en el aula de la escuela secundaria. Recuperado de: <http://www.fba.unlp.edu.ar/ciepaal/wp-content/uploads/2017/10/11.12.-ARTE-Y-MATEMA%CC%81TICA-ESCENARIOS->

MULTI-E-INTER-DISCIPLINARIOS-EN-EL-AULA-DE-LA-ESCUELA-
SECUNDARIA.pdf

Bruner, J. (1966). *Toward a Theory of Instruction*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Recuperado de:

https://books.google.com.sv/books?id=F_d96D9FmbUC&printsec=frontcover&source=gs_atb#v=onepage&q&f=false

Buelvas, V. & Rodríguez, U. (2017) *El Manual del Tesista: consejos prácticos para que termines tu tesis en un mes*. Bogotá: UVR correctores de textos. Recuperado de:

<https://pdfcoffee.com/el-manual-del-tesistapdf-5-pdf-free.html>

Bulnes, A. González, D. Piña, J. Berhein, L. Ramos, R. (19 de julio 2017). Todo lo que tienes que saber sobre Hunab Ku o Tloque Nahuaque, dador del movimiento y la medida. Matador Network. Recuperado el 18 de abril de 2022 de <https://matadornetwork.com/es/hunab-ku-dios-movimiento-medida/>

Castañeda, M. Rolong, I. (2020). *Propuesta Interdisciplinaria en las Áreas de artística y matemática para el desarrollo del pensamiento espacial y métrico*. Universidad de la Costa. Recuperado de:

<https://repositorio.cuc.edu.co/bitstream/handle/11323/7496/PROPUESTA%20INTERDISCIPLINARIA%20EN%20LAS%20AREAS%20DE%20ARTISTICA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Camarena, P. (2004). *La transferencia del conocimiento: ecuaciones diferenciales parciales hacia una cuerda que vibra*. Acta latinoamericana de matemática educativa – Vol 17. México.

Recuperado de:

<http://funes.uniandes.edu.co/6283/1/CamarenaLatransferenciaAlme2004.pdf>

Constitución Política de Colombia 1991. Art. 27. Art.67. 4 de julio de 1991 (Colombia).

Dávila, A y Sosa, M. (2012). Etno-Matemática en Indígenas Ulwas, Comunidad De Karawala.

Revista Ciencia e Interculturalidad. Vol 11. Recuperado de:

<https://www.camjol.info/index.php/RCI/article/view/960/771>

Dávila, A; Sosa, M. (2012). Jícara [Fotografía]. Nasca o Tramoá [Fotografía]. Etno-Matemática en Indígenas Ulwas, Comunidad De Karawala. p.79-8. Recuperado de:

<https://www.camjol.info/index.php/RCI/article/view/960/771>

Daza, A. (2020). El arte como didáctica de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Universidad de Los Andes. Recuperado de:

[https://repositorio.uniandes.edu.co/bitstream/handle/1992/50912/23306.pdf?sequence=1&isAllowed=y#:~:text=Utilizar%20el%20arte%20como%20herramienta,de%20Calidad%22%20\(ICSE\)](https://repositorio.uniandes.edu.co/bitstream/handle/1992/50912/23306.pdf?sequence=1&isAllowed=y#:~:text=Utilizar%20el%20arte%20como%20herramienta,de%20Calidad%22%20(ICSE))

Díaz Rodríguez, M. D. (2002). Organizar el aula en Educación Infantil. Mairena del Aljarafe (Sevilla). Recuperado de: <https://docplayer.es/6238489-Organizar-el-aula-educacion-infantil-mariaa-dolores-diaz-rodriguez-m-e-consejeria-de-educacion-y-ciencia.html>

Decreto 1860 1994. Ministerio de Educación Nacional por el cual se reglamenta parcialmente la ley 115 de 1994, en los aspectos pedagógicos y organizativos generales. Art. 7 Art. 35. 5 de agosto de 1994 (Colombia).

Eisner, Elliot. (1994). Cognición y Currículum. Una visión nueva. Amorrortu Editores. Buenos Aires. Recuperado de: <https://campus.fundec.org.ar/admin/archivos/EISNER.pdf>

Esparza, D. (1976). Los cómputos de los aztecas y la geometría. México Tenochtitlan. Editorial Diana. Recuperado de: <https://pdfcoffee.com/qdownload/los-computos-aztecas-y-la-geometria-2-pdf-free.html>

- Fernández Bravo, J. A. (2007). *Aprender Matemáticas. Metodología y Modelos Europeos*. Madrid. Recuperado de:
<https://sede.educacion.gob.es/publiventa/PdfServlet?pdf=VP12221.pdf&area=E>
- Fernández. C & Ruiz. E. (2013). *Unidades didácticas*.
- Fernández, M. (1998). *La profesionalización del docente. Escuela española*. Recuperado de:
http://memsupn.weebly.com/uploads/6/0/0/7/60077005/la_profesionalizacion_del_docente_parte1de4.pdf
- Flores, P. (2001). *Aprendizaje y evaluación en matemáticas*. En Castro, E. (Coord.) *Matemáticas y su Didáctica para la formación inicial de maestros de primaria*. Madrid, Síntesis. Recuperado de:
<https://www.ugr.es/~pflores/textos/cLASES/CAP/APRENDI.pdf>
- Gagné, R. (1970). *Las condiciones del aprendizaje*. Aguilar. Madrid. Recuperado de:
https://www.academia.edu/13256231/LA_TEOR%C3%8DA_DEL_APRENDIZAJE_DE_GAGN%C3%89
- Galindo y Villa, J. (1903). *La escultura nahua. Algunas notas según los monumentos del Museo Nacional de México. Anales Del Instituto Nacional De Antropología E Historia*, 2(1), 195–234. Recuperado de:
<https://revistas.inah.gob.mx/index.php/anales/article/view/6615>
- Galindo y Villa, J. (1903). *Paralelepípedo Azteca [Fotografía]. La escultura nahua. Algunas notas según los monumentos del Museo Nacional de México*. p.217. Recuperado de:
<https://revistas.inah.gob.mx/index.php/anales/article/view/6615>
- Gardner, H. (1987). *Arte, mente y cerebro*. Paidós, Barcelona. Recuperado de:
<https://mediacionartistica.files.wordpress.com/2012/11/arte-mnente-y-cerebro.pdf>
- García ,Y. Mora, M. Rivera, J. Tibaduiza, O.(2017). *Lineamientos para la presentación de trabajos de grado de los programas de especialización de la ECEDU*. Colombia. Recuperado de: *Lineamientos para la presentación de trabajos de grado de los programas de especialización de la ECEDU*.

- Gómez, B. (1991) *Las Matemáticas y el Proceso Educativo*. Didáctica de la Matemática. Madrid: Síntesis. Recuperado de: <https://core.ac.uk/download/pdf/158573379.pdf>
- González, F. (2020). *La Matemática y el Arte en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría*. Universidad Antonio Nariño. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/22413/2/Gonzalez2020La.pdf>
- González, P. (2004). *La historia de la matemática como recurso didáctico e instrumento de integración cultural de la matemática historia de la matemática para la enseñanza secundaria. estudio crítico de tres obras cumbre de la literatura matemática: los elementos de Euclides el método de Arquímedes la geometría de descartes*. Recuperado de: <https://fdocuments.ec/document/los-elementos-de-euclides-1.html?page=1>
- Guarinos, M y Montiel, I. (2011). *Aprendizaje y desarrollo en la adolescencia. Unidad 2 Desarrollo en el Adolescente (I)*. Universitat Miguel Hernández. Recuperado de: <https://issuu.com/mina.guzmanp/docs/temario-completo>
- Guerrero, A. (2017). *Análisis de nociones geométricas a los tejidos de los chumbes de los indígenas Nasa de Corinto Cauca*. Universidad del Valle. Cali, Colombia. Recuperado de: <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/13597/3469-0525690.pdf?sequence=1>
- Guerrero, A. (2017). *Taw Nasa: Chumbe Nasa*. Cali: cabildo indígena de Toribio y Asociación proyecto Nasa. Recuperado de: <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/13597/3469-0525690.pdf?sequence=1>
- Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C. y Baptista-Lucio, P. (2014). *Cómo se originan las investigaciones cuantitativas, cualitativas o mixtas*. En *Metodología de la Investigación*. México. Mc Graw Hill. Recuperado de: <https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf>
- Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C. y Baptista-Lucio, P. (2014). *Desarrollo de la perspectiva teórica: revisión de la literatura y construcción del marco teórico*. En

- Metodología de la Investigación. México. Mc Graw Hill. Recuperado de:
<https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf>
- Ley 115 de 1994. Por la cual se expide la ley general de educación. Art 5 (5-7). Art 20 (a-c) 8 de febrero 1994.
- Liern Carrión, V., & Queralt Llopis, T. (2008). Música y Matemáticas. La armonía de los números. Servicio de publicaciones de la Federación Española de profesores de Matemáticas. Recuperado de: https://fespm.es/IMG/pdf/dem2008_-_musica_y_matematicas.pdf
- Manual de estilos de aprendizaje. (2004). Colecciones manuales . Recuperado de:
https://biblioteca.pucv.cl/site/colecciones/manuales_u/Manual_Estilos_de_Aprendizaje_2004.pdf
- Magistrali, D. (2019). Historias de Matemáticas. Matemáticas y Arte: una pincelada. Revista de investigación: El pensamiento matemático, Volumen IX, Número 1. Recuperado de:
<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/7035191.pdf>
- Martínez , I. (2018). La enseñanza de las Matemáticas a través del Arte: la pintura y el aprendizaje de la geometría en el segundo ciclo de educación infantil. Recuperado de:
https://idus.us.es/bitstream/handle/11441/81801/194_47505342.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Meneses, G. (2007) El proceso de enseñanza-aprendizaje: el acto didáctico. En: NTIC, Interacción Y Aprendizaje En La Universidad. Universitat Rovira I Virgili. Recuperado de:) El proceso de enseñanza-aprendizaje
- Montessori, M. (1986). La mente absorbente del niño. Recuperado de:
<https://fundaciontorresyprada.org/wp-content/uploads/2022/01/LA-MENTE-ABSORBENTE-DEL-NINO.pdf>
- Micelli, M y Crespo, C. (2014). Una mirada geométrica a diseños de pueblos originarios. El pensamiento del profesor, sus prácticas y elementos para su

formación. p.11-19. Recuperado de:

<http://funes.uniandes.edu.co/18785/1/Micelli2014Una.pdf>

Morley, S.G., and G. W. Brainerd, "THE ANCIENT MAYA", Stanford University Press, Stanford, California, fourth edition, 1983. Recuperado de:

<https://es.scribd.com/document/371703726/Morley-Sylvanus-G-La-Civilizacion-Maya-Parte-I>

Orozco Alvarado, J. C., & Díaz Pérez, A. A. (2018). ¿Cómo redactar los antecedentes de una investigación cualitativa? *Revista Electrónica De Conocimientos, Saberes Y Prácticas*, 1(2), 66–82. Recuperado de:

<https://www.lamjol.info/index.php/recsp/article/view/6611/6341>

Ortiz-García, J. Guía descriptiva para la elaboración de protocolos de investigación Salud en Tabasco, vol. 12, núm. 3, septiembre-diciembre, 2006, pp. 530-540 Secretaría de Salud del Estado de Tabasco Villahermosa, México.

Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/487/48712305.pdf>

Ox Lahun Cimi. Red de Arte Planetaria. (4 de 12 de 2007). *Xochipilli [Ilustración]*. Obtenido de La relacion entre el tzolkin y la flor de la vida: <https://xochipilli.wordpress.com/2007/12/04/la-relacion-entre-el-tzolkin-y-la-flor-de-la-vida/>

Pachón, Y. (2013). El pensamiento crítico en la enseñanza de las matemáticas.

Recuperado de: <https://core.ac.uk/download/pdf/328836713.pdf>

Palacios, L. (2006). El valor del arte en el proceso educativo Reencuentro.

Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Xochimilco Distrito Federal.

México. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/340/34004607.pdf>

Pinasco, J. Amster, P. Santier, N, Laplagne, S y Saltiva I. (2009). Las geometrías. Colección las ciencias naturales y las matemáticas. Ministerio de Educación. Instituto Nacional de Educación Tecnológica. República Argentina. Recuperado de:

<http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL001913.pdf>

Pueblos originarios escritura y simbología. Folio 11 Códice Viena [Ilustraciones Artísticas] por Agostino Aglio (1777-1877), Oaxaca,
[https://pueblosoriginarios.com/meso/oaxaca/mixteca/vindo_anverso.html#!prettyPhoto\[gallery2\]/10/](https://pueblosoriginarios.com/meso/oaxaca/mixteca/vindo_anverso.html#!prettyPhoto[gallery2]/10/)

Quecedo, R. Castaño, C. (2002). Introducción a la metodología de investigación cualitativa
 Revista de Psico didáctica, núm. 14. p. 5-39. Recuperado de:
<https://www.redalyc.org/pdf/175/17501402.pdf>

Recalde, L y Murillo, D. (2016). Los orígenes de la geometría: de la necesidad pragmática a la búsqueda apodíctica. Revista de ciencias.p.99-108 Universidad del Valle. Recuperado de:
https://revistaciencias.univalle.edu.co/index.php/revista_de_ciencias/article/view/4677/82
 83

Romero, P. (2018). Matemáticas en la Pintura. VII Encuentro provisional del profesorado de matemáticas. Recuperado de: https://blogsaverroes.juntadeandalucia.es/viiencuentro-matematicas-sevilla/files/2018/03/C3_VII.pdf

Saldarriaga, Ortiz J. (2012). Modelos Didácticos para la Enseñanza de las Matemáticas Básicas. Recuperado de:
https://www.academia.edu/36682337/MODELOS_DIDACTICOS_PARA_LA_ENSEÑANZA_DE_LAS_MATEMATICAS_BASICAS._INFORME_FINAL_DE_PRCTICA_DOCENTE

Sánchez, Vázquez A. Cuestiones Estéticas y Artísticas Contemporáneas, FCE, México, 1996, p. 292. Tomado de: <https://qdoc.tips/cuestiones-esteticas-y-artisticas-contemporaneas-adolfo-sanchez-vazquez-pdf-free.html>

Sardella, O. (2006). La geometría en las culturas precolombinas. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa Vol 19. p. 121-125. Recuperado de:

<http://funes.uniandes.edu.co/5410/1/SardellaLageometriaAlme2006.pdf>

Secretaría de Educación Pública, (2004). Manual de estilos de aprendizaje. Material auto instruccional para docentes y orientadores educativos. Recuperado de:
https://biblioteca.pucv.cl/site/colecciones/manuales_u/Manual_Estilos_de_Aprendizaje_2004.pdf

Suarez, E. Simbolismo temático y titular en: LAS MANOS DEL DIA. p. 75-81. Recuperado de :
https://escholarship.org/content/qt6p18t8k7/qt6p18t8k7_noSplash_eaa31608bdcefc0beea9e5e2c8ab548.pdf?t=meiba1

Toledo, Y. (1934). Sección Áurea En Arte, Arquitectura Y Música. Recuperado de:

https://matematicas.uclm.es/ita-cr/web_matematicas/trabajos/240/La_seccion_aurea_en%20arte.pdf

Toledo, Y. (1934). Diagrama de Margarita y Girasol [Fotografías]. Sección Áurea En Arte, Arquitectura Y Música. p. 134-135. Recuperado de: https://matematicas.uclm.es/ita-cr/web_matematicas/trabajos/240/La_seccion_aurea_en%20arte.pdf

Tomasini, M. C. (2007). Astronomía, geometría y orden: el simbolismo cosmológico en la arquitectura precolombina. Ciencia y Tecnología, 7, 81-92. Recuperado de:
<https://dspace.palermo.edu/dspace/bitstream/handle/10226/1387/art%2012%20CyT%207%20%20Astronom%c3%ada%20orden%20Tomasini.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Tomasini, M. C. (2007). Pirámide del Castillo [Fotografía] y Complejo E de Uaxactum [Plano]. Astronomía, geometría y orden: el simbolismo cosmológico en la arquitectura precolombina. Ciencia y Tecnología, 7, p.90. Recuperado de:
<https://dspace.palermo.edu/dspace/bitstream/handle/10226/1387/art%2012%20CyT%207%20%20Astronom%c3%ada%20orden%20Tomasini.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Trullen, M. (2006). Matemáticas y Arte: enseñar geometría a través del arte. Recuperado de:

<https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/18566/TFG->

[O%20752.pdf;jsessionid=D10D1B103FC7F6DB8630E6D9B6453961?sequence=2](https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/18566/TFG-O%20752.pdf;jsessionid=D10D1B103FC7F6DB8630E6D9B6453961?sequence=2)

Unidad de Curriculum y Evaluación del Ministerio de Educación. (2020). Proyecto

Interdisciplinario: “Arte Abstracto y Matemáticas”. Ministerio de Educación de Chile.

Recuperado de: https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-227585_recurso_1.pdf

Vega Méndez, C. (1992, diciembre). La Enseñanza de la Matemática en la Escuela Básica a través de la Resolución de Problemas. Enseñanza de la Matemática.

Zapico, I., Serrano, G., Burróni, E., Micelli, M., Tajeyan, S., Vera Ocampo, J., Abregú, P., Villa. del Prat, G. (2006). Matemática en su salsa. Recuperado de:

<https://lugareditorial.com.ar/descargas/libros/978-950-892-420-9.pdf>

Zapico, I. Tajeyan, S. (2014). Literatura en la clase de matemáticas. 1a ed. - Buenos Aires.

Recuperado de: <https://lugareditorial.com.ar/descargas/libros/978-950-892-420-9.pdf>