

**Geometría Plana para Comprender el Trinomio Cuadrado Perfecto: Una Aproximación  
Pedagógica Para Mejorar el Aprendizaje en Matemáticas en los Estudiantes del Grado  
Noveno de la Institución Educativa Santa Fe**

Yina Alejandra Cedeño Díaz

Diana Patricia Reyes Arrieta

Sebastián Rodríguez García

Asesor

Mg. Andrés Fernando Mosquera Díaz

Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD

Escuela de Ciencias de la Educación ECEDU

Licenciatura en Matemáticas

2023

## **Agradecimiento**

Al mirar atrás y contemplar el camino recorrido para culminar este proyecto de grado, nuestro primer y más profundo agradecimiento es para Dios. Él ha sido nuestra fortaleza y guía, dándonos sabiduría, paciencia y la perseverancia necesaria para alcanzar este logro.

Estamos eternamente agradecidos con nuestro asesor Andrés Fernando Mosquera, quien fue más que un mentor académico, siendo un instrumento de aprendizaje y motivación en cada paso de este proceso. Su dirección y consejo fueron vitales para la realización de este trabajo.

Agradecemos a la Universidad Nacional abierta y a distancia, por ofrecernos una plataforma sólida de conocimiento y desarrollo. A todos nuestros profesores, por inculcar en nosotros una pasión por el aprendizaje y la búsqueda constante de la excelencia.

A nuestra amada familia, que han sido el reflejo del amor de Dios en la tierra para nosotros.

Gracias por creer, apoyar y orar por nosotros en cada etapa de este viaje.

Finalmente, a todos los que, de una manera u otra, formaron parte de esta experiencia, le agradecemos desde el fondo de nuestros corazones. Este proyecto es un testimonio de fe, amor, esfuerzo y la mano providente de Dios en nuestras vidas.

## Resumen Analítico Especializado - RAE

<b>1. Información General</b>	
<b>Título</b>	Geometría plana para comprender el trinomio cuadrado perfecto: Una aproximación pedagógica para mejorar el aprendizaje en matemáticas en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Santa Fe
<b>Modalidad de Trabajo</b>	Proyecto de investigación
<b>Línea de Investigación</b>	<p>Este proyecto se inscribe en la línea de investigación "Línea pedagógica, didáctica y currículo", la cual se centra en explorar y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como en el diseño y desarrollo de estrategias pedagógicas y curriculares. Esta línea aborda cuestiones relacionadas con la planificación, implementación y evaluación de prácticas educativas que buscan optimizar el aprendizaje de los estudiantes.</p> <p>La articulación entre la línea de investigación y este proyecto es evidente en la aplicación directa de teorías pedagógicas y en la creación de estrategias didácticas que abordan los desafíos específicos identificados en la comprensión de la geometría plana y el trinomio cuadrado perfecto. El proyecto contribuye a enriquecer la línea de investigación al proporcionar una aplicación práctica de las teorías pedagógicas en un contexto real, permitiendo así una mejora palpable en el aprendizaje de los estudiantes de noveno grado en matemáticas.</p>
<b>Autores</b>	<p>Yina Alejandra Cedeño Díaz – Código: 1045521288</p> <p>Diana Patricia Reyes Arrieta – Código: 1045513994</p>

	Sebastián Rodríguez García – Código: 1046527430
<b>Institución</b>	Universidad abierta y a distancia - UNAD
<b>Fecha</b>	20 de noviembre 2023
<b>Palabras claves</b>	Trinomio cuadrado perfecto, factorización, aprendizaje, estudiantes, geometría.
<b>Descripción</b>	Este informe expone los hallazgos derivados del proyecto de investigación llevado a cabo como trabajo de grado, bajo la guía del magister Andrés Fernando Mosquera Díaz. Esta iniciativa se enmarca en la línea de investigación "Línea pedagógica, didáctica y currículo" de la Facultad de Educación (ECEDU). La metodología empleada se sustentó en enfoques cualitativos con un carácter descriptivo y se ejecutó en la Institución Educativa Santa Fe, ubicada en el municipio de Turbo, Antioquia.
<b>Fuentes</b>	<p>Para llevar a cabo la investigación, se emplearon las siguientes fuentes principales:</p> <p>Descartes, R. (1637). <i>Discurso del método</i>.</p> <p><a href="https://posgrado.unam.mx/musica/lecturas/LecturaIntroduccionInvestigacionMusical/epistemologia/Descartes-Discurso-Del-Metodo.pdf">https://posgrado.unam.mx/musica/lecturas/LecturaIntroduccionInvestigacionMusical/epistemologia/Descartes-Discurso-Del-Metodo.pdf</a></p> <p>Gardner, H. (1983). <i>Estados de ánimo: la teoría de las inteligencias múltiples</i>.</p> <p>Libros básicos.</p> <p><a href="https://www.pensamientopenal.com.ar/system/files/2014/12/doctrina38882.pdf">https://www.pensamientopenal.com.ar/system/files/2014/12/doctrina38882.pdf</a></p>

	<p>Piaget, J. (1967). <i>Seis estudios psicológicos</i>. Nueva York: Vendimia.</p> <p><a href="https://dinterrondonia2010.pbworks.com/f/Jean_Piaget_-_Seis_estudios_de_Psicologia.pdf">https://dinterrondonia2010.pbworks.com/f/Jean_Piaget_-_Seis_estudios_de_Psicologia.pdf</a></p> <p>Pólya, G. (1965). <i>Cómo resolverlo</i>. (J. M. Alvarez, Trad.). Barcelona, España: Editorial Reverté.</p> <p><a href="https://www.redalyc.org/journal/4576/457644946012/html/">https://www.redalyc.org/journal/4576/457644946012/html/</a></p> <p>Van Hiele, PM (1984). Estructura y visión: una teoría del pensamiento geométrico. <a href="https://n9.cl/f0l5y">https://n9.cl/f0l5y</a></p>
<b>Contenidos</b>	<p>Este proyecto de investigación cuenta con la siguiente estructura:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Portada</li><li>• RAE resumen analítico del escrito</li><li>• Índice general</li><li>• Índice de tablas y figuras</li><li>• Introducción</li><li>• Justificación</li><li>• Definición del problema</li><li>• Objetivos</li><li>• Marco teórico</li><li>• Aspectos metodológicos</li><li>• Resultados</li><li>• Discusión</li><li>• Conclusiones y recomendaciones</li></ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Referencias</li> <li>• Anexos</li> </ul>
<p><b>Metodologías</b></p>	<p>Este proyecto de investigación tiene como objetivo general fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de la factorización del trinomio cuadrado perfecto en los estudiantes del grado noveno A de la Institución Educativa Santa Fe, apoyado en la teoría de Van Hiele sobre los niveles de pensamiento geométrico. La investigación es cualitativa con un enfoque descriptivo, se enmarca en la línea de pedagogía, didáctica y currículo de la escuela Ciencias de la Educación de la UNAD. La metodología está compuesta por diversas fases, la fase 1 incluyó una prueba diagnóstica y una encuesta para evaluar la comprensión inicial de los estudiantes sobre la factorización. En la fase 2, se propone incorporar la geometría plana para facilitar la comprensión, siguiendo la teoría de Van Hiele. La fase 3 detalla actividades diseñadas, incluyendo el reconocimiento del trinomio cuadrado perfecto y la exploración de propiedades. La fase 4 establece el diseño de investigación, siendo cualitativo y descriptivo. La fase 5 delimita la muestra al noveno grado A de la Institución Educativa Santa Fe mediante un muestreo intencional. La fase 6 aborda la recolección de datos mediante observación en el aula, registro audiovisual, análisis de tareas, encuestas, pruebas pre y post, y registros académicos. Los instrumentos incluyen un cuestionario estructurado, guía de observación, guía de implementación didáctica y el uso de una cámara para documentación visual. El análisis de datos implica técnicas cualitativas y estadísticas. Se destaca la importancia de considerar el contexto y la ética en la investigación. En la fase 7</p>

	<p>se analizan los resultados obtenidos, en la fase 8 se realiza una interpretación de los resultados, contrastando los hallazgos con las teorías sustentadas en el marco teórico. Finalmente, en la fase 9 se presentan sugerencias y recomendaciones sobre la implementación de la geometría plana para enseñar la factorización del trinomio cuadrado perfecto.</p>
<p><b>Conclusiones</b></p>	<p>La implementación de la geometría plana en la enseñanza del trinomio cuadrado perfecto resultó exitosa para los estudiantes de noveno grado en la Institución Educativa Santa Fe. Este enfoque pedagógico demostró influir positivamente en la comprensión del concepto, el desempeño académico y la actitud hacia las matemáticas. La conexión entre la geometría plana y la factorización permitió una comprensión más concreta de los procesos algebraicos, respaldada por la teoría de Van Hiele. Los resultados de las pruebas mostraron mejoras significativas en la asimilación de los conceptos, destacando la efectividad de actividades dinámicas y colaborativas. Además, la introducción de elementos lúdicos y visualmente atractivos generó un ambiente más motivador y participativo, cambiando positivamente la actitud hacia las matemáticas.</p>
<p><b>Referencias Bibliográficas</b></p>	<p>Al-Juarismi, M. (1968). El libro de la abreviación del cálculo por la restauración y la oposición. Trad. por Miguel Ángel Granada. Madrid: Editora Nacional. <a href="https://n9.cl/snd1h">https://n9.cl/snd1h</a></p> <p>Barrantes, L. M. y Balletbo F. I. (2012). <i>Referentes principales sobre la enseñanza de la geometría en Educación Secundaria</i>. Campo Abierto,</p>

31(2), 140-146.

<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4168098>

Bharath, S. (2019). *La educación matemática: un enfoque centrado en el estudiante*. Revista de Educación Matemática, 31(1), 1-12.

<https://www.revista-educacion-matematica.org.mx/revista/volumen-31-numero-1-abril-2019/>

Blomhoj, M., & Jensen, H. (2003). *Modelización Matemática: Una Teoría para la Práctica*. Revista de Educación en Matemáticas, 23(2), 1-16.

<https://www.famaf.unc.edu.ar/~revm/Volumen23/digital23-2/Modelizacion1.pdf>

Boaler, J. (2016). *Mentalidad matemática: liberando el potencial de los estudiantes a través de matemáticas creativas, mensajes inspiradores y enseñanza innovadora*. Jossey-Bass. <https://n9.cl/bme021>

Boaler, J. y Dieckmann, JA (2017). *Mentalidades Matemáticas: Desatando el Potencial de los Estudiantes a través de Matemáticas Creativas, Mensajes Inspiradores y Enseñanza Innovadora*. Mentalidad matemática. Jossey-Bass.

[https://books.google.com.co/books/about/Mentalidades\\_matem%C3%A1ticas.html?id=iR35DwAAQBAJ&redir\\_esc=y](https://books.google.com.co/books/about/Mentalidades_matem%C3%A1ticas.html?id=iR35DwAAQBAJ&redir_esc=y)

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2017). *Métodos de investigación en educación*. Libros electrónicos de Taylor y Francis.

<https://scirp.org/reference/referencespapers.aspx?referenceid=3026028>



- Cordero, F. A., & Lezama, A. Y. (2015). *Estrategias didácticas aplicadas en la enseñanza aprendizaje en el tema de la educación secundaria*.  
Repositorio Institucional UNAN-Managua.  
<https://repositorio.unan.edu.ni/view/subjects/374.html>.
- Descartes, R. (1637). *Discurso del método*,  
<https://posgrado.unam.mx/musica/lecturas/LecturaIntroduccionInvestigacionMusical/epistemologia/Descartes-Discurso-Del-Metodo.pdf>
- Díaz Vargas, A. J., & Díaz Morales, F. (2012). *Comprensión de casos de factorización por geometría activa con Cabri-3D*. Universidad de La Salle.  
[https://ciencia.lasalle.edu.co/cgi/viewcontent.cgi?article=1067&context=maest\\_docencia](https://ciencia.lasalle.edu.co/cgi/viewcontent.cgi?article=1067&context=maest_docencia)
- Driscoll, M. (2013). *Fomentando el pensamiento geométrico: una guía para maestros, grados 5-10*. Heinemann.
- Fernández Bravo, J. A. (2013). *Neurociencias y Enseñanza de la Matemática*.  
Revista Iberoamericana de Educación, 62(1), 1-10.  
<https://rieoei.org/historico/expe/3128FdezBravo.pdf>
- Gardner, H. (1983). *Estados de ánimo: la teoría de las inteligencias múltiples*.  
Libros básicos.  
<https://www.pensamientopenal.com.ar/system/files/2014/12/doctrina38882.pdf>
- González, M., Hernández, A. I., & Hernández, A. I. (2007). *El constructivismo en la evaluación de los aprendizajes del álgebra lineal*. Educere, 11(36),

123-135. [http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1316-49102007000100016&lng=es&tlng=es](http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-49102007000100016&lng=es&tlng=es)

Grothendieck, A. (1950). *Elementos de la geometría algebraica*. Paris: Springer-Verlag. <https://www.konradlorenz.edu.co/blog/gran-revolucion-geometria-algebraica/>

Hernández, G. (2020). *Enseñar constructivamente el Álgebra*. Narrativa de una experiencia. Aula de Encuentro, volumen. <https://revistaselectronicas.ujaen.es/index.php/ADE/article/download/4845/4885>

Hernández Sampieri, R. (2014). *Metodología de la investigación*. Gobierno de Jalisco. <https://josetavarez.net/Compendio-Metodologia-de-la-Investigacion.pdf>

Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C. y Baptista-Lucio, P. (2014). *Selección de la muestra*. En *Metodología de la Investigación* (6ª ed.). <https://n9.cl/vesxc>

Hijmans, R. J., Cameron, S. E., Parra, J. L., Jones, P. G., & Jarvis, A. (2005). *Superficies climáticas interpoladas de muy alta resolución para áreas terrestres globales*. <https://doi.org/10.1002/joc.1276>

Khayyam, O. (1992). *Pruebas de las proposiciones de Euclides*. Trad. por Miguel Ángel Granada. Madrid: Editora Nacional. [http://newton.matem.unam.mx/geometria/menulibro\\_m.html](http://newton.matem.unam.mx/geometria/menulibro_m.html)

- Lie, S. (1874). *Teoría de los grupos de transformación*. Leipzig: Teubner.  
[https://virtual.uptc.edu.co/ova/estadistica/docs/autores/pag/mat/SophusL  
ie.asp.htm](https://virtual.uptc.edu.co/ova/estadistica/docs/autores/pag/mat/SophusL<br/>ie.asp.htm)
- Miranda, M. (2016). *Algebra*. [PDF].  
<http://funes.uniandes.edu.co/11074/2/Miranda2016Algebra.pdf>
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2017). *Lineamientos curriculares para la educación básica y media*. MEN. <https://n9.cl/qot0p>
- Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. SocialHizo. <https://n9.cl/1471p>
- Pólya, G. (1965). *Cómo resolverlo*. (J. M. Alvarez, Trad.). Barcelona, España: Editorial Reverté.  
<https://www.redalyc.org/journal/4576/457644946012/html/>
- Piaget, J. (1967). *Seis estudios psicológicos*. Nueva York: Vendimia.  
[https://dinterrondonia2010.pbworks.com/f/Jean\\_Piaget\\_-\\_Seis\\_estudios\\_de\\_Psicologia.pdf](https://dinterrondonia2010.pbworks.com/f/Jean_Piaget_-_Seis_estudios_de_Psicologia.pdf)
- Piaget, J. (1970). *La ciencia de la educación y la psicología del niño*. Prensa de Orión.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (2007). *Psicología del niño* (14ª ed.). Ediciones Morata, SL.  
<https://www.pensamientopenal.com.ar/system/files/2014/12/doctrina38882.pdf>
- Radford, L. (2021). *La enseñanza-aprendizaje del álgebra en la Teoría de la Objetivación*. <https://n9.cl/3uvtr>

Ramírez, L. S. (2014). *Diseño de una estrategia didáctica para la enseñanza de la factorización utilizando geometría, para los cursos básicos de matemáticas en el primer semestre universitario*. Repositorio Universidad Nacional.

<https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/54032/42778975.2015.pdf?isAllowed=y&sequence=1>

Rojas D. S., Muñoz M., & Correa S. M. (2021). *Estrategia didáctica mediada por GeoGebra para el fortalecimiento del pensamiento numérico variacional en estudiantes de grado octavo*. Repositorio Institucional Universidad de Cartagena.

[https://repositorio.unicartagena.edu.co/bitstream/handle/11227/15105/TGF\\_Diana%20Rojas\\_Milena%20Mun%CC%83oz\\_Sulma%20Correa.pdf?isAllowed=y&sequence=1](https://repositorio.unicartagena.edu.co/bitstream/handle/11227/15105/TGF_Diana%20Rojas_Milena%20Mun%CC%83oz_Sulma%20Correa.pdf?isAllowed=y&sequence=1)

Rojas L. D. Correa L. S. y Muñoz B.M. (2022). *Estrategia didáctica mediada por GeoGebra para el fortalecimiento del pensamiento numérico variacional en estudiantes de grado octavo*. Universidad de Cartagena.

<https://repositorio.unicartagena.edu.co/handle/11227/15105>

Robert K. Yin (2014). *Investigación de estudio de caso diseño y métodos* (5ª ed.). <https://n9.cl/i2har>

Robert K. Yin. (2014). *Diseño y métodos de investigación de estudio de casos*. Thousand Oaks, CA.

<https://panel.inkuba.com/sites/2/archivos/YIN%20ROBERT%20.pdf>

- Santiago, P. V. da S. y Alves, F. R. V. (2021). *Teoría de situaciones didácticas en la enseñanza de la geometría plana: el caso de la Olimpiada Internacional de Matemáticas y la asistencia del Software GeoGebra*. Unión - revista iberoamericana de educación matemática, 17(61), e008. <https://www.revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/246>
- Skemp, R. R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata. <https://n9.cl/eaibvn>
- Smith, A. y Seyfang, G. (2013). *Construyendo innovaciones de base para la sostenibilidad*. Cambio ambiental global. <https://doi.org/10.1016/j.gloenvcha.2013.07.003>
- Smith, JP, diSessa, AA y Roschelle, J. (2013). *Conceptos erróneos reconcebidos: un análisis constructivista del conocimiento en transición*. El Diario de las Ciencias del Aprendizaje, 3(2), 115-163. <https://www.redalyc.org/pdf/132/13211181003.pdf>
- Tall, D. (1991). *La transición a las matemáticas abstractas*. Dordrecht, Países Bajos: Kluwer Academic Publishers.
- Van Hiele, PM (1984). *Estructura y visión: una teoría del pensamiento geométrico*. <https://n9.cl/f015y>
- VielmaVielma, E. y Salas, ML (2000). *Aportes de las teorías de Vygotsky, Piaget, Bandura y Bruner*. Paralelismo en sus posiciones en relación con el desarrollo. Educere. <https://www.redalyc.org/pdf/356/35630907.pdf>

## Tabla de Contenido

Introducción .....	22
Justificación .....	25
Planteamiento del Problema .....	29
Definición del Problema .....	29
Pregunta Problema .....	30
Objetivos .....	31
Objetivo General .....	31
Objetivos Específicos.....	31
Línea de Investigación .....	32
Marco Teórico.....	33
Didáctica de las Matemáticas con un Enfoque en el Álgebra.....	33
Nivel de Visualización.....	34
Nivel de Análisis.....	34
Nivel de Deducción Informal .....	35
Nivel de Deducción Formal .....	36
Nivel de Rigor.....	36
Nivel de visualización.....	37
Nivel de Análisis.....	37
Nivel de Deducción Informal.....	37
Nivel de Deducción Formal.....	37
Nivel de Rigor.....	37
Enfoques Pedagógicos Matemáticos Aplicados al Álgebra.....	47

	15
Enfoque Constructivista.....	47
Enfoque por Competencias.....	48
Enfoque de Resolución de Problemas. ....	49
Enfoque Tecnológico.....	50
Enfoque de Modelización Matemática .....	51
Conexión entre Álgebra y la Geometría .....	52
La Teoría de las Formas.....	54
Teoría de las transformaciones .....	56
Traslaciones. ....	56
Rotaciones.....	56
Escalados.....	56
Homotecias. ....	56
Teoría de la Geometría Algebraica.....	57
Los Esquemas. ....	57
Los Haces.....	57
Las Topologías de Grothendieck.....	57
Competencias y Habilidades en el Álgebra .....	57
Concepto.....	58
Características.....	59
Factorización.....	59
Aplicaciones.....	60
Competencias del Álgebra .....	61
Trinomio Cuadrado Perfecto .....	61

	16
Factorización del Trinomio Cuadrado Perfecto.....	62
Identificación.....	63
Término Central.....	63
Reconstrucción del Binomio.....	63
Geometría Plana.....	63
Visualización Geométrica del Trinomio Cuadrado Perfecto .....	65
Aspectos Metodológicos.....	68
Fases de la Investigación.....	70
Fase 1: Concepción de la Idea .....	70
Fase 2: Formulación del Problema .....	71
Nivel de Reconocimiento.....	71
Nivel de Descripción.....	72
Nivel de Análisis.....	72
Nivel de Abstracción.....	72
Fase 3: Inmersión Preliminar en el Campo.....	73
Actividad 1: Reconocimiento del Trinomio Cuadrado Perfecto y la Geometría Plana. ...	73
Actividad 2: Propiedades del Trinomio Cuadrado Perfecto. ....	73
Actividad 4: Actividad Colaborativa y Post Test .....	76
Fase 4: Formulación del diseño de investigación .....	76
Análisis de Datos.....	78
Ética.....	78
Limitaciones.....	79
Fase 5 - Delimitación de la Muestra y su Acceso.....	79



	17
Muestra. ....	80
Fase 6 – Recolección de Datos .....	81
Técnicas. ....	82
Observación en el Aula. ....	83
Registro Audiovisual.....	83
Análisis de Tareas y Ejercicios. ....	83
Encuestas de Opinión.....	83
Instrumentos.....	83
Guía de Observación.....	84
Guía de Implementación Didáctica.....	84
Fase 7 – Análisis de los Datos .....	86
Fase 8 – Interpretación de los Resultados.....	87
Fase 9 – Elaboración de Reporte de Resultados. ....	88
Resultados.....	89
Prueba Diagnóstica .....	93
Encuesta .....	100
Discusión.....	106
Prueba Diagnostica .....	106
Encuesta .....	108
Estrategia Didáctica .....	109
Post Test.....	112
Conclusiones.....	114
Recomendaciones .....	116

Referencias.....	118
Apéndices.....	124
Apéndice A: Prueba Diagnostica .....	124
Apéndice B: Encuesta .....	126
Apéndice C: Post Test.....	127
Apéndice D: Evidencias.....	129
Prueba diagnóstica .....	129
Encuesta .....	131
Intervención (Estrategia Didáctica) .....	133
Post Test.....	135
Consentimientos Informados .....	137

### Lista de Figuras

<b>Figura 1</b> <i>Representación geométrica del trinomio cuadrado perfecto</i> .....	66
<b>Figura 2</b> <i>Representación geométrica del trinomio cuadrado perfecto</i> .....	74
<b>Figura 3</b> <i>Análisis de la Prueba Diagnostica</i> .....	955
<b>Figura 4</b> <i>Resultados de la pregunta 2</i> .....	977
<b>Figura 5</b> <i>Resultados de la Pregunta 6</i> .....	98
<b>Figura 6</b> <i>Resultados de la Pregunta 7</i> .....	99
<b>Figura 7</b> <i>Resultados de la prueba post test</i> .....	103
<b>Figura 8</b> <i>Comparación de Resultados del Pre Test con los Resultados del Post Test</i> .....	1044

**Lista de Tablas**

<b>Tabla 1</b> <i>Análisis de la Prueba Diagnostica</i> .....	944
<b>Tabla 2</b> <i>Preguntas con el Mayor Número de Respuestas Correctas e Incorrectas</i> .....	966
<b>Tabla 3</b> <i>Análisis de la Pregunta 2 – Prueba Diagnostica</i> .....	977
<b>Tabla 4</b> <i>Análisis de la Pregunta 6 - Prueba Diagnostica</i> .....	988
<b>Tabla 5</b> <i>Análisis de la pregunta 7 - Prueba Diagnóstica</i> .....	99
<b>Tabla 6</b> <i>Análisis de la Prueba Post Test</i> .....	102

**Lista de apéndices**

<b>Apéndice A</b> <i>Prueba Diagnostica</i> .....	124
<b>Apéndice B</b> <i>Encuesta</i> .....	126
<b>Apéndice C</b> <i>Post Test</i> .....	127
<b>Apéndice D</b> <i>Evidencias</i> .....	129

## Introducción

La educación matemática es un proceso que se inicia en los primeros años de vida y se prolonga a lo largo de toda la existencia. Su finalidad trasciende la mera instrucción de fórmulas y algoritmos; busca cultivar un pensamiento matemático agudo, habilidades en la resolución de problemas y una profunda comprensión de los conceptos subyacentes.

El educador matemático estadounidense, Sriraman Bharath, plantea que “la educación matemática es más que simplemente aprender fórmulas y reglas. Es un proceso de ayudar a los estudiantes a desarrollar su comprensión de los conceptos matemáticos y a aplicarlos a situaciones del mundo real. Los estudiantes deben tener la oportunidad de explorar y experimentar con las matemáticas, y deben ser capaces de ver cómo las matemáticas se aplican a su vida cotidiana” (Bharath, 2019, p. 1).

Para Bharath, es fundamental que la enseñanza matemática trascienda lo convencional y resuene de manera significativa en la vida cotidiana de los estudiantes. Es vital motivarles a explorar y experimentar con las matemáticas, ayudándoles a percibir su relevancia y utilidad en su vida diaria. Precisamente abordando este enfoque, se identificó que muchos estudiantes de grado noveno A enfrentan desafíos al intentar comprender algunos conceptos matemáticos, en especial la factorización del trinomio cuadrado perfecto. Ante esta realidad, surge la iniciativa de proponer una metodología pedagógica que pueda facilitar este aprendizaje. Dicha propuesta se conceptualiza como una investigación pedagógica orientada a adaptar la enseñanza de la factorización del trinomio cuadrado perfecto a través de la geometría plana, buscando hacer el concepto más tangible y comprensible para los estudiantes.

El método empleado en este proyecto es de tipo cualitativo con un enfoque descriptivo, donde, a través de la implementación y observación directa, se evaluaron las reacciones y el progreso de los educandos al utilizar la geometría plana como herramienta de aprendizaje.

Las limitaciones del estudio se basan en la especificidad del grupo de edad (solo estudiantes de grado noveno A), la singularidad del contexto educativo de la Institución Educativa Santa Fe, y el foco restringido al trinomio cuadrado perfecto.

Es importante destacar que el documento está estructurado en diversos capítulos que abarcan desde el planteamiento del problema, pasando por su justificación y objetivos, hasta llegar al marco teórico. Finaliza con un análisis detallado de los resultados y las correspondientes recomendaciones.

En el primer capítulo, se aborda el planteamiento del problema. Aquí se describe detalladamente la problemática que motiva la investigación, incluyendo sus antecedentes, causas y consecuencias. Se busca proporcionar un contexto sólido para comprender por qué es necesario abordar este tema en particular.

El segundo capítulo se dedica a la justificación de la investigación y la presentación de los objetivos del proyecto. Se explora por qué es importante abordar este problema en el ámbito de la educación matemática y se establecen un objetivo general y cuatro específicos que se pretenden lograr con el estudio.

En el tercer capítulo, se presenta el marco teórico. Aquí se revisan y analizan las teorías, conceptos y enfoques relacionados con la educación matemática, la enseñanza de conceptos matemáticos y la utilización de la geometría plana como herramienta pedagógica. Se establece una base teórica sólida para la propuesta pedagógica.

El cuarto capítulo se centra en la metodología y el proceso de investigación. Se detallan los métodos y enfoques utilizados para llevar a cabo el estudio cualitativo con un enfoque descriptivo. Se explica cómo se implementó y se observó directamente la propuesta pedagógica, así como la evaluación de las reacciones y el progreso de los estudiantes.

El quinto capítulo se dedica al análisis detallado de los resultados obtenidos. Aquí se presentan y se discuten los hallazgos de la investigación, incluyendo las observaciones y las respuestas de los estudiantes ante la metodología pedagógica propuesta. Se busca comprender cómo impactó está en el aprendizaje de los estudiantes.

El sexto y último capítulo se centra en las recomendaciones y conclusiones derivadas de la investigación. Se ofrecen sugerencias basadas en los resultados obtenidos y se resumen las principales conclusiones del estudio. Se cierra el documento con un resumen de las recomendaciones para futuras acciones en el ámbito de la educación matemática.



## Justificación

El propósito fundamental de este proyecto de investigación es abordar la problemática existente en el aprendizaje de las matemáticas, específicamente en la factorización del trinomio cuadrado perfecto en los estudiantes del grado noveno A de la Institución Educativa Santa Fe. El proyecto tiene como objetivo principal fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de la factorización del trinomio cuadrado perfecto. Esto permitirá a los estudiantes desarrollar habilidades matemáticas más sólidas y aplicables en su vida cotidiana, además de aumentar su interés y motivación por las matemáticas.

Este proyecto se sitúa en el campo de la educación matemática, donde se busca innovar en la forma de enseñar y aprender matemáticas, específicamente en la factorización del trinomio cuadrado perfecto. El contexto sociodemográfico en el que se realizó el estudio es la Institución Educativa Santa Fe, en el grado noveno A, durante el año escolar 2023. El estudio se centró en este grupo de estudiantes, con el fin de consolidar habilidades matemáticas fundamentales que los prepararán para desafíos futuros en su educación.

Desde el componente de conveniencia, la inclusión de la geometría plana para descifrar el trinomio cuadrado perfecto se presenta como una alternativa pedagógica altamente conveniente y necesaria. Las matemáticas desempeñan un papel fundamental en el currículo educativo, ya que son esenciales para la formación académica de los estudiantes y su desarrollo cognitivo. Además, las habilidades matemáticas son cruciales para la resolución de problemas cotidianos, lo que implica una estrecha relación entre las matemáticas y la vida diaria.

Sin embargo, es preocupante que un número considerable de estudiantes perciba las matemáticas como un conjunto de fórmulas complejas y abstractas, aparentemente alejadas de su vida cotidiana. Esta perspectiva puede llevar a la desmotivación y al rechazo de las matemáticas,

lo que a su vez afecta negativamente su rendimiento académico. Por lo tanto, resulta conveniente abordar esta situación y buscar estrategias pedagógicas que permitan a los estudiantes percibir la utilidad y relevancia de las matemáticas en su vida diaria.

La inclusión de la geometría plana como una herramienta para descifrar el trinomio cuadrado perfecto se ajusta perfectamente a este contexto. La geometría, al ser una disciplina visual y espacial, tiene el potencial de traducir conceptos matemáticos abstractos en representaciones tangibles y comprensibles. Al combinar geometría y álgebra, se puede presentar la información de manera visual y contextual, lo que facilita a los estudiantes la comprensión de los conceptos matemáticos y su aplicación en situaciones cotidianas. Esta aproximación pedagógica no solo es conveniente, sino que también puede ser altamente efectiva para motivar a los estudiantes y mejorar su rendimiento en matemáticas.

De acuerdo con Boaler y Dieckmann (2017), las actividades prácticas han probado ser más eficaces en fomentar el compromiso y comprensión matemática que los enfoques tradicionales que omiten la interactividad. Es un hecho que las personas comprenden mejor cuando se presenta la información de forma visual y contextual. En línea con los lineamientos curriculares de Colombia Men (1998), la geometría, dada su naturaleza visual, tiene el potencial de traducir el abstracto lenguaje algebraico en figuras tangibles y comprensibles. Bravo JA. (2013) ha realizado estudios en neurociencia cognitiva y ha demostrado que ciertas áreas del cerebro se activan de manera específica cuando se procesan tareas visuo-espaciales. Estas áreas, cuando se involucran a través de tareas geométricas, pueden ayudar en la comprensión y retención de conceptos matemáticos.

El grado noveno es un punto de inflexión en la educación. Durante este período, los adolescentes consolidan habilidades matemáticas fundamentales que los prepararán para desafíos

futuros en bachillerato y estudios superiores. Como señalan Piaget y Inhelder (2007), la adolescencia marca un incremento en el pensamiento abstracto, brindando la oportunidad de asimilar conceptos matemáticos más sofisticados.

Las instituciones educativas, en un mundo que cambia rápidamente, deben responder con métodos pedagógicos innovadores. Al implementar este proyecto, la Institución Educativa Santa Fe satisface las demandas actuales y eleva su estándar educativo a la vanguardia de las mejores prácticas pedagógicas.

Ubiratan (2018) enfatiza la necesidad de una enseñanza matemática más comprensiva y contextualizada. En concordancia, este proyecto busca transformar la percepción de los estudiantes sobre las matemáticas, mostrándolas no como un reto insuperable, sino como un instrumento poderoso y apasionante. En definitiva, la integración de geometría y álgebra promete revitalizar el aprendizaje matemático en el grado noveno de la Institución Educativa Santa Fe.

En conclusión, este proyecto de investigación se centra en la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje de la factorización del trinomio cuadrado perfecto para estudiantes de grado noveno en la Institución Educativa Santa Fe. La inclusión de la geometría plana como herramienta pedagógica se justifica por la necesidad de abordar la percepción negativa que algunos estudiantes tienen de las matemáticas, que a menudo las ven como fórmulas abstractas alejadas de su vida cotidiana. La relevancia social de este enfoque se basa en la eficacia de las actividades prácticas y visuales en la comprensión matemática, respaldada por investigaciones previas. Además, se aprovecha el potencial de la geometría para traducir conceptos matemáticos en representaciones tangibles y comprensibles, lo que se alinea con los lineamientos curriculares de Colombia. La adolescencia en el grado noveno es un momento crucial en el desarrollo de habilidades matemáticas, y la innovación pedagógica es esencial para preparar a los estudiantes

para desafíos futuros. En última instancia, este proyecto busca transformar la percepción de los estudiantes sobre las matemáticas, mostrándolas como un instrumento apasionante y relevante en su vida cotidiana.

## Planteamiento del Problema

### Definición del Problema

En la Institución Educativa Santa Fe, ubicada en el casco urbano del municipio de Turbo, en el departamento de Antioquia, se ha observado una preocupante situación en el aprendizaje de los estudiantes del grado noveno A en matemáticas, específicamente en el tema de la factorización del trinomio cuadrado perfecto. La comprensión profunda de este concepto es esencial para el desarrollo de habilidades en álgebra y resolución de ecuaciones, pero los docentes han notado que muchos estudiantes enfrentan dificultades para asimilarlo plenamente.

La enseñanza tradicional de la factorización del trinomio cuadrado perfecto en el aula ha sido en gran medida centrada en fórmulas y procedimientos abstractos, lo que ha llevado a que algunos estudiantes perciban esta temática como un conjunto de reglas memorísticas sin un significado claro y aplicaciones prácticas. Esto ha dado lugar a un desinterés generalizado hacia las matemáticas, una disminución en la confianza de los estudiantes para resolver problemas algebraicos y, en algunos casos, incluso una aversión hacia la materia.

Según la teoría constructivista de Piaget (1970), el aprendizaje se produce cuando los estudiantes integran activamente nuevos conocimientos en sus estructuras cognitivas existentes. En el contexto de nuestro problema, el uso de la geometría plana para factorizar el trinomio cuadrado perfecto puede ser una forma efectiva de facilitar esta integración, ya que los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Santa Fe tienen una familiaridad previa con las formas geométricas y pueden usarlas como un punto de partida para comprender conceptos más avanzados.

Basándonos en la teoría de los niveles de pensamiento geométrico de Hiele (1950), proponemos un enfoque pedagógico centrado en el uso de la geometría plana como herramienta

fundamental. A través de actividades cuidadosamente diseñadas, orientadas a que los estudiantes visualicen, manipulen y reflexionen sobre representaciones geométricas del trinomio cuadrado perfecto, se busca fomentar la construcción de una comprensión más profunda y conectada de este concepto. Esta estrategia integradora, que amalgama tanto la teoría como la práctica, posee el potencial de generar una transformación significativa en la percepción y comprensión que los estudiantes desarrollan con respecto a los trinomios cuadrados perfectos.

### **Pregunta Problema**

¿Cómo influye la implementación de la geometría plana para enseñar la factorización del trinomio cuadrado perfecto en el aprendizaje de los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Santa Fe, en términos de su comprensión del concepto, desempeño académico y actitud hacia las matemáticas?

## Objetivos

### Objetivo General

Fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de la factorización del trinomio cuadrado perfecto en los estudiantes del grado noveno A de la Institución Educativa Santa Fe, apoyado en la teoría de Van Hiele sobre los niveles de pensamiento geométrico.

### Objetivos Específicos

Realizar un rastreo bibliográfico de artículos, capítulos de libros y libros con relación a la enseñanza y aprendizaje de la factorización del trinomio cuadrado perfecto, en bases de datos como Springer y Scopus.

Analizar el nivel de comprensión inicial del trinomio cuadrado perfecto en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Santa Fe, mediante la aplicación de una prueba diagnóstica y la revisión de las ideas previas.

Diseñar una estrategia didáctica apoyada en la teoría de Van Hiele sobre los niveles de pensamiento geométrico para potenciar la comprensión de la factorización del trinomio cuadrado perfecto en los estudiantes del grado noveno A de la institución Educativa Santa Fe.

Evaluar los resultados académicos obtenidos por los estudiantes en la implementación de la estrategia didáctica apoyada en la teoría de Van Hiele sobre los niveles de pensamiento geométrico, para potenciar la comprensión de la factorización del trinomio cuadrado perfecto.

### **Línea de Investigación**

Este proyecto de investigación se enmarca en la línea de investigación "Línea pedagógica, didáctica y currículo". La investigación se centra en abordar un problema en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, específicamente en la factorización del trinomio cuadrado perfecto, y propone una estrategia didáctica innovadora basada en la teoría de Van Hiele sobre los niveles de pensamiento geométrico. El objetivo general del proyecto es fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de este concepto matemático en estudiantes de noveno grado. Esto implica una investigación en pedagogía y didáctica para desarrollar y evaluar una estrategia que mejore la comprensión y el desempeño académico de los estudiantes, lo que se ajusta claramente a la línea de investigación mencionada.



## Marco Teórico

La incorporación de la geometría plana como una herramienta para reforzar la comprensión de conceptos algebraicos, como el trinomio cuadrado perfecto, se establece como una estrategia educativa innovadora que capitaliza el poder de las representaciones visuales para potenciar el proceso de aprendizaje. La predisposición natural del cerebro humano hacia la información visual aporta un componente crucial para la construcción de un conocimiento más profundo y significativo en el ámbito matemático. En este contexto, resulta fundamental explorar las bases teóricas que respaldan esta aproximación pedagógica, así como su relevancia y utilidad en el contexto educativo actual.

En este marco teórico abordaremos las siguientes categorías temáticas: la didáctica de las matemáticas con un enfoque en el álgebra, los enfoques pedagógicos matemáticos aplicados al álgebra, la interrelación entre el álgebra y la geometría en el entorno educativo, las competencias y habilidades esenciales en el álgebra, al respecto se tienen las siguientes categorías:

### **Didáctica de las Matemáticas con un Enfoque en el Álgebra**

Las didácticas de las matemáticas se refieren a las metodologías y estrategias utilizadas para enseñar y aprender matemáticas. Estas se centran en facilitar la comprensión de los conceptos matemáticos, promover la resolución de problemas, fomentar el razonamiento lógico y desarrollar habilidades matemáticas en los estudiantes.

La enseñanza del álgebra es un reto para los docentes, ya que se trata de una materia abstracta que requiere de un alto nivel de abstracción y razonamiento. Por ello, es importante que los profesores tengan una sólida formación en álgebra y que utilicen estrategias didácticas que permitan a los estudiantes comprender los conceptos de manera significativa.

En la ejecución de esta investigación, se ha fundamentado este proyecto en la teoría de Van Hiele acerca de los niveles de pensamiento geométrico. Esta elección se basa en la consideración de la geometría plana como una herramienta pedagógica clave para impartir de manera efectiva el concepto de factorización del trinomio cuadrado perfecto.

La teoría de Van Hiele (1959) sobre los niveles de pensamiento geométrico es un modelo de enseñanza y aprendizaje que explica cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes. Este modelo, divide el pensamiento geométrico en cinco niveles consecutivos:

### ***Nivel de Visualización***

Se centra en el proceso de identificación de formas a través de la apariencia visual. En este nivel, los estudiantes están principalmente involucrados en actividades que implican una clasificación simple de figuras geométricas basándose en su aspecto externo. La atención se dirige hacia la observación de características visuales distintivas, como lados, ángulos y proporciones, para diferenciar y agrupar las formas.

Este nivel sienta las bases para el desarrollo del pensamiento geométrico al proporcionar a los estudiantes una comprensión inicial de las propiedades visuales de las figuras. A medida que avanzan hacia niveles superiores, construirán sobre esta base visual para adquirir una comprensión más profunda de las relaciones y propiedades geométricas. En esencia, el reconocimiento visual en el nivel 1 sirve como el punto de partida esencial para el progreso hacia niveles más sofisticados de pensamiento geométrico.

### ***Nivel de Análisis***

Representa una etapa crucial en el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes. En este nivel, los alumnos avanzan más allá del mero reconocimiento visual y

comienzan a comprender las propiedades intrínsecas de las figuras geométricas, así como las relaciones que existen entre ellas.

Las características distintivas de este nivel incluyen la capacidad de los estudiantes para realizar comparaciones detalladas de propiedades geométricas. A través del análisis, identifican similitudes y diferencias entre diferentes figuras, lo que les permite clasificar y categorizar de manera más informada. Este proceso de comparación contribuye significativamente a la construcción de un entendimiento más profundo de la geometría, ya que los estudiantes empiezan a apreciar las conexiones y regularidades en las características geométricas.

### ***Nivel de Deducción Informal***

Los estudiantes avanzan en su pensamiento geométrico al desarrollar habilidades deductivas más elaboradas y comprender las conexiones lógicas entre diversas proposiciones geométricas. A diferencia de los niveles anteriores, donde se enfocaban en clasificaciones y análisis, este nivel implica un razonamiento deductivo más profundo.

Las características fundamentales de este nivel incluyen la capacidad de los estudiantes para razonar de manera deductiva, lo que implica la inferencia lógica a partir de premisas dadas. En lugar de simplemente aplicar reglas lógicas para clasificar figuras, los estudiantes ahora son capaces de realizar demostraciones informales de propiedades geométricas. Esto significa que no solo identifican las propiedades, sino que también son capaces de explicar y justificar por qué estas propiedades son verdaderas utilizando un razonamiento lógico más avanzado.

Las actividades típicas en este nivel incluyen la demostración informal de propiedades geométricas mediante la aplicación de la lógica deductiva. Los estudiantes pueden construir argumentos sólidos que conectan diferentes proposiciones geométricas, demostrando así una comprensión más profunda de las relaciones y la estructura de la geometría.

### ***Nivel de Deducción Formal***

En este nivel, los estudiantes pueden deducir propiedades de las figuras geométricas a partir de axiomas y teoremas. Sus deducciones son formales y rigurosas.

### ***Nivel de Rigor***

Los estudiantes alcanzan un grado avanzado de pensamiento geométrico al desarrollar un razonamiento deductivo más estructurado y la capacidad de realizar demostraciones geométricas de manera formal. Este nivel representa un paso más allá del razonamiento deductivo informal del nivel anterior, centrándose en la aplicación de la deducción formal y la lógica en un contexto geométrico.

Las características clave de este nivel incluyen la habilidad de los estudiantes para llevar a cabo demostraciones geométricas utilizando un razonamiento deductivo formal. Esto implica la aplicación sistemática de teoremas y axiomas geométricos para justificar afirmaciones y construir argumentos geométricos sólidos. A diferencia del nivel anterior, donde las demostraciones eran informales, en este nivel, los estudiantes avanzan hacia una estructuración más rigurosa en sus argumentos.

Las actividades típicas en este nivel involucran el uso de deducción formal y lógica en demostraciones geométricas. Los estudiantes aplican teoremas y axiomas específicos para fundamentar sus argumentos de manera más precisa y estructurada. Además, pueden demostrar la comprensión de la estructura lógica subyacente en la geometría, lo que les permite realizar demostraciones más formales y completas.

La teoría de Van Hiele puede articularse con la enseñanza del trinomio cuadrado perfecto de la siguiente manera:

**Nivel de visualización.** En este nivel, los estudiantes se centran en las propiedades visuales del trinomio cuadrado perfecto. Pueden reconocer y clasificar trinomios, pero no comprenden las relaciones entre sus términos.

**Nivel de Análisis.** En este nivel, los estudiantes comienzan a comprender las relaciones entre los términos del trinomio cuadrado perfecto. Pueden identificar propiedades comunes entre trinomios diferentes, y pueden construir nuevos trinomios a partir de otros.

**Nivel de Deducción Informal.** En este nivel, los estudiantes pueden deducir propiedades del trinomio cuadrado perfecto a partir de otras propiedades. Sin embargo, sus deducciones se basan en intuiciones y no en razonamientos formales.

**Nivel de Deducción Formal.** En este nivel, los estudiantes pueden deducir propiedades del trinomio cuadrado perfecto a partir de axiomas y teoremas. Sus deducciones son formales y rigurosas.

**Nivel de Rigor.** En este nivel, los estudiantes pueden comprender y apreciar la belleza y la elegancia del trinomio cuadrado perfecto. Pueden apreciar los argumentos matemáticos y pueden crear sus propios teoremas sobre el trinomio cuadrado perfecto.

Por otra parte, es importante resaltar que la matemática, a lo largo de los años, ha sido catalogada por muchos estudiantes y educadores como un campo complicado y escurridizo. Esta percepción se debe, en gran parte, a la naturaleza abstracta de muchas de sus teorías y principios. La abstracción, si bien es una herramienta poderosa para el pensamiento matemático avanzado, puede ser un obstáculo significativo para aquellos que intentan asimilar y conectar estos conceptos con su realidad cotidiana. Una encuesta realizada por Boaler (2016) encontró que un alto porcentaje de estudiantes en niveles secundarios describían la matemática como la materia más difícil en su currículo.

Las matemáticas se centran en conceptos abstractos y estructuras que no siempre tienen un correlato directo y tangible en el mundo real, al menos no de una manera evidente para los adolescentes. Esta abstracción puede hacer que los conceptos sean difíciles de asimilar y conectar con la realidad cotidiana del estudiante. A diferencia de otras materias, en matemáticas, el conocimiento es acumulativo. Si un estudiante no comprende un concepto fundamental, le será difícil entender los temas que se construyen sobre esa base. Esta acumulación de lagunas en el entendimiento puede llevar a una percepción de creciente dificultad a medida que avanza el currículo.

Según Smith (2013), uno de los mayores desafíos en la enseñanza de las matemáticas es que muchos conceptos abstractos son enseñados sin suficientes conexiones con experiencias concretas o contextos reales, lo que hace difícil para los estudiantes visualizar y comprender estos conceptos.

Por otro lado, Gardner (1983), en su teoría de las inteligencias múltiples, propuso que los seres humanos poseen múltiples formas de inteligencia que son independientes entre sí. Estas inteligencias reflejan diferentes formas de interactuar con el mundo y, por lo tanto, diferentes maneras de aprender.

La inteligencia espacial es una de esas inteligencias identificadas por Gardner. Las personas con una inteligencia espacial destacada tienen la habilidad de pensar en términos de imágenes tridimensionales. Son capaces de imaginar y manipular objetos en el espacio mentalmente y suelen ser buenos en la visualización de escenarios, la interpretación de gráficos, mapas y diagramas, y el dibujo o diseño.

Este tipo de inteligencia es prominente en personas con profesiones como arquitectos, artistas, ingenieros, y diseñadores. Sin embargo, en el contexto educativo, reconocer esta

inteligencia es crucial para adaptar metodologías que se alineen con las necesidades de aprendices visuales y espaciales.

Cuando se trata de enseñar conceptos matemáticos, como el trinomio cuadrado perfecto, las representaciones visuales y gráficas pueden ser extremadamente útiles para aquellos con una inteligencia espacial destacada. Permiten visualizar estructuras algebraicas en un formato más intuitivo y tangible.

Por lo tanto, incorporar estrategias de enseñanza que hagan uso de gráficos, diagramas, y modelos visuales atiende a aquellos con inteligencia espacial, también enriquece la experiencia de aprendizaje de todos los estudiantes al ofrecer múltiples perspectivas y formas de entender un concepto.

A continuación, se presentan aportes de diferentes autores sobre la enseñanza del álgebra:

González, Hernández y Hernández (2007) definen el constructivismo, como teoría del aprendizaje, postula que los estudiantes construyen su propio conocimiento a partir de sus experiencias. En el ámbito específico de la enseñanza del álgebra, esta perspectiva implica proporcionar a los estudiantes oportunidades para manipular objetos físicos, resolver problemas y explorar conceptos de manera activa. Vargas y Morales (2012) respaldan esta visión al enfatizar la importancia de que los estudiantes comprendan los conceptos de manera profunda, evitando la mera memorización de procedimientos. Esta postura se fundamenta en la premisa de que el aprendizaje significativo implica una comprensión profunda de los conceptos matemáticos, en lugar de la simple repetición de pasos o reglas.

La memorización de procedimientos, según esta perspectiva, puede conducir a una comprensión superficial que no permite a los estudiantes aplicar sus conocimientos en contextos variados o enfrentar problemas novedosos. En cambio, al abogar por la comprensión profunda,

Díaz Vargas y Díaz Morales abogan por un enfoque que permita a los estudiantes construir conexiones significativas entre los conceptos, promoviendo así la transferencia de conocimientos y habilidades matemáticas a situaciones del mundo real.

Hernández (2020) aporta otra dimensión al resaltar la relevancia de la percepción visual en la enseñanza del álgebra. Según su perspectiva, los estudiantes deben comprender los conceptos a través de la percepción visual de las figuras geométricas. Esta idea refuerza la noción de que la experiencia sensorial y la conexión visual son elementos cruciales en el proceso de aprendizaje del álgebra. Esta idea refuerza la noción de que la experiencia sensorial y la conexión visual son elementos cruciales en el proceso de aprendizaje del álgebra.

La percepción visual puede proporcionar a los estudiantes representaciones tangibles y concretas de los conceptos abstractos del álgebra, lo que facilita su comprensión y retención. Al utilizar figuras geométricas como herramientas visuales, los estudiantes pueden visualizar relaciones, patrones y transformaciones, lo que contribuye a construir una comprensión más profunda y significativa de los principios algebraicos.

Además, el énfasis en la percepción visual no solo beneficia a aquellos estudiantes que aprenden de manera visual, sino que también puede proporcionar un enfoque complementario para abordar la diversidad de estilos de aprendizaje. En última instancia, la perspectiva de Hernández aboga por un enfoque más holístico y multisensorial en la enseñanza del álgebra, reconociendo la importancia de la experiencia visual para mejorar la comprensión y el compromiso de los estudiantes con los conceptos matemáticos.

Por otra parte, Hernández Méndez (2020) aborda la importancia del constructivismo en la enseñanza del álgebra, proponiendo un cambio en el rol del profesor. Sugiere que los docentes deben dejar de ser meros guías y transformarse en compañeros en la construcción del



conocimiento. Esta perspectiva destaca la necesidad de una participación más activa y colaborativa entre profesores y estudiantes, consolidando así los principios fundamentales del constructivismo en el contexto específico del álgebra. La propuesta de cambiar el rol del profesor se alinea con los principios fundamentales del constructivismo, que enfatiza el papel activo del estudiante en la construcción de su propio conocimiento. Al convertirse en compañeros en este proceso, los profesores pueden crear un entorno de aprendizaje más interactivo y centrado en el estudiante. Esta perspectiva reconoce que el aprendizaje es un esfuerzo conjunto, donde tanto profesores como estudiantes contribuyen al proceso de construcción del conocimiento.

Al fomentar una participación más activa y colaborativa, Hernández Méndez busca empoderar a los estudiantes para que no solo absorban información, sino que también participen activamente en la construcción de significado. Este enfoque no solo fortalece la comprensión de los conceptos algebraicos, sino que también promueve el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y resolución de problemas.

De igual manera, es importante considerar la teoría de la objetivación propuesta por Radford (2021) al abordar el aprendizaje de las matemáticas. Esta teoría sostiene que la adquisición de conocimientos matemáticos se produce a través de la interacción entre los estudiantes y los objetos matemáticos. Según Radford, los estudiantes no solo deben ser receptores pasivos de información, sino que deben interactuar con los objetos matemáticos de manera activa y reflexiva para construir su propio conocimiento.

La idea central de la objetivación destaca la importancia de la participación de los estudiantes en la construcción de su entendimiento matemático. En lugar de simplemente recibir información, los estudiantes deben involucrarse en procesos cognitivos más profundos al interactuar con conceptos matemáticos de manera significativa. Esto implica no solo realizar

operaciones matemáticas mecánicas, sino reflexionar sobre el significado de esas operaciones y cómo se relacionan con otros conceptos.

La teoría de la objetivación aboga por un enfoque más dinámico y participativo en la enseñanza de las matemáticas, donde los estudiantes se convierten en agentes activos en la construcción de su conocimiento. Este enfoque no solo promueve una comprensión más profunda y significativa de los conceptos matemáticos, sino que también fomenta el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y la capacidad de aplicar esos conocimientos en contextos diversos.

Por otro lado, tras un rastreo bibliográfico en bases de datos como Springer y Scopus, presentamos algunos antecedentes relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la factorización del trinomio cuadrado perfecto.

Hurtado (2018), llevó a cabo un estudio en Santiago de Cali centrado en el fortalecimiento del proceso de aprendizaje del trinomio cuadrado perfecto en estudiantes de octavo grado. Utilizando una metodología cualitativa, el investigador adoptó un enfoque colaborativo, en el que ambos, investigador y participante, se involucran activamente en el proceso. Esta metodología se inspiró en técnicas y métodos empleados por profesionales en antropología, sociología y psicología en sus respectivas investigaciones.

El diagnóstico reveló dificultades en el proceso algebraico, especialmente en los pasos preliminares al abordar el trinomio cuadrado perfecto. Estas deficiencias podrían mitigarse mediante la formación continua de los docentes, enfocándose en áreas como la pedagogía, didáctica, herramientas de evaluación y planificación. Por medio del cual, identificaron que a los estudiantes de octavo grado les agrada y motiva trabajar en equipo, lo que facilitó notablemente la implementación de la estrategia didáctica propuesta. Luego de un análisis de los resultados

obtenidos pudieron concluir que el uso de estrategias lúdicas en el proceso de aprendizaje es especialmente efectivo y motivador para los estudiantes. Estas estrategias, al estar vinculadas con el juego, dinamizan las clases y permiten al estudiante aprender de una forma más amena, generando una actitud positiva y un disfrute genuino en su proceso educativo.

Por otro lado, en una investigación realizada por Pulgarin, Saucedo, y Matute (2019) en la Institución Educativa Escuela Normal Superior Santa Teresita de Sopetrán con estudiantes de noveno grado, se propuso fortalecer los procesos de factorización de trinomios cuadráticos mediante el uso del álgebra geométrica como herramienta didáctica. Esta estrategia permite abordar áreas de figuras geométricas, como cuadrados y rectángulos, vinculando directamente el concepto de área con el proceso de factorización.

La conclusión del estudio resalta que la aplicación del álgebra geométrica en la factorización de trinomios cuadráticos brinda una oportunidad para reflexionar sobre la relevancia de diseñar estrategias y herramientas educativas adaptadas a las necesidades y avances observados en el aprendizaje de los estudiantes. La manipulación de materiales tangibles se destaca como una poderosa estrategia didáctica que actúa como puente entre docente y estudiante. Mediante esta práctica, es posible potenciar diversas habilidades y capacidades en matemáticas, particularmente en el ámbito de la factorización de trinomios.

De igual manera, López (2022). Llevó a cabo una investigación centrada en la factorización mediante el álgebra geométrica con estudiantes de octavo grado del Colegio Andrés Rosillo, en la localidad de Bosa. Utilizando guías didácticas, los estudiantes lograron una comprensión y apropiación profunda del concepto de factorización. La investigación se sustentó en un paradigma interpretativo, cuya finalidad es la profunda comprensión de fenómenos, estableciendo una relación indivisible entre el investigador y el objeto de estudio. Los resultados

mostraron que los estudiantes asignaron significado a los conceptos enseñados, utilizando la factorización para resolver problemas específicos. Este enfoque resultó beneficioso, promoviendo en los estudiantes habilidades de análisis, argumentación e interpretación de nuevos conocimientos.

Por otra parte, Cordero y Lezama (2015) llevaron a cabo una investigación centrada en la aplicación de estrategias didácticas diseñadas para disminuir las tasas de reprobación en la materia de matemáticas. Observaron en particular el contenido relacionado con la factorización, enfocándose en el trinomio cuadrado perfecto. Este concepto es crucial no sólo en Matemáticas, sino también en otras materias como geometría, geometría analítica, cálculo diferencial e integral. Notaron que muchos estudiantes enfrentan desafíos significativos al intentar aprender este tema.

La finalidad del estudio era comprender y proponer una alternativa en la enseñanza del tema de factorización para los estudiantes de Noveno grado. Para lograr esto, se recurrió a herramientas como entrevistas, registros de observación y distintos tests, que permitieron recolectar datos sobre las prácticas y metodologías didácticas actuales en la enseñanza del trinomio cuadrado perfecto. Se adoptó una metodología cualitativa con un enfoque de estudio de caso.

A raíz de sus hallazgos, concluyeron que, para enseñar efectivamente temas matemáticos, especialmente la factorización, los docentes deben explorar y adoptar las mejores estrategias y procedimientos. Estas técnicas permitirán a los estudiantes mejorar sus habilidades de análisis y razonamiento en la solución de problemas. Es esencial que el maestro disponga de una guía didáctica adecuada que ofrezca estrategias pedagógicas efectivas para enseñar matemáticas. En lugar de depender únicamente de enfoques magistrales, se sugiere que los docentes promuevan

estrategias tanto individuales como grupales. Estas estrategias fomentarán que los estudiantes no solo memoricen, sino que también desarrollen habilidades prácticas, interpretando y resolviendo problemas del día a día.

De igual manera, Ramírez (2014) realizó una investigación debido a las preocupaciones emergentes sobre las dificultades conceptuales que enfrentan los estudiantes en las expresiones racionales y sus operaciones. Esta situación subrayó la urgencia de introducir una propuesta pedagógica renovada, orientada a mejorar la comprensión y asimilación de estos temas.

Dentro del ámbito educativo, la enseñanza del álgebra, especialmente en áreas vinculadas con la factorización, se destaca como un desafío significativo. Ante esto, es fundamental diversificar y adaptar estrategias didácticas con el objetivo de enriquecer el aprendizaje y optimizar los resultados académicos de los estudiantes.

Según los hallazgos del autor, el álgebra geométrica se presenta como una herramienta valiosa en este escenario. A pesar de sus eventuales limitaciones, su carácter visual y táctil parece despertar mayor interés y motivación en los estudiantes. Al brindar una visualización gráfica de los conceptos algebraicos, no sólo se les dota de un atractivo especial, sino que también se conserva la solidez y la profundidad teórica de los mismos.

De manera similar, Herrera (2018) se propuso explorar cómo los estudiantes avanzan de conceptos simples a complejos en el ámbito de las diversas formas de factorización en álgebra. El estudio buscó identificar las dificultades inherentes al proceso enseñanza-aprendizaje de la factorización y sus diferentes formas de representación. Además, se enfocó en evaluar la capacidad de los alumnos para comprender problemas relacionados con la factorización antes y después de implementar una unidad didáctica específica.

El trabajo de Cardona Herrera también tuvo como objetivo diseñar una propuesta didáctica centrada en la factorización y evaluar cómo las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas podían cambiar con la inclusión de elementos lúdicos en el proceso educativo. La meta final era garantizar un aprendizaje exitoso de la factorización, evitando fallos en la comprensión del tema.

Los resultados del estudio resaltaron la efectividad de integrar estrategias lúdicas en la enseñanza. La implementación de juegos tradicionales, como "escalera", "concéntrese", competencias con el apoyo de las TIC, "domino" y el empleo de la "caja de polinomios", demostró ser valiosa en el fortalecimiento del razonamiento lógico y numérico para la factorización. Estas herramientas lúdicas permiten a los estudiantes adquirir experiencias sensoriales que facilitan la manipulación, el descubrimiento y la comunicación de ideas y conocimientos. Al priorizar el juego como recurso principal, el autor encontró que se logra un aprendizaje más significativo e integral, preparando a los estudiantes de manera efectiva para abordar problemas relacionados con la factorización.

Asimismo, las autoras Rojas, Muñoz y Correa (2021) desarrollaron un proyecto que busca fundamentar la integración de innovadoras estrategias tecnológicas en la enseñanza de la factorización en la Institución Educativa Los Andes, ubicada en Chigorodó-Antioquia. Se centró en la enseñanza y el aprendizaje de la factorización debido a las notables dificultades de los estudiantes de octavo grado.

La investigación adoptó un enfoque cualitativo, cuyo rasgo distintivo es la interpretación de la realidad social desde la perspectiva del individuo en su contexto específico. A raíz de los descubrimientos realizados, y con el objetivo de potenciar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la factorización para los estudiantes de octavo grado, se diseñó una estrategia didáctica

respaldada por el software matemático GeoGebra. Finalmente, determinaron que la aplicación de la estrategia didáctica mediada por el software Matemático GeoGebra ayudó a fortalecer el pensamiento numérico variacional, específicamente en la factorización.

### **Enfoques Pedagógicos Matemáticos Aplicados al Álgebra**

Los enfoques pedagógicos matemáticos son un conjunto de teorías y prácticas que guían la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Se basan en la investigación sobre el aprendizaje matemático y tienen como objetivo ayudar a los estudiantes a desarrollar una comprensión profunda y duradera de las matemáticas.

Los enfoques pedagógicos matemáticos aplicados al álgebra se centran en ayudar a los estudiantes a comprender los conceptos y las técnicas algebraicas de una manera significativa. Esto implica proporcionar a los estudiantes oportunidades de explorar y manipular conceptos algebraicos, de resolver problemas algebraicos y de aplicar el álgebra a problemas del mundo real.

Algunos de los enfoques pedagógicos matemáticos más comunes aplicados al álgebra incluyen:

#### ***Enfoque Constructivista***

La relevancia de las contribuciones de Piaget y Vygotsky resalta la importancia de integrar el desarrollo cognitivo y la interacción social al diseñar estrategias pedagógicas. Este énfasis respalda de manera significativa el enfoque constructivista en la enseñanza del álgebra, que se fundamenta en la premisa fundamental de que los estudiantes no son simples receptores pasivos de información, sino más bien, son agentes activos en la construcción de su propio conocimiento. Este enfoque ha ganado prominencia en la educación matemática debido a varias razones fundamentales:

El constructivismo promueve el aprendizaje significativo, donde los estudiantes construyen sus propios significados a través de la interacción con el material. En lugar de memorizar reglas, los estudiantes desarrollan conceptos algebraicos a través de la exploración y la resolución de problemas.

Al poner énfasis en la construcción activa, el enfoque constructivista busca conectar los conceptos algebraicos con la experiencia y el conocimiento previo de los estudiantes. Esto hace que el aprendizaje sea más contextual y relevante para la vida cotidiana.

Las teorías de Jean Piaget y Lev Vygotsky son pilares del constructivismo, ya que subrayan el papel crítico del desarrollo cognitivo en el aprendizaje. Piaget enfatiza las etapas de desarrollo cognitivo, mientras que Vygotsky introduce la idea de la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), destacando el espacio entre lo que un estudiante puede hacer de forma independiente y lo que puede hacer con la ayuda de un guía más competente. (Vielma y Salas, 2000).

### ***Enfoque por Competencias***

Miranda (2016) en su estudio propone que el enfoque por competencias en la enseñanza del álgebra se distingue por su énfasis en el desarrollo de habilidades y competencias matemáticas prácticas, con el objetivo de capacitar a los estudiantes para aplicar sus conocimientos en diversos contextos. Este enfoque ha ganado reconocimiento y relevancia en la educación matemática por varias razones fundamentales:

El enfoque por competencias se alinea con la necesidad de preparar a los estudiantes para enfrentar problemas y desafíos matemáticos en situaciones de la vida real. Se enfoca en la aplicación práctica de los conceptos algebraicos, más allá de simplemente comprenderlos de manera abstracta.



Al centrarse en el desarrollo de habilidades, este enfoque busca que los estudiantes adquieran competencias matemáticas que puedan transferir a diversos contextos. La idea es que los conocimientos adquiridos en álgebra no solo sean útiles dentro del aula, sino que también se puedan aplicar fuera de ella.

El autor Richard Skemp, ha destacado la importancia de comprender los conceptos matemáticos y su aplicación en situaciones prácticas. Este enfoque promueve una conexión directa entre la teoría y la práctica, ayudando a los estudiantes a ver la utilidad y relevancia de los conceptos algebraicos en el mundo real. (Skemp, 1980)

### ***Enfoque de Resolución de Problemas***

George Pólya es considerado el padre del enfoque de resolución de problemas. En su libro "Cómo resolverlo", propone un método sistemático para la resolución de problemas. Este método ha sido utilizado por generaciones de estudiantes y profesores de matemáticas. Es un método eficaz para enseñar a los estudiantes a pensar críticamente y resolver problemas de manera creativa. (Pólya, 1965).

El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza del álgebra se distingue por su énfasis en el empleo de situaciones problemáticas para inspirar el aprendizaje y fomentar una comprensión profunda de los conceptos matemáticos. Este enfoque ha obtenido reconocimiento y aceptación en el ámbito educativo al emplear problemas del mundo real o situaciones contextualizadas, logrando así conectar los conceptos algebraicos con la vida cotidiana de los estudiantes. Este vínculo facilita la comprensión al demostrar la utilidad y relevancia práctica de los conceptos.

Además, la resolución de problemas proporciona un contexto motivador para el aprendizaje al desafiar a los estudiantes a aplicar sus conocimientos en la búsqueda de

soluciones. Este enfoque fomenta un compromiso activo, transformando a los estudiantes en solucionadores de problemas en lugar de meros receptores pasivos de información.

En la misma línea, la resolución de problemas implica el uso de estrategias y el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico. Los estudiantes no se limitan a aplicar fórmulas; también deben analizar y comprender el problema, identificar patrones y tomar decisiones informadas sobre el enfoque a seguir.

La obra de George Pólya, "Cómo resolverlo", proporciona estrategias efectivas para abordar problemas matemáticos. Pólya enfatiza la importancia de comprender el problema antes de intentar resolverlo, alentando la reflexión y la aplicación de métodos heurísticos. Esta perspectiva influye en la enseñanza del álgebra al destacar la resolución de problemas como una herramienta esencial para lograr un aprendizaje profundo. (Pólya, 1965)

### ***Enfoque Tecnológico***

El enfoque tecnológico en la enseñanza del álgebra es propuesto por diferentes autores, pero uno de los más destacados es el profesor de matemáticas de la Universidad de California, Berkeley, David Tall.

En su libro "The Transition to Abstract Mathematics", publicado en 1991, Tall propone un enfoque basado en la construcción de significados para los conceptos algebraicos. Este enfoque utiliza las tecnologías digitales para proporcionar a los estudiantes oportunidades de explorar y manipular los conceptos algebraicos de manera visual e interactiva.

Según Tall, las tecnologías digitales pueden ayudar a los estudiantes a:

Desarrollar una comprensión conceptual más profunda de los conceptos algebraicos

Aprender de forma más autónoma y colaborativa

Desarrollar habilidades de pensamiento crítico y resolución de problemas

El enfoque tecnológico en la enseñanza del álgebra está ganando cada vez más importancia en la educación. Se ha reconocido que las tecnologías digitales pueden ser una herramienta poderosa para ayudar a los estudiantes a aprender álgebra de manera más efectiva. (Tall, 1991)

### ***Enfoque de Modelización Matemática***

El enfoque de modelización matemática, presentado por Morten Blomhøj y Højgaard Jensen en 2003, se destaca como un paradigma educativo centrado en la integración de modelos matemáticos y la modelización matemática como herramientas fundamentales para el aprendizaje de las matemáticas. Esta perspectiva representa un cambio significativo en la forma en que se enseña y se aprende matemáticas al fomentar la aplicación práctica de los conceptos matemáticos en contextos del mundo real.

Blomhøj y Jensen (2003), como propulsores de este enfoque, han desempeñado un papel clave en el desarrollo y la comprensión de la modelización matemática en el ámbito educativo. Sus contribuciones han influido en la teoría y la práctica de la enseñanza de las matemáticas al resaltar la importancia de incorporar la modelización como un medio efectivo de aprendizaje. Al hacerlo, han proporcionado valiosas perspectivas que buscan no solo transmitir conocimientos abstractos, sino también cultivar habilidades de resolución de problemas, pensamiento crítico y aplicación práctica.

La modelización matemática, según la propuesta de Blomhøj y Jensen, implica que los estudiantes no solo comprendan los conceptos matemáticos de manera teórica, sino que también los apliquen activamente en situaciones del mundo real. Este enfoque promueve una comprensión más profunda y significativa al conectar los conceptos abstractos con contextos

tangibles, brindando a los estudiantes la oportunidad de desarrollar una apreciación más rica de la utilidad y relevancia de las matemáticas en su entorno cotidiano.

### **Conexión entre Álgebra y la Geometría**

La conexión entre el álgebra y la geometría es fundamental en las matemáticas, y su comprensión proporciona una visión más completa y profunda de ambos campos. Aquí se exploran algunas formas en que el álgebra y la geometría están interrelacionados:

Descartes, en su obra "Discurso del método", desarrolla el sistema de coordenadas cartesianas, que permite representar figuras geométricas en el plano mediante ecuaciones algebraicas. Por ejemplo, Descartes utiliza el sistema de coordenadas cartesianas para representar un círculo mediante la ecuación  $x^2+y^2=r^2$ , donde  $r$  es el radio del círculo. (Descartes, 1989)

La geometría y el álgebra son áreas conectadas que se complementan. Según Driscoll (2013), la representación visual que proporciona la geometría ayuda a clarificar conceptos abstractos en álgebra. En el contexto del trinomio cuadrado perfecto, la visualización de áreas de cuadrados y rectángulos puede clarificar la estructura del trinomio (Smith y Thompson, 2016). A pesar de que en los currículos modernos a menudo se enseñan como áreas distintas, un vistazo a la historia demuestra que han estado íntimamente vinculadas, siendo dos caras de la misma moneda matemática.

La creencia común de que la geometría se ocupa únicamente de las formas y el espacio, mientras que el álgebra se adentra en las relaciones numéricas y las ecuaciones, es una simplificación que no le hace justicia a la relación entre ambas. En realidad, en sus inicios, la geometría y el álgebra no se percibían como áreas separadas, sino como herramientas interdependientes en el estudio de los números y el espacio.

Durante la edad media, el mundo islámico se destacó como un centro de intensa actividad matemática, donde los estudiosos musulmanes realizaron contribuciones significativas a diversas ramas de las matemáticas, incluyendo la geometría y el álgebra.

La convergencia entre la geometría y el álgebra representó un hito fundamental en las matemáticas islámicas. Los matemáticos de esta época emplearon diagramas y formas geométricas como herramientas fundamentales para la representación y resolución de problemas algebraicos de considerable complejidad.

Al-Juarismi, un influyente matemático, dejó un legado importante con su obra "Al-Kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wa-al-muqābala", conocido en Occidente como "El libro de la abreviación del cálculo por la restauración y la oposición". Este texto, considerado el primer tratado de álgebra, destaca por el uso ingenioso de diagramas geométricos para la representación y resolución de problemas algebraicos, como la solución de ecuaciones cuadráticas. (Al-Juarismi, 1968)

Omar Khayyám, matemático, astrónomo, filósofo y poeta persa, también desempeñó un papel crucial en esta fusión entre geometría y álgebra. En su obra "Pruebas de las proposiciones de Euclides", Khayyám empleó diagramas geométricos de manera ingeniosa para demostrar las proposiciones de Euclides, resaltando su capacidad para integrar la visualización geométrica en el razonamiento algebraico. (Khayyam, 1992).

En conjunto, los matemáticos musulmanes trascendieron las barreras convencionales entre geometría y álgebra mediante el uso innovador de representaciones visuales y formas geométricas. Este enfoque no solo marcó un hito crucial en el desarrollo de las matemáticas, sino que también fue esencial para consolidar el álgebra como una disciplina matemática independiente.

Una de las conexiones más significativas entre geometría y álgebra se encuentra en el trabajo de René Descartes. En su obra "La Geometría", publicada en 1637, Descartes exploró cómo las ecuaciones algebraicas podían representarse mediante curvas en un plano, dando nacimiento a la geometría analítica (Descartes, 1637). Esta relación simbiótica entre geometría y álgebra permitió que problemas geométricos pudieran ser resueltos mediante herramientas algebraicas y viceversa.

Algunas de las teorías sobre la conexión entre el álgebra y la geometría más destacadas son:

### ***La Teoría de las Formas***

Esta teoría establece que las formas geométricas se pueden representar mediante ecuaciones algebraicas. Por ejemplo, un círculo se puede representar mediante la ecuación  $x^2+y^2=r^2$ , donde  $r$  es el radio del círculo. Fue propuesta por el matemático y filósofo francés René Descartes en su obra "Discurso del método", Descartes establece que todas las verdades pueden ser deducidas de axiomas y postulados básicos, utilizando el razonamiento deductivo.

Descartes utilizó este método para desarrollar la geometría analítica, un nuevo enfoque de la geometría que utiliza las coordenadas cartesianas para representar puntos, líneas y figuras geométricas. En la geometría analítica, las ecuaciones algebraicas se utilizan para describir las propiedades de las formas geométricas.

Por ejemplo, la ecuación de una línea recta es  $y=mx+b$ , donde  $m$  y  $b$  son constantes. Esta ecuación describe la pendiente y la intersección con el eje  $y$  de la línea recta.

La geometría analítica ha sido una herramienta fundamental en el desarrollo de la matemática, la ciencia y la ingeniería. Ha permitido a los matemáticos representar y estudiar formas geométricas de manera más precisa y eficiente. (Descartes 1637)

Mediante este método Descartes relaciona estrechamente la geometría con el álgebra al proporcionar un método para representar y estudiar objetos geométricos mediante ecuaciones algebraicas. La principal conexión entre la geometría analítica y el álgebra se establece a través del uso de coordenadas cartesianas.

En geometría analítica, los puntos en el plano (y en el espacio tridimensional) se representan mediante pares (o triplete) ordenados de números reales. Estos números se conocen como coordenadas y se utilizan para describir la posición de un punto en relación con los ejes coordenados. Por ejemplo, un punto en el plano se puede representar como  $(x, y)$ , donde  $x$  es la coordenada en el eje horizontal (eje  $x$ ) y  $y$  es la coordenada en el eje vertical (eje  $y$ ).

Las ecuaciones algebraicas se utilizan para describir relaciones entre las coordenadas de los puntos. Por ejemplo, la ecuación de una línea recta en el plano es de la forma  $y = mx + b$ , donde  $m$  es la pendiente y  $b$  es la ordenada al origen. Esta ecuación algebraica expresa la relación entre las coordenadas  $x$  e  $y$  de los puntos que pertenecen a la línea.

En términos generales, la geometría analítica utiliza herramientas algebraicas para estudiar propiedades geométricas, y esta relación entre geometría y álgebra ha tenido un impacto significativo en el desarrollo de las matemáticas, proporcionando un marco unificado para abordar problemas geométricos mediante técnicas algebraicas.

### *Teoría de las transformaciones*

La teoría de las transformaciones fue propuesta por el matemático Sophus Lie quien desarrolló un enfoque algebraico para estudiar las transformaciones geométricas, que se basa en el concepto de grupo de transformaciones.

Un grupo de transformaciones es un conjunto de transformaciones que cumplen ciertas propiedades algebraicas. Estas propiedades permiten estudiar las transformaciones de manera sistemática y general.

Lie demostró que las ecuaciones algebraicas pueden utilizarse para representar a las transformaciones geométricas. Estas ecuaciones describen cómo se transforman los puntos, las líneas y las figuras geométricas bajo la acción de una transformación.

La teoría de las transformaciones ha sido una herramienta fundamental en el desarrollo de la geometría, la física y la ingeniería. Ha permitido a los matemáticos estudiar transformaciones geométricas de manera más precisa y eficiente. (Lie, 1874)

Algunos ejemplos de transformaciones geométricas que se pueden representar mediante ecuaciones algebraicas son:

**Traslaciones.** Estas transformaciones mueven los puntos de un conjunto a otro sin cambiar su forma. Se pueden representar mediante ecuaciones lineales.

**Rotaciones.** Estas transformaciones giran los puntos de un conjunto en torno a un punto fijo. Se pueden representar mediante ecuaciones trigonométricas.

**Escalados.** Estas transformaciones cambian el tamaño de los puntos de un conjunto sin cambiar su forma. Se pueden representar mediante ecuaciones cuadráticas.

**Homotecias.** Estas transformaciones cambian el tamaño y la orientación de los puntos de un conjunto. Se pueden representar mediante ecuaciones de segundo grado.



### ***Teoría de la Geometría Algebraica***

Grothendieck (1950) Introdujo una serie de conceptos nuevos y poderosos, como los esquemas, los haces y las topologías de Grothendieck, que proporcionaron un marco unificador para el estudio de las variedades algebraicas.

La teoría de la geometría algebraica de Grothendieck es una disciplina vasta y compleja, pero algunos de sus aspectos más importantes son los siguientes:

**Los Esquemas.** Un esquema es una generalización del concepto de variedad algebraica. Los esquemas permiten estudiar variedades algebraicas con singularidades, así como variedades algebraicas sobre cuerpos no algebraicamente cerrados.

**Los Haces.** Un haz es una colección de objetos matemáticos, como anillos, módulos o grupos abelianos, que se asocian a cada punto de un espacio topológico. Los haces permiten estudiar las propiedades locales de los espacios topológicos, como las variedades algebraicas.

**Las Topologías de Grothendieck.** Una topología de Grothendieck es una estructura que permite definir haces en una categoría arbitraria. Las topologías de Grothendieck son una herramienta esencial para el estudio de la cohomología de los esquemas.

La teoría de la geometría algebraica de Grothendieck es una disciplina compleja y desafiante, pero también es una de las áreas más importantes de las matemáticas modernas. Sus ideas han tenido un profundo impacto en la geometría algebraica y han llevado al desarrollo de nuevas áreas de investigación.

### **Competencias y Habilidades en el Álgebra**

El álgebra, una rama esencial de las matemáticas, se dedica al estudio de símbolos y reglas utilizados para representar y resolver problemas matemáticos. En este contexto, el

trinomio cuadrado perfecto emerge como un tema central dentro del álgebra, requiriendo que la enseñanza se enfoque en el desarrollo específico de competencias y habilidades matemáticas.

De acuerdo a los lineamientos curriculares y referentes de calidad que define el MEN (2017) los estudiantes deben aprender sobre el trinomio cuadrado perfecto en los siguientes aspectos:

### ***Concepto***

Los estudiantes deben comprender que un trinomio cuadrado perfecto es una expresión algebraica de la forma  $ax^2 + bx + c$ , donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales y  $a \neq 0$ .

La comprensión de esta expresión algebraica es fundamental para el desarrollo de habilidades matemáticas esenciales. En primer lugar, el trinomio cuadrado perfecto se relaciona directamente con la factorización eficiente de expresiones algebraicas. Este proceso no solo es útil en la simplificación de ecuaciones, sino que también desempeña un papel crucial en la resolución de ecuaciones cuadráticas.

La importancia de  $a \neq 0$  subraya que el coeficiente cuadrático ( $a$ ) no puede ser igual a cero, ya que en caso contrario no se trataría de un trinomio cuadrado perfecto. Esta condición es crucial para garantizar la validez del concepto y su aplicación adecuada en diversos contextos matemáticos.

Asimismo, la comprensión de esta expresión algebraica proporciona a los estudiantes una base sólida para abordar temas más avanzados en álgebra y cálculo. Además, se destaca su aplicabilidad en la resolución de problemas prácticos, tanto en el ámbito académico como en situaciones del mundo real.

### ***Características***

Los estudiantes deben reconocer las características de un trinomio cuadrado perfecto, que son las siguientes:

El coeficiente del término cuadrático es positivo.

El coeficiente del término lineal es un múltiplo de 2.

El término constante es el cuadrado del coeficiente del término lineal.

### ***Factorización***

Los estudiantes deben saber factorizar un trinomio cuadrado perfecto utilizando la fórmula  $(x + p)^2$ , donde  $p$  es el coeficiente del término lineal.

Es esencial que los estudiantes desarrollen una comprensión profunda de las características distintivas de un trinomio cuadrado perfecto. Estas características, que definen la forma específica de un trinomio cuadrado perfecto, incluyen el hecho de que el coeficiente del término cuadrático debe ser positivo. Esta condición garantiza que la parábola asociada al trinomio se abra hacia arriba, facilitando su visualización y comprensión geométrica.

Otra característica fundamental es que el coeficiente del término lineal debe ser un múltiplo de 2. Este requisito es esencial para la factorización eficiente del trinomio como un cuadrado perfecto, simplificando así el proceso de completar el cuadrado al resolver ecuaciones cuadráticas y permitiendo la identificación fácil del binomio al cuadrado asociado.

Además, la relación entre el término constante y el cuadrado del coeficiente del término lineal es una propiedad definitoria de los trinomios cuadrados perfectos. Esta conexión asegura que la factorización sea posible y facilita la resolución de ecuaciones cuadráticas.

El reconocimiento de estas características no solo es crucial para las operaciones algebraicas, sino que también sienta las bases para un entendimiento más profundo de las

propiedades geométricas y algebraicas asociadas con los trinomios cuadrados perfectos. Esta comprensión no solo contribuye al desarrollo de habilidades analíticas avanzadas, sino que también prepara a los estudiantes para enfrentar desafíos matemáticos más complejos en diversos contextos académicos y prácticos.

### *Aplicaciones*

Los estudiantes deben ser capaces de aplicar sus conocimientos sobre el trinomio cuadrado perfecto para resolver problemas, como los siguientes:

Hallar las raíces de una ecuación cuadrática.

Modelar situaciones de la vida real con funciones cuadráticas.

El desarrollo de la capacidad para aplicar conocimientos sobre el trinomio cuadrado perfecto es esencial en el proceso educativo de los estudiantes. Este conocimiento tiene aplicaciones prácticas significativas, especialmente en la resolución de ecuaciones cuadráticas y en la modelación de situaciones de la vida real mediante funciones cuadráticas.

En el ámbito de la resolución de ecuaciones cuadráticas, el reconocimiento de las características específicas de los trinomios cuadrados perfectos facilita el uso eficiente del método de completar el cuadrado. Este enfoque no solo permite hallar las raíces exactas de una ecuación, sino que también tiene aplicaciones prácticas en diversas disciplinas, contribuyendo a la comprensión profunda de fenómenos matemáticos y su aplicación en contextos reales.

Además, la conexión entre los trinomios cuadrados perfectos y las funciones cuadráticas es crucial. La capacidad de modelar situaciones de la vida real mediante estas funciones es fundamental en campos como la física, la ingeniería y la economía. Los estudiantes que pueden aplicar sus conocimientos sobre trinomios cuadrados perfectos están mejor equipados para

abordar problemas complejos, predecir patrones y tomar decisiones fundamentadas en diversas áreas de estudio.

### **Competencias del Álgebra**

Las competencias del álgebra son las habilidades y conocimientos que los estudiantes necesitan para comprender y aplicar nociones algebraicas. A continuación, se presentan conceptos básicos del trinomio cuadrado perfecto, su factorización, la geometría plana y la visualización geométrica del trinomio cuadrado perfecto

#### ***Trinomio Cuadrado Perfecto***

El concepto de trinomio cuadrado perfecto es fundamental en álgebra, ya que nos permite simplificar y factorizar expresiones de una manera más eficiente. Consiste en un término trinomial que puede ser expresado como el cuadrado de un binomio.

Para entender este concepto, es importante recordar que un binomio es una expresión algebraica que consta de dos términos separados por un signo de más o menos. Por otro lado, un trinomio es una expresión que consta de tres términos separados por signos de más o menos. Cuando hablamos de un trinomio cuadrado perfecto, nos referimos a una expresión trinomial que puede ser factorizada como el cuadrado de un binomio.

Esto significa que los términos de este trinomio presentan una estructura específica que nos permite simplificar la expresión. Un trinomio cuadrado perfecto se forma cuando el primer y el último término de la expresión son cuadrados perfectos, y el término del medio es el doble del producto de las raíces cuadradas de los dos términos extremos.

Por lo tanto, un trinomio cuadrado perfecto es una expresión algebraica que resulta del cuadrado de un binomio. Es decir, se obtiene al elevar al cuadrado un binomio (dos términos sumados o restados), su estructura es la siguiente:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

El trinomio cuadrado perfecto juega un papel crucial en la comprensión y progresión de estudios algebraicos. Su diseño, inherente en su forma, así como las propiedades que presenta, constituyen piedras angulares para adentrarse en conceptos y técnicas más complejas del álgebra. No es simplemente un concepto aislado, sino una puerta que introduce a los estudiantes a temas algebraicos más avanzados.

Hijmans, Cameron, Parra, Jones y Jarvis (2005) corrobora esta perspectiva al señalar que el trinomio cuadrado perfecto no es meramente un tema de interés pasajero en el currículo matemático, sino una base esencial. Este reconocimiento subraya la importancia de asegurarse de que los estudiantes comprendan profundamente el trinomio cuadrado perfecto antes de avanzar a temas algebraicos más avanzados. En esencia, un sólido entendimiento de este concepto prepara a los estudiantes para abordar con confianza y competencia desafíos matemáticos más elevados en su trayectoria educativa.

### ***Factorización del Trinomio Cuadrado Perfecto***

La factorización es una herramienta esencial en álgebra que permite expresar una expresión polinómica como el producto de factores más simples. Uno de los casos más particulares y reconocibles de factorización es el del trinomio cuadrado perfecto.

Un trinomio cuadrado perfecto es el resultado de elevar al cuadrado un binomio. Posee una estructura distintiva que facilita su identificación y factorización. Generalmente, un trinomio cuadrado perfecto se presenta en las formas:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Donde  $a^2$  y  $b^2$  son los términos cuadrados del trinomio y  $2ab$  o  $-2ab$  representa el término central, derivado del doble producto de  $a$  y  $b$ .

Para factorizar un trinomio cuadrado perfecto:

**Identificación.** Primero, debemos asegurarnos de que los términos en las posiciones iniciales y final del trinomio sean cuadrados perfectos.

**Término Central.** Luego, al multiplicar las raíces cuadradas de estos términos por dos, debemos obtener el término del medio.

**Reconstrucción del Binomio.** Una vez identificados estos elementos, podemos reconstruir el binomio original. El signo del término central nos indicará si el binomio se compone de una suma o una resta.

Por ejemplo, al observar el trinomio  $x^2 + 6x + 9$ , es fácil identificar que los términos cuadrados son  $x^2$  y  $9$ , y que el término central,  $6x$ , es el doble producto de sus raíces cuadradas ( $x$  y  $3$ ). Por lo tanto, el trinomio se factoriza como  $(x + 3)^2$ .

Entender el trinomio cuadrado perfecto y su factorización es vital en matemáticas, especialmente en álgebra y cálculo. Esta habilidad permite simplificar expresiones, resolver ecuaciones y optimizar cálculos. Al dominar la factorización de trinomio cuadrado perfecto, se establece una base sólida para abordar factorizaciones más complejas y conceptos algebraicos avanzados.

## Geometría Plana

Desde tiempos ancestrales, la humanidad ha buscado entender y descifrar el mundo que le rodea. En este camino hacia la comprensión, uno de los descubrimientos más revolucionarios ha sido el de la geometría plana. Esta rama de la matemática, centrada en las propiedades y relaciones de las figuras en un plano, ha ofrecido no solo una manera de describir el mundo, sino

también una herramienta para el desarrollo del razonamiento lógico y la capacidad de abstracción.

La geometría plana juega un papel vital en la formación educativa. A través de su estudio, los estudiantes aprenden a razonar deductivamente, a visualizar conceptos abstractos y a establecer conexiones entre diferentes áreas del conocimiento. Por ejemplo, al demostrar teoremas geométricos, los alumnos no solo comprenden propiedades específicas de las figuras, sino que también desarrollan una estructura de pensamiento lógico y riguroso.

Según Piaget (1970), el aprendizaje es más efectivo cuando los estudiantes construyen activamente su conocimiento. La geometría plana puede servir como un puente entre lo conocido y lo desconocido, permitiendo a los estudiantes visualizar y construir conceptos abstractos.

La geometría plana con su enfoque en figuras bidimensionales y representaciones visuales proporciona a los estudiantes una oportunidad tangible para "ver" conceptos que, de otra manera, permanecerían en el reino de lo abstracto. Al interactuar con estos conceptos de manera visual, los estudiantes pueden relacionarlos con su conocimiento previo, formando conexiones y construyendo una comprensión más profunda.

Por ejemplo, un concepto abstracto en álgebra puede inicialmente parecer desconectado de la realidad del estudiante. Pero, si ese mismo concepto se representa geoméricamente en un plano, de repente se vuelve más concreto y accesible. Los estudiantes pueden trazarlo, medirlo y visualizar sus propiedades, facilitando así su capacidad para comprenderlo y relacionarlo con otros conceptos que ya conocen.

La aplicación práctica en diversas áreas del conocimiento, junto con sus axiomas y postulados como punto de partida, hacen de la geometría plana una disciplina esencial para



comprender y describir las formas y medidas en el mundo que nos rodea. A continuación, se presentan algunos aportes teóricos y prácticos sobre la enseñanza de la geometría plana:

Santiago y Alves (2021) diseñaron la teoría de situaciones didácticas donde postulan la enseñanza de conceptos, como la geometría, a través de la presentación de situaciones problemáticas relevantes. El objetivo de este enfoque es promover una comprensión profunda y aplicada, impulsando a su vez la motivación estudiantil.

Por otro lado, Rojas, Correa y Muñoz (2022) plantean la utilización de herramientas tecnológicas, como el software GeoGebra, este puede ser una estrategia didáctica innovadora y efectiva para enseñar geometría y mejorar el aprendizaje de los estudiantes. El uso de estas herramientas permite la visualización y manipulación de las figuras geométricas, lo que facilita su comprensión y aplicación.

En la actualidad, el avance de la tecnología nos brinda una amplia gama de herramientas que podemos utilizar en el ámbito educativo, y una de ellas es el software Geogebra. Esta herramienta se ha convertido en una estrategia didáctica innovadora y efectiva para enseñar geometría y mejorar el aprendizaje de los estudiantes. Una de las principales ventajas del uso de Geogebra es que permite la visualización y manipulación de las figuras geométricas. A través de esta herramienta, los estudiantes pueden interactuar de manera activa con los objetos matemáticos, explorar diferentes construcciones y modificar las características de las figuras, lo que facilita su comprensión y aplicación. Esta capacidad de interacción y experimentación contribuye a que los alumnos puedan construir su propio conocimiento de manera significativa.

### **Visualización Geométrica del Trinomio Cuadrado Perfecto**

Un cuadrado grande que se subdivide en cuadrados y rectángulos más pequeños para el trinomio  $(a + b)^2$ :

El cuadrado grande representa el trinomio completo.

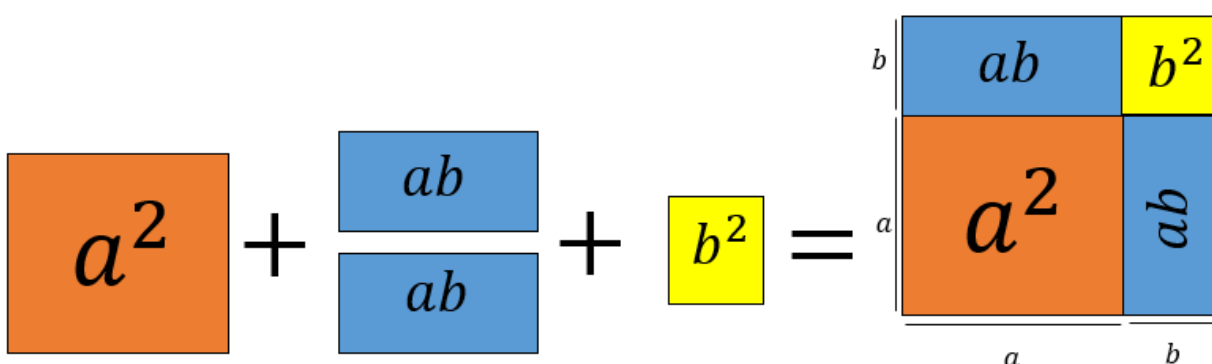
Un cuadrado con lado  $a$  representa  $a^2$

Otro cuadrado con lado  $b$  representa  $b^2$

Dos rectángulos con lados  $a$  y  $b$  representan los términos cruzados  $2ab$ .

### Figura 1

*Representación geométrica del trinomio cuadrado perfecto*



*Fuente.* Autoría propia

Pulgarin, Saucedo, y Matute (2019) realizaron una investigación en la Institución Educativa Escuela Normal Superior Santa Teresita de Sopetrán en el grado noveno sobre el álgebra geométrica en el proceso de la factorización de trinomios cuadráticos, donde pudieron establecer que la enseñanza del álgebra a través de la geometría es una estrategia didáctica que facilita la comprensión del trinomio cuadrado perfecto. Esta estrategia permite lograr el paso del lenguaje natural al lenguaje algebraico, dando una representación geométrica del trinomio cuadrado perfecto.

En términos generales, la visualización geométrica del trinomio cuadrado perfecto es una herramienta didáctica que puede facilitar la comprensión de este concepto matemático. Los aportes teóricos y prácticos sobre la visualización geométrica del trinomio cuadrado perfecto incluyen la geometría demostrativa de los griegos, la enseñanza del álgebra a través de la

geometría, la geometría plana y la aplicación del trinomio cuadrado perfecto en situaciones prácticas. Es fundamental considerar estos aspectos al diseñar e implementar planes de estudio que sean relevantes y contextualizados para los estudiantes.

### **Aspectos Metodológicos**

Esta investigación es de tipo cualitativo con un enfoque descriptivo, ya que se pretende comprender en profundidad el desarrollo y la evolución del aprendizaje de los conceptos y la operatividad involucrados en el trinomio cuadrado perfecto.

De acuerdo con las Líneas de investigación, transversales y funcionales de la escuela Ciencias de la Educación (ECEDU) de la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD), este proyecto se enmarca en la línea de pedagogía, didáctica y currículo. La elección de esta línea se sustenta en su carácter transversal, lo que significa que abarca y se relaciona con diversas áreas y disciplinas dentro del ámbito educativo.

La pedagogía, la didáctica y el currículo son elementos fundamentales en el proceso educativo, ya que influyen en la forma en que se enseña y se aprende. Al ubicar este proyecto en la línea mencionada, se reconoce su conexión intrínseca con aspectos cruciales del campo educativo, como la enseñanza, la metodología pedagógica y el diseño del plan de estudios.

En primer lugar, es importante destacar que la investigación cualitativa es intrínsecamente exploratoria. Esto significa que nos permite desarrollar una comprensión detallada y matizada del fenómeno que estamos estudiando, en este caso, cómo los estudiantes aprenden y comprenden el trinomio cuadrado perfecto.

Este enfoque no se limita a datos numéricos o estadísticos, sino que se centra en las experiencias y percepciones individuales de los estudiantes. Esto nos proporciona una visión más completa y contextualizada del proceso de aprendizaje.

Los autores Blasco y Pérez (2007), señalan que la investigación cualitativa estudia la realidad en su contexto natural y cómo sucede, sacando e interpretando fenómenos de acuerdo con las personas implicadas. Utiliza variedad de instrumentos para recoger información como

las entrevistas, imágenes, observaciones, historias de vida, en los que se describen las rutinas y las situaciones problemáticas, así como los significados en la vida de los participantes. (2007, p. 25)

En segundo lugar, el enfoque descriptivo complementa la metodología cualitativa al permitirnos observar y describir el comportamiento y las características de los sujetos de estudio tal como se manifiestan naturalmente. No buscamos modificar o influir en el comportamiento de los estudiantes, sino documentar sus interacciones y su evolución a lo largo del tiempo. Esto proporciona una visión realista y auténtica del fenómeno de estudio.

Guevara plantea que “El objetivo de la investigación descriptiva consiste en llegar a conocer las situaciones, costumbres y actitudes predominantes a través de la descripción exacta de las actividades, objetos, procesos y personas” (2020, p. 171).

Por último, este tipo de investigación es especialmente útil para identificar y explorar patrones, temas y tendencias que pueden surgir durante el proceso de aprendizaje. Además, la capacidad de recoger datos detallados y personalizados sobre los estudiantes nos permite adaptar nuestras estrategias de enseñanza a las necesidades individuales de cada estudiante, mejorando así la efectividad de nuestra enseñanza.

Hemos elegido una investigación de tipo cualitativo con un enfoque descriptivo porque nos proporciona las herramientas necesarias para observar y entender el proceso de aprendizaje de los estudiantes en su contexto natural, sin manipulaciones ni intervenciones, permitiéndonos identificar patrones y adaptar nuestras estrategias de enseñanza para mejorar la efectividad del aprendizaje del trinomio cuadrado perfecto.

## **Fases de la Investigación**

Para el desarrollo de esta investigación se tienen en cuenta diversas fases, cada una de ellas en la investigación desempeña un papel crucial en la obtención de un conocimiento profundo y fiable sobre el impacto de la implementación de la geometría en la enseñanza de la factorización del trinomio cuadrado perfecto.

### ***Fase 1: Concepción de la Idea***

La observación de las clases de matemáticas del noveno grado A, dirigidas por el profesor Andrés Fernando Mosquera en la Institución Educativa Santa Fe, ha puesto de manifiesto una notable dificultad en el proceso de aprendizaje de la factorización del trinomio cuadrado perfecto por parte de los estudiantes.

La factorización del trinomio cuadrado perfecto es un concepto esencial en álgebra, y las complicaciones en su comprensión pueden generar un impacto adverso en la adquisición de habilidades matemáticas más avanzadas. Al identificar con precisión esta brecha en el conocimiento, se presenta la oportunidad de emprender una investigación detallada para abordar este desafío específico y elevar la calidad del aprendizaje.

Por tal motivo, se llevó a cabo una prueba diagnóstica que consistió en la administración de un examen a los estudiantes con el propósito de evaluar su comprensión inicial de la factorización del trinomio cuadrado perfecto. Este examen sirvió como punto de referencia para medir los conocimientos de los alumnos con respecto al tema.

Adicionalmente, se implementó una encuesta dirigida a los estudiantes con el fin de explorar sus percepciones sobre la factorización del trinomio cuadrado perfecto, indagar sobre sus experiencias previas con el tema y conocer las estrategias que emplean para abordar problemas relacionados.

## ***Fase 2: Formulación del Problema***

Considerando las dificultades identificadas en los estudiantes del noveno grado A de la Institución Educativa Santa Fe, a través de observaciones, prueba diagnóstica y encuesta, se ha determinado que la enseñanza convencional de la factorización del trinomio cuadrado perfecto se ha centrado principalmente en fórmulas y procesos abstractos. Esto ha llevado a que algunos alumnos perciban este tema como un conjunto de reglas para memorizar, careciendo de un significado claro y aplicaciones prácticas. Este enfoque ha generado un marcado desinterés hacia las matemáticas, una disminución en la confianza de los estudiantes para abordar problemas algebraicos y, en algunos casos, incluso una aversión hacia la disciplina.

Por esta razón, se busca incorporar la geometría plana en la enseñanza de la factorización del trinomio cuadrado perfecto, con el propósito de que los estudiantes puedan comprender el tema de manera más accesible y que adquiera un significado relevante para ellos. Se espera que esta integración facilite a los estudiantes la resolución de problemas mediante la aplicación de estos conceptos.

Tomando como referencia la teoría de Hiele (1986) sobre los niveles de pensamiento geométrico, la cual proporciona un marco conceptual valioso para potenciar la comprensión de la factorización del trinomio cuadrado perfecto. Esta teoría, sugiere que los estudiantes pasan por distintos niveles de comprensión geométrica a medida que desarrollan su capacidad para razonar y resolver problemas en el ámbito de la geometría.

Para aplicar esta teoría a la enseñanza de la factorización del trinomio cuadrado perfecto, se considera lo siguiente:

**Nivel de Reconocimiento.** En este nivel, los estudiantes identifican patrones visuales en el trinomio cuadrado perfecto y comprenden las características distintivas de este tipo de

expresión algebraica. Se pueden utilizar recursos visuales, como representaciones gráficas, para ayudar a los estudiantes a reconocer la forma específica del trinomio cuadrado perfecto.

**Nivel de Descripción.** Los estudiantes avanzan a la capacidad de describir las propiedades y características del trinomio cuadrado perfecto. Pueden articular las relaciones entre los términos y entender las fórmulas asociadas. La enseñanza puede enfocarse en explicaciones verbales y discusiones que fomenten la descripción precisa de los elementos del trinomio.

**Nivel de Análisis.** En este nivel, los estudiantes pueden descomponer el trinomio cuadrado perfecto en sus componentes básicos y entender cómo se relacionan entre sí.

Se pueden introducir actividades que requieran desglosar el trinomio en sus factores y analizar cómo se combinan para formar la expresión completa.

**Nivel de Abstracción.** En el nivel más alto, los estudiantes pueden generalizar los conceptos y aplicarlos a situaciones más abstractas. Pueden comprender las conexiones entre la factorización del trinomio cuadrado perfecto y conceptos geométricos más amplios. Se pueden proporcionar desafíos que impliquen aplicar la factorización en contextos diversos, relacionando la geometría plana con la manipulación algebraica.

La integración de la teoría de Van Hiele en la enseñanza de la factorización del trinomio cuadrado perfecto permite abordar el tema de manera más holística, ayudando a los estudiantes a desarrollar una comprensión profunda y significativa de este concepto algebraico mediante el uso de razonamiento geométrico.



### ***Fase 3: Inmersión Preliminar en el Campo***

Se diseñó una estrategia didáctica apoyada en la teoría de Van Hiele para enseñar la factorización del trinomio cuadrado perfecto mediante la implementación de la geometría plana, para lo cual se elaboraron las siguientes actividades:

#### **Actividad 1: Reconocimiento del Trinomio Cuadrado Perfecto y la Geometría Plana.**

Esta actividad se enfocó en el reconocimiento del trinomio cuadrado perfecto y su relación con la geometría plana mediante la implementación de un diálogo socrático. En este contexto, se llevó a cabo una interacción participativa con los estudiantes, en la cual se les planteó una serie de preguntas que exploraban y profundizaban en el concepto del trinomio cuadrado perfecto. Además, se utilizó el tablero para presentar figuras geométricas planas que ayudaron a visualizar y comprender mejor las conexiones entre el álgebra y la geometría.

Este enfoque tiene varios beneficios pedagógicos. Puesto que, el diálogo socrático fomentó la participación activa de los estudiantes, estimulando su pensamiento crítico y propiciando un ambiente de aprendizaje colaborativo. Las preguntas planteadas durante el diálogo no solo buscaron respuestas, sino que también guiaron a los estudiantes hacia una comprensión más profunda del trinomio cuadrado perfecto y su aplicación en el contexto de la geometría plana.

La incorporación de figuras planas en el tablero añadió un componente visual a la enseñanza, facilitando la conexión entre los conceptos algebraicos y geométricos.

**Actividad 2: Propiedades del Trinomio Cuadrado Perfecto.** Se centró en explorar las propiedades del trinomio cuadrado perfecto a través de la dinámica "tingo tingo tango". En esta dinámica, se seleccionaron varios estudiantes para participar activamente saliendo al tablero y destacando las propiedades y características clave del trinomio cuadrado perfecto.

Esta estrategia pedagógica tiene varias ventajas fundamentales. Puesto que, al involucrar directamente a los estudiantes en la identificación de propiedades en el tablero, se fomentó la participación activa y la conexión práctica con el tema. La dinámica "tingo tingo tango" generó un entorno lúdico y motivador, lo que contribuyó a que los estudiantes se sintieran más comprometidos y receptivos durante el proceso de aprendizaje.

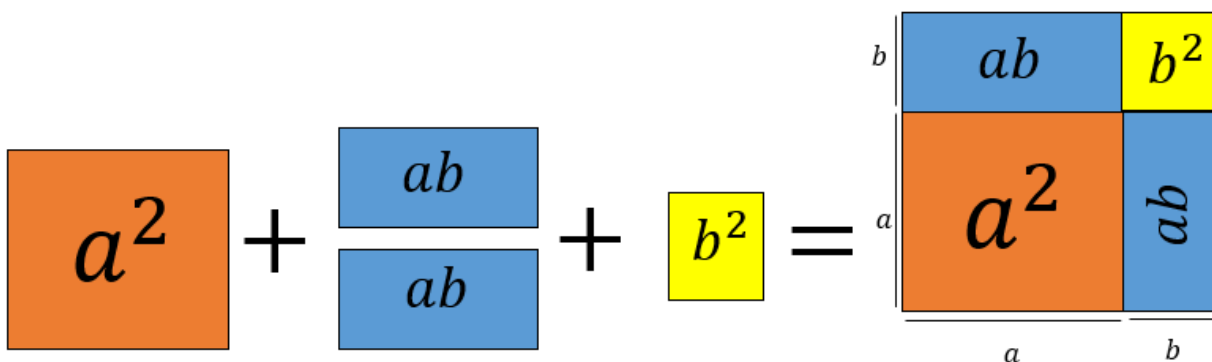
Esta actividad les brindó a los alumnos la oportunidad de interiorizar la fórmula de manera dinámica.

Además, la actividad tuvo el efecto positivo de crear un ambiente de aprendizaje interactivo, donde los estudiantes se convirtieron en participantes activos en la construcción de su conocimiento.

**Actividad 3. Explorando el Trinomio Cuadrado Perfecto a través de la Construcción con Figuras Geométricas.** En esta actividad, se proporcionó a los estudiantes una experiencia práctica para construir y comprender el trinomio cuadrado perfecto mediante el uso de cuadrados y rectángulos, guiados por fichas didácticas explicativas.

### Figura 2

*Representación geométrica del trinomio cuadrado perfecto*



*Fuente.* Autoría propia

En primer lugar, se suministró a los estudiantes una explicación minuciosa sobre la construcción del cuadrado perfecto. Esta introducción detallada tiene como objetivo

proporcionar una base sólida para que los alumnos comprendan los pasos esenciales en la creación del cuadrado perfecto. La claridad en esta fase inicial es crucial, ya que sienta las bases para la comprensión profunda del proceso.

En segunda instancia, se procedió a explicar el procedimiento específico para factorizar el trinomio cuadrado perfecto a partir de la figura construida con las fichas didácticas. La transición de la construcción del cuadrado perfecto a la factorización es un paso crucial en la actividad. Aquí se establece la conexión directa entre la manipulación geométrica y la representación algebraica del trinomio.

Después de la fase de construcción y factorización, se guió a los estudiantes a ubicar el cuadrado perfecto que habían armado con las fichas didácticas en el plano cartesiano. Esto con el fin de integrar una aplicación práctica de las habilidades adquiridas. Esto permite a los estudiantes ver cómo los conceptos abstractos se aplican en un contexto visual y práctico.

Esta actividad se concibió con el propósito de proporcionar a los estudiantes una experiencia práctica y visual en la construcción del trinomio cuadrado perfecto. Al utilizar cuadrados y rectángulos, y respaldar la explicación con fichas didácticas, se fomenta una comprensión más profunda del proceso algebraico mediante la representación geométrica. Este enfoque permite que los estudiantes apliquen sus conocimientos de geometría de manera concreta.

Además, el componente visual de las fichas didácticas refuerza el aprendizaje al proporcionar a los educandos una referencia visual que puede recordarles la conexión entre la construcción geométrica y el concepto algebraico. De igual manera, al trasladarse de la construcción visual a la factorización, se fomenta una comprensión más profunda del proceso algebraico. Este enfoque práctico y visual facilita la conexión entre la manipulación de formas

geométricas y la expresión algebraica equivalente, lo que contribuye a una comprensión más integral de la factorización del trinomio cuadrado perfecto.

**Actividad 4: Actividad Colaborativa y Post Test.** En esta actividad, se formaron grupos compuestos por 4 estudiantes, a cada equipo se les proporcionó una expresión algebraica representando un trinomio específico y se le entregaron fichas didácticas con las cuales debían realizar la construcción visual del cuadrado perfecto y proceder a la factorización del trinomio correspondiente.

Una vez finalizada la actividad, cada grupo se presentó al frente del aula para ubicar el trinomio cuadrado perfecto que les había correspondido en un plano cartesiano ubicado en el tablero. De esta manera, socializaron el trabajo realizado con el resto de la clase.

Luego del trabajo colaborativo se abordó un post test de manera individual, En este, los estudiantes enfrentaron 5 preguntas de tipo ICFES, requiriendo la aplicación de los conocimientos recientemente adquiridos sobre la factorización del trinomio cuadrado perfecto, implementando la geometría plana.

La aplicación del post test permite evaluar la asimilación individual de los conceptos aprendidos. Esto proporciona datos valiosos sobre la efectividad de la enseñanza y la comprensión individual de cada estudiante.

La elección de preguntas tipo ICFES en el post test añade un elemento práctico a la evaluación. Más allá de evaluar la memorización valora la capacidad de aplicar los conocimientos en situaciones diversas y contextualizadas.

#### ***Fase 4: Formulación del diseño de investigación***

Esta fase constituye la estructura metodológica para abordar la problemática identificada en la enseñanza de la factorización del trinomio cuadrado perfecto mediante la implementación

de la geometría plana. Este diseño busca comprender detalladamente el impacto de esta estrategia pedagógica en las percepciones, actitudes y desempeño académico de los estudiantes del noveno grado A de la Institución Educativa Santa Fe.

**Tipo de Investigación.** Se opta por un diseño de investigación cualitativo, específicamente con un enfoque descriptivo. Este diseño permite una comprensión detallada del impacto de la implementación de la geometría plana en la enseñanza de la factorización del trinomio cuadrado perfecto, centrándose en las percepciones, actitudes y desempeño académico de los estudiantes.

**Participantes.** Los participantes de este estudio serán estudiantes del noveno grado A de la Institución Educativa Santa Fe, ubicada en el municipio de Turbo, departamento de Antioquia. Este grupo está compuesto por 18 mujeres y 12 hombres, con edades que oscilan entre los 15 y 17 años. La selección de este grupo específico se basa en la identificación de desafíos que enfrentan en la comprensión de la factorización del trinomio cuadrado perfecto.

**Procedimiento.**

**Prueba Diagnóstica.** Se administró una prueba diagnóstica a los estudiantes para evaluar su comprensión inicial de la factorización del trinomio cuadrado perfecto. Esta prueba sirve como línea base para comparar los resultados antes y después de la intervención.

**Implementación de la Estrategia Pedagógica.** Se llevó a cabo la implementación de la estrategia pedagógica diseñada, que utiliza la geometría plana para enseñar la factorización del trinomio cuadrado perfecto. Durante esta fase, se recopilarán datos cualitativos a través de observaciones directas, registros fotográficos y grabaciones de video para capturar la interacción y la participación de los estudiantes.

**Post Prueba.** Después de la intervención, se administró un post prueba que evaluó la comprensión de los estudiantes después de haber sido expuestos a la enseñanza con enfoque en geometría plana.

**Encuestas.** Se realizaron encuestas a los estudiantes para obtener información cualitativa sobre sus percepciones, actitudes y experiencias durante la implementación de la estrategia pedagógica.

**Análisis de Resultados.** Se analizaron los resultados de las pruebas, observaciones y datos cualitativos recopilados para evaluar el impacto de la estrategia pedagógica en el aprendizaje de la factorización del trinomio cuadrado perfecto.

#### **Instrumentos de Recolección de Datos.**

Pruebas escritas (pre test y post test) para evaluar el conocimiento teórico.

Observaciones directas y registros fotográficos durante la implementación de la estrategia pedagógica.

Encuestas estructuradas para recopilar percepciones y experiencias de los estudiantes.

**Análisis de Datos.** El análisis de datos incluyó técnicas cualitativas. Se realizó un análisis estadístico de las pruebas escritas para evaluar el desempeño académico. Las observaciones y datos cualitativos se analizarán mediante técnicas de codificación y categorización para identificar patrones y temas emergentes.

**Ética.** Se garantizó la confidencialidad de la información de los participantes, y se obtuvo el consentimiento informado de los estudiantes y de los padres. El estudio se llevó a cabo de acuerdo con los principios éticos de la investigación.

**Limitaciones.** La investigación se limita al contexto específico de la Institución Educativa Santa Fe y al grado noveno A. La duración de la intervención puede ser limitada por el calendario escolar.

#### **Los recursos Humanos.**

**Docente de Matemáticas.** Se menciona que se incluye al docente de matemáticas correspondiente como parte de la muestra. Este docente es parte integral de la investigación y puede desempeñar un papel importante en la recopilación de datos, proporcionando información sobre las estrategias de enseñanza utilizadas y observando el progreso de los estudiantes.

#### **Recursos Financieros.**

**Material Didáctico.** Se asignó un presupuesto para la creación y adquisición de material didáctico, como fichas explicativas, cartulinas, marcadores, cartón paja, papel contad. Estos materiales son esenciales para llevar a cabo las actividades planificadas durante la estrategia didáctica y la inmersión preliminar en el campo.

**Pruebas Escritas.** Se asignaron fondos para la impresión y distribución de las pruebas escritas utilizadas en la prueba diagnóstica, post test y encuesta

#### **Fase 5 - Delimitación de la Muestra y su Acceso**

**Población.** Sampieri (2014) en su obra "Metodología de la Investigación", En su obra "Metodología de la Investigación", Sampieri aborda diversos aspectos cruciales relacionados con la población de estudio en una investigación. Destaca la necesidad de establecer una definición clara de la población desde el comienzo del estudio. Además, hace hincapié en la importancia de que los investigadores estén conscientes de los objetivos específicos de la investigación al seleccionar la población, lo que implica decidir si se incluirán todos los elementos o si se llevará a cabo un muestreo selectivo.

En cuanto a la delimitación de la población de estudio, Sampieri recomienda establecer criterios claros de inclusión y exclusión de elementos. Estos criterios desempeñan un papel fundamental en la definición precisa de los límites de la investigación.

La población seleccionada para este proyecto de investigación está conformada por los integrantes de la institución educativa Santa Fe, que abarca dos sedes. Esta institución, está compuesta por 56 grupos estudiantiles, totalizando 1.452 alumnos. Además, cuenta con un cuerpo docente compuesto por 64 profesores, quienes desempeñan un papel fundamental en la impartición de la educación a los estudiantes de esta institución.

**Muestra.** Sampieri (2014) presenta una perspectiva integral y aplicada sobre la muestra en la investigación, proporcionando a los investigadores las herramientas esenciales para llevar a cabo selecciones de muestra efectivas y robustas en sus estudios. Su énfasis en la transparencia en la investigación, la delimitación clara de la población estudiada y la explicación detallada del proceso de selección de la muestra refuerzan la solidez metodológica.

Destaca la contribución significativa de su enfoque a la comprensión y aplicación de los procesos de selección de muestra en la investigación, aspecto crucial para la validez y confiabilidad de los resultados obtenidos. Sampieri resalta la importancia de que la muestra sea representativa de la población de estudio, permitiendo así generalizar los resultados a una escala más amplia.

Además, ofrece directrices y consideraciones para determinar el tamaño adecuado de la muestra, reconociendo su papel esencial en la obtención de resultados estadísticamente significativos y confiables. También brinda orientación sobre el establecimiento de criterios claros para la inclusión y exclusión de elementos en la muestra, lo que contribuye a definir los límites de la investigación y a mantener coherencia en la selección de participantes.



Sampieri destaca la importancia de realizar análisis estadísticos apropiados para interpretar los datos de la muestra, subrayando su contribución a la validez y confiabilidad de los resultados. En conjunto, su enfoque aborda de manera integral los aspectos clave de la selección de muestra, fortaleciendo la base metodológica y la calidad de la investigación.

La muestra seleccionada para este proyecto de investigación corresponde a un enfoque no probabilístico, concretamente un muestreo intencional. En este caso, se ha optado por seleccionar directamente el grupo noveno A de la Institución Educativa Santa Fe, compuesto por 30 estudiantes, de los cuales 18 son mujeres y 12 son hombres. Además, se incluye al docente de matemáticas correspondiente.

De acuerdo con lo planteado por Sayago (2014). El muestreo no probabilístico consiste en seleccionar elementos basándose en características específicas relevantes para la investigación, según lo considere el investigador. La elección de este tipo de muestreo está estrechamente vinculada a los objetivos de estudio, la relevancia de las características seleccionadas y la rigurosidad del proceso de selección.

Cada estudiante dentro de esta muestra puede aportar una perspectiva individualizada sobre cómo se entienden y aplican los conceptos de trinomio cuadrado perfecto, proporcionando una riqueza de información sobre las variaciones individuales en la adquisición del aprendizaje. Al mismo tiempo, la docente de matemáticas puede proporcionar información valiosa sobre las estrategias de enseñanza utilizadas, así como los desafíos y logros observados en el proceso de enseñanza.

### ***Fase 6 – Recolección de Datos***

En el desarrollo de esta investigación implementamos diversas técnicas y herramientas de recopilación de datos con el objetivo de identificar y destacar las dificultades que los estudiantes

del noveno grado A presentan en el proceso de factorización del trinomio cuadrado perfecto. La selección cuidadosa de métodos de investigación y la aplicación de instrumentos específicos nos proporcionaron la información necesaria para analizar de manera integral las deficiencias observadas en el dominio de este concepto matemático por parte de los estudiantes.

**Técnicas.** Sampieri (2014) proporciona una orientación sobre la selección y aplicación de diversas técnicas de investigación. Destaca la vital importancia de adecuar estas técnicas al contexto específico y los propósitos de la investigación. Asimismo, subraya la necesidad de alinear las técnicas con los objetivos del estudio, lo cual implica una comprensión profunda de los logros buscados a través de la investigación. La elección de las técnicas debe ser coherente con la finalidad del estudio, ya sea para explorar nuevas áreas, describir fenómenos, explicar relaciones o poner a prueba hipótesis. Este enfoque estratégico contribuye de manera significativa a la efectividad y relevancia de la investigación.

Sampieri hace especial énfasis en la importancia de adaptar las técnicas al contexto específico de la investigación. Este enfoque implica considerar las condiciones y características particulares del entorno en el cual se desarrolla el estudio. Cada contexto presenta desafíos y oportunidades únicas, y la habilidad para ajustar las técnicas en consecuencia mejora la validez y aplicabilidad de los resultados obtenidos. Esta atención al contexto específico asegura que las metodologías utilizadas sean apropiadas y efectivas, fortaleciendo así la credibilidad y pertinencia de la investigación.

Las técnicas e instrumentos implementados para recolectar información en esta investigación fueron los siguientes:

**Observación en el Aula.** Se realizaron observaciones a los estudiantes durante las clases y actividades relacionadas con el trinomio cuadrado perfecto para entender cómo interactúan con el contenido y cómo se desarrolla su aprendizaje.

**Registro Audiovisual.** Se registraron grabaciones de audio y video de las clases para analizar y evaluar cómo los estudiantes participan y responden a las estrategias pedagógicas empleadas.

**Análisis de Tareas y Ejercicios.** Se evaluaron los trabajos y ejercicios que los estudiantes realizaron relacionados con el trinomio cuadrado perfecto, para identificar posibles patrones de aprendizaje y dificultades.

**Encuestas de Opinión.** Se llevaron a cabo encuestas a los estudiantes para conocer sus opiniones sobre la efectividad de la aproximación pedagógica empleada y cómo ha impactado su aprendizaje en matemáticas.

**Pruebas Pre y Post.** Se aplicaron pruebas diagnósticas antes de la intervención pedagógica y pruebas posteriores para evaluar el progreso y el aprendizaje alcanzado.

**Registros Académicos.** Se analizaron los registros académicos de los estudiantes para evaluar su rendimiento antes y después de la intervención pedagógica.

**Instrumentos.** Los autores Cohen, Manion y Morrissonsubrayan (2018) destacan cómo la elección y aplicación adecuadas de instrumentos de investigación pueden influir directamente en la calidad de los datos recopilados. De igual manera, resaltan la importancia de tomar decisiones informadas al elegir las herramientas de recolección de datos, lo que, a su vez, afecta la validez y confiabilidad de los resultados de la investigación. Los autores señalan que es necesario de una cuidadosa consideración al diseñar y llevar a cabo investigaciones. Esto es especialmente relevante en entornos académicos y educativos, donde la precisión y relevancia de la información

recopilada pueden tener un impacto significativo en las prácticas educativas y en la toma de decisiones pedagógicas.

Los instrumentos implementados en esta investigación son los siguientes:

**Cuestionario estructurado con preguntas:** se realizó un cuestionario con diversas preguntas relacionadas con el proceso de enseñanza y aprendizaje de la factorización del trinomio cuadrado perfecto, con el fin de conocer la percepción de los estudiantes.

***Guía de Observación.*** La elección de incorporar un cuestionario estructurado como instrumento de investigación se basa en la necesidad de obtener una comprensión profunda de la percepción de los estudiantes en relación con el proceso de enseñanza y aprendizaje de la factorización del trinomio cuadrado perfecto. Este instrumento se destaca por su capacidad para recopilar datos de manera sistemática y estandarizada, lo que contribuye a la objetividad y consistencia en la recopilación y análisis de información.

El cuestionario se diseñó cuidadosamente, incluyendo una variedad de preguntas que abordan aspectos clave del proceso educativo. Estas preguntas no solo exploran la comprensión conceptual de los estudiantes, sino que también indagan sobre la claridad de las explicaciones brindadas en clase, el nivel de interés que los estudiantes tienen en el tema y cualquier desafío específico que puedan enfrentar durante el aprendizaje de la factorización del trinomio cuadrado perfecto.

***Guía de Implementación Didáctica.*** La incorporación de una guía de Implementación didáctica en este estudio se fundamenta en la necesidad de proporcionar una estrategia educativa específica y efectiva para facilitar el aprendizaje del concepto de trinomio cuadrado perfecto. Esta herramienta fue diseñada con el propósito de ofrecer actividades dinámicas que fomenten la comprensión profunda de este tema entre los estudiantes.

La estrategia didáctica se estructuró considerando diferentes estilos de aprendizaje y niveles de habilidad, con el fin de maximizar la participación y el compromiso de los estudiantes. Se seleccionaron actividades dinámicas que además de abordar la teoría de manera clara, también proporcionan oportunidades prácticas para aplicar e internalizar el concepto de trinomio cuadrado perfecto. Esto se traduce en un enfoque holístico que no solo se centra en la transmisión de información, sino también en el desarrollo de habilidades prácticas y la consolidación del conocimiento.

La guía de implementación didáctica se presenta como una herramienta integral para los educadores, proporcionando una estructura organizada para la enseñanza del tema en cuestión. Cada actividad propuesta está diseñada para construir sobre la anterior, facilitando una progresión lógica del aprendizaje y asegurando que los estudiantes adquieran gradualmente una comprensión sólida de la factorización del trinomio cuadrado perfecto.

**Cámara.** La cámara como instrumento de investigación se sustenta en la necesidad de capturar y documentar de manera visual los aspectos relevantes del fenómeno o contexto en estudio. Este enfoque proporciona una perspectiva única que complementa y enriquece la recopilación de datos, permitiendo una comprensión más holística y detallada del objeto de investigación.

La cámara se convierte en una herramienta invaluable al ofrecer la posibilidad de registrar imágenes, vídeos o instantáneas que capturan de manera fiel y objetiva la realidad observada. Esta capacidad de documentación visual puede ser especialmente efectiva en estudios que involucren fenómenos visuales, comportamientos, o contextos que puedan ser mejor comprendidos a través de elementos visuales.

La utilización de la cámara como instrumento de investigación no solo permite la recolección de datos de manera no intrusiva, sino que también facilita la posterior revisión y análisis de la información recopilada. Las imágenes y vídeos pueden servir como evidencia concreta y valiosa, respaldando los hallazgos de la investigación y proporcionando una base visual sólida para las interpretaciones.

### ***Fase 7 – Análisis de los Datos***

Esta etapa fundamental en este estudio implica una exploración minuciosa de la información recopilada, focalizándonos en el desglose específico de cómo se analizaron los datos para abordar de manera precisa los objetivos de investigación establecidos. El análisis se desarrolló mediante la comparación de los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica, encuestas, implementación didáctica y prueba de saberes.

En primer lugar, se llevó a cabo un análisis de los datos provenientes de la prueba diagnóstica, centrándonos en evaluar en profundidad las habilidades y conocimientos de los participantes relacionados con el trinomio cuadrado perfecto. Esta evaluación no se limitó a la identificación de áreas de fortaleza y posibles puntos de mejora, sino que también incluyó una desagregación detallada de los patrones de rendimiento observados.

En paralelo, la evaluación de la implementación de la estrategia didáctica se realizó examinando los resultados antes y después de su aplicación. Este análisis no se limitó únicamente a la dimensión cuantitativa del rendimiento, sino que se extendió a una evaluación cualitativa de los procesos de aprendizaje subyacentes. La participación activa de los estudiantes, la asimilación de conceptos clave y el nivel de interacción durante las actividades asociadas con la estrategia fueron factores cruciales en este análisis más amplio.

Adicionalmente, se procedió a un análisis detallado de los resultados de la prueba de saberes, proporcionando una visión complementaria y permitiendo la identificación de posibles discrepancias o consistencias con la evaluación diagnóstica. Este enfoque de comparación contribuyó a la validación cruzada de los datos, fortaleciendo así la fiabilidad de los resultados.

Simultáneamente, las transcripciones de las encuestas se sometieron a un análisis cualitativo para identificar patrones y temas comunes emergentes durante las interacciones. Este proceso proporcionó perspectivas directas de los participantes, enriqueciendo la comprensión al contextualizar sus experiencias y percepciones en relación con el trinomio cuadrado perfecto.

Este análisis se sustentó con la implementación de gráficas estadísticas que presentan los datos de manera visual, expresados en porcentajes. La inclusión de estas representaciones visuales se revela como un recurso estratégico y esencial para comunicar de manera efectiva las tendencias y patrones identificados en los resultados de nuestro análisis.

Las gráficas estadísticas, al expresar los datos en forma porcentual, ofrecen una perspectiva clara y accesible sobre la distribución y la magnitud de las distintas variables evaluadas. Este enfoque visual facilita la comprensión inmediata de la información, también permite destacar de manera efectiva las diferencias significativas y las tendencias emergentes en el desempeño de los participantes.

### ***Fase 8 – Interpretación de los Resultados***

Esta fase se enfoca en la interpretación detallada del análisis de los resultados, donde se inicia por sintetizar de manera clara y detallada los hallazgos más relevantes, vinculándolos directamente con los objetivos de investigación que previamente establecimos.

De igual manera, se establece una conexión profunda entre los resultados y las teorías, así como el marco conceptual que guiaron nuestro estudio. Esta conexión permite reflexionar sobre cómo los hallazgos respaldan, refutan o amplían las bases teóricas.

Adentrándonos en un análisis más profundo, exploramos las tendencias y patrones identificados durante el análisis de datos. Este paso nos permite comprender mejor las relaciones subyacentes y los factores que influyen en el rendimiento de los participantes.

Una exploración detallada de las variables clave identificadas durante el análisis nos lleva a una reflexión crítica sobre su impacto en el rendimiento y la comprensión de los participantes. Esto destaca las posibles implicaciones pedagógicas de nuestros hallazgos.

Contextualizamos los resultados en el ámbito educativo, considerando cómo podrían influir en las prácticas de enseñanza y aprendizaje del trinomio cuadrado perfecto.

### ***Fase 9 – Elaboración de Reporte de Resultados***

En esta etapa se busca ofrecer orientación práctica basada en los hallazgos y la interpretación detallada de nuestro estudio. Estas sugerencias están diseñadas para mejorar las prácticas educativas y la comprensión del trinomio cuadrado perfecto.



## Resultados

En el desarrollo de esta investigación, se implementaron diversas técnicas y herramientas de recopilación de datos con el objetivo de identificar y destacar las dificultades que los estudiantes del noveno grado A presentan en el proceso de factorización del trinomio cuadrado perfecto. La selección cuidadosa de métodos de investigación y la aplicación de instrumentos específicos proporcionaron la información necesaria para analizar de manera integral las deficiencias observadas en el dominio de este concepto matemático por parte de los estudiantes. Como lo expresan En su libro "Metodología de la investigación", Roberto Hernández Sampieri, Pilar Baptista Lucio y Carlos Fernández Collado señalan que "la selección de los métodos y técnicas de investigación es una tarea fundamental en el proceso de investigación, ya que de ella depende en gran medida el éxito de la misma". Los autores también señalan que "la selección de los métodos y técnicas de investigación debe ser cuidadosa y fundamentada, y debe estar en función de los objetivos de la investigación, el tipo de problema que se estudia y la población o muestra que se va a estudiar".

Las técnicas e instrumentos implementados para recolectar información en esta investigación incluyeron observación en el aula, registro audiovisual, análisis de tareas y ejercicios, encuestas de opinión, pruebas pre y post, y registros académicos.

La observación en el aula proporcionó una valiosa perspectiva sobre los patrones de participación de los estudiantes durante las clases de factorización del trinomio cuadrado perfecto. Se identificaron tendencias consistentes en la manera en que los estudiantes interactúan con el contenido, lo que puede ser crucial para adaptar y mejorar la enseñanza.

En particular, se observaron desafíos comunes que merecen atención. Uno de estos desafíos fue la falta de atención, que podría indicar la necesidad de estrategias pedagógicas

adicionales para mantener el interés y la concentración de los estudiantes. Además, se notó confusión en pasos específicos del proceso de factorización, lo que destaca áreas específicas que podrían requerir una explicación más detallada o ejercicios prácticos adicionales.

Estos hallazgos respaldan la importancia de la adaptación y personalización de la enseñanza para abordar las necesidades individuales de los estudiantes. La observación en el aula no solo sirve para evaluar el progreso general, sino que también ofrece información valiosa sobre los desafíos particulares que enfrentan los estudiantes. Este conocimiento puede ser la base para desarrollar estrategias de enseñanza más efectivas y diseñar intervenciones específicas para mejorar la comprensión y el rendimiento de los estudiantes en el tema de factorización del trinomio cuadrado perfecto. En última instancia, la observación en el aula se convierte en una herramienta esencial para la mejora continua del proceso educativo.

Por otra parte, el análisis del registro audiovisual reforzó y enriqueció significativamente la perspectiva obtenida mediante la observación en el aula. Al evaluar la efectividad de las estrategias pedagógicas empleadas, se logró identificar momentos clave de interacción entre estudiantes y profesor que poseen un potencial significativo para influir en el proceso de aprendizaje.

La utilidad de este instrumento basado en evidencia visual radica en su capacidad para capturar detalles sutiles y expresiones faciales, proporcionando una capa adicional de comprensión a las dinámicas del aula. Por ejemplo, el análisis del lenguaje corporal de los estudiantes durante la factorización del trinomio cuadrado perfecto podría revelar niveles de confianza o frustración que podrían no ser evidentes únicamente a través de la observación directa.

Esta metodología ofrece una visión más completa de cómo los estudiantes absorben y procesan la información, sino que también brinda información valiosa sobre la eficacia de las estrategias pedagógicas específicas. Al identificar los momentos de mayor impacto, los docentes pueden ajustar y perfeccionar su enfoque para maximizar la comprensión y el compromiso de los estudiantes.

De igual manera, Las encuestas de opinión se convirtieron en una herramienta esencial para obtener una comprensión completa de la efectividad de la aproximación pedagógica en las clases de factorización del trinomio cuadrado perfecto. A través de la recopilación y análisis de las respuestas, se pudo extraer un resumen detallado de las percepciones de los estudiantes, proporcionando datos valiosos sobre su experiencia educativa.

La identificación de áreas específicas del proceso de enseñanza y aprendizaje que los estudiantes consideran más desafiantes o exitosas se reveló como uno de los aspectos más significativos de esta aplicación de encuestas. Este enfoque permitió una visión precisa y directa de las fortalezas y debilidades percibidas por los propios estudiantes. Por ejemplo, si múltiples estudiantes señalan dificultades en comprender un concepto particular de factorización, este dato se convierte en un indicador clave para una revisión más detallada y ajuste en la metodología pedagógica.

La fuerza de las encuestas radica en su capacidad para dar voz a los estudiantes, promoviendo así un enfoque más centrado en sus necesidades y experiencias. La retroalimentación recopilada a través de las encuestas no solo informa sobre la eficacia general de la enseñanza, sino que también proporciona datos concretos para la toma de decisiones específicas y adaptaciones en tiempo real.

Por otro lado, La aplicación de pruebas pre y post se reveló como una estrategia integral para evaluar el impacto de la intervención pedagógica en la comprensión de la factorización del trinomio cuadrado perfecto por parte de los estudiantes. Esta metodología permitió una comparación directa de los resultados antes y después de la intervención, facilitando una evaluación cuantitativa del progreso general de los estudiantes.

La fuerza de esta aproximación radica en su capacidad para proporcionar datos objetivos y cuantificables sobre el rendimiento académico de los estudiantes. La comparación de resultados pre y post intervención no solo ofrece una visión clara de los avances individuales, sino que también permite identificar patrones de mejora a nivel grupal. Este enfoque cuantitativo respalda y complementa los hallazgos cualitativos obtenidos a través de otras metodologías, brindando una visión integral y robusta del impacto de las intervenciones pedagógicas.

La combinación de datos cualitativos y cuantitativos fortalece la validez y la confiabilidad de los resultados obtenidos. Mientras que las observaciones, encuestas y análisis de tareas proporcionan una comprensión profunda de la experiencia y la percepción de los estudiantes, las pruebas pre y post aportan una medida objetiva y cuantificable del progreso académico.

En términos generales, los registros académicos desempeñaron un papel integral al cerrar el ciclo de evaluación, ofreciendo una evaluación cuantitativa del rendimiento de los estudiantes antes y después de la intervención pedagógica. Al examinar los datos objetivos de calificaciones y desempeño académico, se logró identificar mejoras tangibles, así como áreas específicas que aún requieren atención.

La fortaleza de este enfoque radica en su capacidad para proporcionar una visión a largo plazo y basada en evidencia del impacto de las estrategias implementadas. Los registros

académicos ofrecen una medida objetiva del rendimiento académico de los estudiantes, permitiendo una comparación directa de los resultados antes y después de la intervención. La identificación de mejoras concretas en las calificaciones respalda de manera cuantitativa la eficacia de las estrategias pedagógicas implementadas.

En conjunto, estos hallazgos ofrecen una imagen completa y detallada de las dificultades en la comprensión del trinomio cuadrado perfecto, respaldada por datos recopilados mediante un enfoque multidisciplinario que combina observación, análisis y retroalimentación directa de los estudiantes. Estos resultados proporcionan información valiosa para informar prácticas educativas y decisiones pedagógicas futuras.

A continuación, se presentan un análisis estadístico de la prueba diagnóstica, la encuesta, la estrategia didáctica y las pruebas post y pretest, respaldados con gráficas estadísticas para una visualización más clara y comprensiva de la información.

### **Prueba Diagnóstica**

La prueba diagnóstica, compuesta por siete preguntas, se diseñó con el propósito de evaluar los conocimientos básicos y habilidades algorítmicas necesarios para la factorización del trinomio cuadrado perfecto entre los estudiantes del noveno grado.

Con el fin de garantizar una evaluación objetiva y sistemática, cada pregunta planteada en la prueba se valoró de manera equitativa y fue calificada según una escala establecida, que abarca desde 1.0 hasta 5.0. Esta escala se interpreta de la siguiente manera para proporcionar una comprensión clara y detallada del rendimiento de los estudiantes:

De 0.0 a 2.9 indica un Nivel Bajo de competencia en la factorización del trinomio cuadrado perfecto, señalando áreas donde se requiere una mejora sustancial en los conocimientos y habilidades fundamentales.

De 2.9 a 3.9 se sitúa en el Nivel Básico, indicando un entendimiento elemental pero aún en desarrollo. Los estudiantes en este rango demuestran un dominio fundamental pero pueden beneficiarse de un mayor refinamiento de sus habilidades.

De 4.0 a 4.5 representa un Nivel Alto, evidenciando un dominio significativo de los conceptos y habilidades relacionados con la factorización del trinomio cuadrado perfecto. Los estudiantes en este rango exhiben un desempeño destacado.

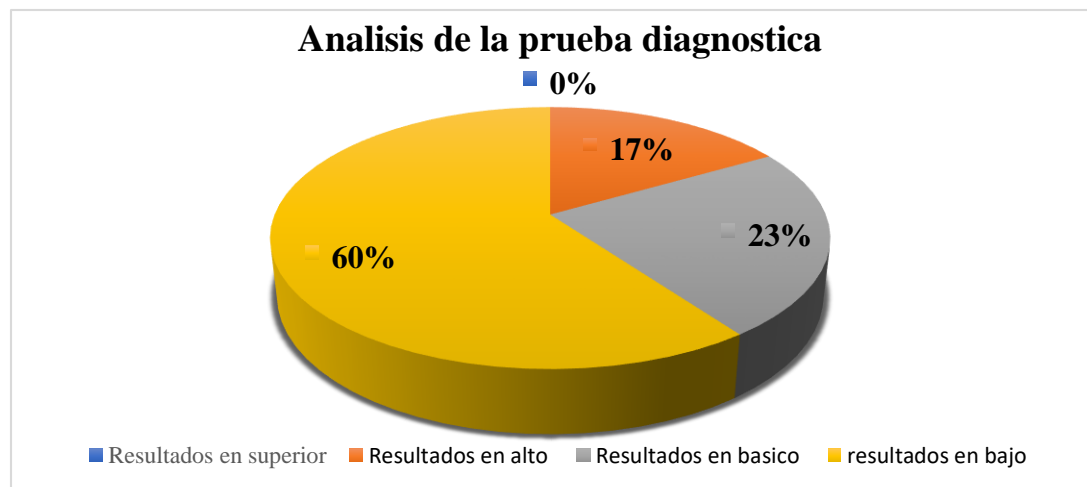
De 4.6 a 5.0 se clasifica como Nivel Superior, señalando un rendimiento excepcional. Los estudiantes en este rango no solo demuestran un dominio completo de la factorización del trinomio cuadrado perfecto, sino que también destacan por su excelencia y comprensión profunda de los conceptos implicados.

**Tabla 1**

*Análisis de la Prueba Diagnostica*

	Resultados en superior	Resultados en alto	Resultados en básico	Resultados en bajo	Total participantes
Estudiantes	0	5	7	18	30
Porcentaje	0%	16,6%	23,4%	60%	

*Fuente.* Autoría propia

**Figura 3***Análisis de la Prueba Diagnostica*

*Fuente.* Autoría propia

Esta evaluación reveló que la gran mayoría de los estudiantes carece de los conocimientos básicos necesarios para llevar a cabo la factorización de trinomios cuadrados perfectos. Aunque hay un grupo minoritario que muestra cierta familiaridad con el tema, incluso estos estudiantes requieren consolidar y perfeccionar sus habilidades.

Estos hallazgos destacan la urgente necesidad de revisar y fortalecer tanto el currículo como las metodologías de enseñanza en esta área específica. Una comprensión sólida de la factorización no solo es esencial para el álgebra, sino que también sirve como cimiento para otras ramas de las matemáticas. Es imperativo abordar estas brechas en el conocimiento para garantizar que nuestros estudiantes estén adecuadamente preparados para enfrentar los desafíos académicos que les depara el futuro.

La identificación de deficiencias generalizadas en la comprensión de la factorización del trinomio cuadrado perfecto destaca la importancia de implementar estrategias pedagógicas más efectivas y centradas en el estudiante. Estos resultados respaldan la idea de que la enseñanza debe adaptarse a las necesidades individuales de los estudiantes, proporcionando un apoyo más

personalizado para abordar las dificultades específicas que enfrentan. Además, resalta la necesidad de recursos educativos y materiales didácticos mejorados que faciliten un aprendizaje más significativo y profundo en esta área crucial de las matemáticas.

**Tabla 2**

*Preguntas con el Mayor Número de Respuestas Correctas e Incorrectas*

Pregunta con el mayor número de respuestas correctas por parte de los estudiantes	Pregunta con el mayor número de respuestas incorrectas por parte de los estudiantes
6 y 7	2

*Fuente.* Autoría propia

En las preguntas 6 y 7 los estudiantes tenían que identificar, a partir de un gráfico, el trinomio que simboliza el área total de un cuadrado. De las respuestas, se deduce que los alumnos emplearon habilidades lógicas para identificar la respuesta correcta, ya que el gráfico mostraba el cuadrado subdividido en varios rectángulos y cuadros, reflejados en el trinomio.

Por otro lado, la pregunta 2 requería que los estudiantes realizaran operaciones de suma de trinomios. Las respuestas revelaron un nivel de comprensión limitado en cuanto a las operaciones fundamentales con expresiones algebraicas.

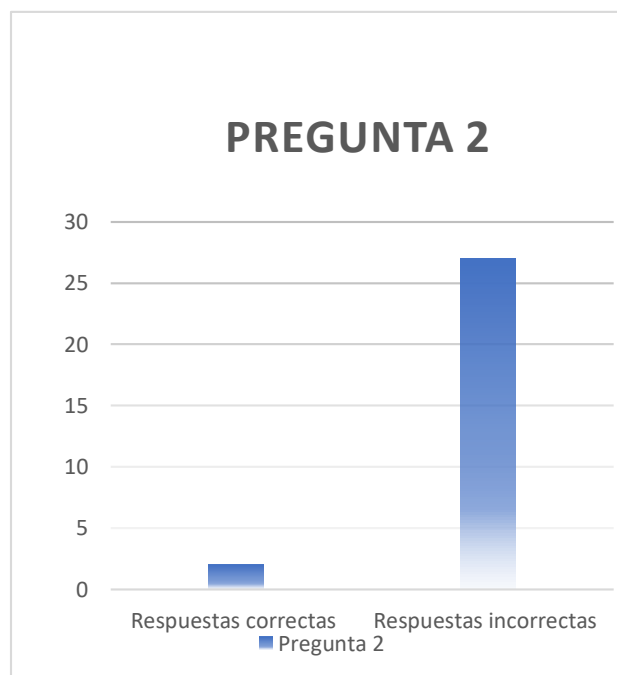
A continuación, se muestran los resultados estadísticos y las representaciones gráficas correspondientes a las respuestas de las preguntas 2, 6 y 7.



**Tabla 3***Análisis de la Pregunta 2 – Prueba Diagnóstica*

	Respuestas correctas	Respuestas incorrectas
Cantidad de estudiantes	3	27
Porcentaje	10%	90%

*Fuente. Autoría propia*

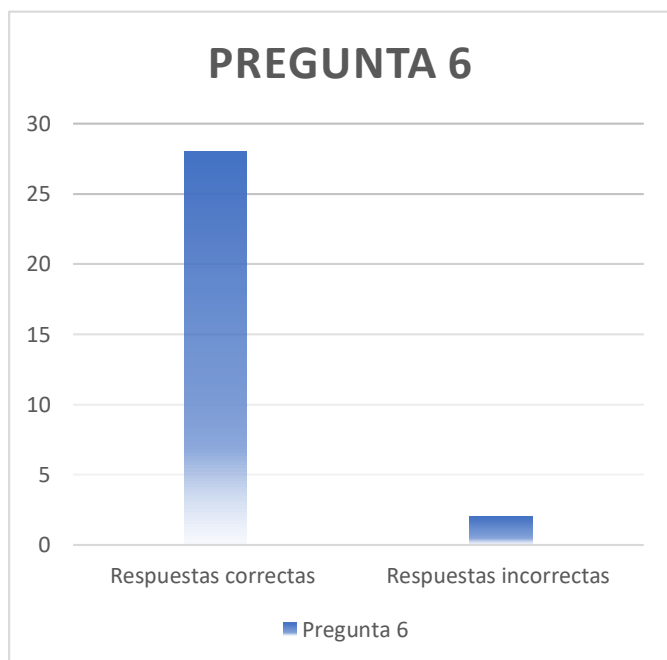
**Figura 4***Resultados de la pregunta 2*

*Fuente. Autoría propia*

**Tabla 4***Análisis de la Pregunta 6 - Prueba Diagnostica*

	Respuestas correctas	Respuestas incorrectas
Cantidad de estudiantes	28	2
Porcentaje	93%	7%

*Fuente. Autoría propia*

**Figura 5***Resultados de la Pregunta 6*

*Fuente. Autoría propia*

**Tabla 5***Análisis de la Pregunta 7 - Prueba Diagnostica*

	Respuestas correctas	Respuestas incorrectas
Cantidad de estudiantes	28	2
Porcentaje	93%	7%

*Fuente.* Autoría propia

**Figura 6***Resultados de la Pregunta 7*

*Fuente.* Autoría propia

En conclusión, se ha identificado que los estudiantes manifiestan dificultades significativas al abordar procedimientos algebraicos. Esta situación se debe en gran parte a su falta de familiaridad con conceptos clave que son esenciales para manejar operaciones relacionadas con la factorización de trinomios cuadrados perfectos. Esta brecha en su conocimiento los coloca en desventaja, ya que la comprensión integral de estos temas es fundamental para una sólida base algebraica.

De igual manera, se evidenció que al utilizar representaciones gráficas, los estudiantes pueden adquirir una comprensión más intuitiva y clara sobre el proceso de factorización. Estas representaciones visuales sirven como una herramienta pedagógica eficaz, ya que les permiten visualizar la relación entre los componentes de un trinomio y su factorización correspondiente. De este modo, pueden evadir operaciones algebraicas extensas que, en muchas ocasiones, requieren de un conocimiento profundo y detallado.

### **Encuesta**

El trinomio cuadrado perfecto es un concepto fundamental en álgebra, aunque su percepción varía ampliamente entre los estudiantes. Con el objetivo de obtener una comprensión más detallada y personalizada sobre cómo los jóvenes abordan este tema, realizamos una encuesta con preguntas abiertas a 30 estudiantes de noveno grado.

Esta encuesta constó de ocho preguntas que exploraban la interpretación, valoración y percepción que tenían sobre el trinomio cuadrado perfecto. A partir de las respuestas, se categorizaron y analizaron para identificar patrones y tendencias.

La mayoría asoció el trinomio cuadrado perfecto con patrones matemáticos específicos o fórmulas algebraicas, citando ejemplos como  $(a + b)^2$ . Sin embargo, algunos estudiantes admitieron no entender completamente el concepto o lo confundieron con otros términos matemáticos.

Muchos consideraron al trinomio como una piedra angular en matemáticas, esencial para comprender otros temas. A pesar de esto, hubo quienes cuestionaron su relevancia en la vida diaria o lo vieron simplemente como otro tema a memorizar. Las percepciones sobre su dificultad también fueron variadas: desde estudiantes que disfrutaban el desafío que presenta, hasta quienes se sienten abrumados por él.

A pesar de la familiaridad general con el trinomio cuadrado perfecto, queda claro que es necesario clarificar y consolidar su definición, además de distinguirlo de otros conceptos similares. La división en opiniones sobre su valor enfatiza la necesidad de vincular este conocimiento teórico con aplicaciones prácticas reales.

Las respuestas destacan la importancia de adaptar las metodologías de enseñanza, reconociendo las variadas formas en que los estudiantes comprenden y se relacionan con el trinomio cuadrado perfecto. En resumen, la encuesta proporcionó una visión enriquecedora sobre cómo los estudiantes experimentan y perciben este concepto algebraico esencial.

### **Estrategia Didáctica**

Con el fin de fortalecer los conocimientos necesarios para la factorización del trinomio cuadrado perfecto, se diseñó e implementó un taller explicativo dirigido a los estudiantes. Durante esta actividad, se profundizó en conceptos fundamentales como el área y el perímetro, explicando sus definiciones y cómo calcularlos. Además, se discutieron diversas figuras geométricas, resaltando sus características distintivas.

Para facilitar la comprensión y promover un aprendizaje experiencial, se emplearon materiales didácticos que permitieron representar cómo, a través de figuras geométricas, es posible determinar el trinomio cuadrado perfecto. Esta metodología resultó ser sumamente efectiva, ya que los estudiantes no solo se mostraron receptivos y participativos, sino que también demostraron una notable disposición para comprender y asimilar la información presentada.

A pesar de que los estudiantes ya poseían ciertos conocimientos sobre los temas tratados, se observó que muchos de ellos habían olvidado algunos detalles o no habían logrado construir un aprendizaje significativo en instancias anteriores. Sin embargo, el taller les brindó la

oportunidad de reforzar y complementar estas lagunas en su aprendizaje. A través de la interacción constante, pudimos confirmar que los estudiantes estaban no solo absorbiendo la información, sino también aplicándola adecuadamente, lo que refleja el éxito de la metodología empleada en el taller.

### **Prueba Post Test**

Para medir el nivel de comprensión de los estudiantes después del taller explicativo, se aplicó una prueba post test que constó de cinco preguntas de selección múltiple, cada una con una sola respuesta correcta.

Para asegurar una evaluación objetiva y sistemática, todas las preguntas de la prueba tuvieron el mismo valor y fueron calificadas según una escala establecida de 1.0 a 5.0. Dicha escala se interpreta de la siguiente manera:

Nivel Bajo (0.0 - 2.9) indica una comprensión mínima o superficial de los contenidos impartidos.

Nivel Básico (3.0 - 3.9) señala una comprensión básica y fundamental de los conceptos tratados.

Nivel Alto (4.0 - 4.5) sugiere una comprensión avanzada, pero no completa, de los contenidos.

Nivel Superior (4.6 - 5.0) denota un dominio y comprensión profunda de la materia enseñada.

La postura de los estudiantes ante la prueba post-test fue positiva; se mostraron satisfechos y alegres al comprender lo que se les requería, en contraste con la prueba pre-test, donde se percibía nerviosismo y estrés en ellos.

El análisis resultante de la aplicación de la prueba indica que, aunque los resultados no alcanzaron una perfección del 100%, sí se evidencia un progreso notable en la factorización de trinomios cuadrados perfectos. Los errores principales se centraron en reconocer cuando una expresión no corresponde a un trinomio cuadrado perfecto.

A continuación, se presenta los datos estadísticos de los resultados de la prueba post test.

**Tabla 6**

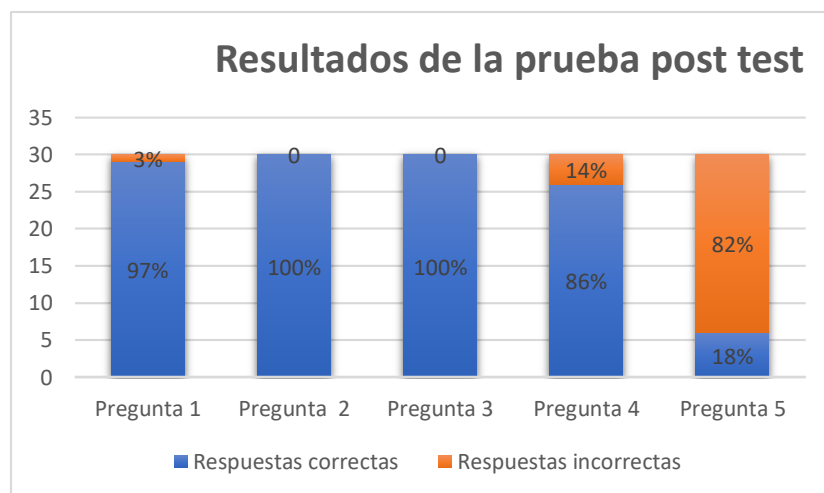
*Análisis de la Prueba Post Test*

Respuesta de los estudiantes	Preguntas				
	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Pregunta 5
Correcta	29	30	30	26	6
Porcentaje	97%	100%	100%	86%	18%
Incorrecta	1	0	0	4	24
Porcentaje	3%	0%	0%	14%	82%

*Fuente. Autoría propia*

**Figura 7**

*Resultados de la prueba post test*



*Fuente. Autoría propia*

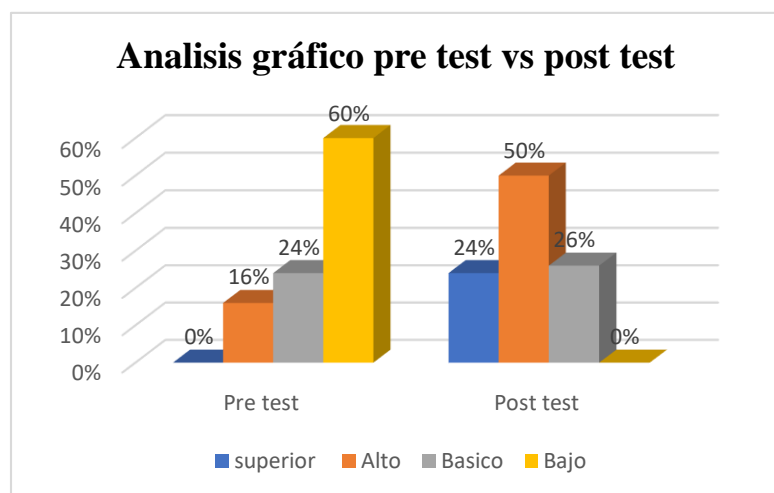
La discrepancia entre las respuestas correctas e incorrectas es notable, lo que sugiere que los estudiantes han logrado comprender la factorización de trinomios cuadrados perfectos mediante el uso de la geometría, ya que predominan las respuestas acertadas. Sin embargo, en la pregunta número cinco, donde se pedía analizar la expresión  $7x^2 + 5x + 3$  y determinar si era un trinomio cuadrado perfecto, la mayoría erró. El 82% de los estudiantes pensó que sí era un trinomio cuadrado perfecto, mientras que solo el 18% identificó correctamente que no lo era.

Creemos que este error generalizado pudo originarse porque a diferencia de las preguntas anteriores, esta no incluía una gráfica ilustrativa, lo que pudo haber facilitado las respuestas correctas en las demás.

Es esencial llevar a cabo un análisis gráfico que compare los resultados del pre-test con los del post-test, con el propósito de destacar los avances o variaciones entre ambos. De igual manera, esta comparación nos permitirá discernir los cambios, ya sean positivos o negativos, en la comprensión del trinomio cuadrado perfecto por parte de los estudiantes. Por tal motivo, se presenta una gráfica comparando dichos resultados.

### Figura 8

*Comparación de Resultados del Pre Test con los Resultados del Post Test*



*Fuente. Autoría propia*



En el gráfico se observa claramente que el método de enseñanza del trinomio cuadrado perfecto a través de la geometría plana resultó ser efectivo. En el post-test, el 24% de los estudiantes alcanzó un rendimiento superior, mientras que en el pre-test, ninguno logró este nivel. Asimismo, hubo un notable incremento en el desempeño alto: solo el 16% lo logró en el pre-test, mientras que en el post-test, este porcentaje se elevó al 50%.

Por otro lado, el rendimiento básico se mantuvo cercano en ambas pruebas, con un 24% en el pre-test y un 26% en el post-test. La mayor discrepancia se encontró en el desempeño bajo: en el pre-test, un preocupante 60% de los estudiantes se ubicó en este nivel, pero en el post-test, gratamente, ningún estudiante presentó un desempeño bajo.

En conclusión, La implementación de la geometría plana como herramienta pedagógica para la enseñanza del trinomio cuadrado perfecto demostró ser sumamente efectiva. Esta metodología no sólo elevó el número de estudiantes que alcanzaron niveles superiores y altos de rendimiento, sino que también eliminó completamente los resultados bajos en el post-test. Esta transformación en los resultados resalta la importancia de adoptar enfoques didácticos innovadores y adecuados al contenido temático. Es esencial que los educadores reconozcan el valor de tales métodos y continúen explorando estrategias que optimicen el aprendizaje y comprensión de los estudiantes en diversas áreas del conocimiento.

## **Discusión**

Los autores Cohen, Manion y Morrison (2017) han abordado la discusión en el contexto de la investigación educativa en su obra "Research Methods in Education". La sección de discusión es crucial en la investigación, ya que permite relacionar los resultados obtenidos con la teoría, el estado de la cuestión y la propia investigación. Además, la discusión implica analizar los nuevos hallazgos o resultados considerando la evidencia, estudios o investigaciones previas sobre el tema. También es importante considerar las limitaciones y aportes de la investigación en esta sección. Los autores proporcionan orientación detallada sobre cómo desarrollar la discusión en el contexto de la investigación educativa, lo que incluye la comparación de los resultados con estudios previos, la evaluación de la metodología utilizada y la presentación clara y válida del razonamiento y los argumentos. La sección de discusión es esencial para interpretar y validar los resultados más allá de la estadística, y los autores ofrecen pautas para abordar esta sección de manera efectiva.

A continuación, se procede a contrastar los resultados adquiridos a través de la implementación de los instrumentos de recolección de datos con las teorías delineadas en el marco teórico. Posteriormente, se abordan las implicaciones derivadas de estos hallazgos, proporcionando así un análisis detallado de la relación entre los datos obtenidos y el marco conceptual establecido.

### **Prueba Diagnostica**

Contrastando con los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica, se observa que el 60% de los estudiantes se encuentra en el nivel bajo de competencia, lo que indica deficiencias significativas en los conocimientos y habilidades necesarios para la factorización del trinomio

cuadrado perfecto. Este resultado respalda la percepción común de que los estudiantes enfrentan dificultades en álgebra.

Los enfoques pedagógicos discutidos en el marco teórico podrían ser clave para abordar estas deficiencias. Estrategias como el enfoque constructivista y la aplicación de juegos, como se propuso en el estudio de Hurtado (2018), podrían ayudar a los estudiantes a construir una comprensión más profunda y significativa de la factorización. La integración de la geometría, como sugieren Pulgarin, Saucedo y Matute (2019) y López (2022), podría proporcionar una conexión visual que facilite la comprensión de los conceptos algebraicos.

Los resultados iniciales del pre-test indican una falta de claridad conceptual entre los estudiantes, lo que sugiere que podrían haber experimentado "ilusiones" matemáticas. En el contexto de la perspectiva de Descartes, que aboga por una metodología clara y precisa en el razonamiento, estos resultados podrían interpretarse como una manifestación de la falta de claridad en las ideas matemáticas. Descartes enfatiza la importancia de evitar la confusión y la ambigüedad en el pensamiento, y el pre-test refleja una discrepancia en este aspecto.

La falta de resultados en el nivel superior indica la necesidad de replantear las estrategias de enseñanza y considerar enfoques más efectivos, como el enfoque tecnológico propuesto por David Tall. La inclusión de herramientas como GeoGebra o estrategias basadas en tecnología podría aumentar la participación y el entendimiento de los estudiantes.

En términos de la relación entre álgebra y geometría, los resultados de la prueba diagnóstica sugieren que los estudiantes pueden estar teniendo dificultades para visualizar y aplicar conceptos geométricos en la factorización algebraica. Estrategias que enfatizan la conexión entre ambos, como el enfoque de modelización matemática propuesto por Blomhøj y Jensen, podrían ser valiosas para mejorar la comprensión.

Los resultados de esta prueba revelan una falta de comprensión profunda entre los estudiantes, lo cual se alinea con la perspectiva de Smith sobre la importancia de abordar concepciones erróneas y lagunas conceptuales. La teoría de Smith destaca la necesidad de identificar y superar las ideas incorrectas que los estudiantes puedan tener antes de poder construir un nuevo conocimiento de manera efectiva. En este caso, el pre-test proporciona evidencia clara de que los estudiantes presentan deficiencias en la comprensión del tema, lo que subraya la relevancia de la teoría de Smith para diagnosticar y abordar estas deficiencias.

De la misma manera, los resultados de esta prueba señalan limitaciones en las inteligencias lógico-matemáticas, ya que una proporción significativa de estudiantes no logró comprender el trinomio cuadrado perfecto. Gardner propone que las personas poseen diversas inteligencias, y el pre-test indica que algunos estudiantes pueden tener dificultades específicas en la inteligencia lógico-matemática, la cual se vincula estrechamente con la comprensión de conceptos matemáticos como el trinomio cuadrado perfecto. La teoría de Gardner resalta la importancia de reconocer y nutrir una gama diversa de inteligencias, y los resultados del pre-test refuerzan la necesidad de abordar las limitaciones identificadas en esta área específica.

### **Encuesta**

Los hallazgos de la encuesta proporcionan un respaldo sustancial a la teoría de Van Hiele. Se observa que ciertos estudiantes establecen una conexión entre el trinomio cuadrado perfecto y patrones matemáticos específicos, lo cual refleja un nivel destacado de habilidades de visualización y análisis geométrico. Este resultado sugiere que algunos alumnos han alcanzado niveles más elevados de pensamiento geométrico, en línea con las fases propuestas por Van Hiele.

También, es crucial destacar que los resultados de la encuesta también revelaron estudiantes que admiten no comprender completamente el concepto. Esto refleja que algunos educandos se ubican en niveles inferiores de pensamiento geométrico, según la taxonomía de Van Hiele.

### **Estrategia Didáctica**

La estrategia didáctica está alineada con la Teoría de Van Hiele, la cual describe el desarrollo del pensamiento geométrico en distintos niveles. Según esta teoría, los estudiantes evolucionan desde la visualización hasta la formalización de conceptos geométricos. La estrategia comienza con la visualización, utilizando figuras geométricas para representar conceptos algebraicos asociados al trinomio cuadrado perfecto. Esta elección refleja la importancia que Van Hiele otorga a la visualización como base sólida para comprender abstracciones más complejas.

La progresión de la estrategia sigue la secuencia propuesta por Van Hiele, avanzando desde la visualización hacia niveles más abstractos de pensamiento geométrico. Este enfoque prepara a los estudiantes para comprender conceptos geométricos y algebraicos más avanzados, asegurando una transición gradual y efectiva.

La estrategia establece una conexión directa entre los niveles de Van Hiele y la comprensión del trinomio cuadrado perfecto. Cada nivel de pensamiento geométrico se aborda con ejemplos concretos y tangibles relacionados con este concepto algebraico. Esta conexión entre la teoría y la aplicación práctica facilita la comprensión gradual de los estudiantes y refuerza la transición entre los distintos niveles de desarrollo cognitivo propuestos por Van Hiele. En resumen, la estrategia didáctica se ajusta a la Teoría de Van Hiele al reconocer y abordar los

diferentes niveles de desarrollo del pensamiento geométrico, integrando la visualización como punto de partida y avanzando hacia niveles más abstractos de manera coherente y aplicada.

De igual manera, la estrategia didáctica corrobora de manera significativa los aportes de Descartes en el ámbito matemático. La introducción del sistema de coordenadas cartesianas por parte de Descartes revolucionó la forma en que se comprenden y representan las relaciones geométricas y algebraicas. La estrategia didáctica incorpora este enfoque al utilizar figuras geométricas como herramientas visuales para la comprensión de expresiones algebraicas relacionadas con el trinomio cuadrado perfecto. Este método permite representar figuras geométricas mediante ecuaciones algebraicas y, de manera recíproca, traduce expresiones algebraicas en representaciones gráficas. La estrategia destaca cómo las figuras geométricas sirven como herramientas visuales que facilitan la comprensión y manipulación de expresiones algebraicas asociadas al trinomio cuadrado perfecto.

Al abordar la visualización y representación gráfica, la estrategia sigue la línea de Descartes al reconocer la importancia de la geometría en la comprensión de conceptos algebraicos. Este enfoque no solo fortalece la comprensión conceptual, sino que también proporciona a los estudiantes una manera más intuitiva y visual de abordar problemas algebraicos.

Por otro lado, la estrategia didáctica va de la mano con las teorías constructivistas de Piaget y Vygotsky al poner énfasis en la construcción activa del conocimiento por parte de los estudiantes. Ambos teóricos destacaron la importancia de que el aprendizaje no sea simplemente una memorización de reglas, sino un proceso interactivo en el que los estudiantes construyan significado a través de la exploración y la resolución de problemas.

Piaget sostuvo que los estudiantes construyen su conocimiento a través de la asimilación y acomodación, adaptando sus esquemas mentales a medida que interactúan con el entorno. La estrategia didáctica refleja este enfoque al proporcionar oportunidades para la exploración activa de conceptos algebraicos a través de representaciones visuales y materiales didácticos.

Vygotsky, por otro lado, introdujo el concepto de la zona de desarrollo próximo, que destaca la importancia de la interacción social y la colaboración en el aprendizaje. La estrategia incorpora este principio al fomentar la participación activa de los estudiantes y brindarles el apoyo necesario para avanzar en su comprensión.

Además, la estrategia conecta los nuevos conceptos con la experiencia y el conocimiento previo de los estudiantes, lo cual es fundamental en la teoría constructivista. Al utilizar representaciones visuales y materiales didácticos, se proporciona un puente entre lo que los estudiantes ya saben y los nuevos conceptos algebraicos que están aprendiendo, facilitando así la construcción de conexiones significativas en su proceso de aprendizaje.

En concordancia con Pólya, la estrategia destaca la importancia de la comprensión profunda, la reflexión y la aplicación de métodos heurísticos. La exploración de la geometría como una herramienta para comprender y resolver problemas algebraicos evidencia la intención de ir más allá de la mera aplicación de reglas, alentando a los estudiantes a desarrollar habilidades analíticas y estratégicas en la resolución de problemas.

La estrategia utiliza la geometría como un contexto en el cual se pueden aplicar y comprender estos conceptos. Esta integración de diferentes áreas matemáticas refleja la filosofía de Pólya de conectar diferentes ideas y enfoques para abordar problemas de manera creativa y efectiva. En última instancia, la estrategia busca desarrollar en los estudiantes la capacidad de pensar de manera crítica y aplicar estrategias diversas al enfrentarse a desafíos matemáticos.

## Post Test

La mejora en los resultados del post-test ofrece un respaldo sustancial a la noción de Smith sobre la adaptabilidad en la enseñanza. La capacidad de la intervención para abordar las deficiencias iniciales y generar mejoras en la comprensión indica que la estrategia utilizada fue eficaz para adaptarse a las necesidades específicas de los estudiantes. La teoría de Smith aboga por un enfoque flexible y personalizado en la enseñanza, reconociendo que cada estudiante puede tener concepciones erróneas distintas. La mejora observada en el post-test sugiere que la intervención se ajustó de manera efectiva a las necesidades individuales, respaldando así la idea de adaptabilidad en la enseñanza propuesta por Smith.

El progreso general observado en el post-test sugiere que la intervención pudo haber estimulado las inteligencias lógico-matemáticas de los estudiantes, respaldando así la idea de Gardner sobre la diversidad de las capacidades intelectuales. La teoría de Gardner postula que cada individuo tiene un conjunto único de inteligencias, y el hecho de que se haya observado un progreso general indica que la intervención ha tenido un impacto positivo en el desarrollo de las inteligencias lógico-matemáticas de los estudiantes. Este resultado respalda la noción de Gardner sobre la flexibilidad y diversidad de las capacidades intelectuales, mostrando que las intervenciones educativas pueden adaptarse para abordar diversas formas de inteligencia.

La mejora observada en la claridad conceptual y la comprensión en el post-test puede interpretarse como una superación de las "ilusiones" iniciales, respaldando la importancia de la claridad conceptual según la perspectiva de Descartes. La aplicación de una enseñanza más clara y estructurada durante la intervención puede haber contribuido a la superación de las confusiones conceptuales iniciales. Descartes abogaría por la eliminación de cualquier "ilusión" o



malentendido en el pensamiento, y la mejora en el post-test indica que la intervención ha logrado, en cierta medida, aclarar y corregir las concepciones erróneas iniciales.

## Conclusiones

Hernández, Fernández y Baptista (2006), en su libro Metodología de la Investigación, definen las conclusiones como "la síntesis de los hallazgos del estudio, que responden a las preguntas de investigación y a los objetivos del estudio".

Las conclusiones obtenidas como resultado en esta investigación son altamente positivas y respaldan el éxito de la implementación de la geometría plana como herramienta pedagógica para enseñar la factorización del trinomio cuadrado perfecto a estudiantes de noveno grado en la Institución Educativa Santa Fe.

Principalmente, el rastreo bibliográfico realizado en las reconocidas bases de datos Scopus y Springer ha brindado un extenso panorama de teorías y referencias relacionadas con el proceso de enseñanza y aprendizaje de la factorización del trinomio cuadrado perfecto. Esta exhaustiva revisión bibliográfica ha desempeñado un papel crucial al proporcionar un sólido respaldo y una valiosa orientación a esta investigación.

Por otro lado, los resultados de la prueba diagnóstica revelaron deficiencias significativas en el conocimiento y las habilidades de los estudiantes en relación con la factorización del trinomio cuadrado perfecto. Este hallazgo respaldó la necesidad de abordar las lagunas conceptuales mediante estrategias pedagógicas efectivas.

La encuesta proporcionó una comprensión detallada de la percepción de los estudiantes sobre el trinomio cuadrado perfecto. Aunque algunos estudiantes demostraron un nivel destacado de habilidades de visualización y análisis geométrico, otros admitieron no comprender completamente el concepto. Esta variabilidad resalta la importancia de enfoques pedagógicos adaptativos y personalizados que aborden las diferentes formas en que los estudiantes comprenden y se relacionan con el contenido.

La estrategia didáctica diseñada, apoyada en la teoría de Van Hiele, se implementó con éxito, utilizando figuras geométricas para representar de manera visual y tangible el trinomio cuadrado perfecto. Los resultados del post-test mostraron un progreso notable en la comprensión de los estudiantes, respaldando la eficacia de la estrategia en la mejora de los niveles de pensamiento geométrico y algebraico.

La adaptabilidad en la enseñanza, respaldada por la teoría de Smith, se evidenció en el éxito de la intervención para abordar las deficiencias iniciales y generar mejoras sustanciales en la comprensión de los estudiantes. Además, la estrategia estimuló las inteligencias lógico-matemáticas, respaldando la noción de Gardner sobre la diversidad de las capacidades intelectuales y la flexibilidad en las intervenciones educativas.

Este proyecto de investigación ha demostrado ser exitoso, evidenciando un progreso significativo en la comprensión de los estudiantes en el área de la factorización del trinomio cuadrado perfecto. La incorporación de la geometría plana ha desempeñado un papel importante y ha contribuido en gran manera al éxito general de la estrategia implementada. La conexión entre la geometría plana y la factorización ha resultado ser una combinación eficaz, permitiendo una comprensión más profunda y aplicada de los conceptos por parte de los estudiantes. Este logro no solo respalda la efectividad de la metodología empleada, sino que también destaca la relevancia y el impacto positivo de la integración de enfoques pedagógicos innovadores en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

## Recomendaciones

Yin (2014), en su libro " Investigación de Estudio de Caso: Diseño y Métodos ", enfatizan la relevancia y aplicabilidad de las recomendaciones derivadas de un estudio de caso. Yin sugiere que las recomendaciones deben ser específicas y factibles, basadas en la evidencia recopilada durante la investigación.

Dada la efectividad de la geometría plana como herramienta pedagógica, se sugiere que los docentes continúen integrando de manera constante y creativa esta metodología en la enseñanza de la factorización del trinomio cuadrado perfecto. Esto puede incluir el uso regular de representaciones visuales y actividades prácticas que fomenten la conexión entre conceptos geométricos y algebraicos.

Considerando la variabilidad en la comprensión de los estudiantes, se recomienda adoptar enfoques pedagógicos adaptativos y personalizados. Los docentes pueden utilizar estrategias diferenciadas para abordar las diferentes formas en que los estudiantes comprenden y se relacionan con el contenido, asegurando que todos tengan la oportunidad de alcanzar un nivel sólido de comprensión.

Incentivar la participación activa de los estudiantes en el proceso de aprendizaje. Esto puede lograrse mediante la realización de actividades interactivas, discusiones en grupo y la aplicación práctica de conceptos. La participación activa no solo fortalece la comprensión, sino que también promueve un ambiente de aprendizaje colaborativo.

Además, se sugiere Incorporar evaluaciones formativas de manera regular para monitorear el progreso de los estudiantes. Estas evaluaciones proporcionarán retroalimentación continua, permitiendo a los docentes ajustar sus enfoques de enseñanza según las necesidades específicas de los estudiantes.

Explorar y utilizar diversos recursos educativos, incluyendo plataformas en línea, materiales multimedia y ejemplos prácticos. La diversificación de recursos puede enriquecer la experiencia de aprendizaje y proporcionar múltiples perspectivas sobre la factorización del trinomio cuadrado perfecto.

Diseñar evaluaciones que reflejen situaciones del mundo real donde se requiera la aplicación de la factorización del trinomio cuadrado perfecto. Esto no solo evalúa la comprensión conceptual, sino que también prepara a los estudiantes para aplicar estos conocimientos fuera del entorno académico.

Promover el enfoque de resolución de problemas en la enseñanza, donde se presenten situaciones desafiantes que requieran la aplicación de la factorización del trinomio cuadrado perfecto. Este método estimula el pensamiento crítico y fortalece las habilidades de resolución de problemas.

Finalmente, se aconseja desarrollar materiales didácticos personalizados que se adapten al nivel de comprensión y estilos de aprendizaje de los estudiantes. La personalización de recursos puede hacer que el contenido sea más accesible y significativo para cada individuo.

### Referencias

- Al-Juarismi, M. (1968). El libro de la abreviación del cálculo por la restauración y la oposición. Trad. por Miguel Ángel Granada. Madrid: Editora Nacional. <https://n9.cl/snd1h>
- Barrantes, L. M. y Balletbo F. I. (2012). *Referentes principales sobre la enseñanza de la geometría en Educación Secundaria*. Campo Abierto, 31(2), 140-146. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4168098>
- Bharath, S. (2019). *La educación matemática: un enfoque centrado en el estudiante*. Revista de Educación Matemática, 31(1), 1-12. <https://www.revista-educacion-matematica.org.mx/revista/volumen-31-numero-1-abril-2019/>
- Blomhoj, M., & Jensen, H. (2003). *Modelización Matemática: Una Teoría para la Práctica*. Revista de Educación en Matemáticas, 23(2), 1-16. <https://www.famaf.unc.edu.ar/~revm/Volumen23/digital23-2/Modelizacion1.pdf>
- Boaler, J. (2016). *Mentalidad matemática: liberando el potencial de los estudiantes a través de matemáticas creativas, mensajes inspiradores y enseñanza innovadora*. Jossey-Bass. <https://n9.cl/bme021>
- Boaler, J. y Dieckmann, JA (2017). *Mentalidades Matemáticas: Desatando el Potencial de los Estudiantes a través de Matemáticas Creativas, Mensajes Inspiradores y Enseñanza Innovadora*. Mentalidad matemática. Jossey-Bass. [https://books.google.com.co/books/about/Mentalidades\\_matem%C3%A1ticas.html?id=iR35DwAAQBAJ&redir\\_esc=y](https://books.google.com.co/books/about/Mentalidades_matem%C3%A1ticas.html?id=iR35DwAAQBAJ&redir_esc=y)
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2017). *Métodos de investigación en educación*. Libros electrónicos de Taylor y Francis. <https://scirp.org/reference/referencespapers.aspx?referenceid=3026028>

- Cordero, F. A., & Lezama, A. Y. (2015). *Estrategias didácticas aplicadas en la enseñanza aprendizaje en el tema de la educación secundaria*. Repositorio Institucional UNAN-Managua. <https://repositorio.unan.edu.ni/view/subjects/374.html>.
- Descartes, R. (1637). *Discurso del método*.  
<https://posgrado.unam.mx/musica/lecturas/LecturaIntroduccionInvestigacionMusical/epistemologia/Descartes-Discurso-Del-Metodo.pdf>
- Díaz Vargas, A. J., & Díaz Morales, F. (2012). *Comprensión de casos de factorización por geometría activa con Cabri-3D*. Universidad de La Salle.  
[https://ciencia.lasalle.edu.co/cgi/viewcontent.cgi?article=1067&context=maest\\_docencia](https://ciencia.lasalle.edu.co/cgi/viewcontent.cgi?article=1067&context=maest_docencia)
- Driscoll, M. (2013). *Fomentando el pensamiento geométrico: una guía para maestros, grados 5-10*. Heinemann.
- Fernández Bravo, J. A. (2013). *Neurociencias y Enseñanza de la Matemática*. Revista Iberoamericana de Educación, 62(1), 1-10.  
<https://rieoei.org/historico/expe/3128FdezBravo.pdf>
- Gardner, H. (1983). *Estados de ánimo: la teoría de las inteligencias múltiples*. Libros básicos.  
<https://www.pensamientopenal.com.ar/system/files/2014/12/doctrina38882.pdf>
- González, M., Hernández, A. I., & Hernández, A. I. (2007). *El constructivismo en la evaluación de los aprendizajes del álgebra lineal*. Educere, 11(36), 123-135.  
[http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1316-49102007000100016&lng=es&tlng=es](http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-49102007000100016&lng=es&tlng=es)
- Grothendieck, A. (1950). *Elementos de la geometría algebraica*. Paris: Springer-Verlag.  
<https://www.konradlorenz.edu.co/blog/gran-revolucion-geometria-algebraica/>

Hernández, G. (2020). *Enseñar constructivamente el Álgebra*. Narrativa de una experiencia. Aula de Encuentro, volumen.

<https://revistaselectronicas.ujaen.es/index.php/ADE/article/download/4845/4885>

Hernández Sampieri, R. (2014). *Metodología de la investigación*. Gobierno de Jalisco.

<https://josetavarez.net/Compendio-Metodologia-de-la-Investigacion.pdf>

Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C. y Baptista-Lucio, P. (2014). *Selección de la muestra*. En Metodología de la Investigación (6ª ed.). <https://n9.cl/vesxc>

Hijmans, R. J., Cameron, S. E., Parra, J. L., Jones, P. G., & Jarvis, A. (2005). *Superficies climáticas interpoladas de muy alta resolución para áreas terrestres globales*.

<https://doi.org/10.1002/joc.1276>

Khayyam, O. (1992). *Pruebas de las proposiciones de Euclides*. Trad. por Miguel Ángel Granada. Madrid: Editora Nacional.

[http://newton.matem.unam.mx/geometria/menulibro\\_m.html](http://newton.matem.unam.mx/geometria/menulibro_m.html)

Lie, S. (1874). *Teoría de los grupos de transformación*. Leipzig: Teubner.

<https://virtual.uptc.edu.co/ova/estadistica/docs/autores/pag/mat/SophusLie.asp.htm>

Miranda, M. (2016). *Algebra*. [PDF].

<http://funes.uniandes.edu.co/11074/2/Miranda2016Algebra.pdf>

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2017). *Lineamientos curriculares para la educación básica y media*. MEN. <https://n9.cl/qot0p>

Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Lineamientos curriculares de matemáticas*.

SocialHizo. <https://n9.cl/1471p>

Pólya, G. (1965). *Cómo resolverlo*. (J. M. Alvarez, Trad.). Barcelona, España: Editorial Reverté.

<https://www.redalyc.org/journal/4576/457644946012/html/>



Piaget, J. (1967). *Seis estudios psicológicos*. Nueva York: Vendimia.

[https://dinterrondonia2010.pbworks.com/f/Jean\\_Piaget\\_-\\_Seis\\_estudios\\_de\\_Psicologia.pdf](https://dinterrondonia2010.pbworks.com/f/Jean_Piaget_-_Seis_estudios_de_Psicologia.pdf)

Piaget, J. (1970). *La ciencia de la educación y la psicología del niño*. Prensa de Orión.

Piaget, J. e Inhelder, B. (2007). *Psicología del niño* (14ª ed.). Ediciones Morata, SL.

<https://www.pensamientopenal.com.ar/system/files/2014/12/doctrina38882.pdf>

Radford, L. (2021). *La enseñanza-aprendizaje del álgebra en la Teoría de la Objetivación*.

<https://n9.cl/3uvtr>

Ramírez, L. S. (2014). *Diseño de una estrategia didáctica para la enseñanza de la factorización utilizando geometría, para los cursos básicos de matemáticas en el primer semestre universitario*. Repositorio Universidad Nacional.

<https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/54032/42778975.2015.pdf?isAllowed=y&sequence=1>

Rojas D. S., Muñoz M., & Correa S. M. (2021). *Estrategia didáctica mediada por GeoGebra para el fortalecimiento del pensamiento numérico variacional en estudiantes de grado octavo*. Repositorio Institucional Universidad de Cartagena.

[https://repositorio.unicartagena.edu.co/bitstream/handle/11227/15105/TGF\\_Diana%20Rojas\\_Milena%20Munoz\\_Sulma%20Correa.pdf?isAllowed=y&sequence=1](https://repositorio.unicartagena.edu.co/bitstream/handle/11227/15105/TGF_Diana%20Rojas_Milena%20Munoz_Sulma%20Correa.pdf?isAllowed=y&sequence=1)

Rojas L. D. Correa L. S. y Muñoz B.M. (2022). *Estrategia didáctica mediada por GeoGebra para el fortalecimiento del pensamiento numérico variacional en estudiantes de grado octavo*. Universidad de Cartagena.

<https://repositorio.unicartagena.edu.co/handle/11227/15105>

Robert K. Yin (2014). *Investigación de estudio de caso diseño y métodos* (5ª ed.).

[https://www.researchgate.net/publication/308385754\\_Robert\\_K\\_Yin\\_2014\\_Case\\_Study\\_Research\\_Design\\_and\\_Methods\\_5th\\_ed\\_Thousand\\_Oaks\\_CA\\_Sage\\_282\\_pages](https://www.researchgate.net/publication/308385754_Robert_K_Yin_2014_Case_Study_Research_Design_and_Methods_5th_ed_Thousand_Oaks_CA_Sage_282_pages)

Robert K. Yin. (2014). *Diseño y métodos de investigación de estudio de casos*. Thousand Oaks, CA. <https://panel.inkuba.com/sites/2/archivos/YIN%20ROBERT%20.pdf>

Sampieri, R. H., Collado, C. F., & Lucio, P. B. (Año de publicación). Metodología de la investigación. [https://www.uv.mx/personal/cbustamante/files/2011/06/Metodologia-de-la-Investigaci%C3%83%C2%B3n\\_Sampieri.pdf](https://www.uv.mx/personal/cbustamante/files/2011/06/Metodologia-de-la-Investigaci%C3%83%C2%B3n_Sampieri.pdf)

Santiago, P. V. da S. y Alves, F. R. V. (2021). *Teoría de situaciones didácticas en la enseñanza de la geometría plana: el caso de la Olimpiada Internacional de Matemáticas y la asistencia del Software GeoGebra*. Unión - revista iberoamericana de educación matemática, 17(61), e008.

<https://www.revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/246>

Skemp, R. R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata.

<https://n9.cl/eaibvn>

Smith, A. y Seyfang, G. (2013). *Construyendo innovaciones de base para la sostenibilidad*.

Cambio ambiental global. <https://doi.org/10.1016/j.gloenvcha.2013.07.003>

Smith, JP, diSessa, AA y Roschelle, J. (2013). *Conceptos erróneos reconcebidos: un análisis constructivista del conocimiento en transición*. El Diario de las Ciencias del Aprendizaje, 3(2), 115-163. <https://www.redalyc.org/pdf/132/13211181003.pdf>

Tall, D. (1991). *La transición a las matemáticas abstractas*. Dordrecht, Países Bajos: Kluwer Academic Publishers.

Van Hiele, PM (1984). Estructura y visión: una teoría del pensamiento geométrico.

<https://n9.cl/f015y>

VielmaVielma, E. y Salas, ML (2000). *Aportes de las teorías de Vygotsky, Piaget, Bandura y*

*Bruner*. Paralelismo en sus posiciones en relación con el desarrollo. Educere.

<https://www.redalyc.org/pdf/356/35630907.pdf>

## Apéndices

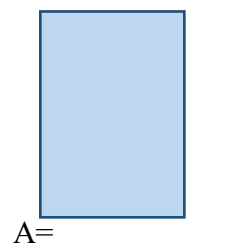
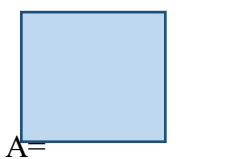
### Apéndice A

#### Prueba Diagnostica

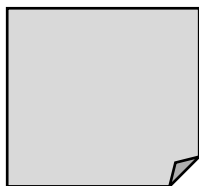
**Objetivo:** conocer los saberes básicos y algorítmicos de los estudiantes del grado 9ºA de la institución educativa Santa Fe requeridos para realizar factorizaciones.

**Instrucciones:** lee atentamente y responde las preguntas

#### 1. Cálculo de áreas



¿Cuál es el área de una hoja de papel cuadrada de 20 cm de lado?



¿Cuál es el área de una habitación de 3m de largo y 4m de ancho?



$$\frac{12m + 6xy - 5}{m - 3xy + 9}$$

$$\frac{5x^2 + 3y + 8}{3x^2 - 9y + 1}$$

$$\frac{x^2 + 3y + 3}{x^2 - 7y + 1}$$

$$\frac{7x^2 - 8y - 6}{x^2 - 3y - 2}$$

$$\frac{-4x^3 + 4y + 6}{-2x^3 - 7y - 11}$$

ea

iones de

a

la

$$(2x + 10x^2 + 5) * (-3x^2 + 3x + 2)$$

$$(4x^2 + 6x + 1) * (9x^2 + 10x - 2)$$

$$(9x^2 + 3x + 4) * (2x^2 - 3x + 5)$$

$$(7x^4 + 4x^2 - 3) * (2x^4 + x^2 - 2)$$

#### 4. Resuelve las siguientes raíces cuadradas

$$\sqrt{4,900} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{49} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{196}$$

$$\sqrt{2,704} = \underline{\hspace{2cm}}$$

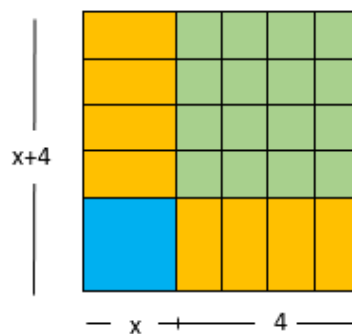
$$\sqrt{3,481}$$

$$\sqrt{5.625}$$

5. Determina cuál de los siguientes resultados corresponden al producto de los factores:

$(x + 4)(x + 4)$  de la grafica

- a)  $x^2 + 3x + 4$
- b)  $x^2 + 8x + 16$
- c)  $x^2 - 6x - 8$



área total

6. Selecciona el trinomio que representa el del siguiente

- a)  $x^2 + 2x + 3$
- b)  $x^2 + 4x + 4$
- c)  $x^2 - 4x - 3$



7. Selecciona la factorización del siguiente trinomio  $x^2 + 5x + 5$

- a)  $(x + 5)(x + 5)$
- b)  $(x + 6)(x + 5)$
- c)  $(x + 3)(x + 2)$

*Nota.* Elaboración propia

## Apéndice B

### Encuesta

**Objetivo:** Determinar la concepción que tienen los estudiantes sobre el tema de factorización y la manera en cómo se les enseña.

#### Datos generales:

- ¿Cuál es tu nombre?
- ¿Cuántos años tienes?
- ¿Te gusta el área de matemáticas?

#### Preguntas:

- ¿El docente de matemáticas emplea estrategias didácticas para abordar los contenidos?
- ¿Qué te llama la atención de las clases de matemáticas?
- ¿Has tenido dificultades para entender algún tema de las matemáticas? ¿Cuál y por qué?
- ¿El docente emplea recursos tecnológicos en el desarrollo de las clases?
- ¿Qué no te gusta del área de matemáticas?
- ¿Cuándo se te facilita el aprendizaje de las matemáticas?
- ¿El docente utiliza materiales concretos para fortalecer los conocimientos?
- ¿Prefieres que el docente al explicar un tema utilice el tablero, dispositivos audiovisuales o herramientas manipulables?

*Nota.* Elaboración propia

## Apéndice C

### Post Test

**Objetivo:** Evaluar los conocimientos alcanzados en el proceso de enseñanza aprendizaje del tema de factorización, mediante la utilización de figuras geométricas en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Santa Fe.

**Instrucciones:** Lee atentamente y contesta las preguntas marcando con una (x) la respuesta que consideras que es la correcta teniendo en cuenta sus conocimientos

1. ¿Cuál es la factorización del trinomio  $5x^2 + 11x + 2$ ?

- a)  $(4x + 1)(x + 1)$
- b)  $(3x + 1)(x + 1)$
- c)  $(5x + 1)(x + 2)$
- d)  $(5x - 1)(x + 2)$

2. ¿Cuál es la gráfica correcta de la factorización del trinomio  $3x^2 + 7x + 2$ ?

a)

X	X	X	1	1
X	X	X	X	
X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	

b)

X <sup>2</sup>	1	1	1	1
X <sup>2</sup>	1	1	1	1
X <sup>2</sup>	X	X		
X <sup>2</sup>	X	X		
X <sup>2</sup>	1	1	1	1
X <sup>2</sup>	1	1	1	1

X	X	X	1
X	X	X	1
X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X

3. ¿Cuál es la expresión que representa la gráfica?

x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	x	x
x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	x	x
x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	x	x
x	x	x	1	1
x	x	x	1	1

- a)  $6x^2 + 2x + 4$
- b)  $9x^3 + 12x + 9$
- c)  $9x^2 + 12x + 4$
- d)  $9x^2 + 16x + 4$

4. La siguiente grafica representa el trinomio  $m^2 + 2m + 1$



a) Verdadero

b) Falso

5. ¿La expresión  $7x^2 + 5x + 3$ , corresponde a un trinomio cuadrado perfecto?

a) Verdadero

c) Falso

*Nota.* Elaboración propia



# Apéndice D

## Evidencias

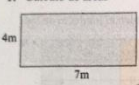
**UNAD** UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA – UNAD  
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
PRUEBA DIAGNOSTICA


Fecha: 24/05/2023 Nombre: Angel Lureth Castro Grado: \_\_\_\_\_


Objetivo: conocer los saberes básicos y algorítmicos de los estudiantes del grado \_\_\_\_\_ de la institución educativa santa fe requeridos para realizar factorizaciones.

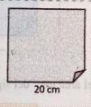
Instrucciones: lee atentamente y responde las preguntas


**1. Cálculo de áreas**

4m  7m  $A = 28$

12 cm  12 cm  $A = 144$

17 cm  5 cm  $A = 85$

¿Cuál es el área de una hoja de papel cuadrada de 20 cm de lado?   $400$

¿Cuál es el área de una habitación de 3m de largo y 4m de ancho?   $12$

**2. Realiza la suma de polinomios y escribe el resultado**

$12m + 6xy - 5$      $5x^2 + 3y + 8$      $x^2 + 3y + 3$      $7x^2 - 8y - 6$      $-4x^3 + 4y + 6$   
 $m - 3xy + 9$      $3x^2 - 9y + 1$      $x^2 - 7y + 1$      $x^2 - 3y - 2$      $-2x^3 - 7y - 11$   
 ~~$12m + 3xy + 4$~~      ~~$2x^2 - 6y + 9$~~      ~~$x^2 - 4y + 4$~~      ~~$7x^2 - 11y - 8$~~      ~~$6x^3 - 3y - 5$~~

**3. Realiza las multiplicaciones de polinomios y coloca el resultado en cada cuadro**

$(2x + 10x^2 + 5) \cdot (-3x^2 + 3x + 2)$      $-30x^4 + 24x^3 + 11x^2 + 19x + 10$

$(4x^2 + 6x + 1) \cdot (9x^2 + 10x - 2)$      $36x^4 + 49x^3 + 61x^2 - 2x - 2$

$(9x^2 + 3x + 4) \cdot (2x^2 - 3x + 5)$      $18x^4 + 21x^3 + 44x^2 + 3x + 20$

$(7x^4 + 4x^2 - 3) \cdot (2x^4 + x^2 - 2)$      $14x^8 + 15x^6 - 16x^4 - 7x^2 + 6$

**UNAD** UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA – UNAD  
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
PRUEBA DIAGNOSTICA

4. Resuelve las siguientes raíces cuadradas

$\sqrt{4,900} = 70$      $\sqrt{49} = 7$      $\sqrt{196} = 14$

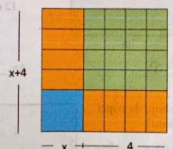
$\sqrt{2,704} = 52$      $\sqrt{3,481} = 59$      $\sqrt{5,625} = 75$

5. Determina cuál de los siguientes resultados corresponden al producto de los factores:  $(x + 4)(x + 4)$  de la grafica

a)  $x^2 + 3x + 4$

b)  $x^2 + 8x + 16$

c)  $x^2 - 6x - 8$




6. Selecciona el trinomio que representa el área total del siguiente

a)  $x^2 + 2x + 3$

b)  $x^2 + 4x + 4$

c)  $x^2 - 4x - 3$



7. Selecciona la factorización del siguiente trinomio  $x^2 + 5x + 5$

a)  $(x + 5)(x + 5)$

b)  $(x + 6)(x + 5)$

c)  $(x + 3)(x + 2)$

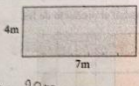
**UNAD** UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA – UNAD  
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
PRUEBA DIAGNOSTICA


Fecha: 24/05/2023 Nombre: Maria Paula Mejia Garcia Grado: \_\_\_\_\_


Objetivo: conocer los saberes básicos y algorítmicos de los estudiantes del grado \_\_\_\_\_ de la institución educativa santa fe requeridos para realizar factorizaciones.

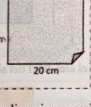
Instrucciones: lee atentamente y responde las preguntas

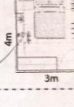
**1. Cálculo de áreas**

4m  7m  $A = 28m$

12 cm  12 cm  $A = 144 (cm)$

17 cm  5 cm  $A = 85 (cm)$

¿Cuál es el área de una hoja de papel cuadrada de 20 cm de lado?   $400 (cm)$

¿Cuál es el área de una habitación de 3m de largo y 4m de ancho?   $12 (m)$

**2. Realiza la suma de polinomios y escribe el resultado**

$12m + 6xy - 5$      $5x^2 + 3y + 8$      $x^2 + 3y + 3$      $7x^2 - 8y - 6$      $-4x^3 + 4y + 6$   
 $m - 3xy + 9$      $3x^2 - 9y + 1$      $x^2 - 7y + 1$      $x^2 - 3y - 2$      $-2x^3 - 7y - 11$   
 ~~$12m + 3xy + 4$~~      ~~$5x^2 + 3y + 8$~~      ~~$x^2 - 7y + 1$~~      ~~$7x^2 - 8y - 6$~~      ~~$-2x^3 - 7y - 11$~~

**3. Realiza las multiplicaciones de polinomios y coloca el resultado en cada cuadro**

$(2x + 10x^2 + 5) \cdot (-3x^2 + 3x + 2)$      $(2x + 15x) (6x - 5x)$     ✗

$(4x^2 + 6x + 1) \cdot (9x^2 + 10x - 2)$      $(8x + 7x) (18x + 8)$     ✗

$(9x^2 + 3x + 4) \cdot (2x^2 - 3x + 5)$      $(18x + 12) (4x + 16)$     ✗

$(7x^4 + 4x^2 - 3) \cdot (2x^4 + x^2 - 2)$      $(28x + 15x) (8x + 2x)$     ✗

**UNAD** UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA – UNAD  
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
PRUEBA DIAGNOSTICA

4. Resuelve las siguientes raíces cuadradas

$\sqrt{4,900} = 70$      $\sqrt{49} = 7$      $\sqrt{196} = 14$

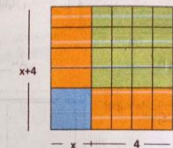
$\sqrt{2,704} = 52$      $\sqrt{3,481} = 59$      $\sqrt{5,625} = 75$

5. Determina cuál de los siguientes resultados corresponden al producto de los factores:  $(x + 4)(x + 4)$  de la grafica

a)  $x^2 + 3x + 4$

b)  $x^2 + 8x + 16$

c)  $x^2 - 6x - 8$




6. Selecciona el trinomio que representa el área total del siguiente

a)  $x^2 + 2x + 3$

b)  $x^2 + 4x + 4$

c)  $x^2 - 4x - 3$



7. Selecciona la factorización del siguiente trinomio  $x^2 + 5x + 5$

a)  $(x + 5)(x + 5)$

b)  $(x + 6)(x + 5)$

c)  $(x + 3)(x + 2)$

**UNAD** UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA - UNAD  
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
PRUEBA DIAGNÓSTICA

Fecha: 23/06/2023 Nombre: Juan David Alegria Q. Grado: \_\_\_\_\_

Objetivo: conocer los saberes básicos y algorítmicos de los estudiantes del grado \_\_\_\_\_ de la institución educativa santa fe requeridos para realizar factorizaciones.

Instrucciones: lee atentamente y responde las preguntas

1. Cálculo de áreas

$4m \times 7m = 28$   
 $12cm \times 12cm = 144$   
 $5cm \times 17cm = 85$

2. ¿Cuál es el área de una hoja de papel cuadrada de 20 cm de lado?  
400 cm

3. ¿Cuál es el área de una habitación de 3m de largo y 4m de ancho?  
12 cm

2.8

2. Realiza la suma de polinomios y escribe el resultado

$12m + 6xy - 5$   
 $m - 3xy + 9$   
 $13m + 3xy + 4$

$5x^2 + 3y + 8$   
 $3x^2 - 9y + 1$   
 $8x^2 - 6y + 9$

$x^2 + 3y + 3$   
 $x^2 - 7y + 1$   
 $2x^2 - 4y + 4$

$7x^2 - 8y - 6$   
 $x^2 - 3y - 2$   
 $8x^2 - 11y - 8$

$-4x^3 + 4y + 6$   
 $-2x^3 - 7y - 11$   
 $-6x^3 + 11y - 5$

3. Realiza las multiplicaciones de polinomios y coloca el resultado en cada cuadro.

$(2x + 10x^2 + 5) \cdot (-3x^2 + 3x + 2)$  \_\_\_\_\_

$(4x^2 + 6x + 1) \cdot (9x^2 + 10x - 2)$  \_\_\_\_\_

$(9x^2 + 3x + 4) \cdot (2x^2 - 3x + 5)$  \_\_\_\_\_

$(7x^4 + 4x^2 - 3) \cdot (2x^4 + x^2 - 2)$  \_\_\_\_\_

4. Resuelve las siguientes raíces cuadradas

$\sqrt{4,900} = 70$     $\sqrt{49} = 7$     $\sqrt{196} = 14$

$\sqrt{2,704} = 52$     $\sqrt{3,481} = 59$     $\sqrt{5,625} = 75$

5. Determina cuál de los siguientes resultados corresponden al producto de los factores:  $(x + 4)(x + 4)$  de la grafica

a)  $x^2 + 3x + 4$   
b)  $x^2 + 8x + 16$  ✓  
c)  $x^2 - 6x - 8$

6. Selecciona el trinomio que representa el área total del siguiente

a)  $x^2 + 2x + 3$   
b)  $x^2 + 4x + 4$  ✓  
c)  $x^2 - 4x - 3$

7. Selecciona la factorización del siguiente trinomio  $x^2 + 5x + 5$

a)  $(x + 5)(x + 5)$   
b)  $(x + 6)(x + 5)$  ✓  
c)  $(x + 3)(x + 2)$

**UNAD** UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA - UNAD  
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
PRUEBA DIAGNÓSTICA

Fecha: 24/05/23 Nombre: Candina Andrea Fuentes Grado: \_\_\_\_\_

Objetivo: conocer los saberes básicos y algorítmicos de los estudiantes del grado \_\_\_\_\_ de la institución educativa santa fe requeridos para realizar factorizaciones.

Instrucciones: lee atentamente y responde las preguntas

1. Cálculo de áreas

$4m \times 7m = 28m$   
 $12cm \times 12cm = 144m$   
 $5cm \times 17cm = 102m$

2. ¿Cuál es el área de una hoja de papel cuadrada de 20 cm de lado?  
 $20cm \times 20cm = 400cm^2$

3. ¿Cuál es el área de una habitación de 3m de largo y 4m de ancho?  
por lo tanto el ancho de la habitación es de  $12m^2$

3.5

2. Realiza la suma de polinomios y escribe el resultado

$12m + 6xy - 5$   
 $m - 3xy + 9$   
 $13m + 3xy + 4$

$5x^2 + 3y + 8$   
 $3x^2 - 9y + 1$   
 $8x^2 - 6y + 9$

$x^2 + 3y + 3$   
 $x^2 - 7y + 1$   
 $2x^2 - 4y + 4$

$7x^2 - 8y - 6$   
 $x^2 - 3y - 2$   
 $8x^2 - 11y - 8$

$-4x^3 + 4y + 6$   
 $-2x^3 - 7y - 11$   
 $-6x^3 + 11y - 5$

3. Realiza las multiplicaciones de polinomios y coloca el resultado en cada cuadro.

$(2x + 10x^2 + 5) \cdot (-3x^2 + 3x + 2)$   $-30x^4 + 24x^3 + 11x^2 - 14x + 10$

$(4x^2 + 6x + 1) \cdot (9x^2 + 10x - 2)$   $36x^4 + 144x^3 - 61x^2 - 2x - 2$

$(9x^2 + 3x + 4) \cdot (2x^2 - 3x + 5)$   $18x^4 + 21x^3 + 44x^2 + 3x + 20$

$(7x^4 + 4x^2 - 3) \cdot (2x^4 + x^2 - 2)$   $14x^8 + 15x^6 + 16x^4 - 17x^2 + 6$

4. Resuelve las siguientes raíces cuadradas

$\sqrt{4,900} = 70$     $\sqrt{49} = 7$     $\sqrt{196} = 14$

$\sqrt{2,704} = 52$     $\sqrt{3,481} = 59$     $\sqrt{5,625} = 75$

5. Determina cuál de los siguientes resultados corresponden al producto de los factores:  $(x + 4)(x + 4)$  de la grafica

a)  $x^2 + 3x + 4$   
b)  $x^2 + 8x + 16$  ✓  
c)  $x^2 - 6x - 8$

6. Selecciona el trinomio que representa el área total del siguiente

a)  $x^2 + 2x + 3$   
b)  $x^2 + 4x + 4$  ✓  
c)  $x^2 - 4x - 3$

7. Selecciona la factorización del siguiente trinomio  $x^2 + 5x + 5$

a)  $(x + 5)(x + 5)$   
b)  $(x + 6)(x + 5)$  ✓  
c)  $(x + 3)(x + 2)$

UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA  
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
ENTREVISTA A ESTUDIANTES

OBJETIVO: Determinar la concepción que tienen los estudiantes sobre el tema de factorización y la manera en cómo se les enseña.

ENTREVISTA

Datos generales:

> ¿Cuál es tu nombre? Jhon Deiver Pacheco H.

> ¿Te gusta el área de matemáticas?  
R1: Sí, porque me gustan los problemas que se emplean.

Preguntas orientadoras:

> ¿El docente de matemáticas emplea estrategias didácticas para abordar los contenidos? ¿Si utiliza estrategias cuáles son?  
R1: Sí, nos saca a la cancha a medir, y nos da ejemplos con juegos y no gusta mucho esa estrategia que utiliza.

> ¿Qué te llama la atención de las clases de matemáticas?  
R1: Lo que me llama la atención de las clases es la forma del profe explicar, y los juegos que nos pone.

> ¿Has tenido dificultades para entender algún tema de las matemáticas? ¿Cuál y por qué?  
R1: Sí, el método de eliminación porque se me dificulta resolver los problemas.

> ¿El docente emplea recursos tecnológicos en el desarrollo de las clases?  
R1: Sí, por que nos pone a utilizar los calculadoras y celulares.

> ¿Qué no te gusta del área de matemáticas?  
R1: Cuando dejan una tarea y no la entiendo.

> ¿Cuándo se te facilita el aprendizaje de las matemáticas?  
R1: Cuando no tengo hambre, por que no me concentro bien.

> ¿El docente utiliza materiales concretos para fortalecer los conocimientos?  
R1: Sí, utiliza juegos y otras cosas nos.

> ¿Preferes que el docente al explicar un tema utilice el tablero, dispositivos audiovisuales o herramientas manipulables?  
R1: Sí por que nos ayuda a entendernos mucho mejor.

UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA  
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
ENTREVISTA A ESTUDIANTES

OBJETIVO: Determinar la concepción que tienen los estudiantes sobre el tema de factorización y la manera en cómo se les enseña.

ENTREVISTA

Datos generales:

> ¿Cuál es tu nombre? Juan David Arroyo Ponce

> ¿Te gusta el área de matemáticas?  
R1: Sí, porque me gustan los problemas que se emplean.

Preguntas orientadoras:

> ¿El docente de matemáticas emplea estrategias didácticas para abordar los contenidos? ¿Si utiliza estrategias cuáles son?  
R1: Sí, nos saca a la cancha a medir sus longitudes, nos da ejemplos con juegos, y todo lo hace fácil con las estrategias que utiliza.

> ¿Qué te llama la atención de las clases de matemáticas?  
R1: Los juegos que pone el profe para entender mejor una clase y podemos resolver los problemas fácilmente.

> ¿Has tenido dificultades para entender algún tema de las matemáticas? ¿Cuál y por qué?  
R1: Sí, el método de eliminación no es que no lo entienda si no que a veces me dificulta en algunos problemas por que me faltan algunas cosas, pero poco a poco lo voy cogiendo.

> ¿El docente emplea recursos tecnológicos en el desarrollo de las clases?  
R1: Sí, por que a veces utilizamos la calculadora, y muchas veces el telefono celular.

> ¿Qué no te gusta del área de matemáticas?  
R1: Cuando no entiendo un tema me estreso muy rapido y me comienzo a equivocarme en muchas o cosas.

> ¿Cuándo se te facilita el aprendizaje de las matemáticas?  
R1: Cuando estoy tranquilo y no estoy estresado.

> ¿El docente utiliza materiales concretos para fortalecer los conocimientos?  
R1: Sí y lo utiliza en muchas ocasiones y nos hace entender muy bien los temas.

> ¿Preferes que el docente al explicar un tema utilice el tablero, dispositivos audiovisuales o herramientas manipulables?  
R1: El tablero prefiero el tablero por que a la medida que el va escribiendo nos va explicando y repite muchas veces hasta que entendamos el tema o un taller.

UN  
UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA  
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
ENTREVISTA A ESTUDIANTES

**OBJETIVO:** Determinar la concepción que tienen los estudiantes sobre el tema de factorización y la manera en cómo se les enseña.

**ENTREVISTA**

**Datos generales:**

- > ¿Cuál es tu nombre? Mona Alejandra Salge Cuanto
- > ¿Te gusta el área de matemáticas?  
No me gusta

**Preguntas orientadoras:**

- > ¿El docente de matemáticas emplea estrategias didácticas para abordar los contenidos? ¿Si utiliza estrategias cuáles son?  
Si  
toma uno, toma dos
- > ¿Qué te llama la atención de las clases de matemáticas?  
Factorización de vectores
- > ¿Has tenido dificultades para entender algún tema de las matemáticas? ¿Cuál y por qué?  
Si, en calculo  
por mas que explico el tema no me entera

- > ¿El docente emplea recursos tecnológicos en el desarrollo de las clases?  
Si
- > ¿Qué no te gusta del área de matemáticas?  
Nada
- > ¿Cuándo se te facilita el aprendizaje de las matemáticas?  
cuando el profe explica mas detallado
- > ¿El docente utiliza materiales concretos para fortalecer los conocimientos?  
No
- > ¿Prefieres que el docente al explicar un tema utilice el tablero, dispositivos audiovisuales o herramientas manipulables?  
tablero.

UN  
UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA  
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
ENTREVISTA A ESTUDIANTES

**OBJETIVO:** Determinar la concepción que tienen los estudiantes sobre el tema de factorización y la manera en cómo se les enseña.

**ENTREVISTA**

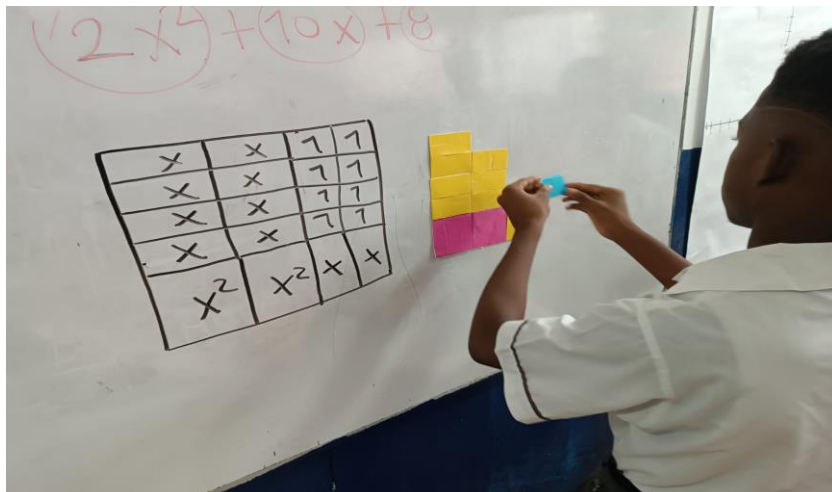
**Datos generales:**

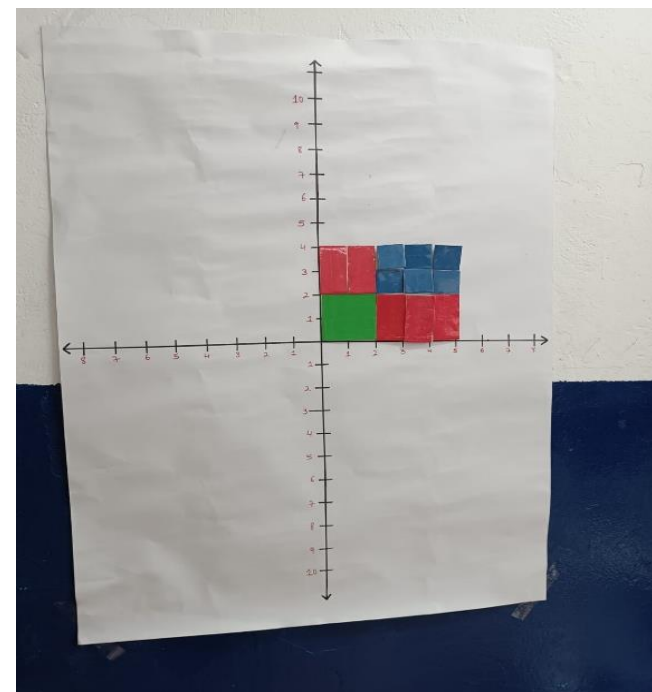
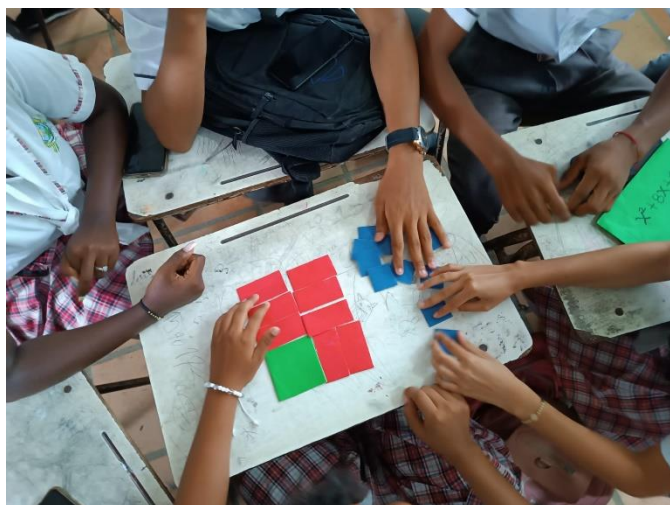
- > ¿Cuál es tu nombre? Eliana Marcela Morelo Rojas.
- > ¿Te gusta el área de matemáticas?  
No me gusta

**Preguntas orientadoras:**

- > ¿El docente de matemáticas emplea estrategias didácticas para abordar los contenidos? ¿Si utiliza estrategias cuáles son?  
Si  
-Toma 1 toma 2
- > ¿Qué te llama la atención de las clases de matemáticas?  
la ley del coseno
- > ¿Has tenido dificultades para entender algún tema de las matemáticas? ¿Cuál y por qué?  
Si, calculo en metodo de eliminacion  
por que yo no le entiendo por mas que el expl. que.

- > ¿El docente emplea recursos tecnológicos en el desarrollo de las clases?  
Si
- > ¿Qué no te gusta del área de matemáticas?  
la materia de calculo por que casi no la entiendo.
- > ¿Cuándo se te facilita el aprendizaje de las matemáticas?  
Cuando vemos los videos del profesor alex
- > ¿El docente utiliza materiales concretos para fortalecer los conocimientos?  
Si, viendo videos de la ecuación 2x2
- > ¿Prefieres que el docente al explicar un tema utilice el tablero, dispositivos audiovisuales o herramientas manipulables?  
El tablero.





UNAD UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA - UNAD PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POST TEST

Nombre: Pedro Gabriel Villegas fecha: 8/6/2023

Objetivo: Evaluar los conocimientos alcanzados en el proceso de enseñanza aprendizaje del tema de factorización, mediante la utilización de figuras geométricas en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Santa Fe.

Instrucciones: Lee atentamente y contesta las preguntas marcando con una (x) la respuesta que consideras que es la correcta teniendo en cuenta sus conocimientos:

1. ¿Cuál es la factorización del trinomio  $5x^2 + 11x + 2$ ?

a)  $(4x + 1)(x + 1)$   
 b)  $(3x + 1)(x + 1)$   
 c)  $(5x + 1)(x + 2)$   
 d)  $(5x - 1)(x + 2)$

2. ¿Cuál es la gráfica correcta de la factorización del trinomio  $3x^2 + 7x + 2$ ?

a) 

X	X	X	1	1
X	X	X	X	X
X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>

b) 

X <sup>2</sup>	1	1	1	1
X <sup>2</sup>	X	X	X	X
X <sup>2</sup>	1	1	1	1

c) 

X	X	X	1
X	X	X	1
X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X

3. ¿Cuál es la expresión que representa la gráfica?

a)  $6x^2 + 2x + 4$   
 b)  $9x^3 + 12x + 9$   
 c)  $9x^2 + 12x + 4$   
 d)  $9x^2 + 16x + 4$

40

UNAD UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA - UNAD PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POST TEST

Nombre: Pedro Gabriel Villegas fecha: 8/6/2023

Objetivo: Evaluar los conocimientos alcanzados en el proceso de enseñanza aprendizaje del tema de factorización, mediante la utilización de figuras geométricas en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Santa Fe.

Instrucciones: Lee atentamente y contesta las preguntas marcando con una (x) la respuesta que consideras que es la correcta teniendo en cuenta sus conocimientos:

4. La siguiente grafica representa el trinomio  $m^2 + 2m + 1$ .

a) Verdadero  
 b) Falso

5. ¿La expresión  $7x^2 + 5x + 3$ , corresponde a un trinomio cuadrado perfecto?

a) Verdadero  
 b) Falso

UNAD UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA - UNAD PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POST TEST

Nombre: MARCOS VALENCIA HERNANDEZ fecha: 08-06-2023

Objetivo: Evaluar los conocimientos alcanzados en el proceso de enseñanza aprendizaje del tema de factorización, mediante la utilización de figuras geométricas en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Santa Fe.

Instrucciones: Lee atentamente y contesta las preguntas marcando con una (x) la respuesta que consideras que es la correcta teniendo en cuenta sus conocimientos:

1. ¿Cuál es la factorización del trinomio  $5x^2 + 11x + 2$ ?

a)  $(4x + 1)(x + 1)$   
 b)  $(3x + 1)(x + 1)$   
 c)  $(5x + 1)(x + 2)$   
 d)  $(5x - 1)(x + 2)$

2. ¿Cuál es la gráfica correcta de la factorización del trinomio  $3x^2 + 7x + 2$ ?

a) 

X	X	X	1	1
X	X	X	X	X
X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>

b) 

X <sup>2</sup>	1	1	1	1
X <sup>2</sup>	X	X	X	X
X <sup>2</sup>	1	1	1	1

c) 

X	X	X	1
X	X	X	1
X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X

3. ¿Cuál es la expresión que representa la gráfica?

a)  $6x^2 + 2x + 4$   
 b)  $9x^3 + 12x + 9$   
 c)  $9x^2 + 12x + 4$   
 d)  $9x^2 + 16x + 4$

40

UNAD UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA - UNAD PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POST TEST

Nombre: MARCOS VALENCIA HERNANDEZ fecha: 08-06-2023

Objetivo: Evaluar los conocimientos alcanzados en el proceso de enseñanza aprendizaje del tema de factorización, mediante la utilización de figuras geométricas en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Santa Fe.

Instrucciones: Lee atentamente y contesta las preguntas marcando con una (x) la respuesta que consideras que es la correcta teniendo en cuenta sus conocimientos:

4. La siguiente grafica representa el trinomio  $m^2 + 2m + 1$ .

a) Verdadero  
 b) Falso

5. ¿La expresión  $7x^2 + 5x + 3$ , corresponde a un trinomio cuadrado perfecto?

a) Verdadero  
 b) Falso

UNAD UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA - UNAD PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POST TEST

Nombre: Luisa Esther Sanchez Torres fecha: 8/06/2023

Objetivo: Evaluar los conocimientos alcanzados en el proceso de enseñanza aprendizaje del tema de factorización, mediante la utilización de figuras geométricas en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Santa Fe.

Instrucciones: Lee atentamente y contesta las preguntas marcando con una (x) la respuesta que consideras que es la correcta teniendo en cuenta sus conocimientos:

1. ¿Cuál es la factorización del trinomio  $5x^2 + 11x + 27$ ?

a)  $(4x + 1)(x + 1)$   
 b)  $(3x + 1)(x + 1)$   
 c)  $(5x + 1)(x + 2)$   
 d)  $(5x - 1)(x + 2)$

2. ¿Cuál es la gráfica correcta de la factorización del trinomio  $3x^2 + 7x + 2$ ?

a) 

X	X	X	1	1
X	X	X	X	
X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	

b) 

X <sup>2</sup>	1	1	1	1
	X	X		
X <sup>2</sup>	1	1	1	1
	1	1	1	1

c) 

X	X	X	X	1
X	X	X	X	1
X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X

3. ¿Cuál es la expresión que representa la gráfica?

x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	x	x
x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	x	x
x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	x	x
x	x	x	1	1
x	x	x	1	1

a)  $6x^2 + 2x + 4$   
 b)  $9x^2 + 12x + 9$   
 c)  $9x^2 + 12x + 4$   
 d)  $9x^2 + 16x + 4$

5.0

Escaneado con CamScanner

UNAD UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA - UNAD PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POST TEST

Nombre: Luisa Esther Sanchez Torres fecha: 8/06/2023

Objetivo: Evaluar los conocimientos alcanzados en el proceso de enseñanza aprendizaje del tema de factorización, mediante la utilización de figuras geométricas en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Santa Fe.

Instrucciones: Lee atentamente y contesta las preguntas marcando con una (x) la respuesta que consideras que es la correcta teniendo en cuenta sus conocimientos:

4. La siguiente grafica representa el trinomio  $m^2 + 2m + 1$


a) Verdadero  
 b) Falso

5. ¿La expresión  $7x^2 + 5x + 3$ , corresponde a un trinomio cuadrado perfecto?

a) Verdadero  
 b) Falso

5.0

Escaneado con CamScanner

UNAD UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA - UNAD PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POST TEST

Nombre: Josefin Quejada Garcia fecha: 8/06/23

Objetivo: Evaluar los conocimientos alcanzados en el proceso de enseñanza aprendizaje del tema de factorización, mediante la utilización de figuras geométricas en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Santa Fe.

Instrucciones: Lee atentamente y contesta las preguntas marcando con una (x) la respuesta que consideras que es la correcta teniendo en cuenta sus conocimientos:

1. ¿Cuál es la factorización del trinomio  $5x^2 + 11x + 27$ ?

a)  $(4x + 1)(x + 1)$   
 b)  $(3x + 1)(x + 1)$   
 c)  $(5x + 1)(x + 2)$   
 d)  $(5x - 1)(x + 2)$

2. ¿Cuál es la gráfica correcta de la factorización del trinomio  $3x^2 + 7x + 2$ ?

a) 

X	X	X	1	1
X	X	X	X	
X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	

b) 

X <sup>2</sup>	1	1	1	1
	X	X		
X <sup>2</sup>	1	1	1	1
	1	1	1	1

c) 

X	X	X	X	1
X	X	X	X	1
X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	X

3. ¿Cuál es la expresión que representa la gráfica?

x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	x	x
x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	x	x
x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	x	x
x	x	x	1	1
x	x	x	1	1

a)  $6x^2 + 2x + 4$   
 b)  $9x^2 + 12x + 9$   
 c)  $9x^2 + 12x + 4$   
 d)  $9x^2 + 16x + 4$

5.0

Escaneado con CamScanner

UNAD UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA - UNAD PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POST TEST

Nombre: Luisa Esther Sanchez Torres fecha: 8/06/2023

Objetivo: Evaluar los conocimientos alcanzados en el proceso de enseñanza aprendizaje del tema de factorización, mediante la utilización de figuras geométricas en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Santa Fe.

Instrucciones: Lee atentamente y contesta las preguntas marcando con una (x) la respuesta que consideras que es la correcta teniendo en cuenta sus conocimientos:

4. La siguiente grafica representa el trinomio  $m^2 + 2m + 1$


a) Verdadero  
 b) Falso

5. ¿La expresión  $7x^2 + 5x + 3$ , corresponde a un trinomio cuadrado perfecto?

a) Verdadero  
 b) Falso

5.0

Escaneado con CamScanner



**UNAD**  
Universidad Nacional  
Albania y el Caribe

COMITÉ DE ÉTICA EN INVESTIGACIÓN  
CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA PARTICIPANTES EN PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN

DECLARACIÓN DEL PARTICIPANTE

Yo, Marcos Valencia Correa identificado con cédula de ciudadanía número 8453007 de Turbo en calidad de participante, o en representación del menor Marcos Valencia Hernández con documento de identidad No. 1047527040, declaro que:

1. He leído y comprendido este documento de consentimiento informado.
2. Han aclarado todas mis dudas y respondido todas mis preguntas.
3. Conozco los posibles riesgos que implica mi participación.
4. Conozco el manejo que se le dará a la información suministrada por mí.
5. Se me ha informado que no recibiré ningún tipo de remuneración o contraprestación económica por la participación en este proyecto.
6. Me han explicado que mi participación en este proyecto es totalmente voluntaria y que puedo retirarme de él en el momento en que así lo desee.
7. Estoy enterado de que luego de finalizada la investigación, recibiré información referente a los resultados de la misma.

Por lo anterior, expreso mi voluntad de participar y conscientemente, en uso de mis plenas facultades, firmo el día 25 del mes de 05 del año 2023.

Firma del participante o representante legal: Marcos Valencia Cuesta  
Nombre del participante o representante legal: Marcos Valencia Hernández

CC No: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

**JNAD**  
Universidad Nacional  
Albania y el Caribe

COMITÉ DE ÉTICA EN INVESTIGACIÓN  
CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA PARTICIPANTES EN PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN

DECLARACIÓN DEL PARTICIPANTE

Yo, Marta Gomez Caen identificado con cédula de ciudadanía número 29298502 de Turbo en calidad de participante, o en representación del menor Juan David Arroyo con documento de identidad No. 1045530277, declaro que:

1. He leído y comprendido este documento de consentimiento informado.
2. Han aclarado todas mis dudas y respondido todas mis preguntas.
3. Conozco los posibles riesgos que implica mi participación.
4. Conozco el manejo que se le dará a la información suministrada por mí.
5. Se me ha informado que no recibiré ningún tipo de remuneración o contraprestación económica por la participación en este proyecto.
6. Me han explicado que mi participación en este proyecto es totalmente voluntaria y que puedo retirarme de él en el momento en que así lo desee.
7. Estoy enterado de que luego de finalizada la investigación, recibiré información referente a los resultados de la misma.

Por lo anterior, expreso mi voluntad de participar y conscientemente, en uso de mis plenas facultades, firmo el día 25 del mes de 05 del año 2023.

Firma del participante o representante legal: Marta Gomez Caen  
Nombre del participante o representante legal: Juan David Arroyo

CC No: 1045530277 de Turbo

**UNAD**  
Universidad Nacional  
Albania y el Caribe

COMITÉ DE ÉTICA EN INVESTIGACIÓN  
CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA PARTICIPANTES EN PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN

DECLARACIÓN DEL PARTICIPANTE

Yo, Alberto morelo identificado con cédula de ciudadanía número 8460911 de Turbo en calidad de participante, o en representación del menor Eliana morelo con documento de identidad No. 1046672714, declaro que:

1. He leído y comprendido este documento de consentimiento informado.
2. Han aclarado todas mis dudas y respondido todas mis preguntas.
3. Conozco los posibles riesgos que implica mi participación.
4. Conozco el manejo que se le dará a la información suministrada por mí.
5. Se me ha informado que no recibiré ningún tipo de remuneración o contraprestación económica por la participación en este proyecto.
6. Me han explicado que mi participación en este proyecto es totalmente voluntaria y que puedo retirarme de él en el momento en que así lo desee.
7. Estoy enterado de que luego de finalizada la investigación, recibiré información referente a los resultados de la misma.

Por lo anterior, expreso mi voluntad de participar y conscientemente, en uso de mis plenas facultades, firmo el día 24 del mes de 05 del año 2023.

Firma del participante o representante legal: Alberto morelo  
Nombre del participante o representante legal: Eliana morelo

CC No: 8460911 de Turbo

**UNAD**  
Universidad Nacional  
Albania y el Caribe

COMITÉ DE ÉTICA EN INVESTIGACIÓN  
CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA PARTICIPANTES EN PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN

DECLARACIÓN DEL PARTICIPANTE

Yo, Carlos Alegria identificado con cédula de ciudadanía número 8168520 de Turbo en calidad de participante, o en representación del menor Juan P. Alegria con documento de identidad No. 1046531017, declaro que:

1. He leído y comprendido este documento de consentimiento informado.
2. Han aclarado todas mis dudas y respondido todas mis preguntas.
3. Conozco los posibles riesgos que implica mi participación.
4. Conozco el manejo que se le dará a la información suministrada por mí.
5. Se me ha informado que no recibiré ningún tipo de remuneración o contraprestación económica por la participación en este proyecto.
6. Me han explicado que mi participación en este proyecto es totalmente voluntaria y que puedo retirarme de él en el momento en que así lo desee.
7. Estoy enterado de que luego de finalizada la investigación, recibiré información referente a los resultados de la misma.

Por lo anterior, expreso mi voluntad de participar y conscientemente, en uso de mis plenas facultades, firmo el día 24 del mes de 05 del año 2023.

Firma del participante o representante legal: Carlos Alegria  
Nombre del participante o representante legal: Juan P. Alegria

CC No: 1046531017 de Turbo

**UNAD**  
Universidad Nacional  
Abierta y a Distancia

**COMITÉ DE ETICA EN INVESTIGACIÓN**  
**CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA PARTICIPANTES EN PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN**

**DECLARACIÓN DEL PARTICIPANTE**

Yo, Matilde Hurtado identificado con cédula de ciudadanía número 89186130 de Turbo en calidad de participante, o en representación del menor Jhon Deiver Pacheco con documento de identidad No. 1046641937, declaro que:

1. He leído y comprendido este documento de consentimiento informado.
2. Han aclarado todas mis dudas y respondido todas mis preguntas.
3. Conozco los posibles riesgos que implica mi participación.
4. Conozco el manejo que se le dará a la información suministrada por mí.
5. Se me ha informado que no recibiré ningún tipo de remuneración o contraprestación económica por la participación en este proyecto.
6. Me han explicado que mi participación en este proyecto es totalmente voluntaria y que puedo retirarme de él en el momento en que así lo desee.
7. Estoy enterado de que luego de finalizada la investigación, recibiré información referente a los resultados de la misma.

Por lo anterior, expreso mi voluntad de participar y conscientemente, en uso de mis plenas facultades, firmo el día 24 del mes de 05 del año 2023.

Firma del participante o representante legal: Matilde Hurtado  
Nombre del participante o representante legal: Jhon Deiver Pacheco  
CC No: 1046641937 de Turbo

**UNAD**  
Universidad Nacional  
Abierta y a Distancia

**COMITÉ DE ETICA EN INVESTIGACIÓN**  
**CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA PARTICIPANTES EN PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN**

**DECLARACIÓN DEL PARTICIPANTE**

Yo, Samuel Villegas Díaz identificado con cédula de ciudadanía número 8490785 de Turbo en calidad de participante, o en representación del menor Peдро Villegas con documento de identidad No. 1048820693, declaro que:

1. He leído y comprendido este documento de consentimiento informado.
2. Han aclarado todas mis dudas y respondido todas mis preguntas.
3. Conozco los posibles riesgos que implica mi participación.
4. Conozco el manejo que se le dará a la información suministrada por mí.
5. Se me ha informado que no recibiré ningún tipo de remuneración o contraprestación económica por la participación en este proyecto.
6. Me han explicado que mi participación en este proyecto es totalmente voluntaria y que puedo retirarme de él en el momento en que así lo desee.
7. Estoy enterado de que luego de finalizada la investigación, recibiré información referente a los resultados de la misma.

Por lo anterior, expreso mi voluntad de participar y conscientemente, en uso de mis plenas facultades, firmo el día 24 del mes de 05 del año 2023.

Firma del participante o representante legal: Samuel Villegas Díaz  
Nombre del participante o representante legal: Peдро Villegas  
CC No: 8490785 de Turbo

**UNAD**  
Universidad Nacional  
Abierta y a Distancia

**COMITÉ DE ETICA EN INVESTIGACIÓN**  
**CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA PARTICIPANTES EN PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN**

**DECLARACIÓN DEL PARTICIPANTE**

Yo, Enaida Cueta identificado con cédula de ciudadanía número 39314650 de Turbo en calidad de participante, o en representación del menor Angeli Cueta con documento de identidad No. 1046630050, declaro que:

1. He leído y comprendido este documento de consentimiento informado.
2. Han aclarado todas mis dudas y respondido todas mis preguntas.
3. Conozco los posibles riesgos que implica mi participación.
4. Conozco el manejo que se le dará a la información suministrada por mí.
5. Se me ha informado que no recibiré ningún tipo de remuneración o contraprestación económica por la participación en este proyecto.
6. Me han explicado que mi participación en este proyecto es totalmente voluntaria y que puedo retirarme de él en el momento en que así lo desee.
7. Estoy enterado de que luego de finalizada la investigación, recibiré información referente a los resultados de la misma.

Por lo anterior, expreso mi voluntad de participar y conscientemente, en uso de mis plenas facultades, firmo el día 24 del mes de 05 del año 2023.

Firma del participante o representante legal: Enaida Cueta  
Nombre del participante o representante legal: Angeli Cueta  
CC No: 39314650 de Turbo

**UNAD**  
Universidad Nacional  
Abierta y a Distancia

**COMITÉ DE ETICA EN INVESTIGACIÓN**  
**CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA PARTICIPANTES EN PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN**

**DECLARACIÓN DEL PARTICIPANTE**

Yo, Diego Sanchez Torres identificado con cédula de ciudadanía número 8459520 de Turbo en calidad de participante, o en representación del menor Luisa Sanchez con documento de identidad No. 10457117020, declaro que:

1. He leído y comprendido este documento de consentimiento informado.
2. Han aclarado todas mis dudas y respondido todas mis preguntas.
3. Conozco los posibles riesgos que implica mi participación.
4. Conozco el manejo que se le dará a la información suministrada por mí.
5. Se me ha informado que no recibiré ningún tipo de remuneración o contraprestación económica por la participación en este proyecto.
6. Me han explicado que mi participación en este proyecto es totalmente voluntaria y que puedo retirarme de él en el momento en que así lo desee.
7. Estoy enterado de que luego de finalizada la investigación, recibiré información referente a los resultados de la misma.

Por lo anterior, expreso mi voluntad de participar y conscientemente, en uso de mis plenas facultades, firmo el día 24 del mes de 05 del año 2023.

Firma del participante o representante legal: Diego Sanchez  
Nombre del participante o representante legal: Luisa Sanchez  
CC No: 8459520 de Turbo